



## Analiza procesu przebijania płyty przez małogabarytowy element cylindryczny

Robert PANOWICZ\*, Damian KOŁODZIEJCZYK,  
Kamil SYBILSKI, Tadeusz NIEZGODA

*Wydział Mechaniczny, Wojskowa Akademia Techniczna,  
ul. gen. Sylwestra Kaliskiego 2, 00-908 Warszawa  
\* autor korespondencyjny, e-mail: rpanowicz@wat.edu.pl*

*Artykuł wpłynął do redakcji 20.06.2012. Zweryfikowaną wersję po recenzji otrzymano 15.04.2014*

**Streszczenie.** W artykule przedstawiono wstępną weryfikację oddziaływania małogabarytowego elementu cylindrycznego z przeszkodą w postaci tarczy metalowej o grubości 2,5 mm. Rozważono uderzenia z różnymi prędkościami (200, 400 i 800 m/s) oraz kątami uderzenia (30, 45, 60 i 90°), dla dwóch rodzajów materiałów: stopu aluminium PA7 oraz taśmy miedzianej. Na podstawie tych wyników określono obszar zmian, które powstały w materiale na skutek uderzenia. Trójwymiarowy model numeryczny został wykonany w systemie HyperMesh [1], a do analiz zjawisk szybkozmiennych użyto nieliniowej metody elementów skończonych zaimplementowanej w programie LS-Dyna [2]. Wykorzystanie analiz numerycznych umożliwiło śledzenie niemożliwych do zarejestrowania metodami eksperymentalnymi, rozważanych w poniższej pracy, zjawisk dynamicznych. Wykorzystując oprogramowanie LS-Dyna, można było obserwować propagację zniszczenia w kolejnych krokach czasowych, jak również rozkład naprężeń w materiale. Przeprowadzone w pracy badania pozwoliły na dokładniejsze poznanie fizyki zjawiska procesu przebijania.

**Słowa kluczowe:** przebijalność, analiza numeryczna, dynamika, metoda elementów skończonych

## 1. WSTĘP

Symulacje numeryczne stanowią obecnie popularne narzędzie do badania złożonych zjawisk fizycznych. Dzięki zastosowaniu technik komputerowych można skrócić czas oraz ograniczyć koszt badań nowych materiałów czy też konstrukcji. Pozwalają również na modelowanie zjawisk szybkozmiennych, których dokładna analiza jest trudna, a czasami nawet niemożliwa podczas badań eksperymentalnych. Przykładem zjawiska szybkozmiennego jest rozważane w poniższej pracy zjawisko penetracji płyty metalowej przez element małogabarytowy.

Podczas zderzeń małych cząstek stałych mamy do czynienia z szerokim zakresem zjawisk, zależnych od takich czynników, jak prędkość uderzenia czy kąt padania, wielkość i kształt cząstek oraz rodzaj użytych materiałów. Poniższa praca jest kontynuacją rozpoczętych już wcześniej badań prezentowanych w pozycjach literaturowych [3, 4]. Jest to wynikiem wspomnianej już złożoności procesu. Do tej pory rozważane było oddziaływanie sferycznego elementu małogabarytowego, co pozwoliło określić, dla jakich wartości prędkości oraz kąta uderzenia następuje całkowita penetracja materiału przeszkody [4]. W niniejszej pracy przedstawione zostanie zjawisko przebicia płyty przez element cylindryczny o zbliżonych gabarytach, do elementu sferycznego z wcześniejszych prac.

## 2. OBLICZENIA NUMERYCZNE MES

Zachowanie się ciał w przestrzeni opisywane jest przez równania różniczkowe trzech zmiennych współrzędnościowych oraz czasu na podstawie trzech praw zachowania: masy, pędu i energii [5].

W pracy, do odwzorowania procesu niszczenia płyty przez element małogabarytowy, wykorzystano metodę elementów skończonych (MES), która jest jedną z najefektywniejszych i najbardziej popularnych metod numerycznych analiz konstrukcji. Istotą tej metody jest zastąpienie układu ciągłego, jakim jest rzeczywista konstrukcja, układem dyskretnym, który rozwiązuje się numerycznie. W metodzie tej cykl obliczeniowy polega na całkowaniu funkcji zmiennych wejściowych po czasie przy uwzględnieniu wartości tych zmiennych z poprzedniego kroku czasowego, dzięki czemu obliczane są wartości naprężeń, prędkości i odkształceń.

Omawiane zjawisko przebicia może być analizowane w programie LS-Dyna za pomocą kilku metod fizyki komputerowej: metody Lagrange'a (ciało pokryte siatką przemieszczającą i deformującą się wraz z nim), metody Eulera (ciało poruszające się na tle nieruchomej siatki), metod ALE (połączenie metod Lagrange'a i Eulera), metody SPH (metoda bezsiatkowa) oraz EFG (ang. *Element Free Galerkin method* – metoda bezsiatkowa) [2].

W poniższych analizach wykorzystana została metoda Lagrange'a jako najbardziej rozpowszechniona i najczęściej stosowana. W warunkach tak dużych obciążeń dynamicznych, jak w rozważanym przykładzie, zachodzą zjawiska, które muszą być opisane równaniami charakteryzującymi stan skupienia, granice plastyczności oraz granice wytrzymałości materiałów. W programie LS-Dyna służą do tego równania określające statyczne i dynamiczne właściwości materiałów. Są to modele materiałowe:

- równanie stanu materiału: *EOS – Equation of State*,
- model materiałowy Johnsona–Cooka zawierający:
  - równanie modelu wytrzymałościowego: *Strenght Model*,
  - równanie modelu zniszczenia materiału: *Failure Model*.

Do opisu zachowania materiałów użyto modelu materiałowego Johnsona–Cooka. Model ten jest powszechnie stosowany w symulacjach numerycznych zjawisk dynamicznych, w tym zderzeń zachodzących z różnymi prędkościami.

## 2.1. Model matematyczny wykorzystanych materiałów

*Model Johnsona–Cooka (J–C)* jest lepko-plastycznym modelem materiału. Opisuje zachowanie się granicy plastyczności równaniem w postaci [2]:

$$\sigma_Y = (A + B\varepsilon^n)(1 + C\ln\dot{\varepsilon}^*)(1 - T^{*m}),$$

gdzie:  $\sigma_Y$  jest naprężeniem efektywnym,  $\varepsilon$  jest efektywnym odkształceniem plastycznym,  $\dot{\varepsilon}^*$  jest znormalizowaną szybkością efektywnego odkształcenia plastycznego,  $n$  jest wskaźnikiem umocnienia,  $A$ ,  $B$ ,  $C$  i  $m$  to stałe materiałowe. Wartość temperatury  $T^*$  w przypadku analizy zjawisk sprężonych obliczana jest z zależności:

$$T^* = \frac{T - T_{room}}{T_{melt} - T_{room}},$$

gdzie:  $T_{room}$  – temperatura, w której przeprowadzano eksperyment,  
 $T_{melt}$  – temperatura topnienia.

Z modelem materiałowym związany jest model opisujący proces niszczenia elementów. W niniejszej pracy zniszczenie materiału uważa się za jedną z metod modelowania, z udziałem układu odniesienia Lagrange'a. Zarówno kryteria pękania plastycznego, jak i poślizgowego zniszczenia mogą być stosowane do materiałów poddanych wysokiej prędkości odkształceń. Plastyczne zniszczenie występuje w wyniku zarodkowania, wzrostu i koalescencji pustek, podczas gdy pękanie poślizgowe jest oparte na lokalizacji ścinania cięgien [3]. Oba kryteria wykorzystują równoważne odkształcenia plastyczne jako parametr kontroli zniszczenia.

Równoważne odkształcenia plastyczne są określone za pomocą składowych szybkości odkształcania plastycznego w następujący sposób:

$$\varepsilon_p = \varepsilon_{p0} + \left(\frac{2}{3}\right)^{1/2} \int_0^t (\dot{\varepsilon}_{ij}^p \dot{\varepsilon}_{ij}^p)^{1/2} dt,$$

gdzie:  $\varepsilon_{p0}$  – jest początkowym równoważnym odkształceniem plastycznym,  $t$  – to czas oraz  $\dot{\varepsilon}_{ij}^p$  – są składowymi prędkościami odkształcenia plastycznego. Równoważne odkształcenie plastyczne obliczone ze składowych prędkości jest z definicji wartością rosnącą monotonicznie. Przyjmuje się, że zniszczenie rozpoczyna się, kiedy zmienna stanu  $w_D$  osiąga wartość 1. Parametr  $w_D$  określa zależność:

$$w_D = \sum \frac{\Delta \varepsilon_p}{\varepsilon_D^p},$$

gdzie:  $\Delta \varepsilon^p$  – stopniowy wzrost w równoważnym odkształceniu plastycznym, a  $\varepsilon_D^p$  – jest odkształceniem niszczącym określonym dla danego materiału. Sumowanie odbywa się we wszystkich krokach (wzrostach). Elementy, które spełniają ten warunek, usuwane są z modelu w następnym kroku analizy. Dane materiałowe przyjęte do modelu Johnsona–Cooka zawarte są w tabeli 1.

W obliczeniach wykorzystano *równanie stanu linear polynomial* opisujące relację pomiędzy ciśnieniem, objętością oraz energią wewnętrzną w materiale. Równanie to wyraża się w następujący sposób:

$$P = c_0 + c_1\mu + c_2\mu^2 + c_3\mu^3 + (c_4 + c_5\mu + c_6\mu^2)E_0,$$

gdzie:  $c_0 \div c_6$  – parametry równania stanu,  $\mu$  – współczynnik kompresji  $\mu = \rho/\rho_0$  wyrażony jako stosunek aktualnej gęstości  $\rho$  do gęstości początkowej  $\rho_0$ ,  $E_0$  – energia wewnętrzna.

Tabela 1. Stałe materiałowe

Table 1. Material parameters

Materiał	gęstość, $\rho$ [kg/m <sup>3</sup> ]	Współczynnik Poissona, $\nu$	moduł Younga, $E$ [MPa]
Cu	8940	0,335	126
Al	2770	0,3	48

Tabela 2. Przyjęte wartości parametrów modelu Johnsona–Cooka [4]

Table 2. Coefficients of Johnson–Cook equation [4]

Stałe materiałowe					
Materiał	$A$ [MPa]	$B$ [MPa]	$n$	$C$	$m$
Cu	90	292	0,31	0,0025	1,09
Al	337	343	0,41	0,01	1
Stałe zniszczenia					
Materiał	$D_1$	$D_2$	$D_3$	$D_4$	$D_5$
Cu	0,540	4,890	3,030	0,014	1,120
Al	0,112	0,123	1,500	0,007	0,0

Dane użyte w równaniu stanu EOS zawarte są w tabeli 3.

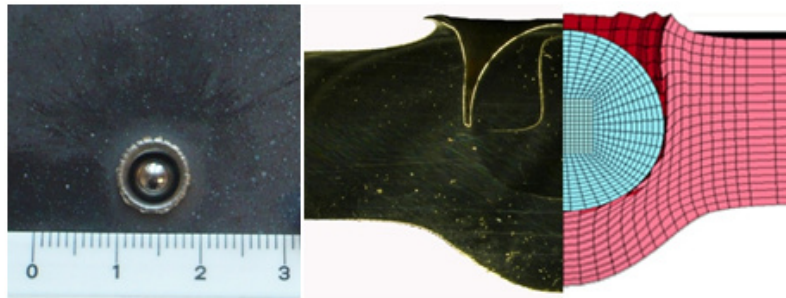
Tabela 3. Przyjęte wartości parametrów modelu linear polynomial [7, 8]

Table 3. Coefficients of EOS

Materiał	$c_0$ [GPa]	$c_1$ [GPa]	$c_2$ [GPa]	$c_3$ [GPa]	$c_4$	$c_5$	$c_6$
Cu	0	72,4	60,5	36,5	1,97	0	0
Al	0	140	2,8	0	1,96	0,47	0

## 2.2. Walidacja modelu

Model przyjęty do obliczeń został opracowany i opisany w pracy pt. „Walidacja modelu dynamicznego oddziaływania elementu małowabarytowego z przeszkodą”, na podstawie wyników eksperymentalnych [3]. W badaniach tych zderzenie zachodziło z prędkością 838 m/s w stalową blachę o grubości 5 mm. Przeprowadzona wówczas walidacja dała dobrą zbieżność wyników analizy numerycznej z wynikami badań eksperymentalnych (rys. 1). Najważniejsze wyniki badań zawarte są w tabeli 4.



Rys. 1. Wyniki badań eksperymentalnych przeprowadzonych w celu walidacji modelu numerycznego

Fig. 1. Numerical model validation

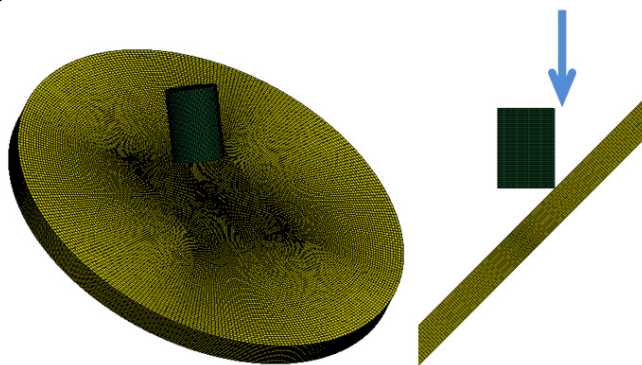
Tabela 4. Zestawienie wyników z walidacji modelu

Table 4. Validation results

	Grubość płyty [mm]	Ugięcie płyty [mm]
Eksperyment	2,5	2,2
MES	2,0	2,0

### 2.3. Model numeryczny

Do odwzorowania procesu zniszczenia płyty i elementu cylindrycznego wykorzystano metodę elementów skończonych (MES), która jest jedną z efektywniejszych i bardziej popularnych metod analiz numerycznych konstrukcji. Jest to metoda symulacyjna, której istota polega na zastąpieniu układu ciągłego, jakim jest rzeczywista konstrukcja, układem dyskretnym. Ze względu na charakter badanego zjawiska, obliczenia wykonano za pomocą nieliniowego modułu dynamicznego. Właściwości materiałowe płyty wykonanej ze stali, miedzi lub stopu aluminium oraz kulki łożyskowej opisano modelem materiałowym Johnsona–Cooka [1]. Model numeryczny płyty i kulki wykonano z 8-węzłowych elementów bryłowych z 1 punktem całkowania. Płyta, aluminiowa lub miedziana, składa się z 512 000 elementów, natomiast kulka łożyskowa – z 60 800 elementów. Widok analizowanego obiektu prezentuje rysunek 2.



Rys. 2. Model numeryczny płyty oraz pocisku w postaci walca

Fig. 2. The numerical model of the plate and the projectile in the form of a cylinder

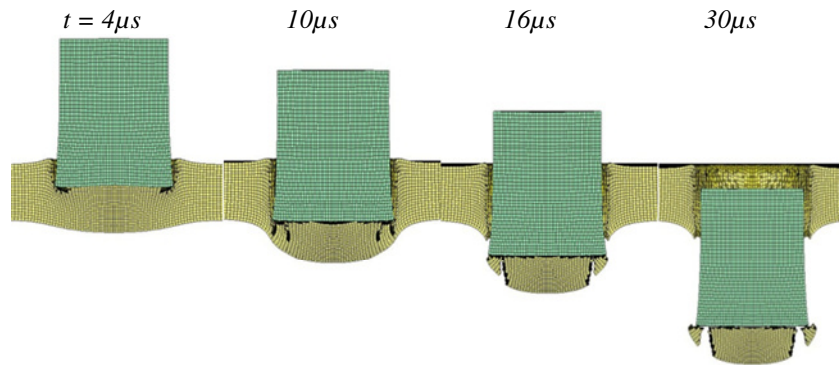
### 2.4. Wyniki analizy

Przeprowadzono analizy o zmiennych danych wejściowych, w których określono prędkość uderzenia oraz kąt padania elementu cylindrycznego. Celem było określenie granicznych prędkości oraz kątów padania, dla których nie następuje przebicie materiału płyty. Poniżej przedstawiono wybrane wyniki analiz, dla prędkości uderzenia 400 m/s.

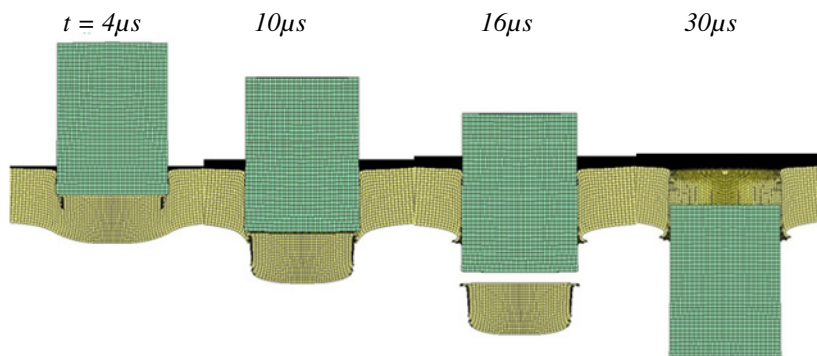
### 2.4.1. Wyniki dla uderzenia pod kątem $90^\circ$ przy prędkości 400 m/s

Pierwszym rozważanym wariantem był przypadek prostopadłego uderzenia. Rysunek 3 przedstawia proces penetracji płyty dla wybranych chwil czasowych. Jest to wariant zderzenia najbardziej niebezpieczny dla konstrukcji. Względem niego określić można najmniejszą prędkość początkową elementu cylindrycznego niezbędną do pełnego przebicia badanej płyty.

Zmiana prędkości elementu cylindrycznego w funkcji czasu przedstawiona została na rysunku 4, natomiast graficzna prezentacja poziomu zniszczenia elementu cylindrycznego – na rysunku 5.



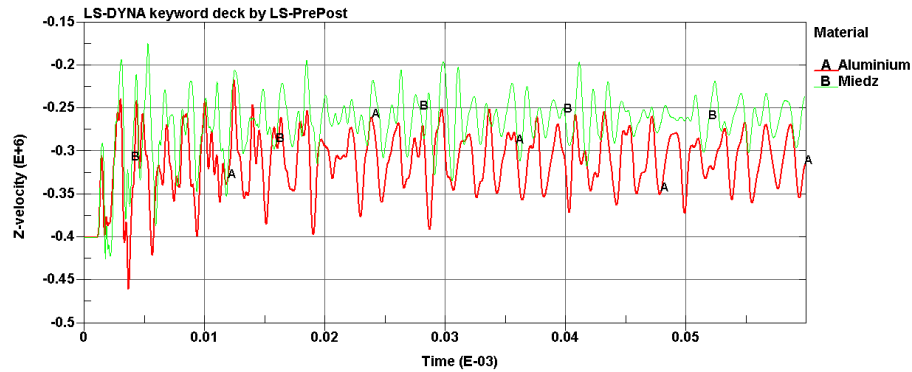
a) 2,5 mm płyta miedziana, prędkość początkowa 400 m/s



b) 2,5 mm płyta aluminiowa, prędkość początkowa 400 m/s

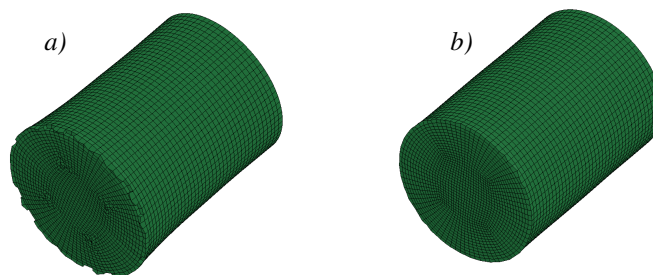
Rys. 3. Symulacja numeryczna procesu perforacji metalowej płyty

Fig. 3. Numerical simulation of metal plate perforation process



Rys. 4. Prędkość punktu środkowego elementu cylindrycznego przy prędkości początkowej 400 m/s

Fig. 4. Velocity of the cylinder center during perforation at initial velocity of 400 m/s



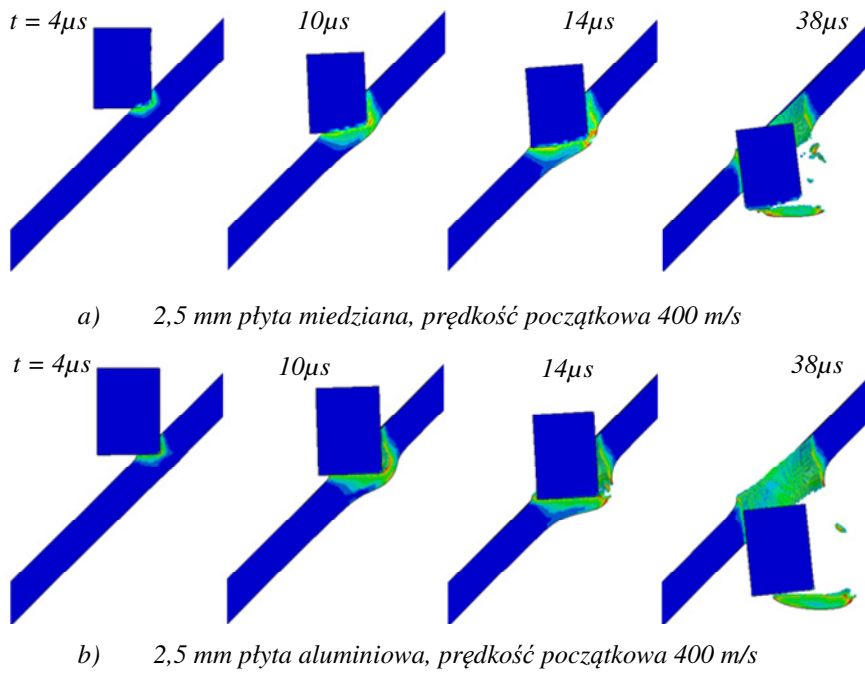
Rys. 5. Poziom zniszczenia elementu cylindrycznego w zderzeniu z płytą:  
a) miedzianą, b) aluminiową

Fig. 5. The level of cylinder projectile destruction in the collision with the plate:  
a) copper, b) aluminum alloys

#### 2.4.2. Wyniki dla uderzenia pod kątem $45^\circ$ przy prędkości 400 m/s

W kolejnym etapie rozważono uderzenie walca pod kątem  $45^\circ$  w stosunku do płyty. Przebieg procesu zniszczenia został przedstawiony na rysunku 6 dla wybranych chwil czasowych. W porównaniu do poprzedniego przypadku widoczny jest niewielki obrót pocisku i związana z tym różnica w procesie oddziaływania pomiędzy ciałami.

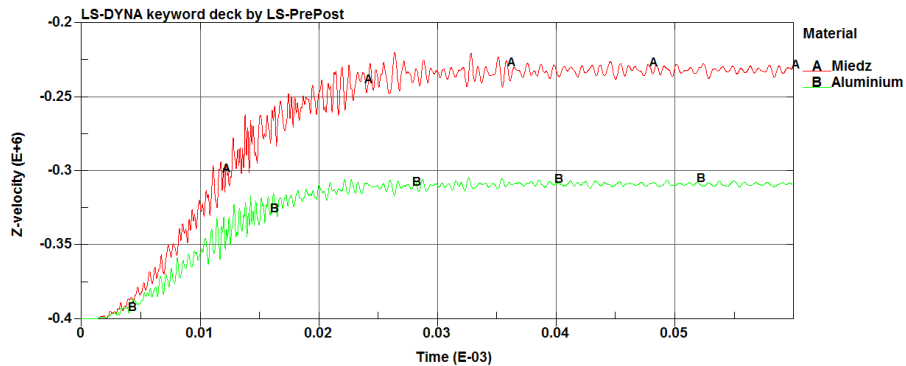




Rys. 6. Symulacja numeryczna procesu perforacji metalowej płyty

Fig. 6. Numerical simulation of metal plate perforation process

Dokonano również pomiaru prędkości punktu środkowego elementu cylindrycznego w celu określenia prędkości wyjściowej elementu penetrującego (rys. 7).

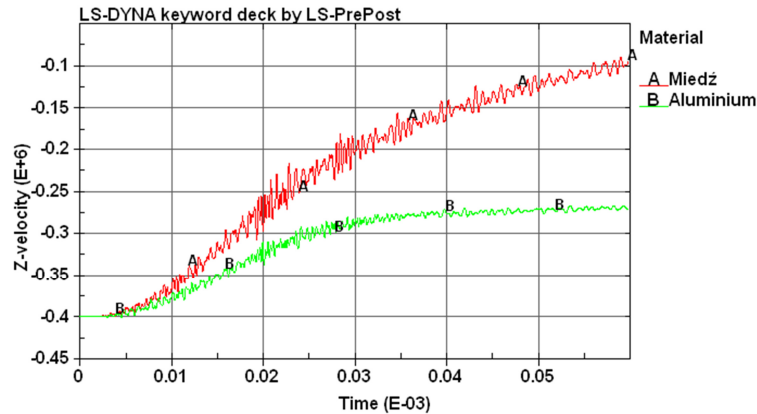


Rys. 7. Prędkość punktu środkowego elementu cylindrycznego przy prędkości początkowej 400 m/s

Fig. 7. Velocity of the cylinder center during perforation at initial velocity of 400 m/s

### 2.4.3. Wyniki dla uderzenia pod kątem $30^\circ$ przy prędkości 400 m/s

Ostatnim z rozważanych przypadków było zderzenie pod kątem  $30^\circ$ . Również w tym przypadku prześledzono przebieg procesu penetracji krok po kroku, a wyniki wraz z rozkładem odkształceń plastycznych, dla wybranych chwil czasowych, zaprezentowano na rysunku 9. Dokonano również pomiaru prędkości punktu środkowego elementu cylindrycznego w celu określenia prędkości wyjściowej elementu penetrującego (rys. 8).

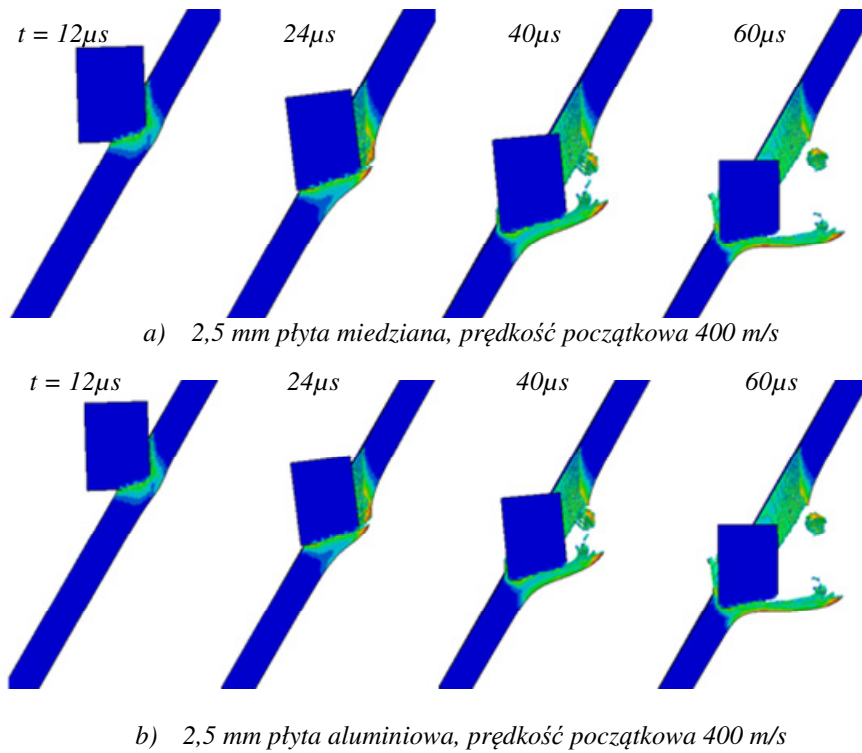


Rys. 8. Prędkość punktu środkowego elementu cylindrycznego przy prędkości początkowej 400 m/s

Fig. 8. Velocity of the cylinder center during perforation at initial velocity of 400 m/s

Przeprowadzone symulacje pozwoliły na określenie, poza stopniem deformacji konstrukcji oraz stanu jej wyczerpania, prędkości pocisku w trakcie całego procesu jego interakcji z płytą. Szczególnie istotna, z punktu widzenia ochrony obiektów za tarczą, jest prędkość pocisku w momencie całkowitego przebicia.

Zbyt duża prędkość, przy bardzo małym uszkodzeniu pocisku, oznacza jego dużą energię kinetyczną a tym samym dużą zdolność do penetracji kolejnych elementów. W analizowanym wariancie prędkość na wyjściu jest tak mała, że nie stwarza on większego zagrożenia dla kolejnych warstw.



Rys. 9. Symulacja numeryczna procesu perforacji metalowej płyty

Fig. 9. Numerical simulation of metal plate perforation process

#### 2.4.4. Zestawienie wyników końcowych

Przeprowadzono analizy dla prędkości 200, 400 i 800 m/s dla różnych kątów uderzenia 90, 60, 45 i 30°. Pozwoliło to na określenie granicznych wartości prędkości i kąta uderzenia, dla których następuje przebicie płyty. Wyniki pomiarów przedstawione zostały w tabeli 5.

Tabela 5. Zestawienie wyników dla analizy

Table 5. Numerical analysis results

Przebicie	Prędkość [m/s]		30°	45°	60°	90°
		Al	Tak	Tak	Tak	Tak
200		Cu	Brak	Tak	Tak	Tak
		Al	Tak	Tak	Tak	Tak
400		Cu	Tak	Tak	Tak	Tak
		Al	Tak	Tak	Tak	Tak
800		Cu	Tak	Tak	Tak	Tak
		Al	Tak	Tak	Tak	Tak

### 3. WNIOSKI

Wstępne analizy pozwoliły określić graniczne wartości prędkości oraz kąta zderzenia niezbędne do przebicia warstwy poszycia głowicy pocisku. W przypadku uderzenia prostopadłego ( $90^\circ$ ) prędkość ta wynosiła 200 m/s i rosła wraz ze zmniejszaniem kąta uderzenia. Przy uderzeniu pod kątem  $30^\circ$  wynosiła ona 400 m/s. Rozpatrzono wiele wariantów zderzenia – dla różnych prędkości z zakresu od 50 do 800 m/s oraz kątów uderzenia od  $30^\circ$  do  $90^\circ$ . Pozwoliło to na znaczne skrócenie dalszych obliczeń dzięki wyeliminowaniu wariantów, w których nie następuje przebicie płyty. Obecnie analizy są na etapie badania układów zespołów płyt.

*Artykuł zawiera wyniki pracy finansowanej przez NCBiR ze środków na naukę w latach 2010-2013 jako projekt rozwojowy nr O R00 0082 12.*

### LITERATURA

- [1] Hallquist J.O., *LS-Dyna Manual*, March 2006.
- [2] [www.altair.com](http://www.altair.com): *HyperWorks Tutorials*.
- [3] Panowicz R., Kołodziejczyk D., Sybilski K., Barnat W., Niezgoda T., Walidacja modelu dynamicznego oddziaływania elementu małowabarytowego z przeszkodą, *Mechanik*, nr 7 (CD), s. 657-662, 2011.
- [4] Panowicz R., Kołodziejczyk D., Sybilski K., Barnat W., Niezgoda T., Wstępna analiza oddziaływania cząstek kulistych z głowicą typu PG-7G, *Artykuł autorski z X Forum Inżynierskiego ProCAx*, Sosnowiec/Siewierz, 6-9 października 2011.
- [5] Wiśniewski A., Żochowski P., Symulacje numeryczne ostrzału stalowych pancerzy pasywnych poddanych różnym wariantom obróbki cieplno-plastycznej, *Mechanik*, nr 10, s. 836-840, 2011.
- [6] Johnson G.R., Lindholm U.S., Strain-rate effects in metals at large shear strains. Material behavior under high stress and ultrahigh loading rates, *Proc. 29<sup>th</sup> Sagamore Army Mater. Res. Conf.*, Lake Placid 1982, New York, 1983.
- [7] Vahedi K., Khazraiyani N., Numerical modeling of ballistic penetration of long rods into ceramic/metal armors, *8<sup>th</sup> International LS-DYNA Users Conference*, Dearborn, Michigan, 2004.
- [8] [http://www.mayr.in.tum.de/konferenzen/Jass09/courses/3/Churilova\\_presentation.pdf](http://www.mayr.in.tum.de/konferenzen/Jass09/courses/3/Churilova_presentation.pdf)
- [9] Churilova M., *Technology of EHIS Applied to the Automotive Parts Production*, Joint Advanced Student School, Saint-Petersburg, 2009.

## **Analysis of Process of Plate Piercing by Small Dimension Cylindrical Element**

Robert PANOWICZ, Damian KOŁODZIEJCZYK,  
Kamil SYBILSKI, Tadeusz NIEZGODA

**Abstract.** The article presents an initial verification of interaction of a small dimension cylindrical element with an obstacle in the form of a 2.5 mm thick metal shield. There were considered impacts at different velocities (200 , 400 and 800 m/s) and different impact angles (30, 45, 60 and 90°) for two different types of materials: aluminium alloy PA7 and copper tape. Based on these results, there was determined the area of changes which were formed in the material as a result of the impact. A three-dimensional numerical model was developed in HyperMesh system [1] and analyses of high-frequency phenomena were performed with the use of a nonlinear finite element method included in LD-Dyna software [2]. Implementation of numeric analyses would enable the investigation of the considered in the present work dynamic phenomena impossible to be recorded with experimental methods. Application of LS-Dyna enabled both the investigation of damages propagation in the subsequent time steps and stress distribution in the material. The tests carried out in the present work allowed more accurate knowledge of physics of a piercing process phenomenon.

**Keywords:** piercing power, numerical analysis, dynamics, finite element methods

