

Odkształcalność muru pod wpływem obciążeń

Dr inż. Roman Jarmontowicz, mgr inż. Jan Sieczkowski,
Instytut Techniki Budowlanej, Warszawa

1. Wprowadzenie

Jedną z właściwości odkształceniowych muru jest jego zdolność do odkształcania się pod wpływem różnych czynników, do których zalicza się obciążenia (zależność naprężenie – odkształcenie, pełzanie przy obciążeniach działających długotrwanie), oddziaływanie wilgoci powodującej skurcz lub pęcznienie, odkształcenia liniowe pod wpływem zmian temperatury. Przedmiotem niniejszego artykułu jest odkształcalność muru pod wpływem obciążeń.

Odkształcanie się muru pod wpływem obciążeń zależy przede wszystkim od następujących czynników:

- kształtu, wielkości i rodzaju elementów murowych (w tym cech sprężystych),
- kształtu, objętości i położenia otworów w elementach murowych,
- udziału zaprawy w objętości muru,
- wieku muru w chwili obciążenia, zwłaszcza w pierwszych 28 dniach po wykonaniu muru.

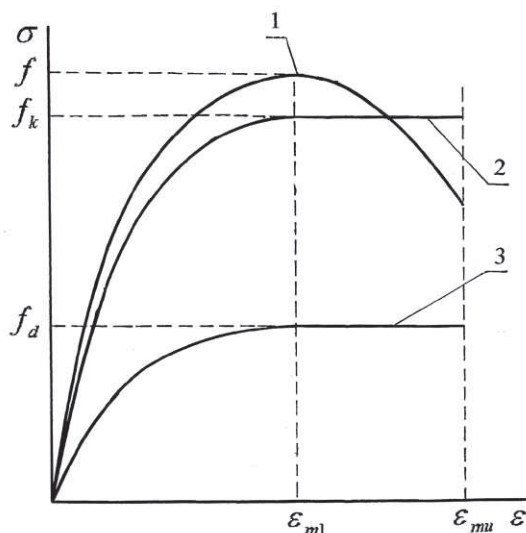
Do istotnych właściwości związanych z odkształceniami muru pod wpływem obciążeń zalicza się: zależność pomiędzy naprężeniem i odkształceniem, wartość modułu sprężystości muru (doraźna i długotrwała), wartość modułu ścinania (odkształcenia postaciowego) i pełzanie.

2. Zależność naprężenie – odkształcenie

Zależność pomiędzy naprężeniami i odkształceniami w murze poddanym ścisnaniu jest funkcją nieliniową. Poglądowo przedstawiono ją na rysunku 1, na którym przyjęto następujące oznaczenia:

- σ – naprężenie ściskające w murze,
- f – wytrzymałość muru na ścisnaniu,
- f_k – charakterystyczna wytrzymałość muru na ścisnaniu,
- f_d – obliczeniowa wytrzymałość muru na ścisnaniu,
- ε – odkształcenie muru ściskanego,
- ε_{m1} – odkształcenie odpowiadające wytrzymałości muru na ścisnaniu,
- ε_{mu} – odkształcenie odpowiadające zniszczeniu muru.

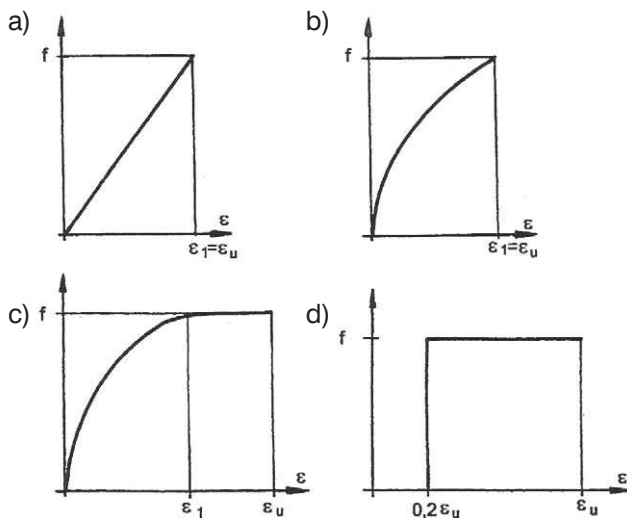
Zgodnie z normą PN-EN 1996-1-1 [1] w obliczeniach konstrukcji murowych przyjmuje się wyidealizowane krzywe zależności $\sigma - \varepsilon$, w postaci funkcji paraboliczno-prostokątnych. Na rysunku 1 przedstawiono linię 1 rzeczywisty przebieg zależności $\sigma - \varepsilon$, linię 2 – dla wytrzymałości charakterystycznej muru f_k , a linię 3 – dla wytrzymałości obliczeniowej f_d . W normie dopuszcza się



Rys. 1. Zależność naprężenie – odkształcenie muru ściskanego: 1 – rzeczywisty, 2 – paraboliczno-prostokątny, 3 – obliczeniowy

przyjmowanie do obliczeń zależności naprężenie – odkształcenie jako liniowej, parabolicznej, paraboliczno-prostokątnej lub prostokątnej. Zależności te schematycznie przedstawiono na rysunku 2.

Należy mieć jednak na uwadze, że takie wyidealizowane modele zależności $\sigma - \varepsilon$ nie zawsze mogą być przyjmowane. Przykładowo, mury z cegły pełnej (elementy murowe grupy 1), po osiągnięciu wytrzymałości muru



Rys. 2. Wykresy funkcji naprężenie – odkształcenie: a) liniowej, b) parabolicznej, c) paraboliczno-prostokątnej, d) prostokątnej

na ściskanie, wykazują dalszy przyrost odkształceń plastycznych. Dla takich murów odpowiednia jest zależność paraboliczno-prostokątna. W przypadku murów z pustaków ceramicznych z otworami pionowymi o objętości 45-50% takich odkształceń plastycznych nie obserwuje się w badaniach – tutaj odpowiednia jest zależność paraboliczna. Natomiast w murach z elementów murowych z betonu komórkowego z cienkimi spoinami zależność $\sigma - \varepsilon$ można przyjąć jako liniową.

Istotnymi parametrami zależności $\sigma - \varepsilon$ są wartości odkształceń odpowiadających wytrzymałości muru na ściskanie ε_{m1} oraz zniszczenia muru ε_{mu} . We wcześniejszych normach projektowania konstrukcji murowych PN-B-03002 z roku 1999 [2] i roku 2007 [3] przyjęto, że mury wykonane z elementów murowych grupy 1 i 2 charakteryzują się paraboliczno-prostokątną zależnością $\sigma - \varepsilon$ przy $\varepsilon_{m1} = -0,0020$ oraz $\varepsilon_{mu} = -0,0035$, a w przypadku murów z elementów murowych grupy 3 i 4 przyjęto paraboliczną zależność $\sigma - \varepsilon$ przy $\varepsilon_{m1} = \varepsilon_{mu} = -0,0020$. Natomiast w normie PN-EN 1996-1-1 [1] podano jedynie zalecane dotyczące wartości odkształceń ε_{mu} , które wynoszą w przypadku murów z elementów murowych grupy 1 $\varepsilon_{mu} = -0,0035$, a elementów grupy 2, 3 i 4 $\varepsilon_{mu} = -0,0020$. Wobec braku zalecanych w [1] wartości odkształceń ε_{m1} , czyli odkształceń muru odpowiadających jego wytrzymałości na ściskanie, oraz uwzględniając obserwacje podczas badań konstrukcji murowych proponuje się przyjmować jak dotychczas wartość ε_{m1} to jest $\varepsilon_{m1} = -0,0020$ dla wszystkich grup elementów murowych.

3. Moduł sprężystości

Moduł sprężystości muru E jest tangensem kąta nachylenia siecznej wykresu $\sigma - \varepsilon$ w określonym przedziale naprężeń do osi odkształceń. Rozróżnia się doraźny moduł sprężystości E wyznaczany przy obciążeniu krótkotrwałym, przeważnie w czasie badania wytrzymałości muru na ściskanie oraz długotrwały moduł sprężystości $E_{longterm}$ z uwzględnieniem reologicznych odkształceń muru.

Doraźny sieczny moduł sprężystości muru E wyznacza się na podstawie badań przeprowadzanych zgodnie z normą PN-EN 1052-1 [4] lub w przypadku braku wyników badań, oblicza się go według wzoru:

$$E = K_E f_k \quad (1)$$

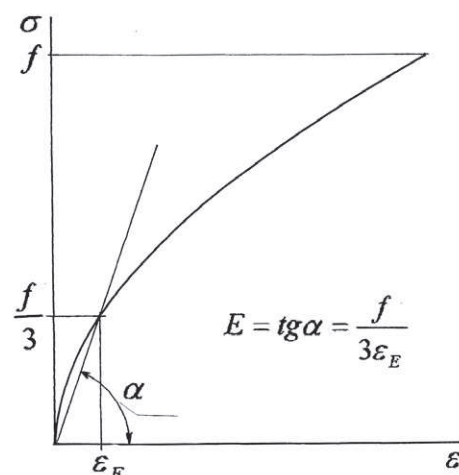
gdzie:

K_E – współczynnik do obliczania doraźnego modułu sprężystości muru E .

W Załączniku krajowym NA do normy PN-EN 1996-1-1 [1] podano zalecane wartości doraźnego siecznego modułu sprężystości muru E :

– dla murów wykonanych na zaprawie $f_m \geq 5$ MPa, z wyjątkiem murów z autoklawizowanego betonu komórkowego, $E = 1000 f_k$,

– dla murów z autoklawizowanego betonu komórkowego, niezależnie od rodzaju zaprawy, oraz dla murów z innego rodzaju elementów murowych na zaprawie $f_m \geq 5$ MPa, $E = 600 f_k$.



Rys. 3. Zasady wyznaczania doraźnego modułu sprężystości według normy PN-EN 1052-1 [4]

W czasie badania wytrzymałości muru na ściskanie można także wyznaczyć zależność $\sigma - \varepsilon$ dla tego muru. Zależność tę przedstawiono na rysunku 3, gdzie podano również zasady wyznaczania doraźnego modułu sprężystości E zgodnie z normą PN-EN 1052-1 [4].

W publikacji [7] zwraca się uwagę na fakt, że w początkowej fazie obciążania muru występują pewne zakłócenia spowodowane dopasowywaniem się płyty obciążającej do badanego muru. Zakłócenia te szybko ustają, nie przekraczając zwykle poziomu naprężeń od 0,1 do 0,15 wytrzymałości muru na ściskanie. Aproxymując krzywą zależność $\sigma - \varepsilon$ do wyników badań powyżej 0,15f punkt $\sigma = 0$ i $\varepsilon = 0$ z reguły wypada w innym miejscu niż w pierwotnie założonym układzie współrzędnych. W takich sytuacjach najprostszym rozwiązaniem jest przesunięcie osi pionowej do punktu przecięcia się aproksymowanej krzywej z osią odkształceń. Dalszy tok postępowania pozostaje bez zmian.

W publikacji [5] autorzy, opierając się na pracach opisanych w publikacji [6], proponują bardziej dokładną metodę obliczania doraźnego modułu sprężystości muru – jako funkcji wysokości elementów murowych i grubości spoin wspornych oraz doraźnych modułów sprężystości elementów murowych i zaprawy – według wzoru:

$$E = \frac{1,25\alpha + 1}{1,25\alpha + \beta} E_b \quad (2)$$

gdzie: $\alpha = \frac{h_b}{h_m}$; $\beta = \frac{E_b}{E_m}$

E – doraźny moduł sprężystości muru,

E_b i E_m – doraźny moduł sprężystości elementów murowych i zaprawy,

h_b i h_m – wysokość elementów murowych i grubość zaprawy w spoinie wspornej.

Przy stosowaniu wzoru (2) mogą wystąpić trudności z przyjmowaniem wartości E_b i E_m , gdyż zarówno producenci elementów murowych jak i zapraw nie są zobligowani do deklarowania tych właściwości.

Zgodnie z zakresem stosowania Eurokodu 6 [1] konstrukcje murowe mogą być projektowane z:

- elementów murowych ceramicznych, silikatowych, betonowych (z betonów kruszywowych zwykłych i lekkich), z autoklawizowanego betonu komórkowego, z kamienia sztucznego i naturalnego oraz
- zaprawy zwykłej, lekkiej lub do cienkich spoin.

Badania modułu sprężystości elementów murowych i zaprawy są wykonywane przez producentów bardzo rzadko. W przypadku elementów murowych z betonu zwykłego i lekkiego, a także z betonu komórkowego moduł sprężystości elementów murowych można przyjąć jak samego betonu. W innych przypadkach różnice modułów sprężystości z reguły są znacznie większe.

W murach z cienkimi spoinami doraźny moduł sprężystości muru przyjmuje się jako równy modułowi sprężystości elementów murowych

W publikacji [7] podano wartości modułu sprężystości muru w zależności od wytrzymałości na ściskanie elementu murowego f_b dla następujących elementów murowych:

- ceramicznych $E_b = 800 f_b$,
- silikatowych i z autoklawizowanego betonu komórkowego $E_b = 600 f_b$,
- betonu zwykłego $E_b = 1300 f_b$,
- zaprawy $E_b = 1000 f_b$.

Dla elementów murowych z kamienia sztucznego, które są w rzeczywistości elementami murowymi betonowymi, wartości modułu sprężystości można przyjmować jak dla betonu zwykłego.

W przypadku elementów murowych z kruszywowego betonu lekkiego, zgodnie z postanowieniami normy PN-EN 1992-1-1 [9], wartości modułu sprężystości kruszywowego betonu lekkiego określa się jak betonu zwykłego mnożąc go przez współczynnik η_E obliczany ze wzoru:

$$\eta_E = \left[\frac{\rho}{2200} \right]^2 \quad (3)$$

gdzie:

ρ – gęstość objętościowa betonu kruszywowego lekkiego.

Wzór na obliczanie modułu sprężystości elementów murowych z kruszywowego betonu lekkiego będzie następujący:

$$E_b = 1300 f_b \left[\frac{\rho}{2200} \right]^2 \quad (4)$$

Dla porównania podano także sposób obliczania siecznego modułu sprężystości betonu zwykłego E_{cm} według normy PN-EN 1992-1-1 [9]:

$$E_{cm} = 22 [0,1 (f_{ck} + 8)]^{0,3} \quad (5)$$

gdzie:

f_{ck} – charakterystyczna wytrzymałość na ściskanie lub klasa betonu.

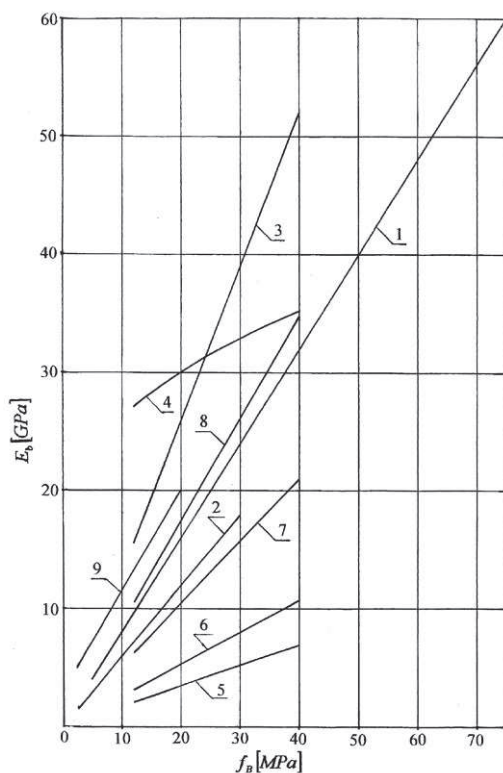
Zależności między doraźnym modułem sprężystości elementów murowych z różnych materiałów (z wyjątkiem kamienia naturalnego) i wytrzymałością tych elementów murowych na ściskanie, ale bez przeliczania na wytrzymałość znormalizowaną, przedstawiono na rysunku 4, na którym dla porównania podano także zależność modułu sprężystości betonu zwykłego od jego klasy.

Przy długotrwałym działaniu obciążenia ściskającego mur wartość długotrwałego modułu sprężystości muru $E_{longterm}$ wyznacza się na podstawie doraźnego siecznego modułu sprężystości E z uwzględnieniem pełzania według wzoru:

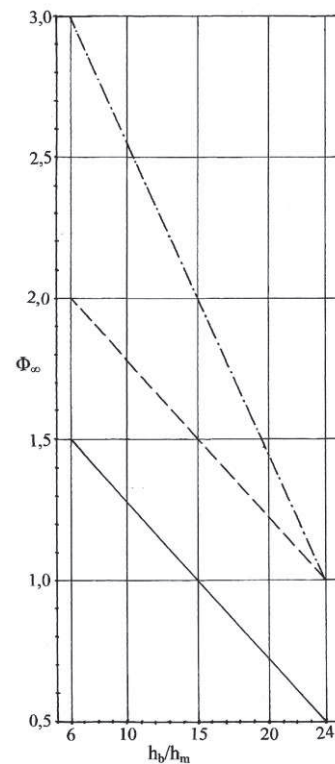
$$E_{longterm} = \frac{E}{1 + \phi_\infty} \quad (6)$$

w którym:

ϕ_∞ – końcowy współczynnik pełzania.



Rys. 4. Zależność E_b od f_b dla murów z elementów murowych i zaprawy: 1 – ceramicznych, 2 – silikatowych i z autoklawizowanego betonu komórkowego, 3 – z betonu zwykłego i kamienia sztucznego, 4 – z betonu zwykłego wg Eurokodu 2, 5 – z betonu kruszywowego lekkiego $\rho = 800 \text{ kg/m}^3$, 6 – z betonu kruszywowego lekkiego $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$, 7 – z betonu kruszywowego lekkiego $\rho = 1400 \text{ kg/m}^3$, 8 – z betonu kruszywowego lekkiego $\rho = 1800 \text{ kg/m}^3$, 9 – zaprawa



Rys. 5. Zależności (h_b/h_m) dla murów z elementów murowych: linia ciągła – ceramicznych i z autoklawizowanego betonu komórkowego, linia kreskowana – silikatowych, z betonu zwykłego i z kamienia sztucznego, linia kreska-kropka – z betonu lekkiego kruszywowego

Tabela 1. Wartości współczynnika pełzania oraz współczynników *A* i *B* we wzorze (7)

Rodzaj elementów murowych	Końcowa wartość współczynnika pełzania ^a ϕ_{∞}	Wartości współczynników we wzorze (7)	
		<i>A</i>	<i>B</i>
Ceramika	0,5 do 1,5	1,83	- 0,055
Silikaty	1,0 do 2,0	2,33	- 0,055
Beton kruszywowy i kamień sztuczny	1,0 do 2,0	2,33	- 0,055
Beton na kruszywach lekkich	1,0 do 3,0	3,67	- 0,111
Autoklawizowany beton komórkowy	0,5 do 1,5	1,83	- 0,055
Kamień naturalny	magmowy	b	-
	osadowy		
	metamorficzny		

^a Końcowy współczynnik pełzania $\phi_{\infty} = \epsilon_{cz} / \epsilon_{el}$, gdzie ϵ_{cz} jest końcową wartością odkształceń pełzania i $\epsilon_{el} = \sigma / E$.
^b Wartości te są zazwyczaj bardzo małe.

Wartości końcowego współczynnika pełzania ϕ_{∞} podano w tabeli 1, kolumna 2.

Wartości końcowego współczynnika pełzania ϕ_{∞} dla murów wykonanych z różnych elementów murowych (z wyjątkiem murów z kamienia naturalnego) podane w tabeli 1, za PN-EN 1996-1-1 [1], zmieniają się w bardzo szerokich granicach. Norma [1] nie podaje żadnych wskazówek dotyczących przyjmowania określonych wartości współczynnika pełzania ϕ_{∞} w rozpatrywanych sytuacjach. Wartości końcowego współczynnika pełzania muru ϕ_{∞} zależą od wartości końcowego współczynnika pełzania elementów murowych $\phi_{b\infty}$ i końcowego współczynnika pełzania zaprawy $\phi_{m\infty}$ oraz stosunku wysokości elementów murowych h_b do grubości spoiny wspornej h_m . W większości wykonywanych murów stosunek h_b/h_m zmienia się od 6 do 24. Założono, że graniczne wartości h_b/h_m będą odpowiadać granicznym wartościom końcowego współczynnika pełzania muru ϕ_{∞} podanego w tablicy 1, a także liniową zmienność tego współczynnika – rysunek 5.

Dla dowolnego stosunku h_b/h_m w rozpatrywanym przedziale, wartość końcowego współczynnika pełzania muru ϕ_{∞} można obliczyć ze wzoru:

$$\phi_{\infty} = A + B \frac{h_b}{h_m} \tag{7}$$

Wartości współczynników *A* i *B*, dla poszczególnych rodzajów muru, podano w tabeli 1, kolumna 3 i 4.

W przypadku murów z kamienia naturalnego wartości końcowego współczynnika pełzania zaleca się przyjmować w zależności od wytrzymałości kamienia naturalnego na ściskanie w następujący sposób:

- przy $f_b \leq 60$ MPa $\phi_{\infty} = 0,2$,
- przy $f_b > 60$ MPa $\phi_{\infty} = 0,1$.

4. Moduł ścinania

Moduł ścinania *G* (nazywany też modułem odkształcenia postaciowego), przy założeniu, że mur jest materiałem izotropowym, a zależność naprężenie-odkształcenie jest liniowa, można obliczyć ze wzoru:

$$G = \frac{E}{2(1 + \nu)} \tag{8}$$

w którym:

E – współczynnik sprężystości muru,
 ν – współczynnik Poissona, $\nu = \epsilon_x / \epsilon_y$,
 ϵ_x, ϵ_y – odkształcenia odpowiednio dla kierunku równoległego (ϵ_x) i prostopadłego (ϵ_y) do spoin wspornych. Według danych w publikacji [7] i [8] w konstrukcjach murowych wartości współczynnika Poissona ν są zawarte w przedziale od 0,1 do 0,4. Średnia wartość współczynnika ν w tym przedziale wynosi 0,25 i taką wartość przyjęto w normie PN-EN 1996-1-1 [1]. Zgodnie z tą normą wartości modułu ścinania można obliczać ze wzoru:

$$G = 0,40 E \tag{9}$$

Takie uproszczenie jest uzasadnione, ponieważ błąd w oszacowaniu modułu ścinania w granicznych przypadkach nie przekracza kilkunastu procent i praktycznie nie ma to większego znaczenia.

5. Podsumowanie

Przedstawione rozważania dotyczące właściwości odkształceniowych konstrukcji murowych są uzupełnieniem postanowień normy PN-EN 1996-1-1 [1] i mogą być pomocne w pracach projektowych w zakresie konstrukcji murowych, w przypadkach gdy zachodzi potrzeba bardziej dokładnej oceny odkształceń tych konstrukcji. Materiał ten może być wykorzystany także w pracach normalizacyjnych przy nowelizacji Załącznika krajowego NA normy [1].

BIBLIOGRAFIA

- [1] PN-EN 1996-1-1 +A1:2013 Eurokod 6. Projektowanie konstrukcji murowych. Część 1-1: Reguły ogólne dla zbrojonych i niezbrojonych konstrukcji murowych
- [2] PN-B-03002:1999 Konstrukcje murowe niezbrojone. Projektowanie i obliczanie
- [3] PN-B-03002:2007 Konstrukcje murowe. Projektowanie i obliczanie
- [4] PN-EN 1052-1 Metody badań murów. Określenie wytrzymałości na ściskanie
- [5] Drobiec Ł., Jasiński R., Piekarczyk A., Konstrukcje murowe według Eurokodu 6 i norm związanych. Tom 1. PWN, Warszawa 2013
- [6] PN-EN 1996 Eurokod 6. Projektowanie konstrukcji murowych
- [7] Lewicki B., Jarmontowicz R., Kubica J.: Podstawy projektowania niezbrojonych konstrukcji murowych. Instytut Techniki Budowlanej, Warszawa 2001
- [8] Rozszerzenie podstaw naukowych ustaleń Eurokodu 6 „Projektowanie konstrukcji murowych”. Komentarz naukowo-badawczy do PN-EN 1996-1-1:2008, PN-EN 1996-2:2008 i PN-EN 1996-3:2008. Tom 1 (praca zbiorowa). Instytut Techniki Budowlanej, Warszawa 2008
- [9] PN-EN 1992-1-1 Eurokod 2. Projektowanie konstrukcji z betonu. Część 1-1: Reguły ogólne i reguły dla budynków