

## ZASTOSOWANIE WIELOWYMIAROWEJ ANALIZY WARIANCJI DO OCENY ROZMIARU PRÓBY WIELOSKŁADNIKOWYCH PASZ

*Jolanta Królczyk*

*Katedra Inżynierii Biosystemów, Politechnika Opolska*

**Streszczenie.** Celem pracy było określenie wielkości próby wystarczającej do określenia stanu mieszaniny. Hipotezę badawczą pracy sformułowano następująco: pobór jednej próby z worka paszy jest wystarczający, aby poprawnie określić jakość paszy. Zakres pracy obejmował przeprowadzenie dwóch eksperymentów badawczych dla mieszanek paszowych (8 i 12 składników), pobór prób podczas procesu workowania z 20 worków z trzech poziomów worka, określenie zawartości próbek oraz porównanie zawartości próbek pobranych z trzech poziomów. Analiza statystyczna polegała na wykorzystaniu wielowymiarowej analizy wariacji jako metody do określenia, czy występują istotne statystycznie różnice pomiędzy udziałem procentowym poszczególnych składników dla trzech poziomów poboru prób. Na podstawie analizy statystycznej można stwierdzić, iż nie występują istotne statystycznie różnice pomiędzy udziałem procentowym poszczególnych składników dla trzech wysokości prób pobranych z worków (ok. 3% objętości); tak więc stwierdza się, że jedna próba (ok. 1% objętości) jest wystarczająca do oceny stanu mieszaniny.

**Słowa kluczowe:** wieloskładnikowa mieszanina, mieszanka paszowa, wielowymiarowa analiza wariacji, jakość paszy

### Wprowadzenie

Mieszane, wieloskładnikowe układy ziarniste, jakimi są na przykład pasze, w praktyce przemysłowej nigdy nie są idealnie jednorodne i o ich stanie można wnioskować wyłącznie na podstawie pobranych próbek (Boss, 1987). Ocena jakości mieszanek paszowych wykonywana jest na podstawie właściwie przeprowadzonej procedury próbkowania i odpowiedniego (reprezentatywnego) poboru prób z różnych miejsc złoza (Daumann i Nirschl, 2008). Do tej pory nie ma kompleksowej, analitycznej metody, która pozwoliłaby określić optymalny rozmiar próbki (Fan i in., 1970; Sommer, 1982).

Od pobranej próbki oczekuje się, aby była reprezentatywna. Rozmiar pojedynczej próbki jest określony liczbą zawartych w niej ziaren i jest obustronnie ograniczony. Z jed-

nej strony najmniejsza próbka może składać się z pojedynczego ziarna, ale taka próbka nie daje informacji o całej mieszance. Z drugiej strony największa możliwa próbka to cały mieszany układ, który zawsze wykaże, iż mieszanka jest w stanie całkowicie losowym (Fan i in., 1970). W tym miejscu wyłania się problem reprezentatywności próbek, ilości substancji w każdej próbce oraz łącznej liczby próbek poddanych analizie. Pobieranie prób o większej masie lub/i w znacznej ilości powoduje wzrost kosztów analizy. W warunkach przemysłowych rozmiar próby nigdy nie przekracza 5% masy mieszanego materiału (Łysenko i in., 1977). Rozmiar próby może być również podyktowany wymiarem produktu mieszania i wynika z jednostki opakowania, np. worek czy słoik. Wyższa liczba pobranych próbek powinna dawać lepsze oszacowanie koncentracji wariacji i ogólnie 20-40 próbek jest wystarczające, by dać właściwą informację o jednorodności (Cullen, 2009). Satisfakcjonującym efektem procesu mieszania powinno być otrzymanie jednorodnej mieszanki przy minimum czasu i minimum kosztów poniesionych m.in. na pracę ludzką czy energię (Obregón i in., 2010).

Problem badawczy pracy dotyczył odpowiedzi na pytanie: czy można zmniejszyć liczbę pobranych prób z worka z trzech do jednej, aby poprawnie wyznaczyć jakość paszy. Inaczej mówiąc: czy jakość mieszanki jest jednorodna we wszystkich pobranych do badań próbach. Możliwość poboru jednej próby będzie miała wpływ na zmniejszenie kosztów analizy.

## **Cel i zakres pracy**

Celem pracy było wyznaczenie rozmiaru próby badawczej, aby określić jakości paszy za pomocą wielowymiarowej analizy wariacji. Hipotezę badawczą pracy sformułowano następująco: pobór jednej próby z worka paszy jest wystarczający, aby poprawnie określić jakość paszy.

Zakres pracy obejmował przeprowadzenie dwóch eksperymentów badawczych dla mieszanek paszowych (8 i 12 składników), pobór prób podczas procesu workowania z 20 worków z trzech poziomów worka, określenie zawartości próbek oraz porównanie zawartości próbek pobranych z 3 poziomów.

## **Metodyka badań**

Badania eksperymentalne prowadzono na linii mieszania w przemysłowej wytwórni pasz w układzie: mieszalnik, kosz zasypowy i przenośnik oraz przenośnik kubełkowy. Schemat, model, wymiary mieszalnika oraz opis procesu mieszania podano we wcześniejszej pracy autorki (Królczyk, 2011). Przeprowadzono łącznie dwa eksperymenty dla mieszanek pasz złożonych z 8 oraz 12 składników o składzie surowcowym przedstawionym w tabeli 1. Czas mieszania wynosił 30 minut. Masa zasypanych komponentów do mieszalnika wyniosła 2100 kg.

Eksperyment polegał na poborze prób w trakcie workowania w celu określenia jakości paszy z wybranych 10 worków. Masa pojedynczego worka wynosiła 25 kg. Z każdego worka pobierano trzy próby – z trzech poziomów worka nazwanych umownie poziomem

dolnym (A), środkowym (B) oraz górnym (C). Łączna liczba prób pobranych do badań wynosiła 60.

Tabela 1  
*Skład surowcowy badanych mieszanek paszowych*  
Table 1  
*Composition of the examined compound feed*

Lp.	Komponenty mieszanin ziarnistych	Mieszanka pasz	Mieszanka pasz
		8 składnikowa	12 składnikowa
		Udział procentowy (%)	
1	Dari	0,95	1,90
2	Groch zielony	3,81	1,90
3	Groch żółty	9,05	6,67
4	Jęczmień	-	23,81
5	Kukurydza czerwona	-	2,38
6	Kukurydza żółta	30,48	14,29
7	Sorgo	8,57	10,00
8	Peluszka	-	3,81
9	Proso czerwone	-	2,38
10	Proso żółte	4,76	2,38
11	Pszenica	40,95	29,05
12	Słonecznik czarny	1,43	1,43
	Suma	100,00	100,00

Analiza statystyczna polegała na wykorzystaniu testów statystycznych wielowymiarowej analizy wariancji do określenia, czy występują istotne statystycznie różnice pomiędzy udziałem procentowym poszczególnych składników dla trzech wysokości poboru prób (A, B, C).

Przedstawiona w artykule analiza jest rozwinięciem i uzupełnieniem metod oceny statystycznej, przedstawionej we wcześniejszym opracowaniu autorki (Królczyk, 2012).

## Wyniki badań

Średnia masa próbek pobranych w eksperymencie dla mieszaniny złożonej z 8 komponentów wyniosła  $249,56 \pm 40,83$  g (N=30), a średnia masa pobranych próbek dla mieszaniny 12-składnikowej wyniosła  $278,04 \pm 63,20$  g (N=30).

Obliczenia statystyczne wykonano w programie SPSS wersja 20. Wielozmienną, jednoczynnikową analizę wariancji wykorzystano do określenia, czy występują istotne statystycznie różnice pomiędzy udziałem procentowym poszczególnych składników dla trzech wysokości poboru prób (A, B, C). W przypadku stwierdzenia statystycznie istotnych różnic dla trzech wysokości poboru prób (A, B, C) można uznać, iż mieszanina jest niejednorodna. W przypadku niestwierdzenia statystycznie istotnych różnic, można kontynuować próbkowanie z worka, wykonując pobór tylko jednej próby.

Poniżej zaprezentowano otrzymane wyniki badań dla mieszaniny 12-składnikowej, dla poziomu poboru prób oznaczonego jako A (tab. 2)

Tabela 2

Udział procentowy wybranych komponentów jednego poziomu poboru prób dla mieszaniny 12-składnikowej

Table 2

Percentage share of selected components for one level of sampling for twelve element mixture

Lp.	Udziały procentowe (%)											
	Pszenvica	Jęczmień	Kuk. żółta	Kuk. czerw.	Sorgo	Groch żółty	Groch ziel.	Peluszka	Proso żółte	Proso czerwone	Dari	Słonecznik
1	31,447	24,899	14,557	1,695	9,475	5,077	2,096	3,107	2,957	1,518	1,949	0,932
2	30,387	23,352	14,117	1,220	10,362	7,053	1,275	3,178	3,709	1,532	2,343	1,193
3	29,141	21,030	12,890	2,391	10,991	7,457	2,105	4,360	4,503	1,933	2,004	1,029
4	26,702	18,779	15,251	2,822	9,914	9,551	2,093	3,658	5,400	2,412	2,168	0,903
5	28,301	20,668	13,821	2,025	10,613	8,405	2,733	3,739	4,356	1,773	2,217	1,024
6	27,118	18,766	14,427	2,858	10,112	8,845	2,682	4,048	5,926	1,989	2,104	0,846
7	28,891	19,759	13,862	2,080	10,942	6,880	1,554	4,396	6,117	2,182	2,096	1,028
8	28,687	19,837	12,979	3,053	11,537	7,928	1,929	3,090	5,130	2,258	2,327	0,912
9	31,397	22,533	13,551	2,169	10,270	6,433	1,646	2,944	3,345	1,737	2,421	1,314
10	31,553	22,957	12,377	2,394	11,427	5,290	2,442	3,725	2,533	1,327	2,329	1,266

Wielowymiarowe metody statystyczne są statystycznymi technikami jednoczesnej analizy danych dotyczących kilku zmiennych. Procedurę MANOVA wykorzystujemy do przeprowadzenia testu na różnice między centroidami kilku populacji (Aczel, 2005).

Do obliczeń przyjęto następujące założenia:

1. Każda z  $r$  badanych populacji ma wielowymiarowy rozkład normalny.
2. Wszystkie  $r$  populacji mają takie same macierze wariancji/kowariancji  $\Sigma$ .

Hipoteza zerowa brzmi:

$$H_0: \mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \dots = \mu_r$$

H1: nie wszystkie  $\mu_i$  ( $i=1, 2, \dots, r$ ) są równe, gdzie:

$$\mu_i = \begin{bmatrix} \mu_{i1} \\ \mu_{i2} \\ \mu_{i3} \\ \vdots \\ \mu_{ik} \end{bmatrix} \quad (1),$$

$\mu_i$  – wektor wartości średnich w  $i$ -tej populacji dla  $k$  badanych zmiennych, czyli centroida  $i$ -tej populacji.

Tak więc w odniesieniu do otrzymanych wyników badań  $r=3$  (poziomy A, B, C) i  $k=8$  lub  $k=12$ .

Hipoteza zerowa brzmi:

$H_0: \mu_1 = \mu_2 = \mu_3$  Centroidy są równe w  $r$  badanych populacjach. Wektory średnich w poszczególnych poziomach A, B, C (poziom pobierania próbki w worku) są jednorodne, czyli odpowiednio dla mieszaniny 8- i 12-składnikowej otrzymujemy:

$$\mu_t = \begin{bmatrix} \mu_{1,1} \\ \mu_{1,2} \\ \mu_{1,3} \\ \mu_{1,4} \\ \mu_{1,5} \\ \mu_{1,6} \\ \mu_{1,7} \\ \mu_{1,8} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mu_{2,1} \\ \mu_{2,2} \\ \mu_{2,3} \\ \mu_{2,4} \\ \mu_{2,5} \\ \mu_{2,6} \\ \mu_{2,7} \\ \mu_{2,8} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mu_{3,1} \\ \mu_{3,2} \\ \mu_{3,3} \\ \mu_{3,4} \\ \mu_{3,5} \\ \mu_{3,6} \\ \mu_{3,7} \\ \mu_{3,8} \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$\mu_t = \begin{bmatrix} \mu_{1,1} \\ \mu_{1,2} \\ \mu_{1,3} \\ \mu_{1,4} \\ \mu_{1,5} \\ \mu_{1,6} \\ \mu_{1,7} \\ \mu_{1,8} \\ \mu_{1,9} \\ \mu_{1,10} \\ \mu_{1,11} \\ \mu_{1,12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mu_{2,1} \\ \mu_{2,2} \\ \mu_{2,3} \\ \mu_{2,4} \\ \mu_{2,5} \\ \mu_{2,6} \\ \mu_{2,7} \\ \mu_{2,8} \\ \mu_{2,9} \\ \mu_{2,10} \\ \mu_{2,11} \\ \mu_{2,12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mu_{3,1} \\ \mu_{3,2} \\ \mu_{3,3} \\ \mu_{3,4} \\ \mu_{3,5} \\ \mu_{3,6} \\ \mu_{3,7} \\ \mu_{3,8} \\ \mu_{3,9} \\ \mu_{3,10} \\ \mu_{3,11} \\ \mu_{3,12} \end{bmatrix} \quad (3)$$

Hipoteza alternatywna brzmi wobec tego:

H1: nie wszystkie wektory  $\mu_i$  ( $i=1, 2, 3$ ) są równe, a  $k=8$  lub  $k=12$  gdzie:

$$\mu_t = \begin{bmatrix} \mu_{t1} \\ \mu_{t2} \\ \mu_{t3} \\ \vdots \\ \mu_{tk} \end{bmatrix} \quad (4)$$

Wykonano cztery testy statystyczne: ślad Pillaiego, lambda Wilksa, ślad Hotellinga i największy pierwiastek Roy'a (tab. 3).

Analiza prawdopodobieństw  $p$  ( $\alpha=0,05$ ) przedstawionych w tabeli 3 wskazała, iż brak jest podstaw do odrzucenia hipotezy zerowej o równości wektorów wartości oczekiwanych. Przyjmujemy więc, że centroidy są równe w badanych populacjach, a więc wektory średnich w poszczególnych poziomach dolnych, środkowym i górnym są jednorodne. Mieszanka pasz jest jednorodna (homogeniczna) w swoim składzie i każda z porcji zawiera podobną kompozycję mieszanych komponentów.

Po przeprowadzeniu analizy wielowymiarowej można odnieść się do wyników badań jednoczynnikowej analizy wariancji z wcześniejszego artykułu autorki (Królczyk, 2012). W testach porównań parami na poziomie istotności statystycznej  $\alpha=0,05$  wykazano, iż dla kukurydzy różnią się tu dwie skrajne wartości oczekiwane (poziom A i C), ale nie udaje się

znaleźć grupy (poziomu), która „odstawałaby” w istotny sposób od pozostałych ( $p=0,037$ ), a więc średnie wartości udziału procentowego w poziomach poboru prób z worka A, B, C nie są równe. Taki przypadek można potraktować jako artefakt i zignorować w analizie pod względem jednorodności komponentów w różnych poziomach pobieranych prób.

Tabela 3

*Otrzymane wartości istotności p przeprowadzonych testów statystycznych*

Table 3

*The obtained values of significance p of statistical tests, which were carried out*

Lp.	Rodzaj metody	p	
		mieszanka pasz 8 składnikowa	mieszanka pasz 12 składnikowa
1	Ślad Pillai	0,406	0,640
2	Lambda Wilksa	0,443	0,560
3	Ślad Hotellinga	0,481	0,494
4	Największy pierwiastek Roy'a	0,252	0,097

Podsumowując wyniki obliczeń, można powiedzieć, iż dla badanych mieszanin można pobierać z jednego worka tylko jedną próbę (zamiast trzech), aby poprawnie wyznaczyć jakość mieszaniny, a badane mieszaniny są homogeniczne.

## Wnioski

Na podstawie testów statystycznych wykazano, że nie występują istotne statystycznie różnice pomiędzy udziałem procentowym poszczególnych składników dla trzech wysokości prób pobranych z worków (ok. 3% objętości), tak więc wnioskuje się, że jedna próba jest wystarczająca do oceny na tej podstawie stanu mieszaniny (ok. 1% objętości).

## Literatura

- Aczel, A. D. (2005). *Statystyka w zarządzaniu*. Warszawa, PWN, ISBN 83-01-14548-X.
- Boss, J. (1987). *Mieszanie materiałów ziarnistych*. Warszawa – Wrocław, PWN, ISBN 83-01-07058-7.
- Cullen, P. J. (2009). *Food Mixing: Principles and Applications*. Hardcover, Wiley-Blackwell, ISBN 978-1-4051-7754-2.
- Daumann, B. H.; Nirschl, H. (2008). Assessment of the mixing efficiency of solid mixtures by means of image analysis. *Powder Technology*, 182, 415–423.
- Fan, L. T.; Chen, S. J.; Watson, C. A. (1970). Solids Mixing. *Ind. Eng. Chem.*, 62 No 7, 53-69.
- Łysenko, K.W.; Muromcew, J.L.; Orłow, W.I.; Strelcow, W. W. (1977). O predelenije količestwa i wieličiny prob pri isseledovani processa smešenija. *Izv. Vyss. Učebnn. Zaved., Chim. Technol.*, 20, 1, 126-128.
- Królczyk, J. (2011). Analiza zmian jakości wieloskładnikowych mieszanin ziarnistych na linii mieszania w przemysłowej wytwórni pasz. *Inżynieria Rolnicza*, 5(130), 125-133.
- Królczyk, J. (2012). Wyznaczanie rozmiaru próby w ocenie jakości wieloskładnikowych niejednorodnych układów ziarnistych. *Inżynieria Rolnicza*, 2(136), 139-147.

- Obregón, L.; Realpe, A.; Rinaldi, C.; Velázquez, C. (2010). Mixing of granular materials. Part I: Effect of periodic shear. *Powder Technology*, 197, 9–16.
- Sommer, K. (1982). Wie vergleicht man die Mischfähigkeit von Feststoff-mischer?, *Aufbereitungs-Technik*, 23, No 5, 266-269.



WFOŚiGW

*Dofinansowanie ze środków Wojewódzkiego Funduszu Ochrony Środowiska i Gospodarki Wodnej w Opolu*

## THE USE OF MULTIVARIATE ANALYSIS OF VARIANCE TO ASSESS THE SIZE OF A SAMPLE OF MULTICOMPONENT FODDER

**Abstract.** The aim of this study was to determine the size of the sample collected to describe the quality of feed. The research hypothesis was formulated as follows: collecting one sample from the bag of feed is sufficient to properly determine the feed quality. The work included conducting two research experiments for feed mixtures (8 and 12 ingredients), sampling during the bagging of 20 bags from three levels of bags, determining the content of samples and comparing the content of samples taken from three levels. Statistical analysis was based on the use of multivariate analysis of variance to determine whether there were significant differences in percentage for three levels of sampling. Based on the statistical analysis it can be concluded that there are no statistically significant differences between the percentages of individual components for three levels of samples taken from bags (about 3% of volume), so it seems that one sample (about 1% of volume) is sufficient to assess the mixture quality on this basis.

**Key words:** multi-component mixture, feed mixture, multivariate analysis of variance, feed quality

**Adres do korespondencji:**

Jolanta Królczyk; e-mail: [j.krolczyk@po.opole.pl](mailto:j.krolczyk@po.opole.pl)  
Katedra Inżynierii Biosystemów  
Politechnika Opolska  
ul. Mikołajczyka 5  
45-271 Opole