

Łukasz KNYPiŃSKI*

ALGORYTM OPTYMALIZACJI STRUKTURY BEZSZCZOTKOWEGO SILNIKA PRĄDU STAŁEGO Z WYKORZYSTANIEM POŁOWEGO MODELU ZJAWISK

W artykule przedstawiono koncepcję algorytmu optymalizacji wybranych parametrów obwodu magnetycznego bezszczotkowego silnika prądu stałego z zewnętrznym wirnikiem. Na podstawie algorytmu opracowano oprogramowanie w środowisku programistycznym Delphi. Oprogramowanie składa się z dwóch modułów: modułu do polowej symulacji zjawisk występujących w silnikach BLDC oraz programu optymalizacyjnego. Model matematyczny silnika zawiera równania pola elektromagnetycznego z uwzględnieniem nieliniowości materiałów ferromagnetycznych. Równania modelu maszyny sformułowano w oparciu o metodę elementów skończonych. Optymalizację parametrów silnika przeprowadzono przy użyciu algorytmu genetycznego. Rozpatrzono zadanie optymalizacji w którym, dla przyjętej stałej średnicy zewnętrznej stojana, zewnętrznego wirnika oraz długości pakietu maszyny optymalizowano obszar magnesów trwałych. Przedstawiono i omówiono wybrane wyniki obliczeń symulacyjnych i optymalizacyjnych.

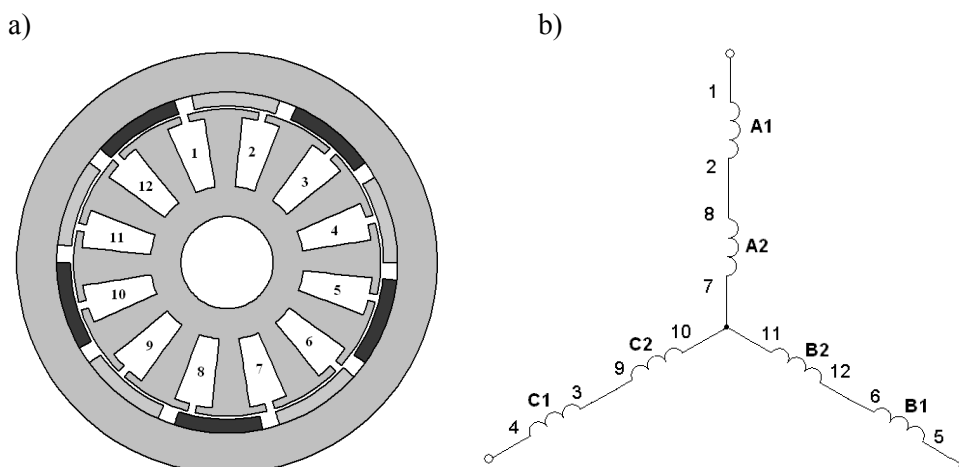
1. WPROWADZENIE

Współcześnie bardzo ważnym problemem jest efektywne wykorzystanie energii, której produkcja w większości oparta jest na spalaniu paliw kopalnych, co powoduje zwiększenie emisji gazów cieplarnianych. Oprócz zagrożeń ekologicznych w ostatnich latach obserwowane są stopniowe podwyżki cen energii elektrycznej. Z powyższych powodów, bardzo dynamicznie prowadzone są badania nad poprawą parametrów oraz nowymi konstrukcjami maszyn elektrycznych o wysokich sprawnościach. Dlatego w ostatnich latach obserwowany jest rozwój konstrukcji silników magnetoelektrycznych, wśród nich również bezszczotkowych silników prądu stałego (ang. Brushless Direct Current Motors – BLDC) z komutacją elektroniczną. Silniki te posiadają wiele zalet, takich jak: wysoką sprawność, duży stosunek momentu do masy, możliwość precyzyjnej regulacji obrotów oraz wysoką trwałość [17, 2]. Z tego powodu powstaje potrzeba poszukiwania nowych struktur oraz rozwoju metod obliczeniowych ukierunkowanych na optymalne projektowanie silników BLDC.

* Politechnika Poznańska.

Głównym celem pracy jest opracowanie sytemu komputerowego łączącego procedurę optymalizacyjną z algorytmem analizy stanów pracy bezszczotkowego silnika prądu stałego z zewnętrznym wirnikiem – na podstawie polowego opisu zjawisk elektromagnetycznych. Badania związane z rozwojem metod symulacji stanów pracy, w tym stanów nieustalonych i dynamicznych oraz algorytmów optymalizacji z wykorzystaniem metody elementów skończonych, pozwolą na zwiększenie stanu wiedzy w zakresie konstrukcji i projektowania silników BLDC. Ponadto, wykorzystanie rezultatów analizy polowo-obwodowej z procedurą optymalizacyjną, może wskazać nowe trendy konstrukcyjne oraz kierunki rozwoju struktur tego typu silników.

Strukturę obwodu magnetycznego silnika przedstawiono na rys. 1a. Rozpatrywany silnik ma 12 żłobków w pakietowanym wewnętrznym stojanie, w których znajduje się równomiernie rozłożone uzwojenie. Trójfazowe uzwojenie skojarzono w gwiazdę. Pojedyncze pasmo stojana tworzą dwie szeregowo połączone cewki, nawijane w taki sposób, aby uzyskać siłę elektromotoryczną rotacji o przebiegu trapezoidalnym [1]. Sposób rozmieszczenia uzwojenia w żłobkach przedstawiono na rysunku 1a. Zewnętrzny wirnik wykonano w postaci ferromagnetycznego walca, na którego powierzchni naklejono 10 magnesów trwałych. W prezentowanym silniku liczba żłobków z jest powiązana z liczbą par biegunów $2p$ według zależności $2p = z \pm 2$ [4].



Rys. 1. Bezszytkowy silnik prądu stałego z zewnętrznym wirnikiem:
a) struktura obwodu magnetycznego, b) schemat połączeń uzwojenia stojana

2. MODEL MATEMATYCZNY SILNIKA

W silnikach BLDC pole magnetyczne wytwarzane jest przez magnesy trwałe oraz uzwojenia stojana. Równanie opisujące nieustalone pole magnetyczne ma postać:

$$\operatorname{rot}\left(\frac{1}{\mu}\operatorname{rot}A\right)=J+J_M \quad (1)$$

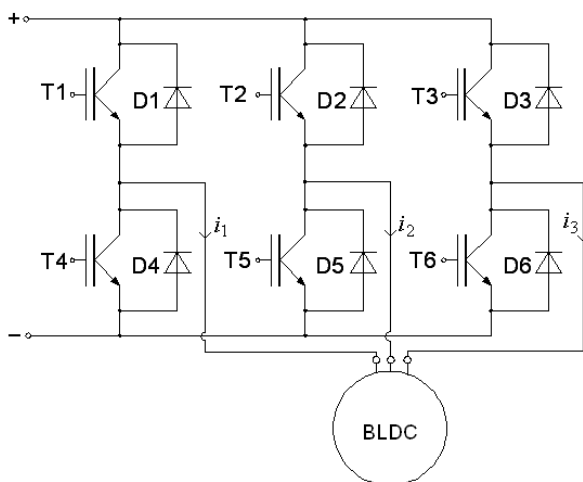
przy czym: μ – przenikalność magnetyczna środowiska, A – magnetyczny potencjał wektorowy, J – wektor gęstości prądów przewodnictwa w obszarze uzwojeń, $J_M = \operatorname{rot}M$, M – wektor magnetyzacji w obszarach z magnesami trwałymi [11].

Równania pola magnetycznego rozwiązywano metodą elementów skończonych. W tym celu dokonano dyskretyzacji czasu. W n -tym kroku czasowym dyskretny układ równań MES przyjmuje następującą postać:

$$S_n(\Phi_n)\Phi_n = z i_n + \Theta_{Mn} \quad (2)$$

w którym: $S_n(\Phi_n)$ – macierz sztywności układu, Φ_n – wektor potencjałów węzłowych, z – macierz zwojności, i_n – wektor prądów pasmowych, Θ_{Mn} – wektor sił magnetomotorycznych w obszarze z magnesami trwałymi [15].

W modelu matematycznym uwzględniono nieliniowość obwodu magnetycznego. Przyjęto, że silnik zasilany jest z komutatora elektronicznego zbudowanego z sześciu idealnych tranzystorów [14]. Schemat komutatora elektronicznego dla trójfazowego silnika sterowanego bipolarnie przedstawiono na rysunku 2.



Rys. 2. Schemat układu sterowania bipolarnego do zasilania trójfazowego uzwojenia połączonego w gwiazdę

Algorytm sterowania maszyny został opracowany na podstawie przebiegów sił elektromotorycznych w pasmach stojana. Algorytm przedstawiono w pracy [5]. Ruch zewnętrznego wirnika odwzorowano wykorzystując metodę powierzchni ślizgowej [11, 13].

Moment elektromagnetyczny został obliczony przy wykorzystaniu koncepcji wektora naprężeń powierzchniowych Maxwella [12] według wzoru:

$$T = \frac{l}{\mu_0(r_2 - r_1)} \int_s r_{av} B_r B_t ds \quad (3)$$

w którym: r_2 , r_1 – zewnętrzny oraz wewnętrzny promień pasma, $r_{av} = (r_1 + r_2)/2$, s – powierzchnia walca obejmującego wirnik maszyny, B_r , B_t – składowa promieniowa oraz styczna (obwodowa) indukcji magnetycznej na powierzchni s .

Jednym z ważniejszych parametrów charakteryzujących silniki elektryczne jest współczynnik określający tętnienia momentu elektromagnetycznego ε [15]. W opracowanym algorytmie modułu do symulacji stanów pracy silnika BLDC ε obliczano według zależności [16]:

$$\varepsilon = \frac{T_{\max} - T_{\min}}{T_{av}} \quad (4)$$

gdzie: T_{\max} , T_{\min} , T_{av} - wartość maksymalna, minimalna oraz średnia momentu elektromagnetycznego podczas jednego cyklu pracy komutatora elektronicznego.

3. ALGORYTM OPTIMALIZACJI

Opracowano procedurę optymalizacyjną, w której zastosowano algorytm genetyczny do wybranego wariantu zadania optymalizacji bezszcztkowego silnika prądu stałego z zewnętrznym wirnikiem.

Zadanie optymalizacji zostało sformułowane następująco: dla zadanych wartości długości pakietu maszyny oraz średnic zewnętrznej stojana i zewnętrznej wirnika wyznaczyć parametry magnesów oraz obszaru szczelinowego zapewniające wysoką średnią wartości momentu przy jednoznacznej minimalizacji współczynnika tętnień ε .

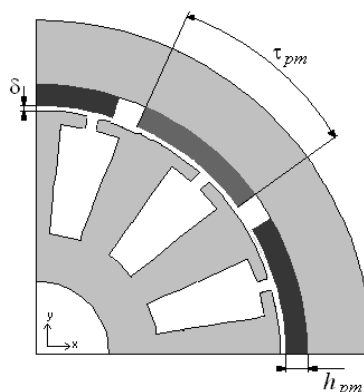
Obiekt opisano za pomocą trzech zmiennych decyzyjnych: $z_1 = \delta$ - długość szczeliny powietrznej, $z_2 = h_{pm}$ - wysokość magnesu oraz $z_3 = \tau_{pm}$ - rozpiętość kątowna magnesu – rys. 3. Zmienne decyzyjne tworzą wektor $z = [\delta \ h_{pm} \ \tau_{pm}]$.

Moduł do wyznaczania parametrów silnika BLDC połączony jest z procedurą optymalizacyjną poprzez procedurę do transformacji zmiennych decyzyjnych. Wszystkie operacje w programie optymalizacyjnym wykonywane są na zmiennych bezwymiarowych $s_j \in \langle 0, 1 \rangle$. Transformacja zmiennych decyzyjnych realizowana jest według reguł [6]:

$$s_j = \frac{(z_j - z_{min_j})}{(z_{max_j} - z_{min_j})} \quad (5)$$

przy czym: z_{min_j} , z_{max_j} – przewidywane wartości dolnych i górnych granic przedziałów zmienności zmiennych decyzyjnych z_j .

W pracach dotyczących zagadnień optymalizacji maszyn elektrycznych komutowanych elektronicznie przyjmujemy funkcję celu, w której występuje średnia wartość momentu elektromagnetycznego (parametr maksymalizowany) oraz wartość współczynnika pulsacji (parametr minimalizowany) [7]. W celu przetestowania dwumodułowego oprogramowania do optymalizacji silników BLDC, funkcję celu dla i -tego osobnika przyjęto postaci



Rys. 3. Przekrój maszyny z zaznaczonymi zmiennymi decyzyjnymi

$$f_i = \lambda_1 \left(\frac{T_{av_i}}{\hat{T}_{av_0}} \right) + \lambda_2 \left(\frac{\hat{\epsilon}_0}{\epsilon_i} \right) \quad (6)$$

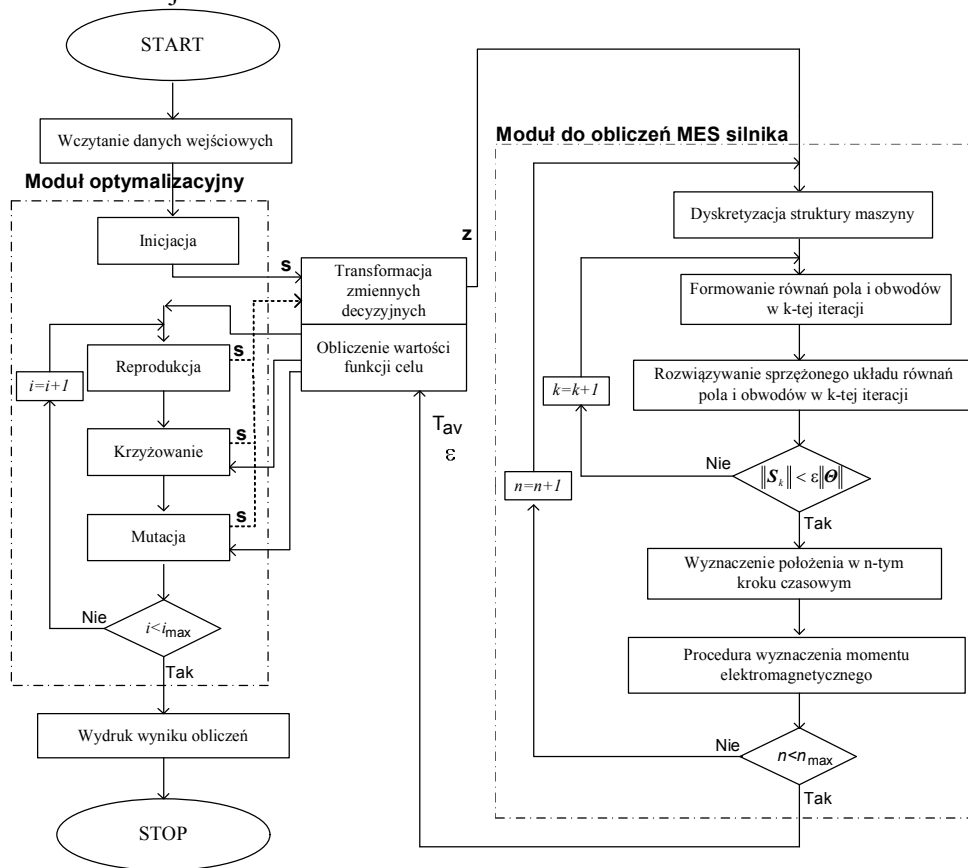
przy czym: λ_1, λ_2 – współczynniki wagowe, T_{av_i} – średnia wartość momentu elektromagnetycznego dla i -tego osobnika, \hat{T}_{av_0} – maksymalna wartość średniego momentu elektromagnetycznego po inicjacji, $\hat{\epsilon}_0$ – minimalna wartość współczynnika tętnień po inicjacji, ϵ_i – wartość współczynnika tętnień dla i -tego osobnika.

4. STRUKTURA OPROGRAMOWANIA

Oprogramowanie do optymalizacji struktury silnika BLDC składa się z dwóch modułów: programu optymalizacyjnego oraz modułu do polowej symulacji statycznych stanów pracy silnika BLDC. Schemat blokowy programu przedstawiono na rys. 4.

Oba moduły zostały połączone przez procedury: obliczania funkcji celu oraz transformacji zmiennych decyzyjnych. W procesie optymalizacji wykorzystywany jest wektor zmiennych unormowanych s , natomiast moduł do symulacji stanów pracy silników BLDC wykonuje obliczenia na podstawie wektora zmiennych rzeczywistych z .

W algorytmach genetycznych populacja osobników jest zbiorem możliwych rozwiązań analizowanego zadania. Pierwszą procedurą algorytmu jest *inicjacja* populacji początkowej. Generacja populacji początkowej odbywa się drogą losową poprzez losowanie kolejnych genów tworzących chromosomy – wartości zmiennych decyzyjnych. *Reprodukcja* polega na wyborze osobników z których tworzona jest nowa populacja. W przedstawionym autorskim algorytmie zastosowano metodę ruletki [10]. *Krzyżowanie* polega na losowym skojarzeniu osobników populacji w pary rodzicielskie i odbywa się z wykorzystaniem binarnej postaci zmiennych decyzyjnych (chromosomów). Po ustaleniu par rodzicielskich wybierany jest losowo punkt krzyżowania (metoda krzyżowania jednopunktowego). W wyniku operacji krzyżowania powstają nowe osobniki do których konieczne jest wyznaczenie wartości funkcji celu.



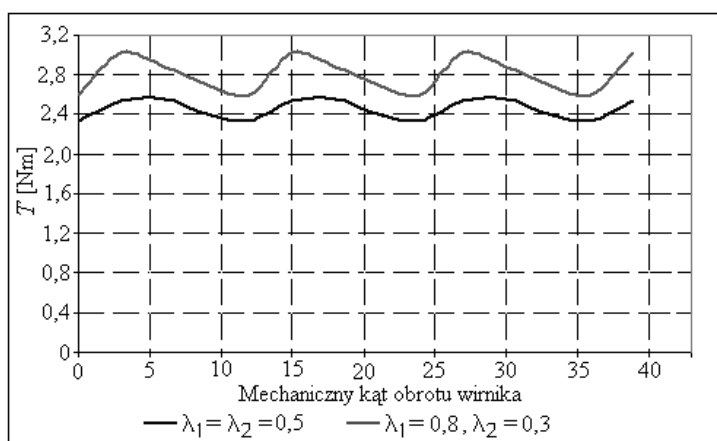
Rys. 4. Schemat blokowy dwumodułowego oprogramowania do optymalizacji silników BLDC

Ostatnim etapem algorytmu genetycznego jest *mutacja*. Polega ona na zanegowaniu (zamianie) losowo wybranego genu na przeciwny. W procedurach krzyżowania oraz mutacji możliwe jest utracenie najlepszego osobnika w populacji. W celu uniknięcia tego zjawiska w algorytmie zastosowano strategię elitarną polegającą na wymuszonym przeniesieniu najlepszego osobnika do następnego pokolenia [3].

W module do symulacji stanów pracy silnika BLDC najpierw przeprowadzana jest dyskretyzacja struktury maszyny a następnie formowany jest układ nieliniowych równań (2). Układ równań (2) rozwiązuje się wykorzystując iteracyjny algorytm Newtona-Raphsona [9]. W wyniku obliczeń modułu otrzymujemy średnią wartość momentu T_{av} oraz współczynnik tętnień ε .

5. PRZYKŁAD OBLICZENIOWY

Wykorzystując przedstawiony algorytm oraz oprogramowanie wykonano testowe obliczenia symulacyjne. Przyjęto następujące parametry algorytmu genetycznego: liczba osobników w populacji równa 36, wartość współczynnika mutacji $p_m=0,005$ oraz maksymalną liczbę generacji równą 40. Obliczenia symulacyjne wykonano dla dwóch zestawów wartości współczynników wagowych. W celu skrócenia czasu obliczeń rozpatrywano jeden cykl pracy komutatora elektronicznego. Obliczenia wykonano dla siatki dyskretyzującej przekrój poprzeczny maszyny składającej się z 10080 trójkątów oraz 5220 węzłów. Na podstawie uzyskanych wyników obliczeń modelu połowego silnika wyznaczono wartości: T_{av} oraz współczynnika tętnień ε . Porównanie przebiegów momentów elektromagnetycznych w funkcji mechanicznego kąta obrotu wirnika z uwzględnieniem przełączania pasm stojana przedstawiono na rys. 5.



Rys. 5. Przebiegi momentów elektromagnetycznych z uwzględnieniem komutacji pasm

W tabelach 1 i 2 przedstawiono wyniki obliczeń optymalizacyjnych dla różnych wartości współczynników wagowych. Dla wybranych pokoleń przedstawiono wartości: parametrów całkowitych silnika BLDC (T_{av} , ε), zmiennych decyzyjnych (δ , h_{pm} , τ_{pm}), f_{max} - wartość funkcji celu dla najlepszego osobnika w populacji oraz średnią wartość przystosowania dla całego pokolenia f_{av} .

Tabela 1. Wyniki obliczeń optymalizacyjnych dla współczynników wagowych $\lambda_1 = \lambda_2 = 0,5$

Numer pokolenia	T_{av} [Nm]	ε [-]	δ [mm]	h_{pm} [mm]	τ_{pm} [°]	f_{max} [-]	f_{av} [-]
1	1,9018	0,1803	1,1597	1,0044	30	0,8136	0,6783
5	2,4563	0,0944	1,1737	1,8599	33	0,9550	0,8821
10	2,4559	0,0876	1,1746	1,8599	33	0,9615	0,9369
15	2,4285	0,0861	1,1995	1,8296	33	0,9616	0,9458
20	2,4464	0,0863	1,1745	1,829	33	0,9616	0,9536
30	2,4464	0,0863	1,1745	1,8297	33	0,9616	0,9612
40	2,4464	0,0863	1,1745	1,8297	33	0,9616	0,9592

Na podstawie wyników przedstawionych w tabeli 1 można zaobserwować szybkie poprawianie się wartości przystosowania (f_{av}) dla całego pokolenia w początkowej fazie procesu. W 25 pokoleniu następuje stabilizacja poprawy przystosowania, ponieważ w populacji jest coraz więcej lepiej przystosowanych osobników. W 30 pokoleniu wszystkie osobniki zbliżone są przystosowaniem do najlepszego – proces optymalizacyjny można zakończyć. W pokoleniu 40 pod wpływem krzyżowania i mutacji ulega pogorszeniu średnia wartość funkcji przystosowania f_{av} .

Tabela 2. Wyniki obliczeń optymalizacyjnych dla współczynników wagowych $\lambda_1 = 0,8$ i $\lambda_2 = 0,3$

Numer pokolenia	T_{av} [Nm]	ε [-]	δ [mm]	h_{pm} [mm]	τ_{pm} [°]	f_{max} [-]	f_{av} [-]
1	2,7530	0,4199	1,1775	2,9449	30	0,8805	0,7625
5	3,0404	0,1858	0,6555	3,2146	33	0,8880	0,8662
10	2,8392	0,1114	0,8321	2,2302	33	0,8882	0,8808
15	2,8580	0,1055	0,8073	2,2302	33	0,9059	0,8881
20	2,8628	0,1054	0,8071	2,2294	33	0,9074	0,8963
30	2,8590	0,1043	0,8071	2,2567	33	0,9091	0,9085
40	2,8590	0,1043	0,8071	2,2567	33	0,9096	0,8982

W drugim przypadku większą wagę zastosowano w odniesieniu do momentu średniego i wówczas wartość momentu średniego wzrosła około 17%, ale niestety wzrasta także wartość współczynnika tętnień około 21%.

6. PODSUMOWANIE

W artykule przedstawiono wyniki obliczeń dla wybranego wariantu zadania optymalizacji silnika BLDC z zewnętrznym wirnikiem. Porównano wyniki obliczeń dla dwóch różnych zestawów współczynników wagowych. W kolejnych etapach prac planowane jest uzupełnienie modelu matematycznego silnika BLDC o równania opisujące przekształtnikowe układy zasilania i sterowania silnika oraz stworzenie modelu połowo-obwodowego zjawisk. Po wykonaniu tego etapu planowana jest realizacja zadania drugiego, dotycząca optymalizacji wybranych parametrów układu sterowania silnika. Przedstawiony algorytm jest bardzo czasochłonny dlatego zostaną również podjęte prace nad zmniejszeniem obliczeń procedury funkcji celu dla operatorów krzyżowania i mutacji.

LITERATURA

- [1] Cros J., Viarouge P., Synthesis of high performance PM motors with concentrated windings, *IEEE Transactions on Energy Conversion*, vol. 17, No. 2, pp. 1248-1253, 2002.
- [2] Chen J., Guo Y., Zhu J., Development of a high-speed permanent magnet brushless DC motor for driving embroidery machines, *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 43, No. 11, pp. 4004 – 4009, 2007.
- [3] Grzymkowski R., Kaczmarek K., Kiełtyka S., Nowak I., Wybrane algorytmy optymalizacji. Algorytmy genetyczne. Algorytmy mrówkowe, Wydawnictwo Pracowni Komputerowej Jacka Skalmierskiego, Gliwice 2008.
- [4] Ishak D., Zhu Z. Q., Howe D., Comparison of PM brushless motors, having either all teeth or alternate teeth wound, *IEEE Transactions on Energy Conversion*, vol. 21, No. 1, pp. 95 – 103, 2006.
- [5] Knypiński Ł., Nowak L., Field-circuit simulation of the dynamics of the outer rotor permanent magnet brushless DC motor, *COMPEL*, vol. 30, No. 2, pp 929 – 940, 2011.
- [6] Knypiński Ł., Nowak L., Sujka P., Radziuk K., Application of a PSO algorithm for identification of Jiles-Atherton hysteresis model, *Proceedings of VIII International Conference on Computation in Electromagnetics - CEM'2011*, 11 – 14 April 2011, Wrocław, pp. 134 – 135.
- [7] Łukaniszyn M., Kowol M., Optymalizacja obwodu magnetycznego silnika reluktancyjnego modułowego z wirnikiem zewnętrznym, *Proceedings of XLIII International Symposium on Electrical Machines – SME 2007*, 2 – 5 July 2007, Poznań, pp. 191 – 194.
- [8] Nowak L., Knypiński Ł., Optimization of the electromagnetic devices using genetic algorithm, *Computer Applications in Electrical Engineering*, Published by Institute of Electrical Engineering and Electronics, Poznań University of Technology, Poznań, pp. 103 – 116, 2008.

- [9] Nowak L., Modele polowe przetworników elektromechanicznych w stanach nieustalonych, Wydawnictwo Politechniki Poznańskiej, Poznań 1999.
- [10] Radziuk K., Magnetyczne układy regulacji i stabilizacji płożenia. Symulacja polowa stanów pracy, Rozprawa doktorska, Politechnika Poznańska, Poznań 2009.
- [11] Szelał W., Analiza stanów pracy i synteza silników synchronicznych magnetoelektrycznych, Wydawnictwo Politechniki Poznańskiej, Poznań 1998.
- [12] Sadowski N., Lefèvre Y., Lajoie – Mazenec M., Cros J., Finite element torque calculation in electrical machines while considering the movement, IEEE Transactions on Magnetics, vol. 28, No. 2, pp. 1410-1413, 1992.
- [13] Shi X., Le Menach Y., Ducreux J., Piriou F., Comparasion of slip surfach and moving band techniques for modeling movement in 3D with FEM, COMPEL, Vol. 25, No. 1, pp. 17-30, 2006.
- [14] Siostrzonek T., Bezczyjnikowy układ napędowy z bezszczotkowym silnikiw m prądu stałego z magnesami trwałymi (BLPMDCM) sterowany sygnałem proporcjonalnym do modułu prądu źródła, Rozprawa doktorska, Akademia Górniczo-Hutnicza, Kraków 2008.
- [15] Stachowiak D., Edge element analysis of brushless motors with inhomogeneously magnetized permanent magnets, COMPEL, vol. 23, No. 4, pp. 1119 – 1128, 2004.
- [16] Wróbel K., Tomczewski K., Łukaniszyn M., Wpływ sposobu optymalizacji na poziom pulsacji momentu przelączalnego silnika reluktancyjnego w pełnym zakresie pracy, Prace Naukowe Instytutu Maszyn, Napędów i Pomiarów Elektrycznych Politechniki Wrocławskiej, Nr 62, Studia i Materiały nr 28, 2008.
- [17] Wojciechowski R., Mendrela E., Demenko A., Magnetic field and toque in permanent magnet slot-less brushless motor with twin cylindrical rotor, Electrical Review, No. 12, pp. 246 – 251, 2009.

**ALGORITHM FOR THE STRUCTURE OPTIMIZATION
OF THE PERMANENT MAGNET BRUSHLESS DC MOTOR
EMPLOYING THE FINITE ELEMENT METHOD**

In the paper an idea of an algorithm and computer code for the structure optimization of the outer rotor permanent magnet brushless DC motor is presented. The software consists of two modules: a numerical model of the BLDC motor and an optimization solver. The mathematical model of the device includes the electromagnetic field equations with the nonlinearity of the magnetic core has been taken into account. The numerical implementation is based on the finite element method. For the optimization the genetic algorithm has been applied. The computer code has been elaborated using the Delphi environment. Selected results of the calculation and optimization are presented and discussed.