

Renata FILIPOWSKA

WPŁYW BUDOWY PROFILU NAJAZDU SKOCZNI NARCIARSKIEJ NA REAKCJĘ NORMALNĄ DZIAŁAJĄCĄ NA SKOCZKA PODCZAS ZJAZDU

Streszczenie

Obecnie projektowane i budowane skocznie narciarskie tworzone są w oparciu o wytyczne FIS. Pomimo to każda skocznia jest inna. Różnią się one wymiarami poszczególnych elementów oraz ich kątami nachylenia.

Na przykładzie sześciu dużych skoczni (K-120) pokazano, że dwa elementy mają wpływ na wartość reakcji w punkcie sąsiadującym z progiem: promień krzywizny w tym punkcie oraz długość rozbiegu od najniższego położenia belki startowej do początku progu.

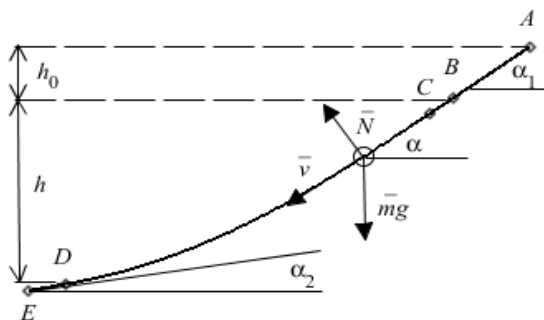
Dodatkowo dla każdej z rozpatrywanych skoczni została zaproponowana modyfikacja profilu najazdu. Dzięki niej możliwe byłoby obniżenie reakcji normalnej tuż przed progiem. Mogłoby to ułatwić skoczkom precyzyjne wyjście z progu i oddanie długiego skoku.

WSTĘP

Budowa skoczni narciarskich posiadających homologację FIS oparta jest o jasno wytyczone standardy i zasady. Na przestrzeni lat ulegały one ciągłym zmianom. Obecne wytyczne są wynikiem badań biomechanicznych oraz analiz skoków na różnych skoczniach. Skocznie wybudowane w oparciu o te normy umożliwiają zawodnikom oddawanie długich ale równocześnie bezpiecznych skoków. Przepisy dotyczące projektowania skoczni narciarskich dają jednak projektantom pewną swobodę i pozwalają dostosować jej profil np. do ukształtowania terenu. Poprzez te zdawałoby się mało znaczące różnice, skoczkowie preferują inne skocznie, na każdej z nich skacze im się inaczej. W tym artykule zostaną zestawione profile najazdu sześciu wybranych skoczni na świecie o punkcie konstrukcyjnym K-120 oraz porównane ich własności geometryczne i dynamiczne. Dodatkowo zostanie zaproponowana modyfikacja profilu najazdu ze względu na reakcję normalną działającą na skoczka podczas zjazdu, mająca na celu ułatwienie zawodnikom wyjścia z progu.

1. BUDOWA PROFILU NAJAZDU SKOCZNI NARCIARSKIEJ

Budowa profilu najazdu skoczni narciarskiej opiera się na zasadach geometrycznych [4].



Rys.1. Budowa profilu najazdu skoczni narciarskiej oraz siły działające na skoczka podczas zjazdu

Na rysunku 1 znajduje się schemat profilu najazdu spełniający normy narzucone przez FIS, gdzie punkt A będący początkiem odcinka prostoliniowego AC nachylonego pod kątem α_1 jest naj-

wyższym, a punkt B – najniższym położeniem belki startowej, łuk CD jest krzywą przejściową, natomiast odcinek DE nachylony pod kątem α_2 stanowi próg skoczni.

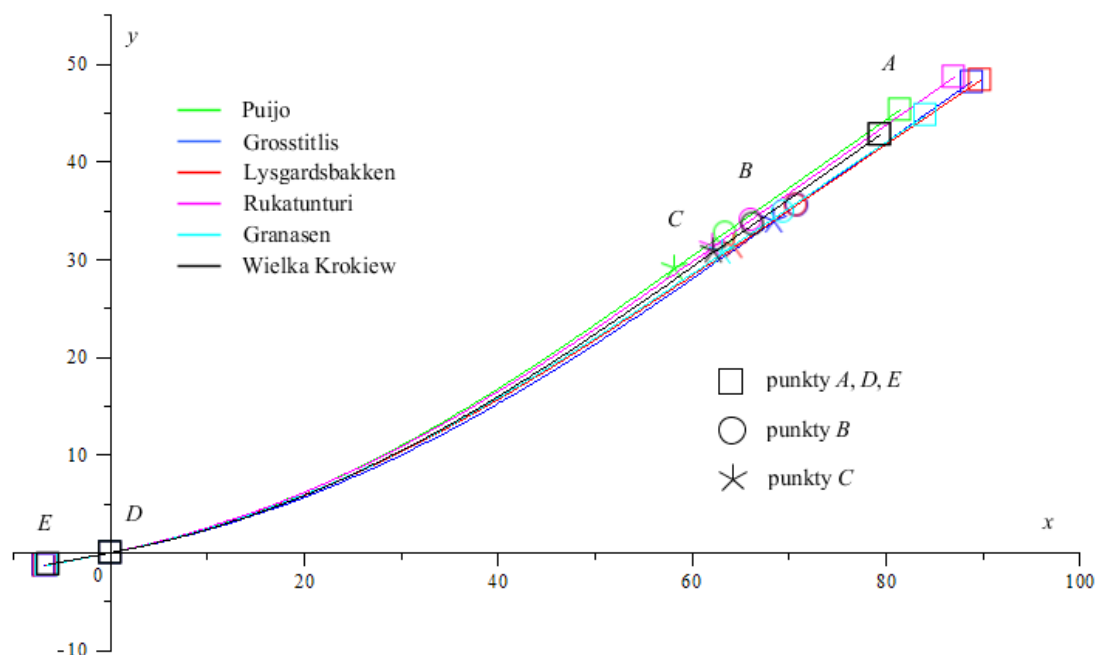
1.1. Profile najazdu wybranych skoczni narciarskich (K-120)

Pomimo szczegółowych wytycznych, skocznie tego samego rozmiaru różnią się między sobą, np. kątem nachylenia części startowej α_1 bądź progu α_2 , promieniem łuku CD tuż przed wejściem skoczka w próg, czy choćby długością części startowej AB bądź rozbiegu BD. Zawodnicy często mówią, że na danej skoczni skacze im się lepiej lub gorzej. Tabela 1 zawiera charakterystyczne wymiary sześciu wybranych skoczni dużych o punkcie konstrukcyjnym K-120 [3].

Na podstawie [4] w programie Maple™ wygenerowano zarysy rozpatrywanych skoczni, które zamieszczono na rysunku 2. Skoki oddawane na każdej z nich mają nominalną długość 120m, jednak można zauważyć, że ich profile najazdu zdecydowanie różnią się od siebie. Kąty nachylenia progu i części startowej są zbliżone, natomiast długość rozbiegu BD oraz wartość promienia krzywizny w punkcie sąsiadującym z progiem mają różne wymiary.

Tab.1. Charakterystyczne wymiary sześciu wybranych skoczni narciarskich [3]

Skocznia duża K-120	Kąt nachylenia części startowej α_1	Kąt nachylenia progu α_2	Promień na końcu krzywej przejściowej ρ_D	Długość rozbiegu BD
Puijo w Kuopio Finlandia	11°	35°	95 m	66 m
Grosstittlis w Engelberg Szwajcaria	10.5°	35°	110 m	73 m
Lysgårdsbakken w Lillehammer Norwegia	11°	34°	107 m	73 m
Rukatunturi w Kuusamo Finlandia	11.5°	35°	103 m	68 m
Granåsen w Trondheim Norwegia	11°	34°	105 m	71 m
Wielka Krokiew w Zakopanem Polska	10.5°	35°	100 m	68 m



Rys.2. Profile najazdu sześciu wybranych skocznii narciarskich o punkcie konstrukcyjnym K-120

2. WŁASNOŚCI GEOMETRYCZNE I DYNAMICZNE SKOCZNI NARCIARSKIEJ

Jeśli potraktujemy skoczka jako punkt materialny (Rysunek 1) i skorzystamy z drugiego prawa Newtona, otrzymamy wzór na reakcję normalną N :

$$N = mg \cos \alpha \pm m \frac{v^2}{\rho} \quad (1)$$

Reakcja N jest miarą obciążenia nóg skoczka podczas zjazdu. Składa się ona z części statycznej, która zależy wprost proporcjonalnie od ciężaru skoczka mg i cosinusa kąta α nachylenia stycznej do toru zjazdowego oraz z części dynamicznej, wprost proporcjonalnej do masy skoczka m i kwadratu jego prędkości v oraz odwrotnie proporcjonalnej do promienia krzywizny ρ .

Pomijając tarcie i siły oporu oraz biorąc pod uwagę zasadę zachowania energii mechanicznej, można uzależnić prędkość skoczka od jego położenia podczas zjazdu:

$$v^2 = 2g(h + h_0 - y(x)) \quad (2)$$

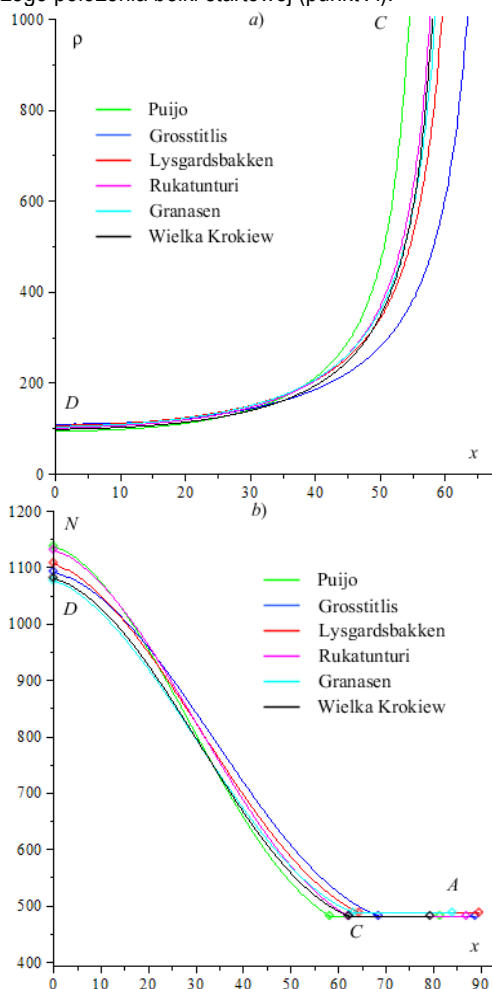
Jeśli weźmiemy pod uwagę wzór na promień krzywizny ρ , gdzie znak „+” odpowiada wypukłości krzywej $y(x)$ w dół, a znak „-” w górę oraz skorzystamy ze związku łączącego funkcję trygonometryczną kąta α z pochodną krzywej:

$$\rho(x) = \pm \frac{(1 + (y'(x))^2)^{\frac{3}{2}}}{y''(x)}, \quad \cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{1 + (y'(x))^2}} \quad (3)$$

wówczas uwzględniając wzory (1)–(3) otrzymuje się, niezależnie od wypukłości, równanie różniczkowe opisujące zależność reakcji normalnej N od zarysu krzywej i jej pochodnych:

$$N(x) = 2mg \frac{h + h_0 - y(x)}{(1 + (y'(x))^2)^{\frac{3}{2}}} + mg \frac{1}{(1 + (y'(x))^2)^{\frac{1}{2}}} \quad (4)$$

Na podstawie równania (4), wygenerowano reakcję normalną toru, jaka działa na skoczka o masie 60kg podczas zjazdu po każdej z sześciu rozpatrywanych skocznii, za każdym razem startując z najwyższego położenia belki startowej (punkt A):



Rys.3. Promienie krzywizny (a) i reakcje normalne (b) podczas zjazdu po profilach najazdu sześciu wybranych skocznii narciarskich

Biorąc pod uwagę tabelę 1 oraz rysunki 2 i 3 można zauważyć, że w przypadku skoczni Puijo oraz Rukatunturi reakcja normalna w punkcie D jest wyraźnie większa niż dla pozostałych czterech skoczni. Trzy skocznie Grosstiltis, Lysgårdsbakken, Granåsen, dla których reakcja normalna w punkcie sąsiadującym z progiem ma porównywalną wartość, mają również zbliżoną wartość promienia krzywizny tuż przed wejściem skoczka w próg oraz długość rozbiegu BD od najniższego położenia belki startowej do progu. Kąty α_1 i α_2 nachylenia części startowej oraz progu dla wszystkich rozpatrywanych skoczni są niemalże identyczne, różnią się zaledwie 1° . Pozwala to przypuszczać, że dwa elementy w budowie profilu najazdu: długość rozbiegu BD oraz wartość promienia krzywizny w punkcie D mają wpływ na reakcję normalną w tym punkcie. Im większy jest promień krzywizny ρ_D i im dłuższy rozbieg BD , tym większa jest reakcja N_D . Dodatkowo można zauważyć, że reakcja normalna podczas zjazdu po krzywej przejściowej w przypadku każdej skoczni rośnie w miarę zbliżania się skoczka do progu i w punkcie D osiąga maksimum.

3. MODYFIKACJA PROFILU NAJAZDU SKOCZNI NARCIARSKIEJ

Na przestrzeni lat zarysy skoczni podlegały ciągłej ewolucji. FIS określił obowiązujące normy dotyczące budowy skoczni [4], jednak wciąż podejmowane są próby wyznaczenia profilu, który ułatwiłby skoczkom zjazd i wyjście z progu, a w konsekwencji oddanie długiego skoku [2, 6].

Biorąc pod uwagę wnioski z poprzedniego rozdziału, postanowiono poszukać profilu najazdu, który charakteryzowałby się reakcją normalną rosnącą w miarę zbliżania się skoczka do progu ale jej maksimum w punkcie D byłoby mniejsze niż w przypadku istniejących skoczni narciarskich.

W obecnie budowanych skoczniach narciarskich, w końcowej fazie zjazdu po krzywej przejściowej CD , nogi skoczka obciążone są siłą bezwładności, przekraczającą 60% ciężaru ciała. Na pewno utrudnia to skoczkom precyzyjne wyjście z progu. Obniżenie siły bezwładności, którą określa składowa dynamiczna reakcji normalnej N opisanej zależnością (1), jest możliwe przez zmniejszenie masy lub prędkości skoczka. Nie jest to możliwe do zrealizowania, gdyż zawodnicy muszą mieć BMI określone wytycznymi FIS, a zbyt mała prędkość wyjścia z progu uniemożliwi im oddanie dalekiego skoku. Inną możliwością jest zwiększenie promienia krzywizny w okolicy wejścia w próg skoczni (punkt D). Można to uzyskać poprzez wprowadzenie w miejsce odcinka BC oraz krzywej przejściowej CD jednej krzywej. Reakcja normalna podczas zjazdu po niej powinna charakteryzować się opisanymi wcześniej własnościami. Można przypuszczać, że dla takiego profilu zarówno promień krzywizny w okolicy punktu D jak i rozbieg BD będą większe niż w obecnie budowanych skoczniach.

W celu znalezienia zmodyfikowanego profilu najazdu, spośród różnych krzywych opisujących reakcję normalną, cechujących się wspomnianymi wyżej własnościami, wybrano funkcję wielomianową określoną za pomocą trzech parametrów:

$$N(x) = p - qx^6 - sx^7 \quad (5)$$

Równanie różniczkowe (4) zawierające nieznaną reakcję $N(x)$ opisaną zależnością (5) należy rozwiązać ze względu na poszukiwaną krzywą $y(x)$ określającą zarys skoczni BD od najniższego położenia belki startowej do początku progu.

Dzięki takiej postaci reakcji, po właściwym doborze wartości parametrów p , q oraz s , rozwiązanie równania różniczkowego drugiego rzędu (4) spełni pięć warunków: cztery brzegowe określające współrzędne punktów B i D oraz kąty α_1 i α_2 nachylenia stycznych

do profilu w tych punktach, które są takie same jak w przypadku istniejących skoczni oraz piąty fizyczny, dotyczący wartości reakcji normalnej w punkcie B :

$$y(x_B) = y_B, \quad y'(x_B) = \tan(\alpha_1), \quad y(x_D) = y_D, \quad y'(x_D) = \tan(\alpha_2), \quad N(x_B) = 0 \quad (6)$$

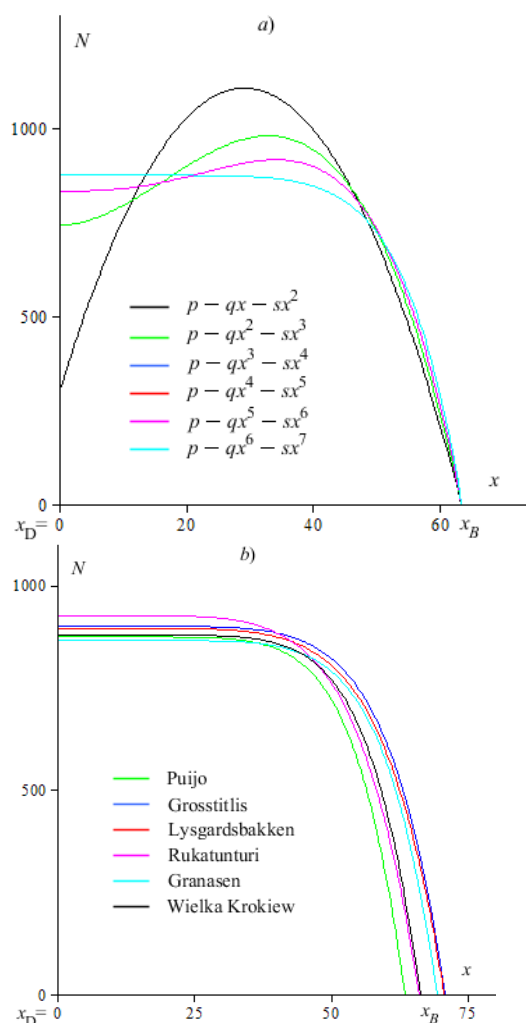
Wykorzystując równanie (5) oraz fizyczny warunek (6), można zapisać związek pomiędzy poszukiwanymi parametrami:

$$p = qx_B^6 + sx_B^7 \quad (7)$$

Mamy tu do czynienia z zagadnieniem brzegowym, w którym liczba warunków brzegowych jest o 3 większa od rzędu równania różniczkowego. Aby uzyskać rozwiązanie tak nietypowo postawionego problemu, skorzystano z iteracyjnej metody strzałów [6] zastosowanej do zagadnienia brzegowego z nadmiarową liczbą warunków brzegowych [1].

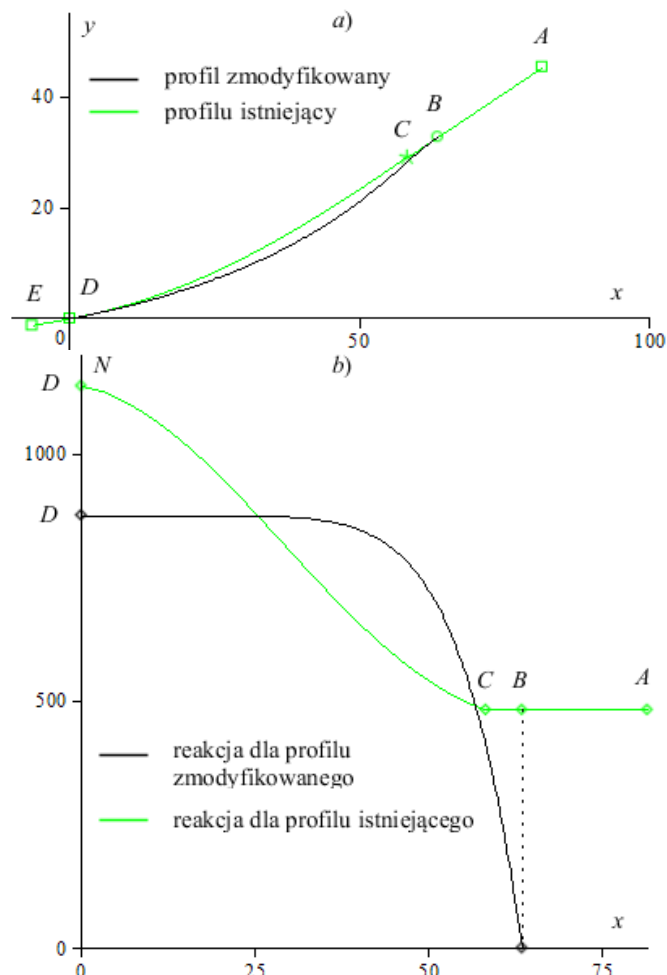
Tab.2. Zestawienie wybranych parametrów dla sześciu istniejących skoczni narciarskich oraz ich zmodyfikowanych profili najazdu

Skocznia duża K-120	Skocznia istniejąca	Skocznia zmodyfikowana					
	N_D	ρ_D	p	q	s	ρ_D	Długość BD
Puijo	1127	876	1.488	-0.437	1.926	162	72
Grosstiltis	1083	902	1.533	-0.007	1.540	175	80
Lysgårdsbakken	1098	897	1.524	0.502	1.023	178	80
Rukatunturi	1122	928	1.578	1.240	0.338	163	75
Granåsen	1067	867	1.473	-0.545	2.018	182	78
Wielka Krokiew	1072	880	1.496	-0.532	2.028	167	75



Rys.4. a) Różne postaci reakcji normalnych dla zmodyfikowanego profilu najazdu skoczni Puijo w Kuopio b) Reakcje normalne opisane zależnością (5) dla sześciu zmodyfikowanych profili skoczni narciarskich

Na rysunku 4a przedstawiono reakcje normalne dla skoczni Puijo w Kuopio opisane wielomianami od drugiego do siódmego stopnia włącznie. Można zauważyć, że zmniejszanie stopnia wielomianu określającego reakcję normalną z jednej strony obniża wartość reakcji w punkcie D ale równocześnie sprawia, że maksimum występuje zanim skoczek dojedzie do progu. Może to być niekorzystne, mylące dla zawodników, którzy przyzwyczajeni są do narastającej w miarę zbliżania się do progu reakcji normalnej. Dlatego też reakcja opisana za pomocą wielomianu siódmego stopnia wydaje się optymalną, gdyż rośnie od punktu B do punktu D , w którym osiąga maksimum.



Rys.5. a) Zestawienie istniejącego oraz zmodyfikowanego profilu najazdu skoczni Puijo w Kuopio b) Reakcje normalne dla istniejącego oraz zmodyfikowanego profilu najazdu skoczni Puijo w Kuopio

Obserwując tabelę 2 oraz rysunek 5b można zauważyć, że wartość reakcji w punkcie D jest mniejsza niż w przypadku istniejących skoczni narciarskich. Dodatkowo obniżeniu reakcji normalnej towarzyszy zwiększenie promienia krzywizny w tym punkcie oraz wydłużenie części rozbiegu BD . Na rysunku 4a zestawiono istniejący i zmodyfikowany profil najazdu skoczni Puijo, a na rysunku 4b znajdują się ich reakcje normalne.

WNIOSKI

Porównanie własności geometrycznych i dynamicznych profili najazdu sześciu dużych skoczni narciarskich o punkcie konstrukcyjnym K-120 pozwoliło wysnuć przypuszczenie, że wielkość reakcji normalnej przed wejściem skoczka w próg najprawdopodobniej zależy od wielkości promienia krzywizny w punkcie sąsiadującym z progiem oraz od długości rozbiegu, począwszy od najniższe-

go położenia belki startowej (punkt B) do początku progu (punkt D). Im większy jest promień krzywizny ρ_D oraz długość rozbiegu BD , tym mniejsza jest reakcja normalna N_D . Dodatkowo zaobserwowano, że dla każdej z sześciu rozpatrywanych skoczni, wykres reakcji normalnej ma taki sam charakter. Reakcja rośnie w miarę zbliżania się skoczka do progu i przy wejściu do niego osiąga maksimum. Bazując na tych spostrzeżeniach zaproponowano modyfikację istniejącego profilu skoczni narciarskiej, dzięki której dla każdego rozpatrywanego profilu skoczni wyznaczono profil zmodyfikowany. Charakter reakcji normalnej został zachowany ale jej wartość przed wejściem skoczka w próg została obniżona przy równoczesnym zwiększeniu promienia krzywizny w tym punkcie jak i wydłużeniu rozbiegu BD . Zmniejszenie reakcji w punkcie D będącej miarą obciążenia nóg skoczka podczas zjazdu mogłoby ułatwić zawodnikom wyjście z progu i oddanie długiego skoku.

BIBLIOGRAFIA

1. Filipowska R., The iterative shooting method applied to the modeling of the in-run profile of a ski jumping hill. Applied Mechanics and Materials, Vol.712, 2015
2. http://skipol.pl/inne_sporty_skoki/artukul/7981-rewolucja-inzynieryjna-w-skokach-skipol-dotarl-do-planow (data publikacji: 2014-11-18)
3. http://skisprungschanzen.com/_profile (data dostępu: 2010-03-09)
4. www.fis-ski.com/inside-fis/document-library/ski-jumping/index.html (data dostępu: 2014.10.23)
5. Rao S. S., Applied numerical methods for engineers and scientists, Prentice Hall, Upper Saddle River, New York, 2002
6. Zanevskyy I., A Power function profile of a ski jumping In-run Hill. Acta of Bioengineering and Biomechanics, Vol.13, No.4, 2011

THE INFLUENCE OF THE CONSTRUCTION OF THE IN-RUN PROFILE OF A SKI JUMPING HILL ON A NORMAL REACTION FORCE ACTING ON A SKI JUMPER DURING DOWNHILL RIDE

Abstract

The in-run profiles of the ski jumping hills designed and constructed nowadays are created based on the standards FIS, nonetheless each ski jumping hill is different. They differ in the dimensions of the various components and angles of inclination.

Taking into consideration the six large ski jumping hills (K-120) demonstrated, that two components have impact on the value of the normal reaction force at the point bordering on the take-off table: the radius of curvature at this point and the length of the in-run from the lowest start place to beginning of the take-off table.

Additionally, for each considered ski jumping hill was proposed the modification of the in-run profile. Thanks to that it would be possible to reduction of the

normal reaction force before the take-off table. This could facilitate for the ski jumper to take off and perform a good jump.

Autor:

Filipowska Renata - Politechnika Krakowska im. Tadeusza Kościuszki, Wydział Mechaniczny, al. Jana Pawła II 37, 31-864 Kraków, renata.filipowska@op.pl