

# Zastosowanie metody AHP do wyboru dostawców materiałów budowlanych

## *The application of the AHP method to the selection of building materials suppliers*

Wykonawcy, wybierając dostawcę materiałów budowlanych, mogą brać pod uwagę wiele kryteriów. Ocenienie ich wszystkich jest korzystne, ale może stwarzać dużo problemów w praktyce. Rozwiązaniem jest tutaj zastosowanie jednej z metod analiz wielokryterialnych. W artykule — na przykładzie przedstawiono najczęściej stosowaną w praktyce metodę wagową. Korzystną alternatywą jest zastosowanie jednej z metod analizy wielokryterialnej — AHP (ang. Analytic Hierarchy Process). Przedstawiono przykład jej zastosowania zarówno w podstawowym ujęciu, jak i w jej wariacie rozbudowanym — FAHP (ang. *Fuzzy Analytic Hierarchy Process* — FAHP).

### **Słowa kluczowe:**

AHP, rozmyte AHP, dostawca materiałów budowlanych.

When selecting the supplier of building materials, contractors can take into account a considerable number of criteria. Although including them all in the evaluation is beneficial, it may cause many issues in practice. To solve this problem, one may resort to one of the multicriteria analysis methods. The article presents an example of a multicriteria analysis, namely, the AHP, and illustrates its application in both the basic presentation and in its more elaborate variant: the Fuzzy AHP — FAHP.

### **Key words:**

AHP, Fuzzy AHP, building material supplier.

## **Wprowadzenie**

Koszty związane z materiałami przeznaczonymi do wykonania robót budowlanych, mają znaczny udział w kosztach realizacji obiektu budowlanego. Najczęściej stosowanym kryterium wyboru dostawcy materiałów budowlanych, zwłaszcza w sferze zamówień publicznych, jest cena ofertowa. Oferta z najniższą ceną nie gwarantuje jednak odpowiedniej jakości czy właściwych parametrów materiałów. Niezwykle ważne jest także zapewnienie przez dostawcę korzystnych warunków dostawy czy w niektórych przypadkach szkoleń w zakresie właściwego zastosowania materiału. Wykonawcy, wybierając dostawcę materiałów budowlanych, mogą brać pod uwagę znaczną liczbę kryteriów. Ujęcie ich wszystkich w ocenie jest korzystne, ale może stwarzać wiele problemów w praktyce.

W artykule przedstawione zostaną kryteria, które mogą być zastosowane w procesie selekcji dostawców. Na przykładzie zaprezentowane zostanie wykorzystanie prostej metody pozwalającej ująć różnorodne kryteria. Korzystną alternatywą jest zastosowanie jednej z metod analizy wielokryterialnej — AHP. Zostaną przedstawione zalety tej metody,

a także przykład jej zastosowania zarówno w podstawowym ujęciu, jak i w jej wariacie rozbudowanym — FAHP.

## **Kryteria wyboru dostawców materiałów budowlanych**

Analiza kryteriów selekcji dostawców jest tematem rozważań naukowców i praktyków zachodnich już od lat 60. XX w. (Benyoucef, Ding, Xie, 2003; Areoulis, Kalfakakou, Striagka, 2009; Mwikali, Kavale, 2012). Bazując na opracowaniach literaturowych i praktyce, kryteria wyboru dostawców można ująć w dwie zasadnicze grupy:

- dotyczące kompetencji dostawcy,
- dotyczące cech dostawy.

Do kryteriów oceniających kompetencje dostawcy można zaliczyć m.in.:

- reputację dostawcy,
- referencje dostarczone przez dostawcę,
- okres obecności na polskim rynku,
- sytuację finansową,
- możliwość szkoleń z zakresu danego produktu oferowaną przez dostawcę,

Tabela 1

Ocena dostawców — metoda wagowa

Kryterium	Waga	Oceny dostawców										
		A <sub>1</sub>	A <sub>2</sub>	A <sub>3</sub>	A <sub>4</sub>	A <sub>5</sub>	A <sub>6</sub>	A <sub>7</sub>	A <sub>8</sub>	A <sub>9</sub>	A <sub>10</sub>	
k <sub>1</sub>	Cena ofertowa	50,0%	6	1	2	4	9	8	7	10	3	5
k <sub>2</sub>	Termin realizacji	5,0%	10	5	9	1	2	7	3	3	6	8
k <sub>3</sub>	Okres gwarancji	10,0%	9	8	5	10	7	6	3	3	1	2
k <sub>4</sub>	Poziom zaufania	5%	10	2	2	1	4	10	2	7	3	3
k <sub>5</sub>	Jakość materiałów	5%	10	9	8	5	4	6	7	3	2	1
k <sub>6</sub>	Oryginał czy zamiennik	10%	10	5	10	5	5	5	5	5	10	5
k <sub>7</sub>	Warunki płatności	10%	10	8	9	9	9	10	8	10	8	8
k <sub>8</sub>	Doradztwo techniczne	5,0%	8	6	1	2	4	10	6	6	5	5
	Ostateczna ocena		7,8	3,7	4,4	4,9	7,3	7,8	6	7,8	4,2	4,9
	Ranking		1	7	5	4	2	1	3	1	6	4

Źródło: opracowanie własne.

- system kontroli jakości dostawy.
- Kryteria dotyczące cech dostawy, to m.in.:
- cena ofertowa,
- koszty w cyklu życia (LCC),
- termin realizacji,
- jakość wyrobów i marka produktów,
- gwarancja,
- ukryte koszty, niewykazanie części kosztów materiałów pomocniczych,
- warunki płatności,
- doradztwo techniczne,
- możliwość szybkiego domówienia lub oddania pewnej niepotrzebnej partii materiałów,
- harmonogram dostaw,
- system komunikacji.

Kryteria te bliżej zostały przedstawione m.in. w publikacji R. Kozik, A. Leśniak i E. Plebankiewicz (2013).

Z punktu widzenia oceny kryteriów można je z kolei podzielić na wymierne i trudno wymierne. Do pierwszej grupy można zaliczyć np. cenę czy termin gwarancji, gdzie ocenę łatwo jest ustalić, przyjmując odpowiednie równanie matematyczne.

W przypadku kryteriów trudno wymiernych, jak np. reputacja dostawcy czy harmonogram dostaw, ocena jest w dużym stopniu subiektywna i trudna do jednoznacznej kwantyfikacji.

## Metoda wagowa

Chcąc uwzględnić w ocenie wiele kryteriów, decydent musi dokonać wyboru z wielu istniejących metod analiz wielokryterialnych. Celem wielokryterialnych metod jest wskazanie najlepszej alternatywy spośród zbioru rozważanych alternatyw na podstawie zbioru ocen uzyskanych za pomocą kryteriów. Bardzo często metody wielokryterialnego wyboru rozpoczynają się od stworzenia macierzy decyzyjnej, która tworzy ranking decyzji.

Najprostsza i zarazem najczęściej stosowana w praktyce metoda opiera się na przydzieleniu kryteriom odpowiednich wag ( $W_{ik}$ ) i ocenie stopnia spełnienia kryterium przez dostawcę, przyjmując najczęściej skalę punktową ( $K_i$ ). Ocenę końcową dostawcy można wyrazić wtedy wzorem:

$$OC_k = \sum_{i=1}^n (K_i)(W_{ik}),$$

gdzie:

$n$  — liczba kryteriów,

$K_i$  — waga przypisana kryterium  $i$ ,

$W_{ik}$  — ocena przyznana dostawcy  $k$  według kryterium  $i$ .

Jako przykład metody zostanie przedstawiona ocena przy wyborze dostawcy grzejników dla dużego przedsięwzięcia budowlanego (Ziemiński, 2011). Decydent ustalił osiem kryteriów, które będzie brał pod uwagę przy ocenie, a następnie każdemu z nich przydzielił odpowiednią wagę. Na podstawie otrzymanych ofert (w sumie 10 alternatywnych dostawców), decydenci ocenili każdego z dostawców pod względem wszystkich kryteriów w skali od 1 do 10 (im większa ocena tym lepiej z punktu widzenia decydentów). Wyniki oceny przedstawia tabela 1.

W przykładzie cena była najważniejszym kryterium — tak najczęściej przyjmowane jest przez wykonawców. Jednak uwzględnienie innych kryteriów spowodowało, że jedną z najwyższej ocenionych ofert przedstawił dostawca oferujący piątą co do wielkości cenę ofertową. Różnice w końcowej ocenie są jednak niewielkie. Problem może także stanowić precyzyjna ocena punktowa w przypadku kryteriów trudno wymiernych. Częściowo problemy te rozwiązuje zastosowanie metod przedstawionych w dalszej części artykułu.

## Metodologia AHP

Analityczny proces hierarchiczny jest metodą heurystyczną opracowaną przez amerykańskiego matematyka T. Saaty'ego (Saaty, 1980). Metoda ułatwia dokonywanie optymalnych wyborów w przypadku wielokryterialnych problemów decyzyjnych poprzez ich redukcję do serii porównań parami, których dokonują eksperci, co w efekcie pozwala na dokonanie liczbowej miary ważności analizowanych elementów.

Do oceny wzajemnej dominacji poszczególnych kryteriów, T. Saaty zaproponował 9-stopniową skalę preferencji, przedstawioną w tabeli 2. Ten sposób oceny zostanie zastosowany w przykładzie.

Metodologia AHP zostanie zaprezentowana na wspomnianym wcześniej przykładzie wyboru dostawców grzejników. Analizowane studium przypadku zostało rozszerzone o dwa dodatkowe kryteria, istotnie ważne z punktu widzenia autorów. Są to: kryterium koszt w cyklu życia oraz kryterium warunki dostawy. Strukturę problemu zgodnie z metodą AHP przedstawia rysunek 1.

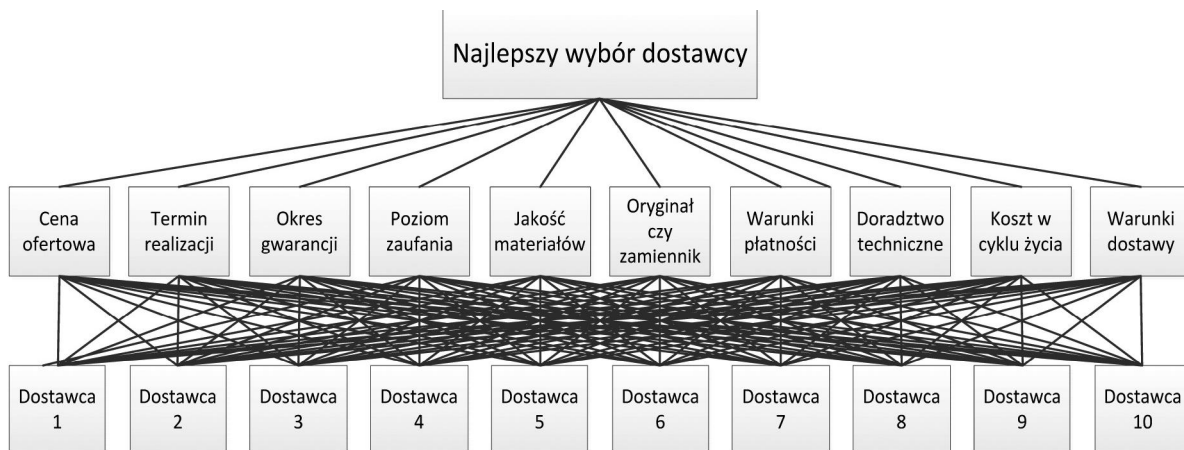
Problem polega na ocenie dziesięciu potencjalnych dostawców  $A_1, A_2, \dots, A_{10}$ . Do oceny posłużą dziesięć kryteriów  $k_1, k_2, \dots, k_{10}$  (tab. 3).

Dla każdego z kryteriów wykonywane są operacje omówione poniżej na przykładzie kryterium  $k_1$  — cena ofertowa.

Krok pierwszy to wyznaczenie macierzy porównań parami każdego kryterium (w celu uzyskania wektora pierwszeństwa kryteriów) oraz macierzy porównań każdej alternatywy w ramach każdego kryterium (w celu utworzenia wektorów preferencji danej alternatywy wobec danego kryterium). Dla przykładu, dla kryterium  $k_1$  macierz ta jest przedstawiona w tabeli 4.

Elementy macierzy określają wzajemną dominację wykonawców. Dla przykładu, wartości podane w pierwszym wierszu oznaczają, że np. dostawca  $a_1$  w wyższym stopniu spełnia kryterium  $k_1$  niż dostawca  $a_2$  (średnia dominacja), natomiast dostawca  $a_5$  spełnia je w niższym stopniu niż dostawca  $a_1$  (słaba niższość).

Rysunek 1  
Drzewo decyzyjne modelu AHP



Źródło: na podstawie: Saaty, 1980.

Tabela 2  
Podstawowa skala stopni preferencji dla porównań parami

Waga — skala numeryczna	Waga — skala werbalna
1	jednakowo ważne (brak dominacji)
3	niewiele ważniejsze (słaba dominacja)
5	dużo ważniejsze (średnia dominacja)
7	znacznie ważniejsze (silna dominacja)
9	absolutnie ważniejsze (absolutna dominacja)
2, 4, 6, 8	wartości pośrednie
$\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{6}, \frac{1}{7}, \frac{1}{8}, \frac{1}{9}$	dla relacji odwrotnych

Źródło: na podstawie: Saaty, 1980.

Tabela 3

Oznaczenia kryteriów oraz ocena poszczególnych dostawców dla metody AHP

Kryterium	Waga	Oceny dostawców										
		A <sub>1</sub>	A <sub>2</sub>	A <sub>3</sub>	A <sub>4</sub>	A <sub>5</sub>	A <sub>6</sub>	A <sub>7</sub>	A <sub>8</sub>	A <sub>9</sub>	A <sub>10</sub>	
k <sub>1</sub>	Cena ofertowa	25,0%	6	1	2	4	9	8	7	10	3	5
k <sub>2</sub>	Warunki płatności	7,5%	10	8	9	9	9	10	8	10	8	8
k <sub>3</sub>	Koszt w cyklu życia	17,5%	10	8	9	9	9	10	8	10	8	8
k <sub>4</sub>	Jakość materiałów	10,0%	10	9	8	5	4	6	7	3	2	1
k <sub>5</sub>	Oryginał czy zamiennik	7,5%	10	5	10	5	5	5	5	5	10	5
k <sub>6</sub>	Reputacja dostawcy	7,5%	10	2	2	1	4	10	2	7	3	3
k <sub>7</sub>	Termin realizacji	10,0%	10	5	9	1	2	7	3	3	6	8
k <sub>8</sub>	Warunki dostawy	5,0%	10	5	9	1	2	7	3	3	6	8
k <sub>9</sub>	Okres gwarancji	5,0%	9	8	5	10	7	6	3	3	1	2
k <sub>10</sub>	Doradztwo techniczne	5,0%	8	6	1	2	4	10	6	6	5	5

Źródło: opracowanie własne.

Tabela 4

Macierz porównań parami dla kryterium k<sub>1</sub> — cena ofertowa

Kryterium k <sub>1</sub>	A <sub>1</sub>	A <sub>2</sub>	A <sub>3</sub>	A <sub>4</sub>	A <sub>5</sub>	A <sub>6</sub>	A <sub>7</sub>	A <sub>8</sub>	A <sub>9</sub>	A <sub>10</sub>
A <sub>1</sub>	1	5	4	2	1/3	1/2	1	1/4	3	1
A <sub>2</sub>	1/5	1	1	1/3	1/8	1/7	1/6	1/9	1/2	1/4
A <sub>3</sub>	1/4	1	1	1/2	1/7	1/6	1/5	1/8	1	1/3
A <sub>4</sub>	1/2	3	2	1	1/5	1/4	1/3	1/6	1	1
A <sub>5</sub>	3	8	7	5	1	1	2	1	6	4
A <sub>6</sub>	2	7	6	4	1	1	1	1/2	5	3
A <sub>7</sub>	1	6	5	3	1/2	1	1	1/3	4	2
A <sub>8</sub>	4	9	8	6	1	2	3	1	7	5
A <sub>9</sub>	1/3	2	1	1	1/6	1/5	1/4	1/7	1	1/2
A <sub>10</sub>	1	4	3	1	1/4	1/3	1/2	1/5	2	1

Źródło: opracowanie własne.

Po ocenie parami należy obliczyć macierz syntetyczną oraz wektor ważności określający pierwszeństwo danego dostawcy wobec pozostałych dostawców w ramach kryterium k<sub>1</sub>. Wyniki przedstawia tabela 5.

Elementy macierzy syntetycznej są ilorazami wartości z danej pozycji macierzy i sumy wartości z danej kolumny, np. wartość w pierwszym wierszu i pierwszej kolumnie obliczona została następująco:

Tabela 5

Macierz syntetyczna oraz wektor ważności dla k<sub>1</sub>

Kryterium k <sub>1</sub>	A <sub>1</sub>	A <sub>2</sub>	A <sub>3</sub>	A <sub>4</sub>	A <sub>5</sub>	A <sub>6</sub>	A <sub>7</sub>	A <sub>8</sub>	A <sub>9</sub>	A <sub>10</sub>	Wektor ważności
A <sub>1</sub>	0,08	0,11	0,11	0,08	0,07	0,08	0,11	0,07	0,10	0,06	<b>0,08</b>
A <sub>2</sub>	0,02	0,02	0,03	0,01	0,03	0,02	0,02	0,03	0,02	0,01	<b>0,02</b>
A <sub>3</sub>	0,02	0,02	0,03	0,02	0,03	0,03	0,02	0,03	0,03	0,02	<b>0,02</b>
A <sub>4</sub>	0,04	0,07	0,05	0,04	0,04	0,04	0,04	0,04	0,03	0,06	<b>0,04</b>
A <sub>5</sub>	0,23	0,17	0,18	0,21	0,21	0,15	0,21	0,26	0,20	0,22	<b>0,20</b>
A <sub>6</sub>	0,15	0,15	0,16	0,17	0,21	0,15	0,11	0,13	0,16	0,17	<b>0,16</b>
A <sub>7</sub>	0,08	0,13	0,13	0,13	0,11	0,15	0,11	0,09	0,13	0,11	<b>0,12</b>
A <sub>8</sub>	0,30	0,20	0,21	0,25	0,21	0,30	0,32	0,26	0,23	0,28	<b>0,26</b>
A <sub>9</sub>	0,03	0,04	0,03	0,04	0,04	0,03	0,03	0,04	0,03	0,03	<b>0,03</b>
A <sub>10</sub>	0,08	0,09	0,08	0,04	0,05	0,05	0,05	0,05	0,07	0,06	<b>0,06</b>

Źródło: opracowanie własne.

$$\frac{1}{1 + \frac{1}{5} + \frac{1}{4} + \frac{1}{2} + 3 + 2 + 1 + 4 + \frac{1}{3} + 1} = 0,08$$

Elementy wektora ważności są średnimi arytmetycznymi wartości z danego wiersza i liczby wierszy, np. dla wartości z wiersza pierwszego:

$$(0,08 + 0,11 + 0,11 + 0,08 + 0,07 + 0,08 + 0,11 + 0,07 + 0,10 + 0,06) / 10 = 0,08$$

Istotnym krokiem w metodzie AHP jest sprawdzenie spójności ocen macierzy porównań. Dzięki temu można sprawdzić czy decydent nie popełni błędu logicznego przy porównywaniu parami. W celu sprawdzenia tego warunku należy wyznaczyć  $\lambda_{max}$  — maksymalną wartość własną macierzy.  $\lambda_{max}$  jest zawsze większe lub równe stopniowi macierzy (w przykładzie stopień macierzy  $n = 10$ ). Im wartość  $\lambda_{max}$  jest bliższa  $n$ , tym porównania parami są bardziej konsekwentne,  $\lambda_{max} = n$  oznacza całkowitą zgodność. W celu wyznaczenia  $\lambda_{max}$  należy najpierw obliczyć wektor, który jest wynikiem mnożenia macierzowego macierzy syntetycznej oraz wektora ważności, a następnie suma elementów tego wektora jest dzielona przez stopień macierzy, czyli  $n = 10$ . Dla kryterium  $k_1$   $\lambda_{max}$  wyznaczono:

$$\lambda_{max} = \frac{(0,86 + 0,20 + 0,25 + 0,45 + 2,1 + 1,59 + 1,18 + 2,64 + 0,33 + 0,62)}{10} = 10,18$$

Następnie wyznaczany jest indeks spójności  $CI$  oraz wskaźnik spójności  $CR$ , czyli dla kryterium  $k_1$ :

$$CI = \frac{\lambda_{max} - n}{n - 1} = \frac{10,18 - 10}{10 - 1} = 0,02$$

$$CR = \frac{CI}{RI} = \frac{0,02}{1,49} = 0,014$$

gdzie:

$RI$  — indeks losowy zależny od stopnia macierzy. Wartości  $RI$  zostały podane przez T. Saaty'ego i przedstawia je tabela 6.

Przeprowadzane operacje pozwalają na ocenę spójności macierzy i wykluczenie ewentualnych błędów formalnych w ocenach.  $CR$  mniejszy od 0,1 oznacza, że macierz jest spójna.

Kolejno te same operacje wykonywane są dla oceny poszczególnych dostawców w ramach pozostałych kryteriów oraz oceny dla kryteriów. Dzięki temu uzyskano macierz preferencji składającą się z 10 wektorów ważności dla każdego z kryteriów oraz wektor pierwszeństwa kryteriów. Wyniki przedstawia tabela 7.

Tabela 7 daje informacje, który dostawca uzyskał lepszy wynik w obrębie danego kryterium, np. najlepszym dostawcą, jeśli chodzi o kryterium  $k_4$  — jakość materiałów, jest dostawca  $A_1$ . Z kolei wektor pierwszeństwa mówi nam, które kryterium jest najważniejsze — w tym przypadku cena ofertowa.

Ostatnim krokiem jest stworzenie rankingu końcowego, który uzyskuje się przez pomnożenie wierszy macierzy preferencji przez wektor pierwszeństwa kryteriów. Dzięki temu uzyska się wektor zawierający ranking końcowy (tab. 8). Dla

przykładu, wartość dla dostawcy  $A_1$  uzyskuje się przez:

$$[0,41 \ 0,04 \ 0,18 \ 0,09 \ 0,04 \ 0,04 \ 0,09 \ 0,04 \ 0,04 \ 0,04]' \cdot [0,08 \ 0,13 \ 0,13 \ 0,26 \ 0,23 \ 0,29 \ 0,26 \ 0,26 \ 0,21 \ 0,18] = 0,1531$$

Najlepiej w ocenie wypadli zatem dostawcy  $A_1$  oraz  $A_8$ . Metoda jednak nie dała jednoznacznej odpowiedzi, który dostawca jest najlepszy i decyzja ostateczna należy do decydentów.

Tabela 6  
Wartości  $RI$

Liczba elementów macierzy	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$RI$	0	0	0,58	0,9	1,12	1,24	1,32	1,41	1,45	1,49

Źródło: na podstawie: Saaty, 1994.

Tabela 7

Macierz preferencji dla metody AHP

Macierz preferencji	$k_1$	$k_2$	$k_3$	$k_4$	$k_5$	$k_6$	$k_7$	$k_8$	$k_9$	$k_{10}$
$A_1$	0,08	0,13	0,13	0,26	0,23	0,29	0,26	0,26	0,21	0,18
$A_2$	0,02	0,08	0,08	0,20	0,05	0,03	0,06	0,06	0,16	0,09
$A_3$	0,02	0,10	0,10	0,16	0,23	0,03	0,21	0,21	0,06	0,02
$A_4$	0,04	0,10	0,10	0,06	0,05	0,03	0,02	0,02	0,26	0,03
$A_5$	0,20	0,10	0,10	0,04	0,05	0,06	0,03	0,03	0,12	0,05
$A_6$	0,16	0,13	0,13	0,08	0,05	0,29	0,12	0,12	0,09	0,31
$A_7$	0,12	0,08	0,08	0,12	0,05	0,03	0,03	0,03	0,03	0,09
$A_8$	0,26	0,13	0,13	0,03	0,05	0,15	0,03	0,03	0,03	0,09
$A_9$	0,03	0,08	0,08	0,02	0,23	0,04	0,09	0,09	0,02	0,07
$A_{10}$	0,06	0,08	0,08	0,02	0,05	0,04	0,16	0,16	0,03	0,07
Wektor pierwszeństwa	0,41	0,04	0,18	0,09	0,04	0,04	0,09	0,04	0,04	0,04

Źródło: opracowanie własne.

Tabela 8

Wyniki metody AHP

Dostawca	$A_1$	$A_2$	$A_3$	$A_4$	$A_5$	$A_6$	$A_7$	$A_8$	$A_9$	$A_{10}$
Waga	0,153	0,064	0,085	0,061	0,124	0,143	0,087	0,153	0,059	0,071
Pozycja	1	8	6	9	4	3	5	2	10	7

Źródło: opracowanie własne.

## Metodologia rozmytego AHP

Przez prawie cztery dekady istnienia metody AHP powstało wiele jej rozwinięć. W artykule została przedstawiona metoda rozmytego AHP (ang. *Fuzzy AHP*; dalej: FAHP), która w odróżnieniu od klasycznej umożliwia bardziej właściwą ocenę kryteriów lingwistycznych i jest bliższa rozumieniu ludzkiemu (Chang, 1996).

Rozmyte AHP bazuje na teorii zbiorów rozmytych, gdzie przynależność danego elementu jest określona przez funkcję przynależności. Zbiory rozmyte dokładniej definiują rozumowanie człowieka w odniesieniu do kryteriów lingwistycznych, np. do stwierdzenia: „jakość materiałów budowlanych jest dobra”. Występuje tu pewien brak precyzji oraz duża doza subiektywizmu decydenta. Funkcje przynależności mogą mieć różną postać, np. trapezoidalną, gaussofską, czy też trójkątną. Poniżej opisana metoda bazuje na trójkątnych funkcjach przynależności i została oryginalnie opisana w pracy D. Changa (1996). Zastosowany schemat oceny przedstawia rysunek 2 oraz tabela 9.

W metodzie FAHP kryteria oceniane są przez tzw. trójkątne wartości rozmyte (ang. *triangular fuzzy*

*number*; dalej: TFN). Trójkątny zbiór rozmyty zdefiniowany jest jednoznacznie przez trzy parametry — trójkątne wartości rozmyte ( $l, m, u$ ), które oznaczają odpowiednio początek, środek i koniec trójkąta. Wartości funkcji przynależności przyjmują wartości  $[0,1]$ , są więc rozwinięciem klasycznej metody AHP. Jeśli  $l=m=u$ , to jest to umownie nierozmyta wartość (wartości ostre, np. tak jak w ocenie AHP).

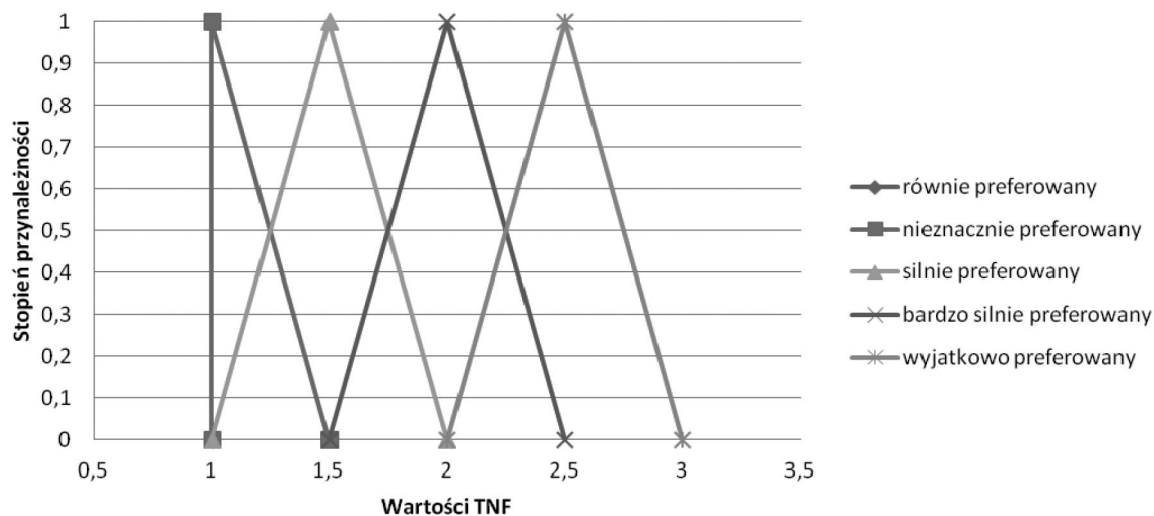
Podobnie jak w klasycznej metodzie AHP, analizę należy rozpocząć od wyznaczenia macierzy ocen parami dla pierwszeństwa kryteriów oraz macierzy ocen parami dla preferencji alternatyw pod względem każdego kryterium. Różnica w ocenie parami polega na tym, że należy używać oceny rozmyte, które są odpowiednikami wag z metody AHP (tab. 9).

Dla wag parzystych, czyli  $\{2,4,6,8\}$  wartości rozmyte są wartościami średnimi ze skrajnych zbiorów.

Analogicznie jak w przykładzie w metodzie AHP, autorzy przedstawiają tylko obliczenia dla kryterium  $k_1$  — cena ofertowa. W związku z dużymi rozmiarami tabeli macierzy porównań parami pokazano tylko częściowe wyniki (tab. 10).

Rysunek 2

Graficzna prezentacja schematu oceny w metodzie FAHP



Źródło: opracowanie własne.

Tabela 9

Rozmyty schemat oceny preferencji

Ocena jakościowa	Rozmyta ocena TNF	Odpowiednik w AHP
Bezwzględna preferencja	(2; 5/2; 3)	9
Bardzo wyraźna preferencja	(3/2; 2; 5/2)	7
Wyraźna preferencja	(1; 3/2; 2)	5
Nieznaczna preferencja	(1; 1; 3/2)	3
Jednakowa preferencja	(1; 1; 1)	1
Nieznaczna niższość	(2/3; 1; 1)	1/3
Wyraźna niższość	(1/2; 2/3; 1)	1/5
Bardzo wyraźna niższość	(2/5; 1/2; 2/3)	1/7
Bezdiskusyjna niższość	(1/3; 2/5; 1/2)	1/9

Źródło: na podstawie: Kutlu, 2012.

Tabela 10

Częściowa macierz porównań parami dla kryterium  $k_1$  — cena ofertowa dla FAHP

$k_1$	$A_1$			$A_2$			$A_3$			$A_4$			$A_5$		
$A_1$	1	1	1	1	1 1/2	2	1	1 1/4	1 3/4	1	1	1 1/4	2/3	1	1
$A_2$	1/2	2/3	1	1	1	1	1	1	1	2/3	1	1	1/3	4/9	4/7
$A_3$	4/7	4/5	1	1	1	1	1	1	1	4/5	1	1	2/5	1/2	2/3
$A_4$	4/5	1	1	1	1	1 1/2	1	1	1 1/4	1	1	1	1/2	2/3	1
$A_5$	1	1	1 1/2	1 3/4	2 1/4	2 3/4	1 1/2	2	2 1/2	1	1 1/2	2	1	1	1
$A_6$	1	1	1 1/4	1 1/2	2	2 1/2	1 1/4	1 3/4	2 1/4	1	1 1/4	1 3/4	1	1	1
$A_7$	1	1	1	1 1/4	1 3/4	2 1/4	1	1 1/2	2	1	1	1 1/2	4/5	1	1
$A_8$	1	1 1/4	1 3/4	2	2 1/2	3	1 3/4	2 1/4	2 3/4	1 1/4	1 3/4	2 1/4	1	1	1
$A_9$	2/3	1	1	1	1	1 1/4	1	1	1	1	1	1	4/9	4/7	4/5
$A_{10}$	1	1	1	1	1 1/4	1 3/4	1	1	1 1/2	1	1	1	4/7	4/5	1

Źródło: opracowanie własne.

W związku z tym, że ocena składa się z trzech wartości TNF, przed przystąpieniem do następnego kroku metody należy zdefiniować operacje arytmetyczne na wartościach TNF. Metoda FAHP określa takowe. Na przykład dla trójkątów rozmytych  $TNF_1 = [2; 5/2; 3]$  oraz  $TNF_2 = [1; 1; 1]$  dodawanie określone jest jako:

$$TNF_1 + TNF_2 = \left[2; \frac{5}{2}; 3\right] + [1; 1; 1] = \left[3; \frac{7}{2}; 4\right]$$

Analogicznie jest z mnożeniem, czyli dla:

$$TNF_1 \cdot TNF_2 = \left[2; \frac{5}{2}; 3\right] \cdot [1; 1; 1] \approx \left[2; \frac{5}{2}; 3\right]$$

Dzielenie wartości TNF jest rozumiane jako mnożenie przez odwrotność, która jest zdefiniowana jako:

$$TNF_1^{-1} = \left[2; \frac{5}{2}; 3\right]^{-1} \approx \left[\frac{1}{3}; \frac{2}{5}; \frac{1}{2}\right]$$

Po tak zdefiniowanych działaniach arytmetycznych można przejść do obliczenia syntetycznych wartości  $S$  dla każdej macierzy porównań parami. Aby obliczyć wartość  $S$ , należy najpierw obliczyć dla każdego wiersza macierzy porównań parami sumę poszczególnych wartości TNF, następnie dla uzyskanych sum TNF należy wykonać kolejne sumowanie, a kolejnie uzyskane sumy należy poddać operacji odwracania. Wyniki przedstawia tabela 11.

Tabela 11  
Syntetyczne wartości TNF dla kryterium  $k_1$

$k_1$	Suma TNF			Syntetyczne TNF		
$A_1$	9,040	10,550	12,500	0,071	0,099	0,139
$A_2$	6,070	7,380	8,540	0,048	0,069	0,095
$A_3$	6,740	7,980	9,040	0,053	0,075	0,100
$A_4$	7,980	9,040	10,550	0,063	0,085	0,117
$A_5$	11,500	13,750	17,000	0,091	0,129	0,189
$A_6$	10,550	12,500	15,250	0,083	0,118	0,169
$A_7$	9,720	11,500	13,750	0,077	0,108	0,153
$A_8$	12,500	15,250	19,000	0,099	0,144	0,211
$A_9$	7,380	8,540	9,720	0,058	0,080	0,108
$A_{10}$	8,540	9,720	11,500	0,067	0,092	0,128
Suma sum TNF	90,020	106,210	126,850			
Odwrotność sumy sum TNF	0,008	0,009	0,011			

Źródło: opracowanie własne.

Dla przykładu, aby uzyskać wartość  $S$  dla dostawcy  $A_1$  należy wykonać operacje:

$$[9,040; 10,550; 12,500] \cdot [0,008; 0,009; 0,011] = [0,071; 0,099; 0,139]$$

Syntetyczne wartości TNF są zbiorami rozmytymi, których wartości oraz szerokość zbioru określają

ją preferencję danego dostawcy przez decydenta w stosunku do reszty dostawców w obrębie danego kryterium. Na przykład dla kryterium  $k_1$  preferowanym dostawcą jest  $A_8$ , ponieważ jego wartości są największe oraz rozpiętość (szerokość zbioru) jest największa. Najgorzej wypada dostawca  $A_2$ . Sytuację tę najlepiej przedstawia rysunek 3, gdzie łatwo zauważyć, że zbiór  $S$  dla dostawcy  $A_8$  jest najszerszy oraz najbardziej wysunięty w prawo, czyli dostawca  $A_8$  jest preferowany, jeśli chodzi o cenę netto.

Po określeniu syntetycznych wartości rozmytych kolejnym krokiem w analizie FAHP jest stworzenie wektora pierwszeństwa  $W$ . W tym celu należy każdy zbiór rozmyty reprezentowany przez syntetyczną wartość rozmytą  $S$  porównać ze sobą nawzajem. W porównywaniu dwóch  $TNF_1 = (l_1, m_1, u_1)$  oraz  $TNF_2 = (l_2, m_2, u_2)$  chodzi o określenie stopnia możliwości  $TNF_1 \geq TNF_2$  oraz stopnia możliwości, że  $TNF_2 \geq TNF_1$ . Stopień możliwości  $V(TNF_2 \geq TNF_1)$  wyrażony jest przez:

$$V(TNF_2 \geq TNF_1) = \begin{cases} \text{jeśli } m_2 \geq m_1 \\ \text{jeśli } l_1 \geq u_2 \\ \text{w przeciwnym przyp.} \end{cases}$$

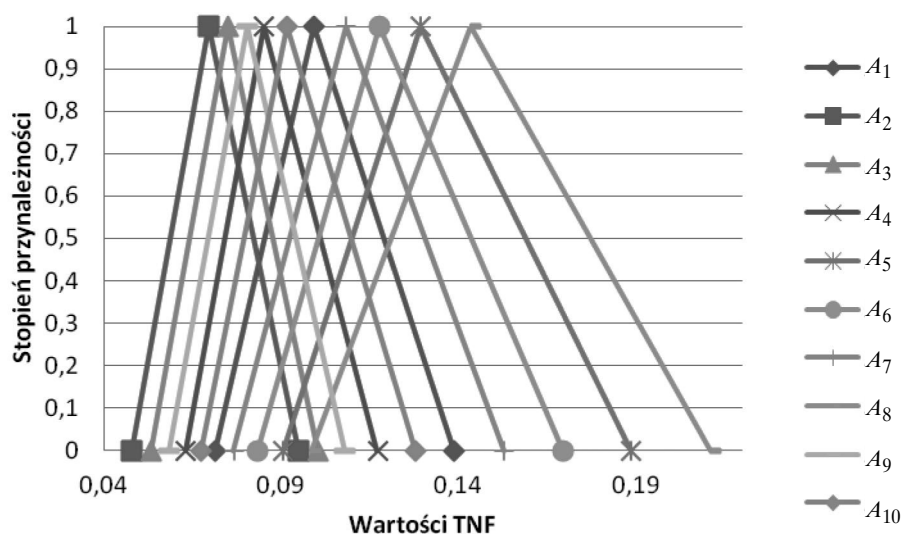
$$= \begin{cases} 1, \\ 0, \\ \frac{l_1 - u_2}{(m_2 - u_2) - (m_1 - l_1)}, \end{cases}$$

W związku z tym, że liczba wszystkich porównań dla kryterium  $k_1$  jest równa 81 przypadków, autorzy

przedstawiają w tabeli 12 tylko wyniki porównań możliwości, że  $V(S_{A_i} \geq S_{A_{11}})$ .



Rysunek 3

Syntetyczne wartości TNF dla kryterium  $k_1$ 

Źródło: opracowanie własne.

Tabela 12

Fragment porównania syntetycznych wartości  $S$  dla  $k_1$ 

$S_{A_i}$	$S_{A_2}$	$S_{A_3}$	$S_{A_4}$	$S_{A_5}$	$S_{A_6}$	$S_{A_7}$	$S_{A_8}$	$S_{A_9}$	$S_{A_{10}}$	$\min(V(S_{A_1} \geq S_{A_i}))$
Stopień możliwości $V(S_{A_1} \geq S_{A_i})$	1,000	1,000	1,000	0,615	0,752	0,874	0,477	1,000	1,000	0,477

Źródło: opracowanie własne.

Po porównaniu wszystkich wartości  $S$  należy określić minimum dla każdego stopnia możliwości — w ten sposób powstanie wektor wag dla wariantów  $W$ . I tak na przykład, dla stopnia możliwości  $V(S_{A_1} > S_{A_i})$  wartość minimum wynosi 0,477. Tabela 13 przedstawia wartości minimalne dla wszystkich porównań zbiorów wartości syntetycznej  $S$ .

Tabela 13

Wartości wag wektora  $W$  dla wariantów porównań dla  $k_1$ 

Warunek	Wektor $W$
$\min(V(S_{A_1} \geq S_{A_i}))$	0,477
$\min(V(S_{A_2} \geq S_{A_i}))$	0,000
$\min(V(S_{A_3} \geq S_{A_i}))$	0,027
$\min(V(S_{A_4} \geq S_{A_i}))$	0,242
$\min(V(S_{A_5} \geq S_{A_i}))$	0,865
$\min(V(S_{A_6} \geq S_{A_i}))$	0,732
$\min(V(S_{A_7} \geq S_{A_i}))$	0,606
$\min(V(S_{A_8} \geq S_{A_i}))$	1,000
$\min(V(S_{A_9} \geq S_{A_i}))$	0,130
$\min(V(S_{A_{10}} \geq S_{A_i}))$	0,359
Suma	4,437

Źródło: opracowanie własne.

W celu uzyskania wektora wag pierwszeństwa dla poszczególnych wariantów należy znormalizować wektor  $W$ . Normalizację wykonać można np. przez podzielenie każdego elementu wektora  $W$  przez sumę wszystkich elementów. Tabela 14 przedstawia wyniki normalizacji, które z kolei są wektorem preferencji dostawcy.

Z tabeli tej wynika, że jeśli chodzi o kryterium cena ofertowa, to najbardziej korzystnym dostawcą jest dostawca  $A_8$ .

Powyzsze kroki metody należy wykonać dla wszystkich macierzy porównań parami oraz dla macierzy porównań kryteriów. Po tych krokach ostatnim etapem jest tworzenie rankingu końcowego — analogicznie jak w metodzie AHP należy pomnożyć wiersze macierzy preferencji przez wektor pierwszeństwa kryteriów. Dla analizowanego przykładu wyniki przedstawia tabela 15.

Metoda FAHP wskazała, że również dostawca  $A_8$  jest najlepszy, jednak dostawca  $A_1$  jest dopiero piąty w kolejności. Stąd można by wnioskować, że wybór dostawcy  $A_8$  będzie najlepszym wyborem. Jednak wybór ten nie byłby najlepszym wyborem. Dlaczego? Metoda FAHP utworzyła wektor pierwszeństwa dla kryteriów następująco:  $W_K = [1 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]$ . Oznacza to, że dla decydentów najważniejszymi kry-

Tabela 14

Wektor preferencji dostawców dla kryterium  $k_1$ 

Dostawca	$A_1$	$A_2$	$A_3$	$A_4$	$A_5$	$A_6$	$A_7$	$A_8$	$A_9$	$A_{10}$
Wektor preferencji	0,107	0,000	0,006	0,055	0,195	0,165	0,136	0,225	0,029	0,081

Źródło: opracowanie własne.

Tabela 15

Wyniki metody FAHP dla jednopoziomowej struktury problemu

Dostawca	$A_1$	$A_2$	$A_3$	$A_4$	$A_5$	$A_6$	$A_7$	$A_8$	$A_9$	$A_{10}$
Rozmyte AHP ocena	0,106	0,025	0,030	0,066	0,171	0,149	0,127	0,194	0,047	0,086
Pozycja	5	10	9	7	2	3	4	1	8	6

Źródło: opracowanie własne.

Tabela 16

Wagi kryteriów dla zhierarchizowanej struktury problemu

Kryteria główne		Waga	Podkryteria		Waga
C1	Kryteria kosztowe	50%	C1_1	Cena ofertowa	50%
			C1_2	Warunki płatności	15%
			C1_3	Koszt w cyklu życia	35%
C2	Kryteria jakościowe	25%	C2_1	Jakość materiałów	40%
			C2_2	Oryginał czy zamiennik	30%
			C2_3	Reputacja dostawcy	30%
C3	Kryteria techniczne	25%	C3_1	Termin realizacji	40%
			C3_2	Warunki dostawy	20%
			C3_3	Okres gwarancji	20%
			C3_4	Doradztwo techniczne	20%

Źródło: opracowanie własne.

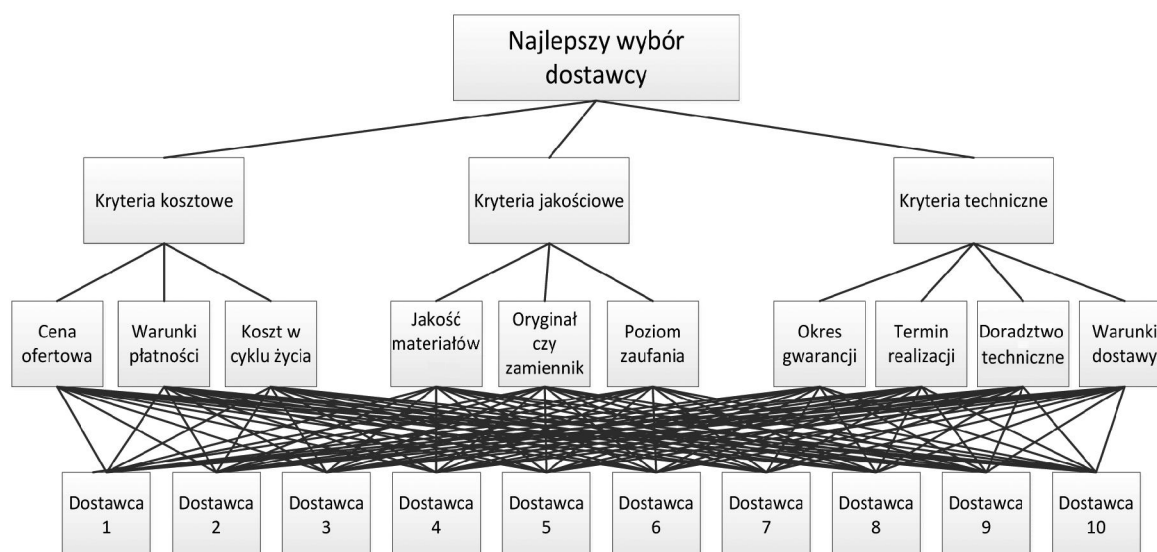
teriami są  $K_1$  — cena ofertowa oraz  $K_3$  — koszt w cyklu życia. Pozostałe kryteria są nieistotne. Efekt ten został uzyskany przez przydzielenie dużej wagi do kryteriów  $K_1$  oraz  $K_3$ , a pozostałym kryteriom przydzielono o wiele niższe wagi z jednoczesnym małym zróżnicowaniem. Wskazuje to na ich równą preferencję decydenta w obrębie podzbioru kryteriów  $\{K_2, K_4, K_5, K_6, K_7, K_8, K_9, K_{10}\}$  oraz znaczącą niższość w stosunku do kryteriów  $K_1$  i  $K_3$ .

Problem oceny najlepszego dostawcy nie występuje w metodzie, jeśli chodzi o FAHP, tylko w strukturze problemu. W powyższym przykładzie brany pod uwagę był przypadek z jednostopniową hierarchią kryteriów. Dodatkowo próba wskazania spośród 10 kryteriów, które kryterium jest lepsze od którego i w jakim stopniu, może sprawiać problemy decydentowi, co może doprowadzić do zaistniałej sytuacji — dominacji jednego kryterium, tutaj ceny<sup>1</sup>. Rozwiązaniem w tego typu przypadkach jest stworzenie struktury hierarchicznej dla kryteriów. Strukturę tę oraz wagi kryteriów przedstawiają tabela 16 oraz rysunek 4.

Ocena dostawców ze względu na poszczególne kryteria pozostała taka sama jak w poprzednim przypadku. Zachowana jest w ten sposób preferencja decydenta, jednak struktura kryteriów jest bardziej przejrzysta i zarazem prostsza do oceny.

Kroki metody oraz sposób wykonania obliczeń jest analogiczny jak w przykładzie z jednostopniową strukturą kryteriów rozwiązywanym przez FAHP. Różnica istnieje tylko na etapie tworzenia rankingu końcowego, ponieważ występuje tu wektor pierwszeństwa kryteriów głównych oraz macierz pierwszeństwa podkryteriów w obrębie kryterium głównego. Tabela 17 przedstawia uzyskane końcowe wyniki.

Zastosowanie zhierarchizowanej struktury kryteriów spowodowało, że przy zachowaniu takiej samej ważności kryteriów jak w strukturze jednostopniowej można uniknąć eliminacji przez metodę FAHP kryteriów mniej znaczących. Jak wynika z tabeli 17, zdecydowanym zwycięzcą rankingu jest dostawca  $A_1$ . Wynik uzyskano taki jak w AHP, jednak metoda ta wskazała również dostawcę  $A_8$  jako najlepszego, więc



Źródło: opracowanie własne.

Tabela 17

Oceny dostawców uzyskane z metody FAHP dla struktury hierarchicznej kryteriów

Dostawca	$A_1$	$A_2$	$A_3$	$A_4$	$A_5$	$A_6$	$A_7$	$A_8$	$A_9$	$A_{10}$
Hierarchiczne AHP ocena	0,166	0,072	0,089	0,064	0,097	0,150	0,089	0,120	0,069	0,084
Pozycja	1	8	5	10	4	2	6	3	9	7

Źródło: opracowanie własne.

ostatecznego wyboru musiałyby dokonać decydent. W zhierarchizowanym FAHP dostawca ten nie uzyskał już tak dobrego wyniku. Rezultat ten jest logiczny, jeśli przyjrzy się ocenom decydentów zawartym w tabeli 3 — jego wybór w przypadku AHP był zdeteterminowany niską ceną, a pozostałe kryteria opisujące tego dostawcę jednak nie były już tak dobre.

Przedstawione metody AHP i FAHP dają bardziej wiarygodne wyniki a dokonywana w nich ocena kryteriów jest dla decydentów łatwiejsza do sformułowania. Stosowany w nich aparat matematyczny może wydawać się nieco skomplikowany w praktyce, jednak zastosowanie odpowiedniego oprogramowania może ten problem rozwiązać.

## Przypisy

<sup>1</sup> W pracy (Zadeh, 1973) autor zauważył, że w bardziej złożonych systemach próba precyzyjnego opisanego systemu narasta i zdąża do „(...) osiągnięcia progu, poza którym precyzja i znaczenie stają się charakterystykami niemal wzajemnie się wykluczającymi”.

## Literatura

- Aretoulis, G., Kalfakakou, G., Striagka, F. (2009). Construction material supplier selection under multiple criteria. *Operational Research*, 10 (2), 209–230.
- Benyoucef, L., Ding, H., Xie, X. (2003). *Supplier selection problem: selection criteria and methods*. Institut National de Recherche en Informatique et en Automatique.

## Podsumowanie

W artykule przedstawiono problematykę wielokryterialnego wyboru dostawców materiałów budowlanych na przykładzie rzeczywistego studium przypadku. Zaprezentowano zarówno prostą metodę wagową, jak i oparte o bardziej złożony aparat matematyczny AHP i FAHP. Przedyskutowano uzyskane w poszczególnych metodach wyniki. Zastosowanie tych metod może dać decydentowi większą gwarancję wyboru właściwego dostawcy, a odpowiednie oprogramowanie może ułatwić wykorzystanie omówionych metod w praktyce.

- Chang, D. (1996). Application of extent analysis method on fuzzy AHP. *European Journal of Operation Research*, (95).
- Ho, C., Nguyen, P. (2007). Supplier evaluation and selection criteria in the construction industry of Taiwan and Vietnam. *International Journal of Information and Management Science*, 18, 403–426.
- Kozik, R., Leśniak, A., Plebankiewicz, E. (2013). Problemy wyboru dostawcy materiałów budowlanych. *Gospodarka Materialowa i Logistyka*, (10), 27–32.
- Kutlu, A. (2012). Fuzzy failure modes and effects analysis by fuzzy TOPSIS-based fuzzy AHP. *Experts Systems with Application*, (39).
- Mwikali, R., Kavale, S. (2012). Factors affecting the selection of optimal suppliers in procurement management. *International Journal of Humanities and Social Science*, 2 (14), 189–193.
- Saaty, T. (1994). How to Make a Decision: The Analytic Hierarchy Process, *Interfaces*, (24), 19–43.
- Saaty, T. (1980). *The analytic hierarchy process*. New York: McGraw-Hill.
- Zadeh, L. A. (1973). Outline of a New Approach to the Analysis of Complex Systems and Decision Processes. *Systems, Man and Cybernetics*, IEEE Transactions on, SMC-3, 28–44.
- Ziemiński, K. (2011). *Koszty materiałów instalacyjnych — wybór najkorzystniejszej oferty dostawy grzejników na inwestycję w Łodzi*. Kraków: Politechnika Krakowska.



**Księgarnia internetowa**  
**pwe.com.pl**

## Zapowiedź

W książce autorzy przedstawiają dyskretne problemy wielokryterialne, w których liczba rozpatrywanych przez decydenta wariantów decyzyjnych jest skończona. Cechą wspólną metod wspomagających decydenta przy podejmowaniu decyzji jest ich dwuetapowość: etap analityczny, gdy dokonujemy dekompozycji zadania i rozpatrujemy kolejno wyróżnione elementy, i etap syntezy.

W części pierwszej książki zaprezentowano 36 wielokryterialnych metod dyskretnych, zarówno tych ugruntowanych, jak i nowych. Są to metody oparte na wykorzystaniu funkcji użyteczności, relacji przewyższania i punktów odniesienia. Osobną grupę stanowią metody interaktywne. Drugą część książki to przykłady różnorodnych zastosowań niektórych z opisanych wcześniej metod. Należą do nich: wybór projektów dofinansowanych ze środków unijnych, interaktywny wybór projektów w firmie, wybór systemu klasy ERP w przedsiębiorstwie, selekcja akcji do portfela, inwestowanie w nieruchomości, wspomaganie negocjacji dwustronnych, selekcja pracowników i renowacja zabytku. Wszystkie prezentowane metody są ilustrowane przykładami liczbowymi zamieszczonymi na dołączonym do książki CD.