

# Aproksymacja funkcji zużycia ostrza szeregiem potęgowym z dwoma więzami dla obliczania trwałości ostrza

dr inż. Ryszard Filipowski, mgr inż. Zbigniew Lechniak, dr inż. hab. Józef Zawora – Instytut Techniki Wytwarzania, Wydział Inżynierii Produkcji, Politechnika Warszawska

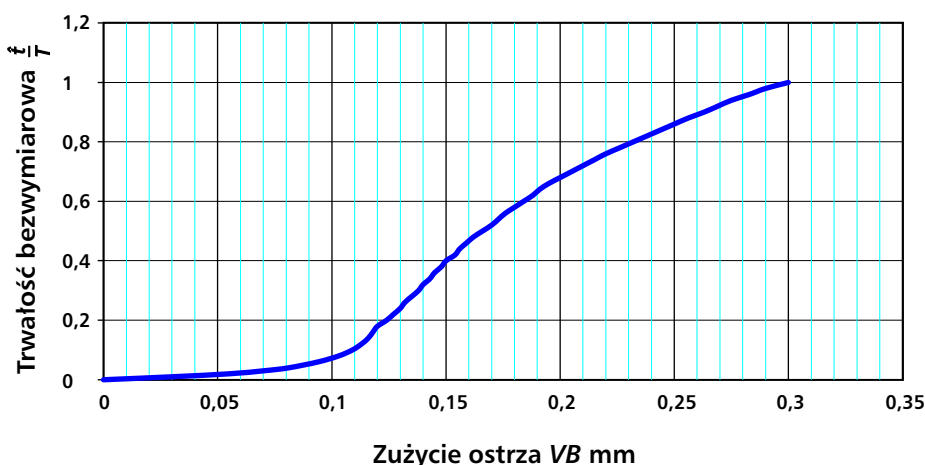
Opracowano algorytm aproksymacji krzywej zużycia ostrza  $\hat{t} = f(VB)$  w postaci dwóch funkcji potęgowych, każdą z dwoma więzami. Punktem wspólnym obu funkcji potęgowych jest punkt przejścia z odcinka przyspieszonego zużycia ostrza do odcinka zużycia stabilnego. Uzyskano ciągłość funkcji, ale wspólny punkt łączący obie krzywe jest punktem ostrzowym, tzn. nie ma w nim ciągłości pochodnej. Ustalona krzywa zużycia ostrza  $\hat{t} = f(VB)$  jest wykorzystywana do obliczania trwałości ostrza wg metody eksperymentu skróconego we wszystkich punktach przyjętego planu badań. Krzywą aproksymacyjną zużycia ostrza opracowano na podstawie wyników badań trwałości ostrza podczas toczenia stali C45 (PN-EN-10083 2:2008) wkładką TNMG 160308 H20 zamocowaną w oprawce HR 171.26 – 2525.1.

## 1. Wstęp

Funkcję zużycia ostrza  $\hat{t} = f(VB)$  ustala się na podstawie badań zużycia ostrza  $VB$  mm przy ustalonych parametrach skrawania odpowiadających centrum planu badań. Zużycie ostrza mierzono na mikroskopie warsztatowym w mm, czas skrawania sekundomierzem w min. Trwałość ostrza  $T$  odpowiada zużyciu granicznemu  $VB = 0,3$  mm. Wyniki badań (rys. 1) zmodyfikowano dzieląc czasy skrawania  $t$  przez uzyskaną trwałość ostrza  $T$ :

$$\hat{t} = t_{skr}/T \quad (1)$$

Każdej wartości zużycia  $VB$  mm mierzony podczas procesu skrawania przypisano czas bezwymiarowy  $\hat{t}$ . Przy tym założeniu, czas bezwymiarowy  $\hat{t} \in (0, 1)$ . Funkcja zużycia ostrza  $VB$  – rys. 1, posiada dwa różne przebiegi, pierwszy zwią-



Rys. 1. Krzywa zużycia ostrza  $\hat{t} = f(VB)$ :  
 $\hat{t}$  – czas bezwymiarowy ( $t/T$ ),  
 $VB$  – zużycie ostrza w mm,

zany z okresem docierania, drugi – z okresem proporcjonalnego zużycia narzędzia na powierzchni przyłożenia VB. Przejście zużycia z przyspieszonego do zużycia stabilnego określa punkt VB, w którym funkcja z postaci wypukłej przechodzi w postać wklęsłą (lub prostoliniową). Punkt przejścia wynikający z analizy krzywej zużycia (rys. 1) i wynosi VB = 0,13 mm.

**2. Algorytm tworzenia funkcji regresji zużycia ostrza szeregiem potęgowym z dwoma więzami**

Funkcję regresji zużycia ostrza definiuje się jako wielomian stopnia piątego z dwoma więzami zwanymi warunkami pobocznymi [2]. Ekstremum warunkowe Lagrange'a dla funkcji wielomianowej 5-go stopnia z dwoma warunkami pobocznymi, którymi są dwa wybrane punkty zbioru, przyjmuje postać (wzór 2):

$$F(p_1, p_2, p_3, p_4, p_5, p_6, p_7, p_8) = \left. \begin{aligned} & \sum_{i=1}^n (p_1 + p_2 \cdot x_i + p_3 \cdot x_i^2 + p_4 \cdot x_i^3 + p_5 \cdot x_i^4 + p_6 \cdot x_i^5 - y_i)^2 + \\ & p_7 \cdot (p_1 + p_2 \cdot x_k + p_3 \cdot x_k^2 + p_4 \cdot x_k^3 + p_5 \cdot x_k^4 + p_6 \cdot x_k^5 - y_k) + \\ & p_8 \cdot (p_1 + p_2 \cdot x_l + p_3 \cdot x_l^2 + p_4 \cdot x_l^3 + p_5 \cdot x_l^4 + p_6 \cdot x_l^5 - y_l) = \min \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

gdzie:  
 p<sub>1</sub>, p<sub>2</sub>, p<sub>3</sub>, p<sub>4</sub>, p<sub>5</sub>, p<sub>6</sub> - współczynniki funkcji wielomianowej regresji,  
 p<sub>7</sub>, p<sub>8</sub> - współczynniki funkcji regresji zwane mnożnikami Lagrange'a.  
 (x<sub>i</sub>, y<sub>i</sub>) - wartości współrzędnych w punktach planu badań,  
 (x<sub>k</sub>, y<sub>k</sub>) - wartości współrzędnych usztywnienia 1-szego, o indeksie k,  
 (x<sub>l</sub>, y<sub>l</sub>) - wartości współrzędnych usztywnienia 2-go o indeksie l.

W równaniu (2) oznaczono: VB – przez x,  $\hat{t}$  – przez y, Warunkiem koniecznym ekstremum warunkowego Lagrange'a jest zerowanie się pochodnych cząstkowych względem wszystkich współczynników p<sub>1</sub>, p<sub>2</sub>, p<sub>3</sub>, p<sub>4</sub>, p<sub>5</sub>, p<sub>6</sub>, p<sub>7</sub>, p<sub>8</sub> w równaniu (2). Postać finalna układu równań wynikającego z warunku zerowania się pochodnych cząstkowych względem współczynników w układzie (2) ma następujący zapis macierzowy [1]:

$$(X^T \cdot X) \cdot P = (X^T \cdot Y)$$

Wektor niewiadomych współczynników P określa równanie macierzowe:

$$P = (X^T \cdot X)^{-1} \cdot (X^T \cdot Y) \quad (3)$$

Wektor P ma osiem składowych:

$$P = [p_1 p_2 p_3 p_4 p_5 p_6 p_7 p_8]^T \quad (4)$$

Składowe macierze w równaniu (3) dla wielomianu 5-go stopnia mają następującą postać (wzory 5 i 6):

$$(X^T \cdot Y)^T = \left[ \sum_{i=1}^n y_i \quad \sum_{i=1}^n x_i y_i \quad \sum_{i=1}^n x_i^2 y_i \quad \sum_{i=1}^n x_i^3 y_i \quad \sum_{i=1}^n x_i^4 y_i \quad \sum_{i=1}^n x_i^5 y_i \quad y_k \quad y_l \right]^T \quad (5)$$

$$(X^T \cdot X) = \left[ \begin{array}{cccccccc} n & \sum_{i=1}^n x_i & \sum_{i=1}^n x_i^2 & \sum_{i=1}^n x_i^3 & \sum_{i=1}^n x_i^4 & \sum_{i=1}^n x_i^5 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \sum_{i=1}^n x_i & \sum_{i=1}^n x_i^2 & \sum_{i=1}^n x_i^3 & \sum_{i=1}^n x_i^4 & \sum_{i=1}^n x_i^5 & \sum_{i=1}^n x_i^6 & \frac{x_k}{2} & \frac{x_l}{2} \\ \sum_{i=1}^n x_i^2 & \sum_{i=1}^n x_i^3 & \sum_{i=1}^n x_i^4 & \sum_{i=1}^n x_i^5 & \sum_{i=1}^n x_i^6 & \sum_{i=1}^n x_i^7 & \frac{x_k^2}{2} & \frac{x_l^2}{2} \\ \sum_{i=1}^n x_i^3 & \sum_{i=1}^n x_i^4 & \sum_{i=1}^n x_i^5 & \sum_{i=1}^n x_i^6 & \sum_{i=1}^n x_i^7 & \sum_{i=1}^n x_i^8 & \frac{x_k^3}{2} & \frac{x_l^3}{2} \\ \sum_{i=1}^n x_i^4 & \sum_{i=1}^n x_i^5 & \sum_{i=1}^n x_i^6 & \sum_{i=1}^n x_i^7 & \sum_{i=1}^n x_i^8 & \sum_{i=1}^n x_i^9 & \frac{x_k^4}{2} & \frac{x_l^4}{2} \\ \sum_{i=1}^n x_i^5 & \sum_{i=1}^n x_i^6 & \sum_{i=1}^n x_i^7 & \sum_{i=1}^n x_i^8 & \sum_{i=1}^n x_i^9 & \sum_{i=1}^n x_i^{10} & \frac{x_k^5}{2} & \frac{x_l^5}{2} \\ 1 & x_k & x_k^2 & x_k^3 & x_k^4 & x_k^5 & 0 & 0 \\ 1 & x_l & x_l^2 & x_l^3 & x_l^4 & x_l^5 & 0 & 0 \end{array} \right] \quad (6)$$

wach: GMADD, GMTRA, GMSUB, GMPRD, MINV [4].

**3. Wielomianowa funkcja zużycia ostrza z węgla TNMG 160308 H20 w procesie toczenia stali C45**

Wielomianowe funkcje zużycia ostrza uzyskuje się za pomocą opracowanego programu o nazwie REG6IJ5.EXE, napisanego w języku Fortran. W tym celu, wyniki pomiarów zużycia ostrza wprowadzono dwukrotnie do programu. Przy pierwszym obliczeniu punktami wymuszenia były punkty o indeksach 1 oraz 15, przy drugim obliczeniu punktami wymuszenia były punkty o indeksach 13 oraz 73.

Pierwsza wielomianowa funkcja regresji przechodząca przez punkty (1 i 15) jest piątego stopnia o postaci:

$$\hat{t} = 0,0 + 2,9 \cdot VB - 119,5 \cdot VB^2 + 1532,8 \cdot VB^3 - 6302,5 \cdot VB^4 + 8469,3 \cdot VB^5 \quad (8)$$

Program REG6IJ5.EXE szacuje statystycznie uzyskaną funkcję wielomianową:

kwadrat współczynnika korelacji wielomianowej R\*\*2 [1] wynosi:

$$R^{**2} = 0,99735$$

test F Snedecora [1] wynosi:

$$F = 3536,60573$$

Druga funkcja wielomianowa regresji przechodząca przez punkty (13 i 53) jest również piątego stopnia o postaci:

$$\hat{t} = 0,0055 + 2,215 \cdot VB - 102,31 \cdot VB^2 + 1367,6 \cdot VB^3 - 5626,7 \cdot VB^4 + 7484,9 \cdot VB^5 \quad (9)$$

Ocena statystyczna drugiej funkcji wielomianowej:

kwadrat współczynnika korelacji wielomiarowej  $R^{**2}$  [1]:

$$R^{**2} = 0.99696,$$

test  $F$  *Snedecora* [1]:

$$F = 3086.30616.$$

Testy statystyczne potwierdzają poprawność obliczonych wielomianów za pomocą opracowanego programu. Wielomianową funkcję zużycia ostrza wykorzystano w procesie dydaktycznym do obliczania trwałości ostrza wg metody eksperymentu skróconego [5] we wszystkich punktach przyjętego planu badań [3]. Ta metoda eksperymentu skraca czas skrawania niezbędny do ustalenia trwałości ostrza w punktach przyjętego planu badań.

#### 4. Algorytm programu eksperymentu skróconego pomiaru trwałości ostrza

Funkcje krzywej zużycia  $\hat{t} = f(VB)$  (8, 9) wykorzystuje się do obliczenia trwałości ostrza w punktach przyjętego planu badań, w których wykonuje się eksperymenty skrócone pomiaru zużycia ostrza. Eksperymenty skrawania trwają tak długo aż wystąpi wyraźny przyrost zużycia na powierzchni przyłożenia  $VB$ . Zużycie ostrza mierzono na mikroskopie warsztatowym w mm, odpowiadający mu czas skrawania mierzono stoperem w min. W eksperymencie skróconym zapisuje się następujące wielkości: zużycie początkowe ostrza  $VB_0$  mm, pierwsze zużycie ostrza  $VB_1$  mm, odpowiadający mu czas skrawania  $t_1$  (min., sek), drugie zużycie ostrza  $VB_2$  mm, odpowiadający mu czas skrawania  $t_2$  (min., sek.). Do wykonania obliczenia trwałości ostrza  $T$  posługiwano się funkcją zużycia ostrza  $\hat{t}$  (8, 9) oraz jej definicją (1): Algorytm obliczania trwałości  $T$  jest następujący:

a) dla danych  $VB_0, VB_1, VB_2$  oblicza się wg (8, 9) czasy bezwymiarowe:

$$\hat{t}_0(VB_0), \hat{t}_1(VB_1), \hat{t}_2(VB_2) \quad (10)$$

Tablica 1. Opis wprowadzanych danych do programu TRBEZ.EXE

Komentarz dla krzywej zużycia ostrza  
 $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, -a_6$  – współczynniki wielomianu krzywej docierania  
 $VB$  – zużycie w punkcie przezięcia  
 $b_1, b_2, b_3, b_4, b_5, b_6$  – współczynniki wielomianu krzywej stabilnego zużycia  
 Komentarz do 1-go eksperymentu  
 Numer pomiaru,  $VB_0$  – zużycie początkowe ostrza  
 $VB_1, t_1$  min,  $t_1$  sek  
 $VB_2, t_2$  min,  $t_2$  sek  
 Komentarz do 2-go eksperymentu  
 Numer pomiaru,  $VB_0$  – zużycie początkowe ostrza  
 $VB_1, t_1$  min,  $t_1$  sek  
 $VB_2, t_2$  min,  $t_2$  sek

b) podstawiając obliczone wartości bezwymiarowe do równania (1);

rozwiązuje się układ trzech równań:

$$\left. \begin{aligned} t_0 &= \hat{t}_0(VB_0) \cdot T \\ (t_0 + t_1) &= \hat{t}_1(VB_1) \cdot T \\ (t_0 + t_1 + t_2) &= \hat{t}_2(VB_2) \cdot T \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

z których po eliminacji niewiadomej  $t_0$  oblicza się wartość trwałości ostrza  $T$  jako wartość średnią (ekstrapolacyjną):

$$T = 0,5 \left[ \frac{t_1}{\hat{t}_1(VB_1) - \hat{t}_0(VB_0)} + \frac{t_1 + t_2}{\hat{t}_2(VB_2) - \hat{t}_0(VB_0)} \right] \quad (12)$$

Do obliczenia trwałości ostrza  $T$  wg (12) opracowano program o nazwie TRBEZ.EXE w języku Fortran.

#### 5. Trwałości ostrza $T$ obliczone za pomocą programu TRBEZ.EXE

Program TRBEZ.EXE jest programem uniwersalnym, tzn. może być użyteczny również dla innych materiałów nie tylko dla stali C45, dla której ustalono krzywe zużycia (8) i (9). Autor metody [5] przyjął założenie, że krzywą (8) i (9) można wykorzystać dla innych materiałów. Nie stwierdzono jednak tego doświadczalnie. Istnieje możliwość modyfikacji

stałych  $a_n$  oraz  $b_n$  wprowadzanych do programu TRBEZ.EXE przy innej postaci krzywej zużycia. Opisy danych wprowadzane do programu przedstawiono w tabl. 1. W kolejnych wierszach podaje się komentarze, stałe w notacji wykładniczej określające dwie krzywe zużycia ostrza (8, 9) oraz kolejne wyniki jednego lub dwóch pomiarów skróconych eksperymentów.

Tablica 2. Przykład wprowadzanych danych zużycia ostrza, czasów skrawania uzyskanych podczas toczenia stali C45 do programu TRBEZ.EXE

Trwałość ostrza wg eksp. skróconego dla stali C45, Dwie charakterystyki  
 0; 0,28993\*10<sup>1</sup>; -0,119464\*10<sup>3</sup>; 0,153283\*10<sup>4</sup>; -0,630250\*10<sup>4</sup>; 0,8468930\*10<sup>4</sup>;  
 0,13  
 0,555547\*10<sup>2</sup>; 0,221521\*10<sup>1</sup>; -0,102310\*10<sup>3</sup>; 0,136761\*10<sup>4</sup>; -0,562666\*10<sup>4</sup>; 0,748493\*10<sup>4</sup>;  
 Trwałość dla stali C45, eks 11, punkt (0, 0, 0), skrócony nr 11  
 2; 0,094  
 0,103; 1; 41  
 0,109; 2; 7  
 Trwałość dla stali C45, eks 11, punkt (0, 0, 0), skrócony nr 11  
 2; 0,188  
 0,191; 1; 31  
 0,195; 1; 56

**Tablica 3. Wyniki pomiarów zużycia ostrza i czasu skrawania uzyskanych podczas toczenia stali C45 wkładką TNMG 160308 H20**

Trwałość dla stali C45, Eksp 11, Punkt (0, 0, 0), eksp. skrócony nr 11  
 Liczba punktów pomiaru zużycia  $N = 2$   
 Wartości trwałości TR wg eks. Skróconego  
 $TR = 61,09$   
 Trwałość dla stali C45, Eksp 11, Punkt (0, 0, 0), eks[p. skrócony nr 11  
 Liczba punktów pomiaru zużycia  $N = 2$   
 Wartości trwałości TR wg eks. Skróconego  
 $TR = 85,55$

W tablicy 2 zamieszczono przykłady danych wprowadzanych do programu dla eksperymentów skróconych.

W tablicy 3 zamieszczono wyniki obliczeń trwałości ostrza obliczonych za pomocą programu TRBEZ.EXE. Trwałości ostrza, uzyskane na podstawie eksperymentów skróconych, mają rozrzut od  $T = 61,09$  min do  $T = 85,55$  min.

Rozrzut mają również trwałości ostrza zarejestrowane podczas powtarzanego pełnego eksperymentu wykonanych dla tych samych parametrów skrawania. Stwierdzono to eksperymentalnie przy skrawaniu stali C45 wkładką TNMG 160308 H20. Podczas czterokrotnego powtórzenia pełnego eksperymentu. Uzyskano następujące wyniki obliczeń trwałości ostrza:

$$T_c = (60,62; 70,82; 71,12; 80,73) \text{ min} \quad (13)$$

Ponieważ rozrzut trwałości obliczonych metodą eksperymentu skróconego (tabl. 3) jest porównywalny z rozrzutem w pełnym eksperymencie (13), przyjęto założenie, że obliczenia trwałości ostrza metodą skróconego eksperymentu w innych punktach planu badań są wystarczająco dokładne do oszacowania stałych we wzorach na trwałość ostrza  $T$  oraz okresową prędkość skrawania  $v_c$ .

**6. Funkcja trwałości ostrza jako funkcja parametrów skrawania**

Do obliczenia czasów maszynowych określa się funkcje trwałości ostrza  $T$  min oraz prędkość okresową  $v_c$  m/min jako funkcje parametrów skrawania. Parametrami toczenia są: prędkość

skrawania  $v_c$  m/min, posuw  $f$  mm/obr, głębokość skrawania  $a_p$  mm. Stałe w funkcji trwałości ostrza  $T$  oraz funkcji prędkości okresowej skrawania  $v_c$  ob-

punktów pomiarowych. W tablicy 4 przedstawiono plan Hartleya dla trzech zmiennych wejściowych zapisanych w postaci standaryzowanej. W tym planie przyjęto wartość ramienia gwiazdnego  $a = 1,41$  oraz kontrast określający  $\hat{x}_1 \hat{x}_2 \hat{x}_3 = +1$ , dla wyznaczenia czterech eksperymentów w jądrze programu.

Dla parametrów obróbki ( $v_c, f, a_p$ ) przyjęto następujące zakresy ich zmian:

- dla prędkości skrawania  $v_c$  m/min  $\langle 80; 220 \rangle$ ,
- dla posuwu  $f$  mm/obr  $\langle 0,15; 1,0 \rangle$ ,
- dla głębokości skrawania  $a_p$  mm  $\langle 0,3; 2,5 \rangle$ .

**Tablica 4. Plan Hartleya dla trzech zmiennych standaryzowanych**

Elementy składowe planu badań wg Hartleya	Zmienna zależna naturalna $u$	Zmienne standaryzowane niezależne $\hat{x}_k$		
		$\hat{x}_1$	$\hat{x}_2$	$\hat{x}_3$
Jądro badań planu Hartleya	$u_1$	-1	-1	+1
	$u_2$	+1	-1	-1
	$u_3$	-1	+1	-1
	$u_4$	+1	+1	+1
Punkty gwiazdne	$u_5$	- ?	0	0
	$u_6$	+ ?	0	0
	$u_7$	0	- ?	0
	$u_8$	0	+ ?	0
	$u_9$	0	0	- ?
	$u_{10}$	0	0	+ ?
Centrum planu	$u_{11}$	0	0	0
Kontrast określający: $\hat{x}_1 \cdot \hat{x}_2 \cdot \hat{x}_3 = +1$ , Ramię gwiazdne: $? = 1,41$				

licza się za pomocą wyżej przytoczonych wyników badań trwałości ostrza  $T_i$  z parametrami ( $v_c, f, a_p$ ) dla  $l = 1; 11$ , rozmieszczonymi w przestrzeni czynnikowej wg planu Hartleya [3].

Plan Hartleya stanowi plan kompozycyjny ułamkowy o czterech punktach pomiarowych w jądrze programu, sześciu punktach gwiazdnych, jednego punktu w centrum planu, razem 11

W każdym z zakresów obliczono wartości parametrów skrawania odpowiadające liczbom standaryzowanym w planie Hartleya (-1,41; -1; 0; 1; 1,41). Zastosowano podział proporcjonalny w skali logarytmicznej. Obliczone wartości parametrów w punktach planu Hartleya zamieszczono w tablicy 5.

W tablicy 6 zamieszczono wartości zmiennych: wejściowych w postaci na-

Tablica 5. Wartości parametrów obróbki odpowiadające liczbom standaryzowanym (-1,41; -1; 0; 1; 1,41)

Liczby Standaryzowane w planie Hartleya	Prędkość skrawania $v_c$ m/min	Posuw $f$ mm/obr	Głębokość skrawania $a_p$ mm
+1,41	220,0	1,00	2,50
1	189,7	0,75	1,83
0	132,7	0,37	0,87
-1	92,7	0,19	0,41
-1,41	80,0	0,15	0,30

turalnej ( $v_c, f_i, a_{p_i}$ ) w kolejności odpowiadającej planowi Hartleya), które wprowadza się do programu regresji wielokrotnej o nazwie REG6MP.EXE w celu obliczenia dwóch funkcji: trwałości ostrza  $T$  i prędkości okresowej.

W wyniku obliczeń programu REG6MP.EXE uzyskano następujące postaci dwóch funkcji dla stali C45 skrawanej płytką z węgla TNMG 160308 H20:

– funkcję trwałości ostrza

$$T = \frac{1,841 \cdot 10^6}{v_c^{2,29} \cdot f^{0,34} \cdot a_p^{0,65}} \text{ [min]} \quad (14)$$

– funkcję prędkości okresowej

$$v_c = \frac{354,70}{T^{0,32} \cdot f^{0,17} \cdot a_p^{0,16}} \text{ m/min} \quad (15)$$

Wpływ prędkości okresowej  $v_c$  na czas maszynowy przy toczeniu wałka ujmuje zależność

$$t_m = \frac{\pi \cdot d \cdot L}{1000 \cdot v_c \cdot f} \text{ min} \quad (16)$$

gdzie

$d$  – średnica wałka w mm,  
 $L$  – długość wałka w mm.

Wzrost prędkości okresowej  $V_c$  powoduje skrócenie czasu maszynowego (16); zwiększa się zatem wydajność obróbki skrawaniem.

### 7. Podsumowanie

Funkcje: trwałości ostrza  $T$  oraz okresowej prędkości skrawania  $v_c$  stanowią niezbędne zależności do obliczeń czasów maszynowych (16) oraz do optymalizacji parametrów operacji toczenia. Nowe materiały narzędziowe wymagają wykonania na posiadanych obrabiarkach bieżących badań skrawania. Przedstawiony skrócony eksperyment zmniejsza koszty ich realizacji. Ponadto wykonanie w punktach planu badań pomiarów siły skrawania  $F_c$  oraz mocy skrawania  $P_c$  umożliwi uzyskanie postaci funkcyjnej tych wielkości, co jest niezbędne do opracowania programów optymalizacji parametrów skrawania podczas toczenia.

### Literatura

1. Draper N. R., Smith H.: Applied Regression Analysis, Second Edition, John Wiley & Sons, New York, Copyright 1981.
2. Leitner R.: Zarys matematyki wyższej dla studiów technicznych, cz. I, WNT, Warszawa 1990.
3. Polański Z.: Planowanie doświadczeń w technice, PWN, Warszawa 1984.
4. System/360 Scientific, Subroutine Package (360 A – CM 03X) Version III, IBM Technical Publication Department, Fifth Edition 1970.
5. Ziętarski S.: Zastosowanie matematycznego planowania doświadczeń do optymalizacji parametrów skrawania, Praca doktorska, Biblioteka główna PW, Warszawa 1974. ■

Tablica 6. Zmienne ([wzór]) w postaci naturalnej do programu REG6MP.EXE

Numer pomiaru	Parametry obróbki w postaci naturalnej			Trwałość $T_i$
	$v_{ci}$	$f_i$	$a_{p_i}$	
1	92,18	0,19	1,83	34,20
2	189,70	0,19	0,41	34,12
3	92,80	0,75	0,41	118,63
4	189,70	0,75	1,83	4,28
5	80,00	0,37	0,87	142,28
6	220,00	0,37	0,87	14,47
7	132,70	0,15	0,87	57,40
8	132,70	1,00	0,87	28,55
9	132,70	0,37	0,30	52,28
10	132,70	0,37	2,50	34,70
11	132,70	0,37	0,87	73,32