

UWARUNKOWANIA STOSOWANIA KRIGINGU ZWYCZAJNEGO DO SPORZĄDZANIA MAP IZOLINIOWYCH

CONSTRAINTS ON ORDINARY KRIGING APPLICATION FOR CONTOUR MAPS CONSTRUCTION

ZBIGNIEW KOKESZ¹

Abstrakt. W artykule zwrócono uwagę na niektóre uwarunkowania stosowania geostatystycznej procedury interpolacyjnej, krigingu zwyczajnego, przy sporządzaniu map izoliniowych. Wskazano, że skuteczność stosowania krigingu zwyczajnego do interpolacji i konstrukcji map izoliniowych zależy od wiarygodności semiwariogramów przyjmowanych do obliczeń. Scharakteryzowano ważniejsze czynniki decydujące o reprezentatywności semiwariogramów – liczebność obserwacji i sposób ich rozmieszczenia. Wyprowadzone wnioski dotyczą metodyki badania struktury zmienności złóż i wykorzystania wyników tych badań przy sporządzaniu map izoliniowych.

Słowa kluczowe: mapy izoliniowe, kriging zwyczajny, złoża kopalin, geostatystyka.

Abstract. The paper focuses on the constraints on application of geostatistical interpolation procedure – ordinary kriging for contour maps construction. It has been emphasized that effectiveness of the kriging application for interpolation and contour maps construction depends on the reliability of semivariograms used for calculation. The crucial factors, including the number and spacing of data, affecting the representativeness of semivariograms have been characterized. The conclusions deal with the rules of modelling of variability of deposits and its usage in contour mapping.

Key words: contour maps, ordinary kriging, mineral deposits, geostatistics.

WSTĘP

Mapy izolinii są jedną z najczęściej stosowanych w dokumentacjach geologicznych form przedstawiania kartograficznego informacji o złożu. Na ogół są sporządzane przy zastosowaniu prostych procedur interpolacyjnych, takich jak metoda odwrotnych odległości lub odwrotności kwadratu odległości. Technika komputerowa i odpowiednie oprogramowanie umożliwiają zastosowanie bardziej złożonych procedur interpolacyjnych – procedur krigingowych.

Wyróżnia się wiele wersji krigingu (np. Namysłowska-Wilczyńska, 2006). Wszystkie one umożliwiają prognozowanie wartości poszczególnych parametrów złoża w dowol-

nych miejscach, dzięki czemu znajdują zastosowanie przy sporządzaniu map izoliniowych, jako metody interpolacyjne. Najczęściej stosowaną do interpolacji techniką krigingu jest kriging zwyczajny. Jego wykorzystanie w pracach dokumentacyjnych umożliwia powszechnie dostępne oprogramowanie Surfer 8.0.

Wspólną cechą procedur krigingowych jest oparcie prognozy wartości parametrów złożowych na opisie struktury ich zmienności. Dzięki temu charakteryzują się one wyższą efektywnością niż inne metody. W krigingu zwyczajnym informacji na temat struktury zmienności parametrów złoża

¹ Wydział Geologii, Geofizyki i Ochrony Środowiska, Akademia Górniczo-Hutnicza, al. Mickiewicza, 30-059 Kraków; e-mail: kokesz@geol.agh.edu.pl

dostarczają semiwariogramy $\gamma(h)$. Funkcje te przedstawiają zróżnicowanie wartości parametrów w zależności od odległości między punktami pomiaru, a zatem strukturę ich zmienności. Wyliczone wartości semiwariogramu $\gamma(h)$ aproksymuje się funkcjami analitycznymi (modelami geostatystycznymi), które następnie wykorzystuje się do wyliczenia wartości współczynników wagowych przypisywanych poszczególnym obserwacjom przy szacowaniu parametrów

złożowych. W krigingu zwyczajnym wartość szacowana (interpolowana) ma bowiem postać średniej ważonej.

Wiarygodność semiwariogramów konstruowanych na etapie modelowania zmienności złóż w znacznym stopniu wpływa na dokładność obliczeń realizowanych metodą krigingu. Reprezentatywność tych funkcji zależy od wielu czynników, spośród których istotne znaczenie ma liczebność obserwacji i ich rozmieszczenie.

LICZEBNOŚĆ OBSERWACJI JAKO ELEMENT WIARYGODNOŚCI SEMIWARIOGRAMÓW PARAMETRÓW ZŁOŻA

Podstawowym źródłem informacji o złożu są wyrobiska rozpoznawcze. Ich rodzaj, usytuowanie oraz liczebność w znacznym stopniu warunkują poznanie struktury zmienności złoża.

Konstruowane na podstawie wyników rozpoznania semiwariogramy empiryczne stanowią jedynie przybliżenie rzeczywistych semiwariogramów parametrów złożowych. Należy oczekiwać, że różnice pomiędzy empirycznymi a teoretycznymi semiwariogramami będą maleć wraz ze wzrostem liczebności obserwacji. Jeśli dysponujemy nielicznymi punktami rozpoznawczymi, postać semiwariogramu jest praktycznie nieznana.

Semiwariogramy można więc konstruować, gdy jest dostatecznie dużo obserwacji. Przyjmuje się, że reprezentatywność funkcji strukturalnej $\gamma(h)$ osiąga się, jeśli jej poszczególne wartości zostały wyliczone na podstawie co najmniej 30 par danych (np. Journel, Huijbregts, 1978). Praktyka dowodzi, że dla przeprowadzenia obliczeń zbiór danych powinien obejmować co najmniej 25–30 obserwacji.

Warunek ten na ogół bywa spełniony już przy rozpoznaniu złóż w kategorii C_2 . Jedynie w przypadku dokumentowania małych złóż kopaliny stałych, np. złóż kruszywa naturalnego w początkowym stadium ich badania, liczebność obserwacji bywa często zbyt mała do konstrukcji reprezentatywnych semiwariogramów. Podobna sytuacja występuje przy rozpoznawaniu złóż ropy naftowej i gazu ziemnego. Szczególnie trudne warunki modelowania zmienności występują w przypadku dokumentowania złóż o silnie wydłużonej formie. Liczba otworów rozpoznawczych znajdujących się na liniach zorientowanych poprzecznie do wydłużenia złoża często bywa niewystarczająca do konstrukcji wiarygodnych semiwariogramów w tym kierunku i do zbadania anizotropii zmienności parametrów złożowych.

Mała liczba obserwacji nie ogranicza jednak całkowicie możliwości stosowania procedury krigingu, zwłaszcza w przypadku dokumentowania złóż w kategorii C_2 , jednak w takim przypadku należy pamiętać, że wyniki obliczeń mogą być obciążone dodatkowym błędem spowodowanym niedostatecznym poznaniem zmienności złoża. Niepewność, co do wiarygodności przyjmowanych do obliczeń semiwariogramów znajduje bowiem uzasadnienie w stosunkowo niewielkich wymaganiach odnośnie dokładności poznania budowy i parametrów złoża w tej kategorii.

W przypadku małej liczby obserwacji wskazane jest wykonanie szeregu obliczeń semiwariogramów przy różnych długościach przedziału klasowego grupowania danych w celu sprawdzenia stabilności uzyskiwanych funkcji i wybrania optymalnego modelu opisującego zmienność badanego parametru. Jeśli semiwariogram nie wykazuje stabilności, tzn. za każdym razem jest całkowicie inny, powinno się odstąpić od jego sporządzenia.

W przypadku dokumentowania małych złóż przy modelowaniu struktury ich zmienności szczególnie wskazane jest stosowanie techniki zwanej oceną krzyżową (*cross validation*). Umożliwia ona na ogół ustalenie optymalnych modeli semiwariogramów opisujących zmienność parametrów złoża (Clark, 1986).

Zastosowanie badań geofizycznych powierzchniowych do geologicznych prac rozpoznawczych umożliwia pozyskanie dodatkowych informacji o strukturze zmienności złoża. Ma to szczególnie istotne znaczenie w przypadku złóż rozpoznanych niewielką liczbą wyrobisk. Istnieje wówczas możliwość wykorzystania wyników tych badań do konstruowania bardziej wiarygodnego modelu struktury zmienności złoża (Kokesz i in., 2002). Należy jednak pamiętać, że dane uzyskane z pomiarów geofizycznych, powierzchniowych najczęściej charakteryzują się inną bazą geometryczną, niż dane pochodzące z otworów rozpoznawczych. Przykładem tego są badania sejsmiczne wykonywane dla potrzeb dokumentowania złóż ropy naftowej i gazu ziemnego. Dane uzyskane z pomiarów przeprowadzonych metodami sejsmicznymi 2D lub 3D, dotyczące np. położenia stropu lub spągu poziomego ropoosobnego, jego miąższości, porowatości albo przepuszczalności, odnoszą się do większych jednostek, co wynika z rozdzielczości tych metod. Dane te nie mają dokładnej punktowej lokalizacji. Jako wartości uśrednione cechują się mniejszą wariancją (rozproszeniem), niż dane z otworów, które można traktować jako obserwacje punktowe w odniesieniu do powierzchni złoża. Różna baza geometryczna pomiarów wykonanych w otworach i pomiarów sejsmicznych sprawia, że ich łączne uwzględnienie przy obliczaniu semiwariogramów nie jest możliwe. Ograniczenie to zmusza do stosowania bardziej złożonych technik krigingu dla potrzeb sporządzania map z uwzględnieniem danych pochodzących z sejsmiki powierzchniowej. W literaturze zagranicznej można znaleźć przykłady wykorzystania

do tego celu takich technik, jak: kriginu z zewnętrznym dryftem, kokriginu oraz kriginu wskaźnikowego. Spośród tych metod na szczególną uwagę z racji efektywności obliczeń zasługuje krigin z zewnętrznym dryftem (Galli, Meunier, 1987; Moinard, 1987).

Na wiarygodność uzyskiwanego obrazu struktury zmienności złoża ma wpływ sposób rozmieszczenia obserwacji. Systematyczno-losowy (sieciowy), czy też losowy sposób rozmieszczenia punktów rozpoznawczych pozwala najczęściej na zbadanie struktury zmienności złoża wystarczająco dokładnie dla celów praktycznych. Mniej korzystnym sposobem rozmieszczenia obserwacji jest ich usytuowanie w sposób nierównomierny (gniazdowy). Na ogół w celu scharakteryzowania zmienności konieczne jest obliczanie tzw. semiwariogramów *inverted-covariance*, które lepiej odwzorowują naturalną zmienność złoża w warunkach skrajnie nieregularnego rozmieszczenia danych (Isaaks, Srivastava, 1988). Konstruowanie semiwariogramów napotyka na trudności również w przypadku złóż rozpoznanych wyrobiskami górnictwymi lub liniami wyrobisk (otworów). Punkty pomiarowe są wówczas rozmieszczone również w sposób nierównomierny w obrębie złoża, co utrudnia ustalenie poprawnych geostatystycznych modeli zmienności parametrów złożowych.

rowe są wówczas rozmieszczone również w sposób nierównomierny w obrębie złoża, co utrudnia ustalenie poprawnych geostatystycznych modeli zmienności parametrów złożowych.

Semiwariogramy sporządzane w warunkach skrajnie nieregularnego rozmieszczenia danych mogą nieraz znacznie odbiegać od rzeczywistych, na co już wcześniej zwracano uwagę (Cressie, Hawkins, 1980; Armstrong, 1984). Nieregularne rozmieszczenie punktów pomiarowych może na przykład prowadzić do pojawienia się w przebiegu semiwariogramów zjawiska okresowości. Nie ma ono wówczas geologicznego uzasadnienia, a wynika jedynie ze zbyt małej liczby par obserwacji użytych do obliczenia niektórych wartości semiwariogramu empirycznego.

W przypadku nieregularnego rozmieszczenia danych wskazane jest badanie zachowania się semiwariogramów przy różnych długościach przedziału klasowego grupowania danych. Umożliwia to sprawdzenie stabilności uzyskiwanych funkcji i wybrania optymalnego modelu opisującego zmienność badanego parametru.

INTERPRETACJA ZMIENNOŚCI LOKALNEJ I JEJ WPŁYW NA WYNIKI SZACOWANIA PARAMETRÓW ZŁOŻOWYCH

Przy komputerowym sporządzaniu map, w węzłach wyznaczonej sieci, interpoluje się wartości rozpatrywanego parametru na podstawie danych pochodzących z najbliższych położonych punktów rozpoznawczych. W obliczeniach kriginem wykorzystuje się zatem głównie znajomość przebiegu semiwariogramu na małych odległościach. Zatem szczególnie istotna z punktu widzenia skuteczności szacowania wydaje się wiarygodność interpretacji przebiegu funkcji strukturalnych w początku układu współrzędnych.

Parametrem charakteryzującym ciągłość i płynność zmian wartości badanego parametru na małych odległościach jest wielkość wariancji zmienności lokalnej C_0 . Definiuje się ją jako wartość, do której dąży semiwariogram, gdy odległość między obserwacjami zdąży do zera. Widoczna na początku przebiegu semiwariogramu nieciągłość może być spowodowana bądź błędami pomiarów, bądź zmiennością na małych odległościach (lokalnymi strukturami zmienności o rozmiarach mniejszych od rozstawu sieci rozpoznawczej) lub obydwojma tymi czynnikami jednocześnie.

Na ogół wartości C_0 wyznacza się w sposób arbitralny z wykresu semiwariogramu na podstawie znajomości jego przebiegu na większych odległościach (fig. 1). Wartości C_0 ustalone drogą ekstrapolacji przebiegu semiwariogramów są obarczone mniejszym lub większym błędem, co wpływa na wyniki szacowania procedurami kriginu. Zaleca się zatem, o ile to możliwe, wykonywanie na etapie rozpoznawania złóż pewnej liczby wyrobisk mniej od siebie oddalonych niż rozstaw podstawowy, w celu pozyskania informacji o strukturze zmienności złoża na małych odległościach. Powinno

to się przyczynić do zwiększenia dokładności prognozowania wartości parametrów złożowych procedurami geostatystycznymi.

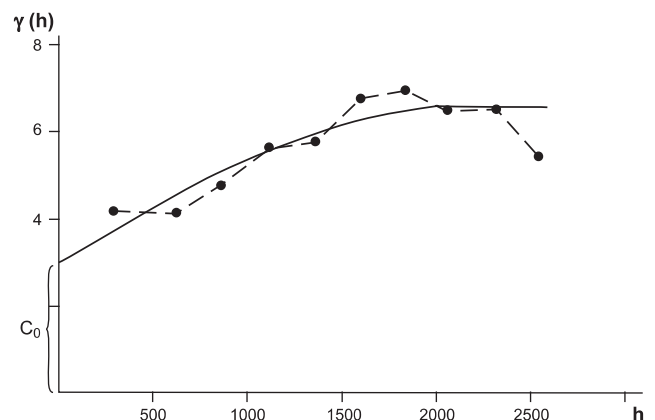


Fig. 1. Przykład interpretacji wielkości zmienności lokalnej parametru C_0 (semiwariogram zawartości popiołu w pokładzie 501 KWK Staszic)

Linia ciągła przedstawia model semiwariogramu a linia przerywana semiwariogram empiryczny

An example of interpretation of the local variability value C_0 (semivariogram of ash content in hard coal seam no 501, Staszic Mine)

Continuous line – the semivariogram model, dashed line – the experimental semivariogram

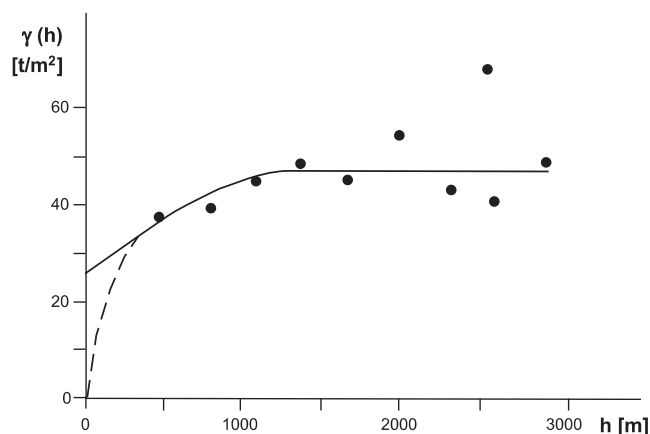


Fig. 2. Wpływ gęstości sieci rozpoznawczej na obserwowaną wielkość zmienności lokalnej złoża (złoże siarki rodzimej Osiek)

Linia ciągła – model semiwariogramu zasobności złoża określony wyłącznie na podstawie danych z otworów w kat. C₁; linia przerywana – model semiwariogramu parametru przy uwzględnieniu informacji z otworów eksploatacyjnych (w kat. A)

The effect of exploratory grid density on the observed local variability value (Osiek native sulphur deposit)

Continuous line – the sulphur accumulation semivariogram model defined on the basis of preliminary exploration vertical drillholes (drilled for category C₁); dashed line – the semivariogram model constructed from exploitation boreholes (for category A)

Dokładność poznania zróżnicowania parametrów złożowych na małych odległościach warunkuje gęstość sieci rozpoznawczej. W zależności od rozstawu punktów rozpoznawczych w różnym stopniu jest wykrywana zmienność lokalna złoża. Interpretacja wartości C₀ z przebiegu wykresów semiwariogramów prowadzi często do zawyżania wielkości zróżnicowania parametrów w zakresie małych odległości. Świadczą o tym rezultaty analizy struktury zmienności złoża siarki rodzimej Osiek (fig. 2) oraz wyniki oceny lokalnej zmienności zawartości metali w górnośląskich złożach rud cynku i ołowiu (Mucha, 2002).

Często zdarza się, że poszczególne części złoża są rozpoznane w różnym stopniu. Stanowi to dogodną sytuację do stosowania metody krigingu. Istnieje wówczas możliwość prowadzenia obliczeń w granicach złoża rozpoznanego siecią o większym rozstawie wyrobisk na podstawie semiwariogramu skonstruowanego na podstawie danych pozyskanych również z zagęszczonych punktów rozpoznawczych. Prowadzi to jednak do przyjęcia założenia, że struktura zmienności parametrów złoża jest taka sama w jego poszczególnych częściach. Założenie takie może być niekiedy zbyt dużym uproszczeniem.

W przypadku złóż rozpoznanych wyrobiskami rozmieszczonymi w układzie sieciowym, określenie rzeczywistej wielkości C₀, charakteryzującej zmienność parametrów

złożowych na odległościach znacznie mniejszych od stosowanego rozstawu punktów rozpoznawczych, jest praktycznie niemożliwe.

Brak informacji o rzeczywistym charakterze zmienności parametrów na małych odległościach zmusza do interpretowania wielkości zmienności lokalnej na podstawie przebiegu semiwariogramu empirycznego. W niektórych przypadkach dane obserwacyjne nie pozwalają na jej jednoznaczne przeprowadzenie.

W praktyce, dla potrzeb weryfikacji wyników geostatystycznego modelowania zmienności stosuje się technikę zwaną oceną krzyżową. Technika ta jednak nie daje możliwości weryfikowania poprawności dopasowania semiwariogramów na małych odległościach, mniejszych od najmniejszego rozstawu punktów obserwacyjnych.

Przykład przedstawiony na figurze 3 ukazuje możliwy zakres błędów popełnianych przy modelowaniu struktury zmienności parametrów złożowych. Wielkość popełnianego błędu jest praktycznie nieznaną z uwagi na brak danych o charakterze zmienności parametrów na małych odległościach. Błąd ten będzie tym większy, im większy będzie rozstaw sieci rozpoznawczej. Zależy on też od umiejętności i doświadczenia geologa przeprowadzającego interpretację. Przedstawiony na figurze 3 semiwariogram empiryczny można opisać co najmniej dwoma całkowicie różnymi typami modeli – modelem losowym i modelem z ograniczonym wzrostem o zasięgu odpowiadającym minimalnej odległości między obserwacjami.

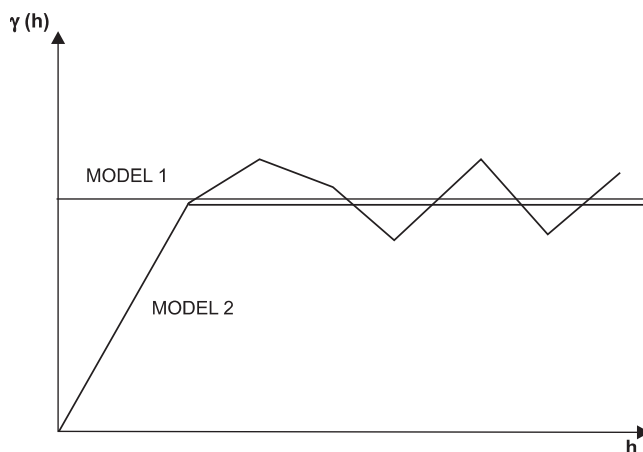


Fig. 3. Możliwe warianty interpretacji modelu semiwariogramu parametru

Objaśnienia na figurze 1

Possible variants of semivariogram model interpretation
For explanation see Figure 1

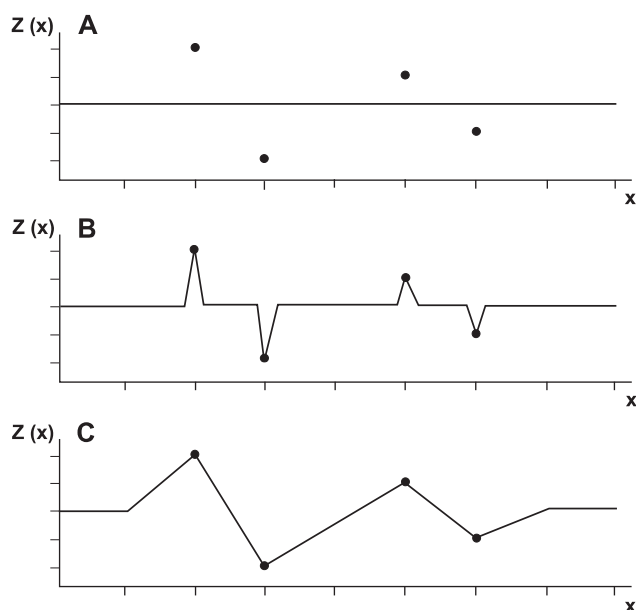


Fig. 4. Wpływ doboru modelu semiwariogramu na wyniki interpolacji wartości parametru złożowego

A. Model losowy (model 1 na figurze 3), w którym efekt samorodków stanowi wynik błędów pomiaru parametru. B. Model losowy (model 1 na figurze 3), w którym efekt samorodków spowodowany jest lokalną zmiennością parametru. C. Model z ograniczonym wzrostem o zasięgu odpowiadającym minimalnej odległości między obserwacjami (model 2 na figurze 3)

The effect of semivariogram model selection on interpolation results of geological data

A. Pure nugget effect model (model 1 – Figure 3) if the nugget is interpreted as a measurement error. B. Pure nugget effect model (model 1 – Figure 3) if the nugget is interpreted as a very small range microstructure. C. Model with a sill and a range that is equal to the minimum data spacing (model 2 – Figure 3)



Tak znaczne rozbieżności w ocenie struktury zmienności parametru muszą prowadzić do istotnych różnic w wynikach interpolacji dokonanej z zastosowaniem procedury

kriginu zwyczajnego. Konsekwencją przyjęcia odmiennych modeli semiwariogramów jest różny obraz zróżnicowania wyinterpolowanych wartości parametru (fig. 4).

PODSUMOWANIE

Efektywność stosowania procedury kriginu zwyczajnego do interpolacji i sporządzania map izolinowych zależy od wiarygodności przyjmowanych do obliczeń modeli semiwariogramów parametrów złożowych.

O reprezentatywności modeli semiwariogramów decyduje wiele czynników, spośród których istotne znaczenie ma liczebność obserwacji i ich rozmieszczenie. Usytuowanie punktów rozpoznawczych i ich liczebność z kolei są warunkowane formą złoża, sposobem jego rozpoznania oraz kategorią poznania. Brak informacji co do rzeczywistego charakteru zmienności parametrów na małych odległościach zmusza do interpretowania wielkości zmienności lokalnej na podstawie przebiegu semiwariogramu empirycznego. Może to prowadzić do obniżenia wiarygodności sporządzanych map izolinii. Rzeczywisty obraz zróżnicowania wartości parametru złożowego może nawet znacznie odbiegać od przewidywanego na interpolacyjnej mapie izolinii, zwłaszcza, gdy jest ona sporządzana na podstawie niewielkiej liczby obserwacji w początkowych stadiach rozpoznania złoża.

Warunkiem poprawności obliczeń z zastosowaniem kriginu zwyczajnego jest właściwa interpretacja struktury zmienności poszczególnych parametrów złożowych, która musi być dokonana przez geologa dokumentującego na podstawie wnikliwej analizy wyników rozpoznania złoża.

Wskazuje to na potrzebę głębszego analizowania struktury zmienności parametrów złożowych, a także na konieczność wszechstronnej interpretacji wyników tych badań przed rozpoczęciem obliczeń z zastosowaniem procedury kriginu. Modelowanie struktury zmienności parametrów złożowych powinno być oparte na znajomości budowy złoża, obejmować szczegółową analizę statystyczną i geostatystyczną danych uwzględniającą oceną krzyżową, a także badanie zachowania się semiwariogramów przy różnych długościach przedziału klasowego grupowania danych w celu sprawdzenia stabilności uzyskiwanych funkcji i wybrania optymalnego modelu opisującego zmienność badanego parametru.

Pracę wykonano w ramach badań statutowych AGH nr 11.11.140.562.

LITERATURA

- ARMSTRONG M., 1984 — Common problems seen in variograms. *Math. Geol.*, **16**, 3: 305–313.
- CLARK I., 1986 — The art of cross validation in geostatistical application. Proceedings, 19th APCOM Symposium, Penn State.
- CRESSIE N., HAWKINS D.H., 1980 — Robust estimators of the variogram. *Math. Geol.*, **12**, 2: 115–126.
- GALLI A., MEUNIER G., 1987 — Study of a gas reservoir using the external drift method. *W: Geostatistical case studies*

- (red. G. Matheron, M. Armstrong): 105–118. Reidel Publishing Company, Dordrecht.
- ISAAKS E.H., SRIVASTAVA R.M., 1988 — Spatial continuity measures for probabilistic and deterministic geostatistics. *Math. Geol.*, **20**, 4: 313–341.
- JOURNEL A.G., HUIJBREGTS Ch.J., 1978 — Mining geostatistics. Academic Press, London.
- KOKESZ Z., KOTOWSKI M., MUCHA J., 2002 — Wykorzystanie badań geofizycznych i metod geostatystycznych przy dokumentowaniu złoża kopaliny skaleniowej. *Górn. Odkrywk.*, **2/3**: 42–47.
- MOINARD L., 1987 — Application of kriging to the mapping of a reef from wireline logs and seismic data: case history. *W: Geostatistical case studies* (red. G. Matheron, M. Armstrong): 93–104. Reidel Publishing Company, Dordrecht.
- MUCHA J., 2002 — Struktura zmienności zawartości Zn i Pb w śląsko-krakowskich złożach rud Zn–Pb. *Stud. Rozpr. Monografie*, IGSMiE PAN, Kraków, **108**
- NAMYSŁOWSKA-WILCZYŃSKA B., 2006 — Geostatystyka. Teoria i zastosowanie. Wyd. PWroc., Wrocław.