

## MAPA ZASADNICZA JAKO ŹRÓDŁO INFORMACJI PRZY WYZNACZANIU CIENI W PERSPEKTYWIE

Anna STELMASZCZYK, Zdzisław ANDRZEJOWSKI

Politechnika Łódzka, Katedra Geodezji, Kartografii Środowiska  
i Geometrii Wykreślnej, Al. Politechniki 6, Łódź, POLAND  
e-mail: astelm@p.lodz.pl

**Streszczenie.** Konstrukcja cieni w perspektywie wymaga wyznaczenia punktu zbiegu promieni słonecznych oraz jego rzutu na płaszczyznę podstawy. Wszystkie publikacje o charakterze dydaktycznym realizują ten punkt wykorzystując bezpośrednio kąt podniesienia i azymut – parametry odczytane z odpowiednich tablic. Zakłada się więc, że promień główny obserwacji ustawiony jest w kierunku południe – północ, co w praktyce zdarza się rzadko.

W niniejszym artykule omawiany jest sposób wyznaczenia i uwzględnienia poprawki azymutu w graficznej i analityczno – graficznej konstrukcji cienia wykorzystując mapę dla celów projektowych (zasadniczą).

**Słowa kluczowe:** azymut światła, kąt podniesienia, perspektywa, cień.

### 1. Wstęp

Analiza rozkładu światła i cieni na obiekcie projektowanym oraz na jego otoczeniu jest konieczna ze względów estetycznych, funkcjonalnych, zdrowotnych jak i prawnych.

Obiekty budowlane powinny być tak projektowane by były zgodne z miejscowym planem zagospodarowania przestrzennego i nie naruszały interesów osób trzecich.

Takim naruszeniem interesów prawnych osób trzecich może być ograniczenie dopływu światła dziennego w skutek zabudowy działki sąsiedniej. Konieczność przeprowadzenia analizy rozkładu światła w projektowanym obiekcie jak i jego wpływ na oświetlenie działek sąsiednich wynika wprost z Rozporządzenia Ministra Gospodarki Przestrzennej i Budownictwa z dnia 14.12.94. Paragraf 57 tego rozporządzenia brzmi:

„Pomieszczenie przeznaczone na pobyt ludzi powinno mieć zapewnione oświetlenie naturalne, dostosowane do przeznaczenia, kształtu, (...)”, a paragraf 60 brzmi: „Pokój mieszkalny oraz pomieszczenie przeznaczone do zbiorowego przebywania dzieci w żłobku, przedszkolu i szkole (...) powinny mieć zapewniony czas nasłonecznienia co najmniej 3 godziny w dniach równonocy (21 marca i 21 września) w godzinach 8 – 16”.

Problem zacienienia i ograniczenia dostępu światła na skutek prowadzonych inwestycji na działkach sąsiednich jest problemem technicznym pociągającym za sobą skutki prawne [2].

### 2. Graficzny sposób wyznaczenia poprawki azymutu światła.

Analizę oświetlenia i cieni najprościej możemy przeprowadzić sposobem graficznym stosując znane konstrukcje z geometrii wykreślnej lub sposobem analityczno – graficznym. Konstrukcja cieni w perspektywie wymaga wyznaczenia punktu zbiegu promieni słonecznych oraz jego rzutu na płaszczyznę podstawy.

Wszystkie publikacje o charakterze dydaktycznym realizują ten punkt w sposób pokazany na rys. 2a, wykorzystując dwa parametry opisujące przebieg promieni słonecznych.

Są to: kąt podniesienia (lub wysokości) słońca  $\omega$  decydujący o długości cienia oraz azymut  $\lambda$  - parametry odczytane z tablic [3].

Zgodnie z definicją – azymut jest to kąt między rzutem kierunku promienia słonecznego na płaszczyznę podstawy, a kierunkiem południa (w astronomii). Jeśli słońce świeci od

strony wschodniej to azymut ma znak ujemny, a od strony zachodniej znak dodatni. Z tej definicji wynika, że azymut „realny” może przyjmować wartości w zakresie  $-90^{\circ} < \lambda < 90^{\circ}$  i nie ma związku z układem obserwacyjnym perspektywy.

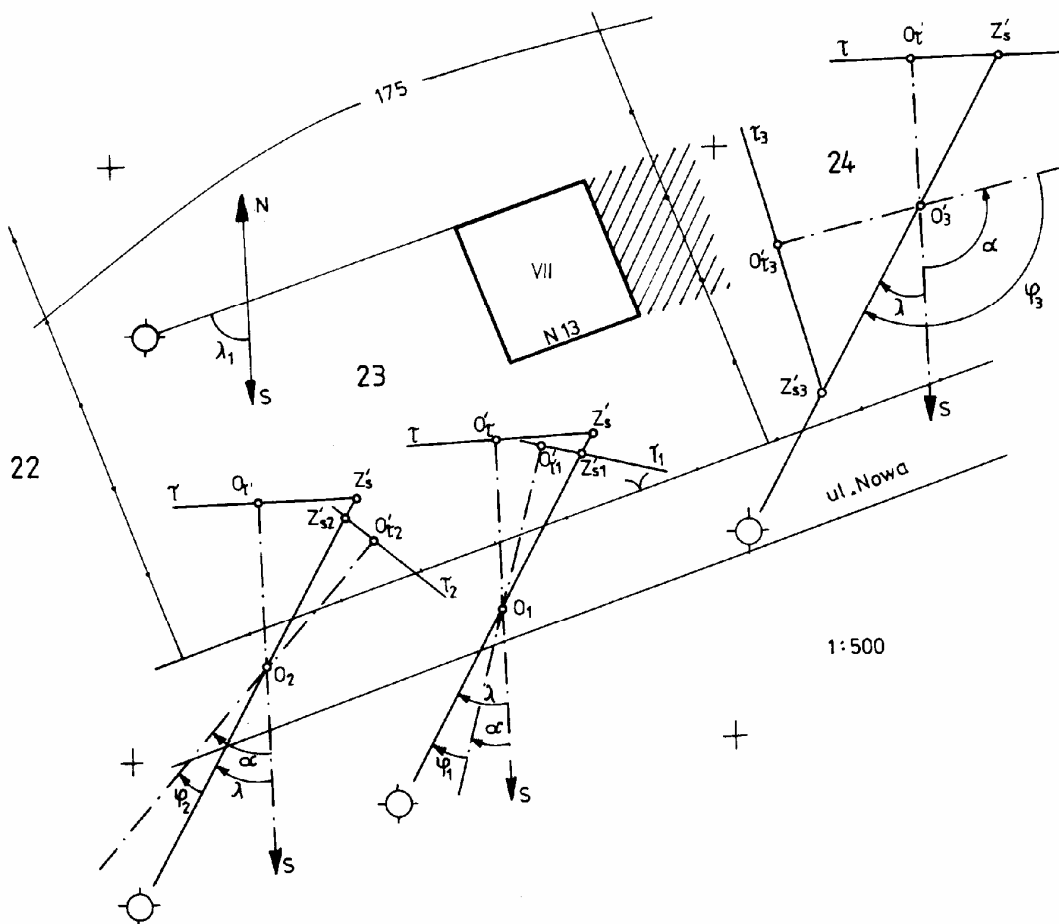
Jako układ obserwacyjny rozumiemy zorientowane w układzie prostokątnym mapy: poziomą płaszczyznę podstawy (terenu)  $\pi$ , pionową płaszczyznę obrazu (tła)  $\tau \perp \pi$ , oko rysownika  $O$ , stanowisko rysownika  $S$ , będące rzutem prostokątnym oka na płaszczyznę podstawy, promień główny obserwacji przechodzący przez oko i prostopadły do tła.

Realizacja punktu słonecznego w oparciu o azymut  $\lambda$  zakłada przyjęcie promienia głównego obserwacji w kierunku południe - północ, co w praktyce rzadko się zdarza.

Przy wyborze położenia stanowiska i kierunku obserwacji należy brać pod uwagę jego „realność” po zrealizowaniu projektu jak również to, które elewacje chcemy odwzorować [1].

Ponadto, przyjmowane w podręcznikach dowolne wartości azymutu  $\lambda$  dopuszczają absurdalną sytuację słońca świecącego od strony północnej.

Kąt  $\lambda$  w konstrukcji punktu zbiegu światła stosowanej w podręcznikach (rys.2a) nie może więc być azymutem odczytanym z tablic dla danej szerokości geograficznej, daty i godziny lecz kątem  $\varphi$ , który jest azymutem poprawionym o kąt skrętu układu obserwacyjnego  $\alpha$  względem kierunku południe – północ. Nazwiemy go kątem orientującym położenie osi głównej układu obserwacyjnego.



Rys.1. Lokalizacja stanowisk obserwacyjnych na mapie zasadniczej

Niezbędne informacje służące rozwiązaniu problemów zasygnalizowanych wyżej można uzyskać z mapy dla celów projektowych (mapa w skali 1:500 lub 1:1000) z usytuowanymi na niej analizowanymi obiektami. Takim materiałem projektant dysponuje zawsze, gdyż jest to integralny składnik projektu architektonicznego.

Mapa umożliwia optymalny wybór stanowiska i kierunku obserwacji dla osiągnięcia zamierzonego celu plastycznego oraz dostarcza danych do skorygowania azymutu światła.

Przyjęto zasadę, że podobnie jak w przypadku azymutów, kąt skręcenia osi głównej w kierunku wschodnim przyjmie znak ujemny, a w kierunku zachodnim znak dodatni.

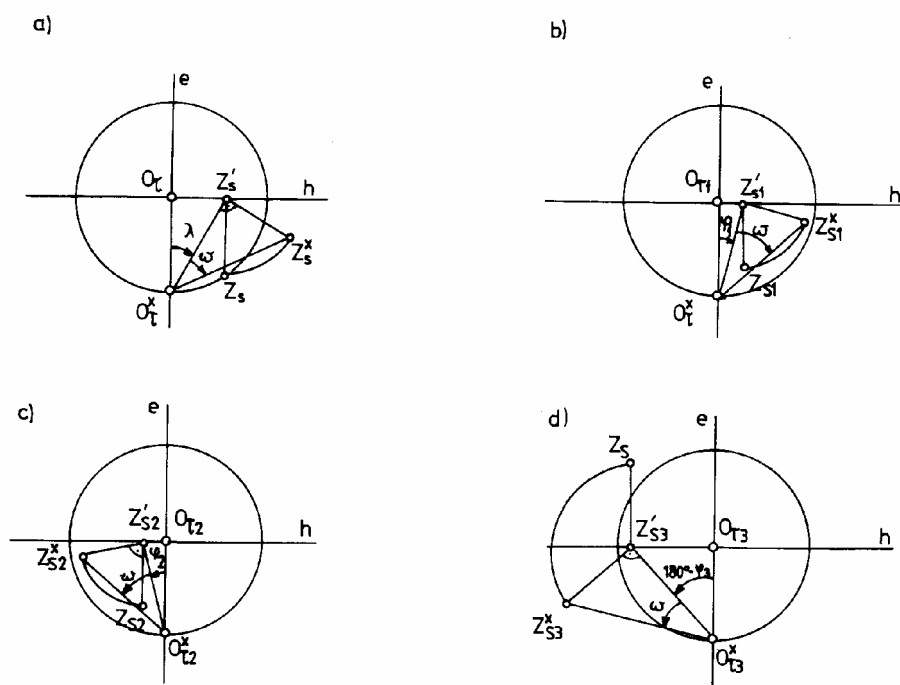
Wartość kąta orientującego wyznaczmy z wzoru  $\varphi = \lambda - \alpha$  (jego wartość odczytujemy graficznie). Na rysunku 1 pokazano trzy przykładowe wersje usytuowania układu obserwacyjnego przy czym w każdym z nich pokazano sytuację gdy poprawka azymutu (kąt skręcenia)  $\alpha$  ma wartość równą 0, czyli gdy  $\varphi = \lambda$ .

Dla  $O_1$  przyjęto  $0 < \alpha < \lambda$  stąd  $\varphi_1 = \lambda - \alpha$  czyli  $\varphi_1 > 0$  - słońce mamy z tyłu z lewej strony.

Dla  $O_2$  przyjęto  $0 < \lambda < \alpha$  stąd  $\varphi_2 = \lambda - \alpha$  czyli  $\varphi_2 < 0$  - słońce mamy z tyłu prawej strony.

Dla  $O_3$  przyjęto  $\alpha < 0$  czyli  $\varphi_3 = \lambda - (-\alpha) = \lambda + \alpha$  - słońce z lewej przed nami.

W oparciu o tak oznaczone kąty orientujące  $\varphi$  (poprawione azymuty) możemy wyznaczyć punkty zbiegu  $Z_s$  światła i ich rzuty na płaszczyznę podstawy  $Z_s'$  - rys. 2 dla każdego z przypadków przedstawionych na rys. 1.



Rys. 2. Realizacja punktów  $Z_s$  i  $Z_s'$  w oparciu o poprawione azymuty (kąty orientujące)  $\varphi$ .

Dysponując punktami  $Z_s$  i  $Z_s'$  możemy wyznaczyć rozkład światła i cieni na interesujących nas obiektach i ich otoczeniu dla konkretnej pozycji słońca.

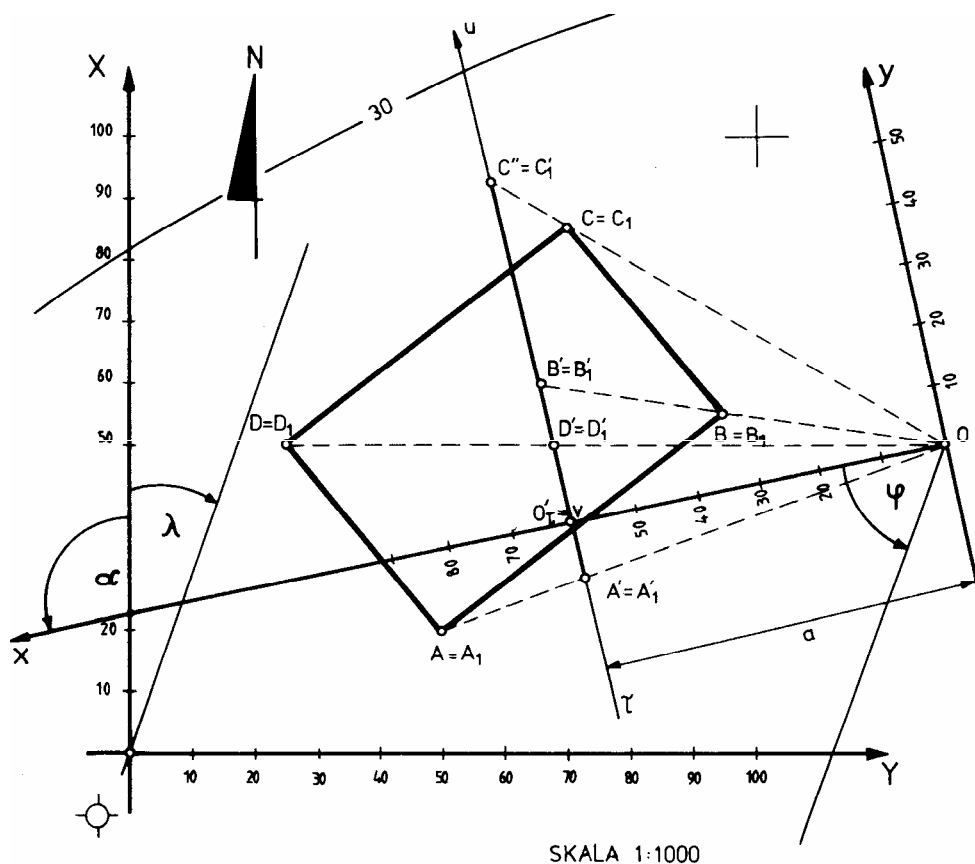
Na rysunkach 1 i 2 przedstawiono sytuację na dzień równonocy wiosennej (21.III i 21.IX) dla  $52^\circ$  szerokości geograficznej o godz.  $13^{40} - \lambda \approx 30^\circ, \omega \approx 34^\circ$ .

Mapa zasadnicza daje nam także możliwość określenia azymutu światła słonecznego przy którym obiekt projektowany najmocniej zacienia działkę sąsiednią - po najkrótszej drodze do granicy - na rys.1. azymut  $\lambda_1$ .

Dla tak określonego azymutu na podstawie tablic [3], możemy oszacować godzinę, a więc i kąt  $\omega$  dla którego to kąta należy wyznaczyć cień rzucony w wybranym do analizy dniu. Możemy w ten sposób wyeliminować nieistotne - z punktu widzenia cienia rzuconego na działkę sąsiednią - położenia słońca.

### 3. Analityczno-graficzny sposób wyznaczania poprawki azymutu światła.

Dane projektowe są współrzędnymi geodezyjnymi odwzorowanymi w układzie osi  $X, Y, H$ , w którym kierunek osi  $OX$  pokrywa się z kierunkiem południe-północ. Układ ten rzadko pokrywa się z układem obserwacyjnym, konieczne zatem jest przeliczenie danych czyli dokonanie transformacji układu do położenia dogodnego dla obserwatora. Układ lokalny  $(x, y, h)$  ma swój początek w punkcie, który pokrywa się ze środkiem rzutów a oś  $ox$  jest promieniem głównym obserwacji.



Rys. 3. Projekt zagospodarowania terenu z określonym układem lokalnym, płaszczyzną tła oraz rzutem kierunku promienia słonecznego.

Dla ustalonych współrzędnych  $(X_0, Y_0, H_0)$  środka rzutów oraz kąta  $\alpha$  skrętu płaszczyzny  $XY$ , przejście z układu pierwotnego do układu wtórnego odbywa się przy zastosowaniu wzorów [4]:

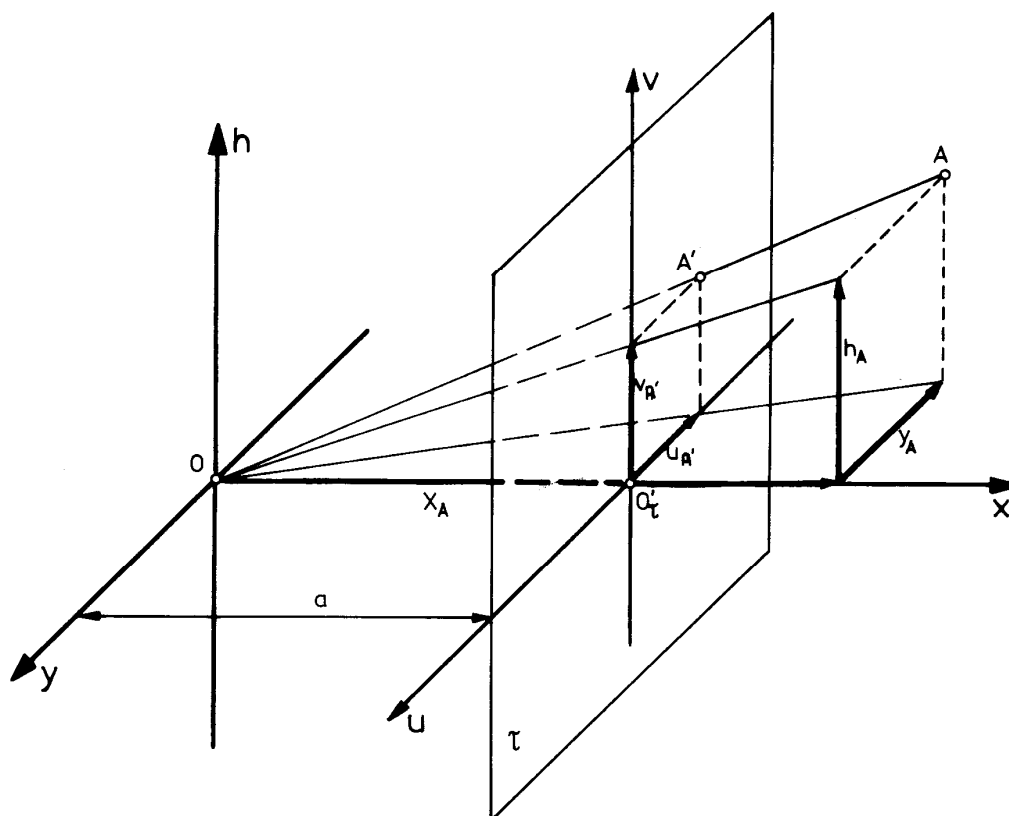
$$\begin{cases} Y - Y_0 = y \cos \alpha - x \sin \alpha \\ X - X_0 = y \sin \alpha + x \cos \alpha \end{cases} \quad (1)$$

Współrzędne wysokościowe punktów określone zostają analitycznie jako różnica rzędnej punktu oraz wysokości środka rzutów (punktu obserwacji).

Rys.3 przedstawia przykładowy projekt obiektu naniesiony na mapę w skali 1:1000. Na projekcie wprowadzono również rzut promienia słonecznego rozpatrując sytuację dla oświetlenia na dzień 21 III dla  $52^{\circ}$  szerokości geograficznej o godz.  $13^{00}$  przy  $\lambda \approx 19^{\circ}$ ,  $\omega \approx 36^{\circ}$ . Poprawiony azymut, czyli kąt  $\phi$ , wyznaczono poprzez wprowadzenie promienia o zadanym kierunku przechodzącego przez pkt.  $O$

Dobierając położenie płaszczyzny tła można przeliczyć współrzędne prostokątne na współrzędne perspektywiczne. Poniższe wzory oraz rysunek przedstawiają tę zależność [5]:

$$\begin{aligned} u &= ay/x \\ v &= ah/x \end{aligned} \quad (2)$$



Rys.4 Zależności między współzrzednymi projektowymi i perspektywicznymi.

W tabeli nr 1 zamieszczone zostały dane projektowe:  $A, A_1, B, B_1, C, C_1, D, D_1$ , ich współzrzedne dla obranego układu obserwacji obiektu oraz współzrzedne perspektywiczne dla ustalonej głębokości tłowej.

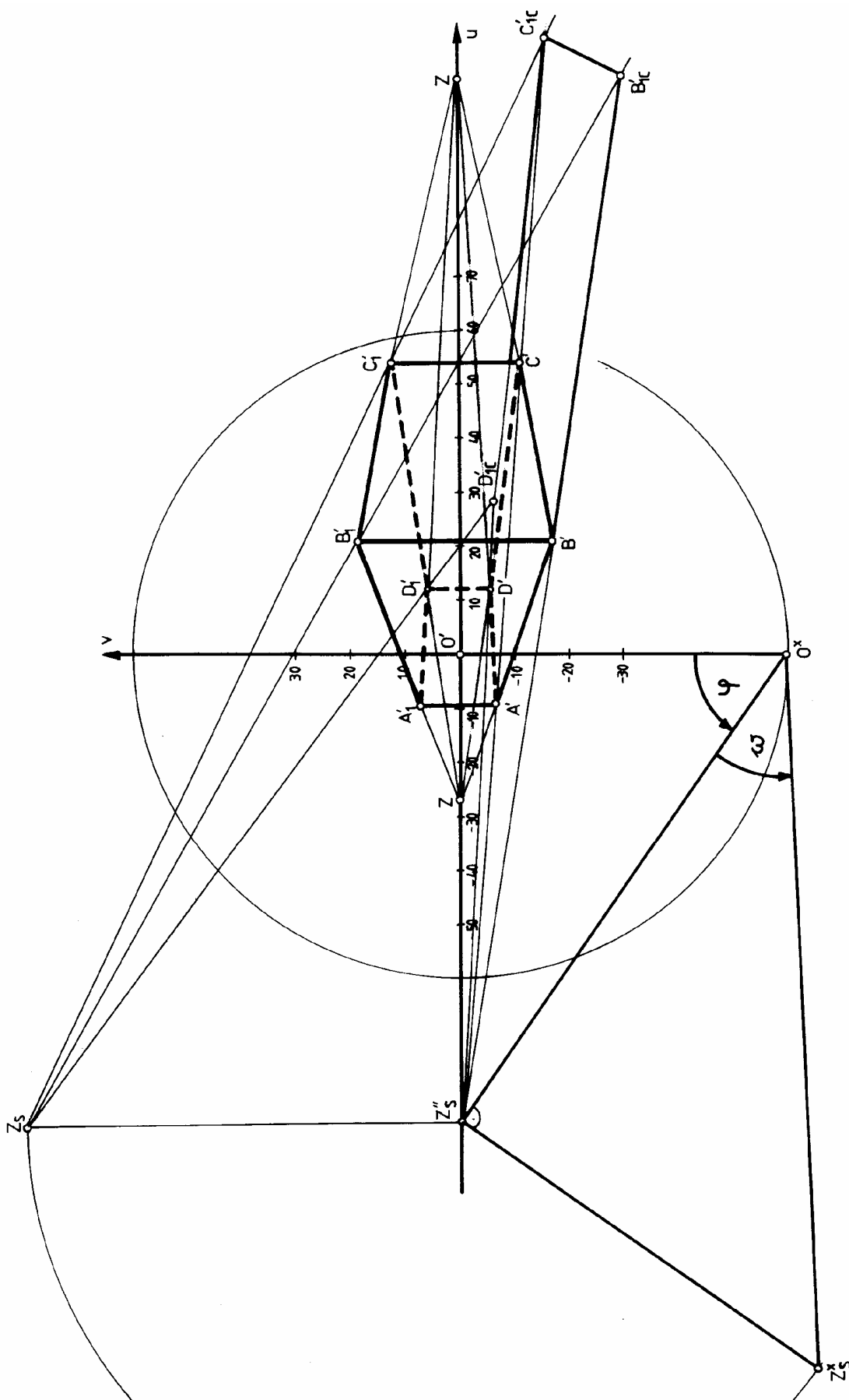
	<b>X</b>	<b>Y</b>	<b>H</b>	<b>x</b>	<b>y</b>	<b>h</b>	<b>u</b>	<b>v</b>	
	[mm]	[mm]	[m]	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	
A	20	50	30.5	84.4	-12.8	-9.5	-9.1	-6.8	a = 60
A <sub>1</sub>	20	50	50.5	84.4	-12.8	10.5	-9.1	7.5	
B	55	95	30.5	33.2	11.9	-9.5	21.5	-17.2	O (50,130,40)
B <sub>1</sub>	55	95	50.5	33.2	11.9	10.5	21.5	18.9	
C	85	70	30.5	51.3	46.2	-9.5	54.0	-11.1	$\alpha = 105^\circ$
C <sub>1</sub>	85	70	50.5	51.3	46.2	10.5	54.0	12.3	
D	50	25	30.5	102.6	21.4	-9.5	12.5	-5.6	
D <sub>1</sub>	50	25	50.5	102.6	21.4	10.5	12.5	6.1	

Tabela 1. Zestawienie danych projektowych oraz współzrzednych perspektywicznych.

Współzrzedne (u,v) zamieszczone w tabeli 1 zostały odwzorowane w układzie osi uv. Perspektywę projektowanej bryły przedstawia rys. 5.

Punkt zbiegu promieni słonecznych można wyznaczyć analitycznie jako punkt przecięcia płaszczyzny tła promieniem o ustalonym kącie podniesienia  $\omega$ .

Realizację punktu słonecznego  $Z_S$  jak i całą konstrukcję cienia projektowanej bryły można wykonać także metodą graficzną (rys.5) w sposób opisany np. w [1].



Rys.5 Perspektywa projektowanej bryły.

**Literatura**

- [1] ANDRZEJOWSKI Z., PAWŁOWSKI W., PRZEWŁOCKI S.: *Geometria wykreślna w praktyce inżynierskiej*. Skrypt PŁ, 2002.
- [2] KOŚKA T.: *Konstrukcje podstawowe geometrii wykreślnej jako element ekspertyz w postępowaniu administracyjnym*. Z.N. Budownictwo Nr 45 PŁ.
- [3] TWAROWSKI M.: *Słońce w architekturze*. Arkady, Warszawa 1996.
- [4] LEITNER R.: *Zarys matematyki wyższej*. Wydawnictwo Naukowo-Techniczne, Warszawa 1997.
- [5] PRZEWŁOCKI S., CZOCHAŃSKI M., KOWALSKI G.: *Geodezja i kartografia dla Inżynierii Środowiska i Architektury*. Skrypt PŁ, 1994.

**THE FUNDAMENTAL MAP AS ADDITIONAL INFORMATION SOURCE FOR DRAFTING SHADOWS IN PERSPECTIVE**

Construction of the shadows in perspective needs to state the vanishing point of the sun beams and its projection on the basis plane.

In all didactic publication these two points are realized based on the parameters (angle of inclination and azimuth) taken directly from appropriate tables. These constructions are correct only for situation when the main beam of observation has S – N orientation. In practice such position is very rare.

In this paper we consider the way of regard of azimuth correction in graphical construction of shadows with the usage of the map for designed purpose.

Recenzent: prof. dr hab. Bogusław GROCHOWSKI

Praca wpłynęła do Redakcji w czerwcu 2003 roku