

**Tomasz WĘGIEL, Dariusz BORKOWSKI**  
Politechnika Krakowska

## **ANALIZA DRGAŃ HYDROZESPOŁU Z GENERATOREM WZBUDZANYM MAGNESAMI TRWAŁYMI**

### **VIBRATIONS ANALYSE OF HYDROSET WITH PM GENERATOR**

**Streszczenie:** Temat podjęty w pracy dotyczy analizy i interpretacji wyników pomiarowych drgań dla generatorów wzbudzanych magnesami trwałymi (75kW) różniących się konstrukcyjnie rozwiązaniami stojana przy zachowaniu jednakowych gabarytów. Generatory zainstalowano w zintegrowanych z turbiną śmigłową hydrozespołach pracujących w Małej Elektrowni Wodnej. Jeden ze generatorów posiadał pewne błędy konstrukcyjne, co było przyczyną generacji drgań o znacznych poziomach w stosunku do przypadku generatora o konstrukcji poprawnej. W pracy podjęta została próba odpowiedzi na pytanie, co jest podstawową przyczyną generacji drgań w generatorach o omawianej konstrukcji i na co powinni zwracać uwagę konstruktorzy by nie popełniać błędów przy projektowaniu. W tym celu poddano teoretycznym analizom jakościowym problem powstawania sił promieniowych wskutek naciągu magnetycznego.

**Abstract:** Subject undertaken in this work concerns on analysis and interpretation of the vibration measurement results for the permanent magnet generators (75kW) with the fact that they differ structurally of stator solutions while maintaining the same dimensions. Generators are installed in the integrated turbine propeller set working in a small hydropower plant. One of these cases has some structural errors, which leads to the generation of significant levels of vibration as compared to the case of the correct structure. The study was undertaken to answer the question, what is the reason of vibration for generators with mentioned construction and discussed to what designers should pay attention in order to avoid mistakes during designing process. Qualitative theoretical analyses of the magnetic pool for this purpose are discussed in the paper.

**Słowa kluczowe:** generator synchroniczny z magnesami trwałymi, naciąg magnetyczny, analiza drgań  
**Keywords:** PM synchronous generator, magnetic pull, vibration analyses

### **1. Wstęp**

W modelowaniu maszyn z magnesami trwałymi dużo miejsca poświęca się określeniu momentów zaczepowych. Momenty te mają pasożytniczy charakter dlatego poszukuje się różnych sposobów ich ograniczenia. Problem ten jest dosyć dobrze rozpoznany i opisany w literaturze. Między innymi w pracy [1] dokonano szerokiego przeglądu literatury dotyczącej tego zagadnienia. Wspomniane momenty zaczepowe bywają przyczyną powstawania dodatkowych niepożądanych drgań lecz należy sobie zdać sprawę, że nie są jedyną przyczyną powstawania zjawisk pasożytniczych. Temat podjęty w pracy dotyczy uzupełnienia metodycznych aspektów modelowania maszyn z powierzchniowo montowanymi magnesami trwałymi na wirniku o przypadki uwzględniania promieniowych naciągów magnetycznych. Rozważania te mają na celu wyprowadzenie zależności analitycznych opisujących siły naciągu magnetycznego i udzielenie odpowiedzi na pytanie, czy bazując na klasycznych założeniach modelowania jest możliwa jakościowa

analiza drgań promieniowych powstających na powierzchni zewnętrznej stojana. Dla współczesnych rozwiązań maszyn z magnesami z Ziemi Rzadkich typu NdFeB można przyjąć, że tzw. oddziaływanie twornika jest niewielkie, więc miarodajnym dla analiz naciągów magnetycznych może być stan bezprądowy. W celach analiz zostaną zatem wykorzystane analityczne formuły dla przypadku stanu bezprądowego w którym rozkład pola magnetycznego uzależniony jest jedynie od sposobu rozłożenia magnesów na powierzchni wirnika i rozwiązań konstrukcyjnych stojana związanych ze sposobem rozłożenia uzwojeń. Tak postawione założenie stwarza możliwości jakościowego określenia pulsacji sił naciągu magnetycznego odpowiedzialnych za powstawanie drgań promieniowych. Uzupełnieniem rozważań teoretycznych przedstawianych w dalszej części pracy są wyniki pomiarów dla dwóch generatorów różniących się w szczególności liczbą oraz szerokością otwarcia żłobków stojana.

## 2. Zależności analityczne opisujące siły naciągu magnetycznego w maszynie wzbudzanej magnesami trwałymi

W wyniku wieloletnich badań wykryto wpływ różnych czynników na wartości sił naciągu magnetycznego. Przegląd przyczyn powstawania i skutki naciągów magnetycznych scharakteryzowano między innymi w pracy [2].

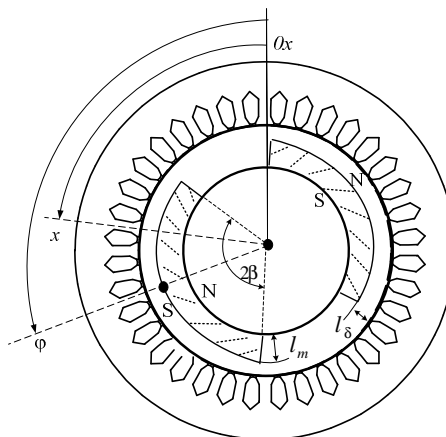
Za najważniejsze z punktu widzenia maszyn z magnesami trwałymi można uznać niesymetrię elektryczną i magnetyczną elementów maszyny oraz niewłaściwie skonstruowany obwód magnetyczny w tym źle dobrana liczba oraz szerokość otwarcia żłobków stojana.

Promieniowy naciąg magnetyczny może być obliczany z zależności energetycznych jak i również wykorzystując formuły opisujące powierzchniowe naprężenia Maxwella [3], co jest jednym z wygodniejszych sposobów dla przeprowadzenia analiz tego zjawiska w maszynie z magnesami trwałymi. Jednostkową siłę naciągu magnetycznego działającą na powierzchnię stojana można więc zapisać następująco [3]

$$f_r(x, \varphi) = \frac{[B_{PM}(x, \varphi)]^2}{2\mu_0} \quad (1)$$

gdzie  $B_{PM}(x, \varphi)$  jest składową normalną rozkładu indukcji pola magnetycznego występująca na powierzchni wewnętrznej stojana.

W pracy skupiono się w pierwszej kolejności nad maszynami z wirnikiem cylindrycznym o powierzchniowo mocowanych magnesach na wirniku (Rys. 1), dla których przyjęto założenie odnośnie liniowej aproksymacji charakterystyki odmagnesowania magnesu trwałego  $B_m = B_r + \mu_0 \cdot \mu_{rm} \cdot H_m$ . Dla tych rozwiązań konstrukcyjnych znane są formuły analityczne opisujące rozkład pola magnetycznego. W modelach tych geometria obwodu magnetycznego jest scharakteryzowana za pomocą funkcji permeancji jednostkowej  $\lambda(x, \varphi)$  [1], [4].



Rys. 1. Przekrój maszyny z magnesami trwałymi

Składową radialną pola magnetycznego wzbudzoną magnesami trwałymi przedstawia formuła [1]

$$B_{PM}(x, \varphi) = B_m(x - \varphi) \frac{\lambda(x, \varphi)}{\lambda_{\delta m}} + C_{PM}(x, \varphi) \quad (2)$$

gdzie

$$\lambda_{\delta m} = \frac{\mu_0}{l_{\delta} + l_m / \mu_{rm}} \quad \text{- permeancja jednostkowa}$$

wyznaczona przy założeniu gładkiej cylindrycznej powierzchni stojana,

$B_m(x - \varphi)$  - funkcja opisująca rozkład pola magnetycznego w stanie bezprądowym maszyny wzbudzanej magnesami trwałymi przy założeniu gładkiego stojana.

Zależność funkcyjna  $C_{PM}$  we wzorze (2) wynika z warunku bezźródłowości pola magnetycznego i jest dla maszyn o symetrycznej budowie tożsamościowo równa zero.

Funkcję rozkładu pola dla maszyny z gładkim stojanem można przedstawić w postaci szeregu Fouriera [1]

$$B_m(x - \varphi) = \sum_{\zeta \in Q} B_{m\zeta} \cdot e^{j\zeta(x - \varphi)} \quad (3)$$

gdzie zbiór  $Q = \{\dots -5p, -3p, -p, p, 3p, 5p, \dots\}$

Rozwinięcie w szereg Fouriera funkcji permeancji jednostkowej można zapisać w postaci podwójnego szeregu [1], [4]:

$$\lambda(x, \varphi) = \sum_{m \in M} \sum_{n \in N} \lambda_{m,n} \cdot e^{jm\varphi} \cdot e^{jn\varphi} \quad (4)$$

Funkcja permeancji jednostkowej umożliwia zamodelowanie dowolnego kształtu obwodu magnetycznego ze złołkowaniem, dlatego w ogólnym przypadku zbiory  $M$  i  $N$  ze wzoru (4) mogą zawierać wszystkie liczby całkowite.

Definiując dodatkowo funkcję kwadratu indukcji można formułę (1) przedstawić w następującej postaci

$$f_r(x, \varphi) = \frac{\lambda(x, \varphi)^2 \cdot B_m^2(x - \varphi)}{2\lambda_{\delta m}^2 \cdot \mu_0} \quad (5)$$

gdzie

$$B_m^2(x - \varphi) = \sum_{k \in K} B_{mk}^2 \cdot e^{jk(x - \varphi)} \quad (6)$$

$$\text{zbiór } K = \{ \dots - 6p, -4p, -2p, 0, 2p, 4p, 6p \dots \} \quad (7)$$

Po podstawieniu do (5) wzorów (4) oraz (6) i wykonaniu formalnych przekształceń matematycznych dostaje się zależności przedstawiające jednostkową siłę naciągu magnetycznego oraz wypadkową siłę naciągu magnetycznego działającą na powierzchnię wewnętrzną stojana w stanie bezprądowym

$$f_r(x, \varphi) = \sum_{m_1 \in M} \sum_{m_2 \in M} \sum_{n_1 \in N} \sum_{n_2 \in N} \sum_{k \in K} \frac{\lambda_{m_1, n_1} \cdot \lambda_{m_2, n_2}}{\lambda_{\delta m}^2} \cdot \frac{B_{mk}^2}{2\mu_0} \cdot e^{j(m_1 + m_2 + k)x} \cdot e^{j(n_1 + n_2 - k)\varphi} \quad (8)$$

$$F_r(\varphi) = r_s l_c \int_0^{2\pi} f_r(x, \varphi) dx = \begin{cases} r_s l_c \sum_{m_1 \in M} \sum_{m_2 \in M} \sum_{n_1 \in N} \sum_{n_2 \in N} \sum_{k \in K} \frac{\lambda_{m_1, n_1} \cdot \lambda_{m_2, n_2}}{\lambda_{\delta m}^2} \cdot \frac{B_{mk}^2}{2\mu_0} \cdot e^{j(n_1 + n_2 - k)\varphi} & \text{dla } m_1 + m_2 + k = 0 \\ 0 & \text{dla } m_1 + m_2 + k \neq 0 \end{cases} \quad (9)$$

Dla przypadków szczególnych, gdy zakłada się że właściwości magnesu zbliżone są do powietrza ( $\mu_{mm} \cong 1$ ) oraz szczelina jest symetryczna lub pojawia się jedynie ekscentryczności statyczna, funkcja permeancji jednostkowej (4) staje się zależna jedynie od jednej współrzędnej  $x$ .

$$\lambda(x, \varphi) = \lambda(x) = \sum_{m \in M} \lambda_{m,0} \cdot e^{jmx} \quad (10)$$

W przypadku wystąpienia ekscentryczności dynamicznej i mieszanej funkcja permeancji jednostkowej (4) jest funkcją dwóch zmiennych  $x, \varphi$ .

Na podstawie zależności (8) oraz (9) widać, że siły naciągu magnetycznego będą wywoływały drgania o pulsacjach rzędu  $2p\omega$  (gdzie  $\omega$  jest prędkością kątową wirnika) a ich wielkość uzależniona będzie w głównej mierze od składowych rozkładu funkcji permeancji jednostkowej.

### 3. Pomiary drgań wywołanych siłami naciągu magnetycznego dla generatorów wzbudzanych magnesami trwałymi

Użyteczność i poprawność przedstawionej metodyki sprawdzono na podstawie testowych obliczeń oraz wykonanych pomiarów w warunkach rzeczywistych Małej Elektrowni Wodnej. Obiektem badań były dwa 3-fazowe generatory wzbudane magnesami trwałymi o danych znamionowych:  $P_N = 75 \text{ kW}$ ,  $n_N = 300 \text{ obr/min}$ ,  $U_N = 420 \text{ V}$  (70Hz),  $p=14$  różniące się liczbą oraz szerokością otwarcia złołków stojana. Układami napędowym generatorów były realne układy turbin wodnych. Generatory były wykonane jako zintegrowane z turbiną śmigłową stąd też wymiary wewnętrzne jarzma wirnika były z góry narzucone.

Podstawowe dane konstrukcyjne generatorów:

- średnica zewnętrzna stojana 1220 mm,
- średnica wewnętrzna stojana  $r_s = 1050 \text{ mm}$ ,
- długość pakietu  $l_c = 100 \text{ mm}$ ,
- grubość magnesu  $l_m = 12,5 \text{ mm}$ ,
- długość szczeliny nad magnesem  $l_\delta = 5 \text{ mm}$ ,
- rozpiętość jednego biegunu  $2\beta = 0,187 \text{ rad}$  ( $150^\circ \text{el.}$ ),
- magnesy (N40)  $B_r = 1,2 \text{ T}$ ;  $H_c = 891 \text{ kA/m}$ ,
- średnica wewnętrzna jarzma wirnika (narzucona) 954 mm,
- średnica zewnętrzna jarzma wirnika 1015 mm.

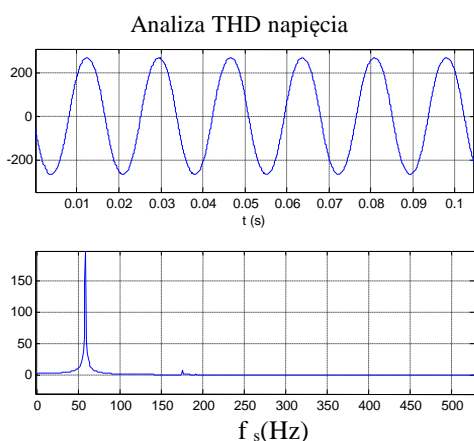
Stojan – Generator 1:

- 30 otwartych złołków, brak skosów,
- otwarcie złołka stojana  $b_s = 43 \text{ mm}$ .

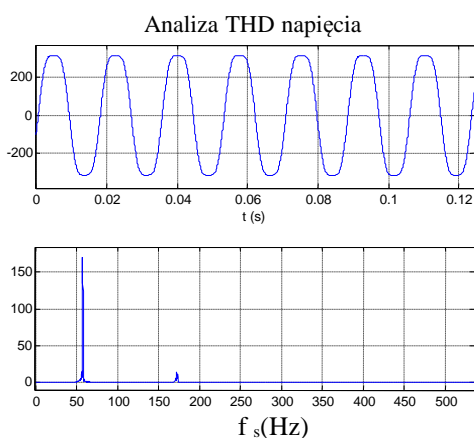
Stojan – Generator 2:

- 90 pół-zamkniętych żłobków, brak skosów,
- otwarcie żłobka stojana  $b_s = 5$  mm.

Z uwagi na bardzo głośną pracę i praktycznie niedopuszczalne poziomy drgań Generatora 1 rozważaniom poddano przyczynę tego zjawiska. W pierwszej kolejności podejrzenia padły na powstające drgania wskutek generacji momentów zaczepowych ze względu na znaczną szerokość otwarcia żłobków stojana. Przyczyna ta jednakże została wyeliminowana z rozważań gdyż, nie potwierdziły tego próby wykonane przed zamontowaniem generatora w obiekcie. Wyklucza to również przeprowadzona analiza jakościowa powstawania momentów zaczepowych wykonana w oparciu o formuły analityczne przedstawione w pracy [1]. Należy dodać, że jakość generowanych przebiegów napięć obydwu generatorów była w pełni zadawalająca, co ilustrują i potwierdzają wyniki pomiarów przedstawione na rysunkach 2 i 3.



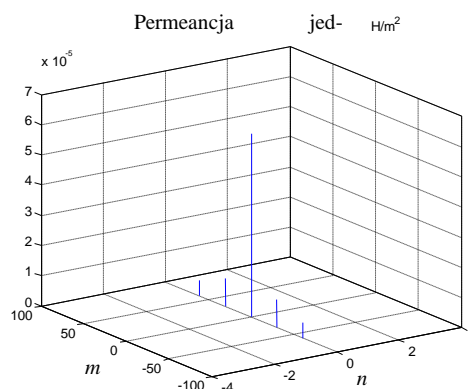
Rys. 2. Napięcie fazowe – Generator 1



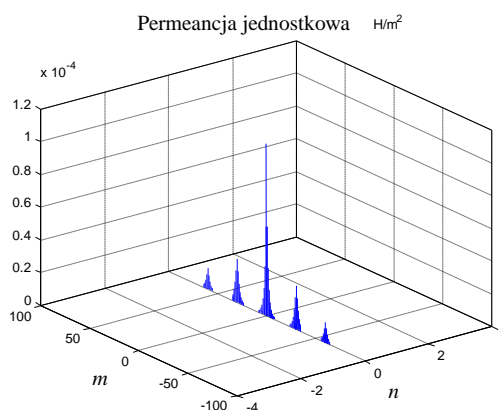
Rys. 3. Napięcie fazowe – Generator 2

Zatem problem występowania sił naciągu magnetycznego wskazano jako główną przyczynę

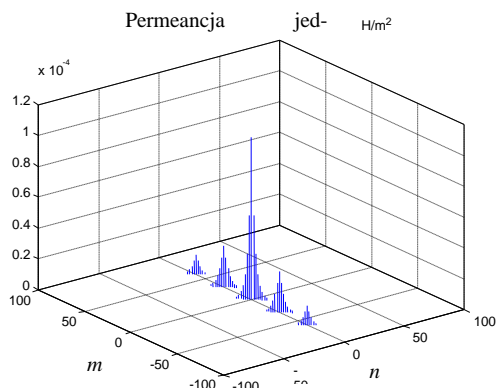
powstawania nadmiernych drgań Generatora 1. W celach analiz jakościowych zbadano wpływ składowych rozkładu funkcji permeancji jednostkowej (4) i kwadratu indukcji (6) wywołujących pulsacje siły naciągu magnetycznego (9). Wyznaczono rozkłady funkcji permeancji jednostkowej w warunkach symetrii jak i również asymetrii szczeliny powietrznej (pojawienie się ekscentryczności statycznej i dynamicznej). Obliczenia wykonano w oparciu o formuły analityczne [1] dla Generatora 1 (o wadliwej konstrukcji) jak i również dla Generatora 2 (poprawnie zaprojektowanego), którego praca praktycznie nie wykazywała zauważalnego poziomu hałasu oraz drgań. Wyniki obliczeń rozkładów funkcji permeancji jednostkowej (4) zamieszczono na rysunkach 4 - 6 dla Generatora 1, rysunkach 7 - 9 dla Generatora 2, natomiast rozkład funkcji kwadratu indukcji przedstawiono na rysunku 10.



Rys. 4. Funkcja permeancji jednostkowej – szczelina symetryczna – Generator 1

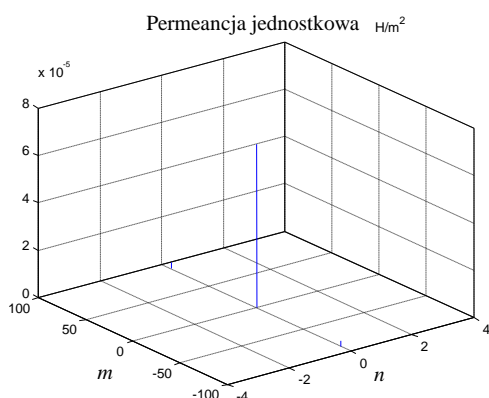


Rys. 5. Funkcja permeancji jednostkowej – ekscentryczność statyczna – Generator 1

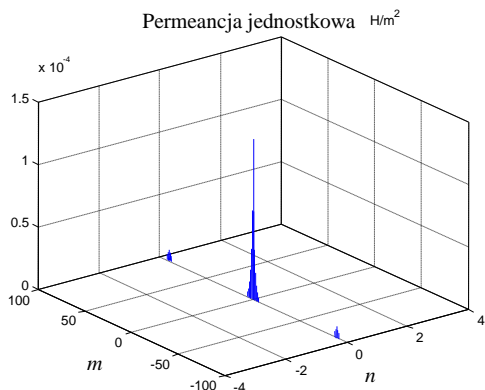


Rys. 6. Funkcja permeancji jednostkowej – ekscentryczność dynamiczna – Generator 1

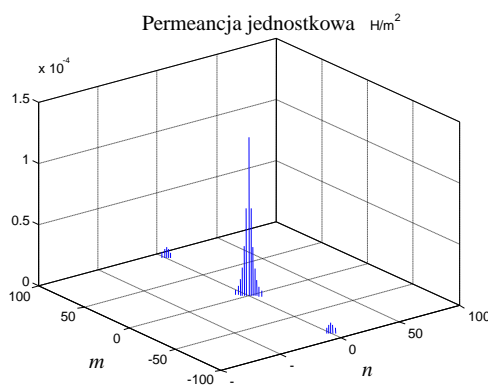
Szerokość otwarcia żłobków wpływa na amplitudy harmonicznych rozkładu funkcji permeancji jednostkowych. Dla Generatora 1 harmoniczne permeancyjne (Rys. 4 - 6) mają relatywnie duże wartości, dlatego w tym przypadku należy się spodziewać, że będą powstawać siły naciągu magnetycznego powodujące drgania o znaczących wartościach.



Rys. 7. Funkcja permeancji jednostkowej – szczelina symetryczna – Generator 2

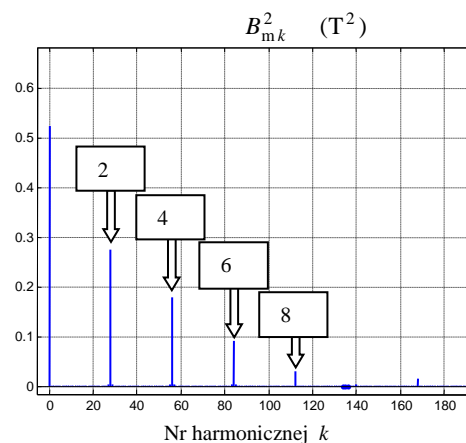


Rys. 8. Funkcja permeancji jednostkowej – ekscentryczność statyczna – Generator 2



Rys. 9. Funkcja permeancji jednostkowej – ekscentryczność dynamiczna – Generator 2

Wąskie szczeliny żłobków stojana powodują, że harmoniczne żłobkowe funkcji permeancji jednostkowej mają relatywnie małe wartości, co wyraźnie widać na rysunkach 7 - 9 dla Generatora 2 (rzędu 10 razy mniej niż Gen. 1).



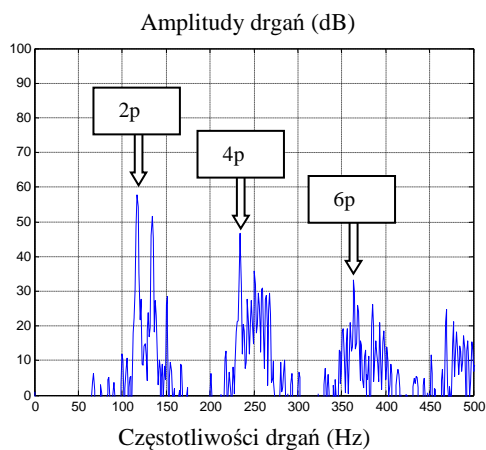
Rys. 10. Składowe rozkładu funkcji kwadratu indukcji (7)

Analizując powyższe rysunki można stwierdzić, że zawsze w widmie częstotliwościowym siły naciągu magnetycznego będą pojawiać się podstawowe pulsacje rzędu  $2p\omega$ ,  $4p\omega$  ... (gdzie  $\omega$  jest prędkością kątową wirnika), co wynika z rozkładu funkcji kwadratu indukcji. Dodatkowe pulsacje mogą również wystąpić jedynie w przypadkach asymetrii do jakich zalicza się ekscentryczność dynamiczną. Ekscentryczność statyczna nie będzie przyczyną powstawania dodatkowych pulsacji lecz będzie jedynie zwiększać amplitudy pulsacji podstawowych. Potwierdzeniem tych spostrzeżeń są wyniki pomiarów przyspieszeń drgań powstających na obudowach stojanów analizowanych generatorów (Rys. 11 i 12). Pomiar przeprowadzono z użyciem akcelerometru typu 603C01 firmy IMI-Sensors. Wartości amplitud podano

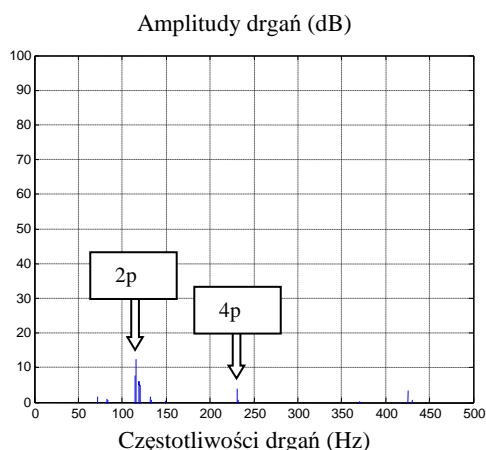
w dB, a jako bazowy przyjęto poziom odniesienia odpowiadający wartości  $10^{-4} \text{ m/s}^2$  czyli ok. 1/1000 g. Pomiary przeprowadzono przy zbliżonych prędkościach generatorów:

Generator 1 –  $n=246.4 \text{ obr/min}$ ,  $f_n = 57.5/p \text{ Hz}$ ;

Generator 2 –  $n=250.7 \text{ obr/min}$ ,  $f_n = 58.5/p \text{ Hz}$ ;



Rys. 11. Pomiar przyspieszeń drgań promieniowych obudowy stojana – Generator 1



Rys. 12. Pomiar przyspieszeń drgań promieniowych obudowy stojana – Generator 2

Analiza harmonicznych mierzonych drgań potwierdza prawidłowości wynikające z analitycznych zależności.

Pomiar dla Generatora 1 pokazuje wysokie poziomy drgań o pulsacjach będących wielokrotnością  $2p\omega$  oraz innych pulsacjach świadczących o pojawieniu się również ekscentryczności dynamicznej.

Dla Generatora 2 poziomy drgań są praktycznie nieznaczne (mniejsze ok. 100 w stosunku do Gen. 1), lecz mimo swoich małych wartości wykazują jakościową zbieżność z relacjami opisanymi formułami analitycznymi.

Prezentację powstających drgań wykonano dla stanu bezprądowego generatorów, jednakże autorzy dysponowali pomiarami również w stanie obciążenia. Wyniki te nie pokazywały istotnych zmian zarówno jakościowych jak i ilościowych w stosunku do stanu bezprądowego co potwierdzało słuszność przyjętego na wstępie założenia.

#### 4. Podsumowanie

Zaprezentowane w artykule metodyczne aspekty modelowania pokazują możliwości analiz jakościowych drgań powstających na powierzchni stojana wywołanych naciągiem magnetycznym w maszynie wzbudzonej magnesami trwałymi.

Przedstawione formuły analityczne mimo dużych uproszczeń dają możliwość wykonania obliczeń, których wyniki mogą być przydatne z eksploatacyjnego punktu widzenia.

Ważnym aspektem rozważań jest stwierdzenie, że duże siły naciągu magnetycznego mogą uwiadaczać się dla konstrukcji generatorów z magnesami trwałymi w których stojany posiadają otwarte żłobki. Projektanci powinni zatem oprócz analiz momentów zaczepowych, zwracać uwagę również na problem powstających sił naciągu magnetycznego.

#### 5. Literatura

- [1]. T. Węgiel, *Space harmonic interactions in permanent magnet generators*, Monografia 447, Wydawnictwo Politechniki Krakowskiej, 2013.
- [2]. M. Dąbrowski, *Polskie osiągnięcia badawcze nad naciągami magnetycznymi w maszynach elektrycznych*, Prace Naukowe Instytutu Maszyn, Napędów i Pomiarów Elektrycznych Politechniki Wrocławskiej, Nr 66, 2012.
- [3]. D. G. Dorrell, M. Popescu, D. Ionel, *Unbalanced Magnetic Pull due to Asymmetry and Low-Level Static Rotor Eccentricity in Fractional-Slot Brushless Permanent-Magnet Motors with Surface-Magnet and Consequent-Pole Rotors*, IEEE Trans on Magnetics, Vol 46, No. 7, pp 2675-2685, July 2010.
- [4]. T. Sobczyk, *Metodyczne aspekty modelowania matematycznego maszyn indukcyjnych*, WNT, Warszawa 2004.

#### Autorzy

Dr hab. inż. Tomasz Węgiel \*, Dr inż. Dariusz Borkowski \*\*, Politechnika Krakowska, Instytut Elektromechanicznych Przemian Energii (E-2), 31-155 Kraków, ul. Warszawska 24

\* tel. +48 12 628-26-21, email: [pewegiel@cyfronet.pl](mailto:pewegiel@cyfronet.pl)

\*\* tel. +48 12 628-26-59, email: [dborkowski@pk.edu.pl](mailto:dborkowski@pk.edu.pl)