

Otrzymano: 19 czerwca 2017 / Zaakceptowano: 17 października 2017 / Zamieszczono na WWW: 17 listopada 2017

*proces wytwarzania,  
optymalizacja wielokryterialna,  
metoda Pareto, metoda Yagera, metoda R. Knosali*

Stanisław PŁONKA<sup>1\*</sup>

## **ALGORYTMY WIELOKRYTERIALNEJ OPTYMALIZACJI STRUKTURY PROCESÓW WYTWARZANIA**

W artykule przedstawiono etapy wielokryterialnej optymalizacji struktury procesów wytwarzania. W szczególności scharakteryzowano najczęściej stosowane algorytmy w wielokryterialnej optymalizacji struktury procesów wytwarzania, uwzględniające w ocenie: tylko subiektywne kryteria punktowe, tylko subiektywne kryteria względne, tylko kryteria deterministyczne oraz algorytm uwzględniający wszystkie rodzaje kryteriów tj. kryteria deterministyczne, probabilistyczno-statystyczne i rozmyte. W podsumowaniu zamieszczono zalety i wady przedstawionych algorytmów.

### **1. WPROWADZENIE**

W optymalizacji działalności produkcyjnej szczególne miejsce zajmuje optymalizacja procesów wytwarzania. Pod pojęciem optymalizacji procesów wytwarzania należy rozumieć zarówno optymalizację warunków obróbki (zwaną optymalizacją parametryczną), jak i struktury procesów (zwaną optymalizacją strukturalną). Optymalizacja warunków w stosunku do optymalizacji struktury. Te dwa zagadnienia są ze sobą sprzężone: optymalizacja struktury wymaga wcześniejszego nadania parametrom poszczególnych zabiegów, składających się na operację, a tych z kolei na proces, wartości bliskich optymalnym. Optymalizacja parametrów zaś wymaga wcześniejszego dokonania optymalizacji struktury procesu i poszczególnych jego operacji. Rozwiązaniem powstającej sprzeczności jest postępowanie iteracyjne, w którym zwykle najpierw rozwiązuje się zadanie wyboru struktury procesu i następnie operacji zbliżonej do optymalnej (przyjmując typowe wartości parametrów – zalecane przez producentów narzędzi skrawających), a następnie przeprowadza się optymalizację parametrów. Potem można znowu przejść do uściślenia wyboru struktury, itd. [1-4].

Dla optymalizacji parametrycznej celem jest dobranie (spośród możliwych do stosowania w danych warunkach – w obszarze rozwiązań dopuszczalnych określonym ograniczeniami) takich wartości parametrów skrawania jak: prędkości skrawania  $v_c$ , posuwu  $f$  i głębokości skrawania  $a_p$ , które zapewniają ekstremalną wartość założonego kryterium optymalizacji [5-10].

---

<sup>1</sup> Akademia Techniczno-Humanistyczna w Bielsku-Białej, Katedra Technologii Maszyn i Automatykacji  
\* E-mail: splonka@ath.bielsko.pl

W ogólnym znaczeniu struktura procesu przedstawia stan uporządkowania rodzajów obróbki i ustawień przedmiotu oraz wzajemnych ich powiązań, natomiast metoda wytwarzania oznacza sposób postępowania wiodący do celu przez odpowiedni dobór środków. Zatem struktura procesu wytwarzania dotyczy jego porządku wewnętrznego i roli poszczególnych elementów struktury, natomiast metoda wytwarzania polega na doborze sposobów obróbki zmierzających do nadania gotowym częściom wymaganych właściwości [11]. Zagadnienie struktury procesów wytwarzania szczegółowo omówiono w pracach [12,13].

Optymalizacja parametrów operacji i zabiegów procesów wytwarzania doczekała się bogatej bibliografii, która została szczegółowo omówiona w pracach [7,10]. Zastosowanie nowych metod w optymalizacji parametrów obróbki, w tym między innymi algorytmów ewolucyjnych i skorygowanego algorytmu mrówkowego zawierają prace [7,14]. Natomiast zagadnienia optymalizacji i polioptymalizacji struktury procesów wytwarzania przedstawiono dotychczas w niewielu pracach [1,2,15-30].

Problematykę optymalizacji wielokryterialnej zarówno struktury, jak i warunków obróbki, operacji i procesów wytwarzania podjęto tylko w nielicznych opracowaniach [3,4,22,31].

Celem pracy jest przedstawienie etapów optymalizacji wielokryterialnej, a w szczególności omówienie najczęściej stosowanych algorytmów do wyboru optymalnej struktury procesów wytwarzania ze względu na dwa i więcej kryteriów.

## 2. MODELE WIELOKRYTERIALNEJ OPTYMALIZACJI STRUKTURY PROCESÓW WYTWARZANIA

Podstawy metodologiczne optymalizacji wielokryterialnej w budowie maszyn, w tym zasady budowy i interpretacji modeli matematycznych optymalizacji wielokryterialnej, a w szczególności: rolę kryteriów zastępczych, optimum Pareto oraz problem znajdowania jednego rozwiązania sformułowanego zadania, omawiają prace [1,32-34].

Zagadnienia optymalizacji wielokryterialnej struktury procesów wytwarzania rozwiązywane są na ogół w dwóch etapach: wyznaczenie zbioru rozwiązań optymalnych w oparciu o algorytm Pareto, a następnie wybór rozwiązania najlepszego (optymalnego) z tegoż zbioru [16,18,19,21,24,27,28].

W jednej z pierwszych prac z tego zakresu [16], jako kryteria służące do wyznaczenia optymalnych w sensie Pareto wariantów procesu wytwarzania śrub z łbem sześciokątnym o wymiarach M8×60, M12×60, M16×60 i M20×60, w wykonaniu zgrubnym, średnio dokładnym oraz dokładnym, przyjęto: pracochłonność operacji wytwarzania wyrobu, jednostkowy koszt własny wyrobu oraz wartość dodaną jednostki wyrobu. Algorytm poszukiwania optimum w sensie Pareto z zastosowaniem teorii relacji binarnych zawiera praca [27].

Przykłady budowy kryteriów zastępczych i ich zastosowanie do wyboru wariantu optymalnego procesu wytwarzania zawierają prace [17,35]. W pracy [35] omówiono podstawowe kryteria oceny procesów wytwarzania oraz metodykę wyboru wariantu

optymalnego procesu w oparciu o minimum kryterium złożonego, będącego sumą kosztów bieżących i kosztów inwestycji, związanych z realizacją konkretnego wariantu, pomnożonych przez normatywny współczynnik efektywności. Natomiast w pracy [17] autorzy podkreślają, że w początkowym etapie projektowania procesów wytwarzania konieczna jest ich ocena ze względu na wiele kryteriów. W tym celu zaproponowano do oceny wariantów procesu wytwarzania trzy kryteria: całkowity koszt wytwarzania (będący sumą dwóch członów: kosztów operacji związanych z czasem trwania czynności głównych i kosztów operacji nie związanych z czasem głównym), wydajności oraz kryterium wektorowe jakości wyrobu (ujmujące dokładność wymiarów, kształtów, wzajemnego położenia, chropowatość powierzchni, itp.). Do wyboru wariantu optymalnego procesu wytwarzania zbudowano kryterium zastępcze, w którym poszczególne składniki sumy są iloczynami kryteriów pomnożonymi przez odpowiedni współczynnik wagowy, a suma tych wag jest równa 1.

W pracy [24] jako kryteria optymalizacji wariantów procesu wytwarzania wrzeciona przędzarki obrączkowej do przędzenia bezbalonowego przyjęto: koszt jednostkowy wytwarzania, chropowatość powierzchni określoną parametrem  $Ra$  i kinetyczny współczynnik tarcia  $\mu_k$  przędzy o powierzchnię szyjki okładziny wrzeciona. Wyboru wariantu, najlepszego ze zbioru wariantów optymalnych w sensie Pareto, dokonano w oparciu o jedno kryterium wyrażające się stosunkiem kosztu jednostkowego wytwarzania do trwałości. Natomiast w pracy [28] wyboru wariantu najlepszego – dokonano z wykorzystaniem funkcji użyteczności.

Modele optymalizacji wielokryterialnej struktury procesów wytwarzania wykorzystujące do oceny różne rodzaje kryteriów: tylko subiektywne punktowe, tylko względne, tylko deterministyczne oraz algorytm uwzględniający wszystkie rodzaje kryteriów, tj. deterministyczne, probabilistyczno-statystyczne i rozmyte zawierają prace [21,22]. W pracach tych zamieszczono również przykłady praktyczne optymalizacji wielokryterialnej procesów wytwarzania części przędzarek obrączkowych i bezwrzecionowych, bezpośrednio stykających się z przędzą, z uwzględnieniem różnych rodzajów kryteriów. Model optymalizacji wielokryterialnej struktury procesów wytwarzania wrzecion do przędzenia bezbalonowego ze względu na wszystkie rodzaje kryteriów, tj. kryterium deterministyczne (mikrotwardość), probabilistyczno-statystyczne (bicie promieniowe czopika i szyjki okładziny wrzeciona) oraz rozmyte (łatwość wykonania) zawierają prace [15,21].

W pracy [31] bardzo szczegółowo omówiono metodę optymalizacji strukturalnej i parametrycznej procesów wytwarzania obróbki mechanicznej, z uwzględnieniem systemowo-strukturalnego ich modelowania. Omówiono i scharakteryzowano kryteria oceny (kryteria optymalizacji) oraz wybór technicznych ograniczeń. Przedstawiono procedury optymalizacji procesów wytwarzania, w tym algorytmy: wyboru rodzaju półfabrykatu i metody jego wytwarzania, wyboru procesów wytwarzania obróbki wiórowej, obliczania minimalnych naddatków i wymiarów operacyjnych, wyboru optymalnej operacji wytwarzania, wyboru kolejności przejść w operacji oraz wyboru racjonalnego systemu oprzyrządowania obrabiarkowego.

Poszczególne procedury optymalizacji realizowano w ramach automatycznego projektowania procesu wytwarzania, które oparto na syntezie procesu, przyjmując podział procesu projektowania na szereg poziomów i prostszych zadań.

### 3. ALGORYTMY WYBORU OPTYMALNEJ STRUKTURY PROCESÓW WYTWARZANIA

W wielowariantowym projektowaniu procesów wytwarzania często przyjmowana jest technika przedstawiania zbioru wariantów (rozwiązań) dopuszczalnych przy pomocy grafu-drzewa, która może, mimo znacznie skromniejszych możliwości kombinatorycznych niż graf o jednym wierzchołku końcowym, opisywać – przy tej samej liczbie wierzchołków (czyli operacji wytwarzania) – wystarczającą do celów optymalizacji liczbę wariantów procesów, przy czym pozwala na rozwiązywanie zadań polioptymalizacji bez nakładania ograniczeń na sformułowania kryteriów optymalności.

Wielokryterialna optymalizacja struktury procesów wytwarzania w najogólniejszym przypadku obejmuje następujące trzy etapy (rys. 1):

- etap 1 – określenie zbioru wariantów dopuszczalnych procesu wytwarzania,
- etap 2 – określenie zbioru kryteriów, względem których będą oceniane poszczególne warianty,
- etap 3 – wybór optymalnego wariantu procesu wytwarzania z zastosowaniem odpowiedniego algorytmu.

Algorytmy wyboru optymalnej struktury procesów wytwarzania, ze względu na dwa i więcej kryteriów, bazują na ogół na następujących metodach: optimum w sensie Pareto [1,20,24,32-34], metodzie Yagera [21,22,36,37] oraz metodzie ogólnej [15,38].

Metoda Pareto polega na określeniu zbioru wariantów niezdominowanych, zwanym również zbiorem wariantów optymalnych w sensie Pareto.

Wariantem idealnym procesu wytwarzania jest taki, który jednocześnie ekstremalizuje każde kryterium. W przypadku minimalizacji  $a_i^{(id)}$  jest wariantem idealnym, jeżeli:

$$\bigwedge_{a_i \in A^*} \bigvee_{a_i^{(id)} \in A^*} \mathbf{k}^{(d)}(a_i^{(id)}) \leq \mathbf{k}^{(d)}(a_i), \quad (1)$$

gdzie:  $\mathbf{k}^{(d)}(a_i)$  – wektor ocen  $i$ -tego wariantu względem każdego z kryteriów.

Ponieważ kryteria są zazwyczaj konfliktowe, wariant idealny w takim przypadku nie istnieje.

Wariantem niezdominowanym jest wariant procesu wytwarzania, dla którego żadne kryterium nie może być polepszone bez jednoczesnego pogorszenia co najmniej jednego z pozostałych.

W przypadku minimalizacji,  $a_i^{(nd)}$  jest wariantem niezdominowanym, jeżeli:

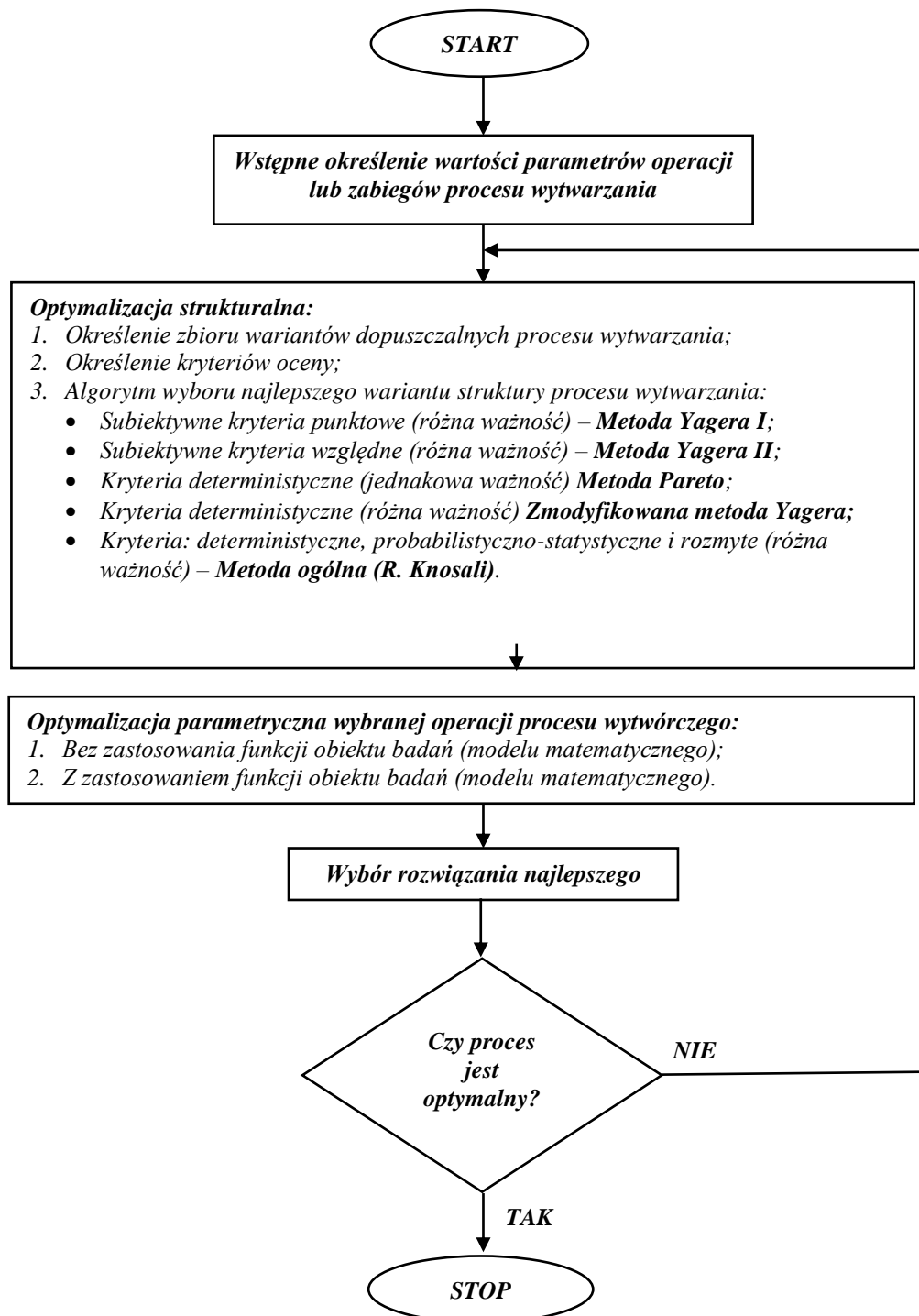
$$\bigwedge_j \bigcap_{\mathbf{k}^{(d)}(a_i) \in K^{(d)}} \bigvee_{\mathbf{k}_j^{(d)}(a_i) \in K^{(d)}} \mathbf{k}_j^{(d)}(a_i) \leq \mathbf{k}_j^{(d)}(a_i^{(nd)}) \wedge \bigvee_j \mathbf{k}_j^{(d)}(a_i^{(nd)}) < \mathbf{k}_j^{(d)}(a_i), \quad (2)$$

Zadanie optymalizacji wielokryterialnej w sensie Pareto procesów wytwarzania można sformułować następująco – wyznaczyć zbiór ocen kompromisowych:

$$ZK = \left\{ \mathbf{k}^{(d)}(a_i^{(nd)}) : \bigwedge_j \bigcap_{\mathbf{k}^{(d)}(a_i) \in K^{(d)}} \bigvee_{\mathbf{k}_j^{(d)}(a_i) \in K^{(d)}} \mathbf{k}_j^{(d)}(a_i) \leq \mathbf{k}_j^{(d)}(a_i^{(nd)}) \wedge \bigvee_j \mathbf{k}_j^{(d)}(a_i^{(nd)}) < \mathbf{k}_j^{(d)}(a_i) \right\} \quad (3)$$

i przyporządkowany mu zbiór wariantów w sensie Pareto:

$$ZA^* = \{a_i^{(nd)} : \mathbf{k}^{(d)}(a_i^{(nd)}) \in ZK \wedge a_i^{(nd)} \in A^*\} \quad (4)$$



Rys. 1. Schemat blokowy wielokryterialnej optymalizacji strukturalnej i parametrycznej procesów wytwarzania  
 Fig. 1. The block diagram of multicriteria and parametrical optimization of manufacturing processes

Wariant  $a_i^{(nd)}$  jest rozwiązaniem zadania optymalizacji wielokryterialnej w sensie Pareto, jeżeli odpowiadający mu wektor kryteriów  $k^{(d)}(a_i^{(nd)})$  jest wektorem najmniejszym w sensie częściowego uporządkowania. W sformułowaniu tym przyjęto, że wszystkie kryteria mają być zminimalizowane. Jeżeli w zadaniu optymalizacji wielokryterialnej należy maksymalizować kryterium  $k_j^{(d)}(a_i)$ , to zadanie takie można sprowadzić do zadania minimalizacji, zmieniając znak kryterium:

$$\max k_{ji}^{(d)} = \min(-k_{ji}^{(d)}) \quad (5)$$

Metoda Yagera I do oceny wariantów wykorzystuje subiektywne kryteria punktowe. Wyznaczanie elementów tablicy  $C=[c_{ij}(e)]$ , będących unormowanymi ocenami punktowymi  $i$ -tego wariantu według  $j$ -tego kryterium, podanymi przez  $e$ -tego eksperta (inaczej  $c_{ij}(e)$  – stopień przynależności  $i$ -tego wariantu do zbioru, preferowany ze względu na kryterium  $j$ -te, podany przez  $e$ -tego eksperta) przebiega następująco:

- ustala się zakres skali punktowej, za pomocą której oceniane zostają (najczęściej przez 3 ekspertów) wszystkie warianty procesu wytwarzania w świetle przyjętych kryteriów. Najczęściej oceny są liczbami całkowitymi z przedziału domkniętego  $\langle 0, 10 \rangle$ ,
- oceny punktowe poddaje się normalizacji, tzn. sprowadza z przyjętego przedziału  $\langle 0, 10 \rangle$  do przedziału  $\langle 0, 1 \rangle$ , przez co w bezpośredni sposób otrzymuje się poszczególne wartości unormowanych ocen punktowych.

Zakłada się, że  $S_{ij}(e)$  ( $i=1, \dots, n, j=1, \dots, m$ ) oznaczają oceny punktowe przypisane poszczególnym  $i$ -tym wariantom procesu wytwarzania w świetle każdego z  $j$ -kryteriów przez eksperta  $e$ -tego.

Pierwszy krok normalizowania polega na utworzeniu następujących sum:

$$S_j(e) = \sum_{i=1}^m S_{ij}(e) \quad (6)$$

Drugi krok normalizowania pozwala na bezpośrednie sprowadzenie oceny punktowej  $S_{ij}(e)$  do wartości unormowanej  $c_{ij}(e)$ , przez podzielenie danej oceny punktowej przez odpowiednią dla danego kryterium wartość sumy  $S_j(e)$ , dla każdego  $j=1, \dots, m$  ( $m$  – liczba kryteriów) oraz dla każdego  $e=1, \dots, p$  ( $p$  – liczba ekspertów):

$$c_{ij}(e) = \frac{S_{ij}(e)}{S_j(e)} \quad (7)$$

Każda otrzymana w ten sposób wartość należy do przedziału domkniętego  $\langle 0, 1 \rangle$ . Suma wszystkich wartości ocen unormowanych, związanych z danym kryterium, równa jest jedności.

Następnie tworzy się macierz ważności poszczególnych kryteriów  $\mathbf{B}$ :

$$\mathbf{B} = [b_{ij}], \quad i = 1, \dots, n, \quad j = \dots m \quad (8)$$

Macierz  $\mathbf{B}$  tworzy się metodą Saaty'ego [39,40], polegającą na porównywaniu kolejnych par kryteriów.

W przypadku kilku ekspertów tworzenie macierzy ważności kryteriów  $\mathbf{B}$  przebiega następująco:

- każdy z ekspertów tworzy macierz  $\mathbf{B}$  indywidualnie,
- z otrzymanych macierzy, zwanych cząstkowymi, tworzy się jedną, zbiorczą macierz ważności kryteriów (dowolny wyraz macierzy zbiorczej nad główną przekątną oblicza się jako średnią arytmetyczną z odpowiednich wyrazów macierzy cząstkowych, natomiast wyrazy pod główną przekątną są ich odwrotnościami).

Dla przygotowanej w ten sposób macierzy ważności kryteriów szuka się wektora własnego  $\mathbf{Y}$ , który spełnia następujące równanie macierzowe:

$$\mathbf{B} \cdot \mathbf{Y} = \lambda_{\max} \cdot \mathbf{Y} \quad (9)$$

gdzie:  $\mathbf{B}$  – zbiorcza macierz ważności kryteriów,  $\mathbf{Y}$  – wektor własny, który w powyższym równaniu stanowi macierz kolumnową,  $\lambda_{\max}$  – skalar oznaczający maksymalną wartość własną macierzy  $\mathbf{B}$ .

A zatem szukany jest taki wektor, dla którego powyższe równanie jest spełnione dla możliwie największej wartości liczby  $\lambda = \lambda_{\max}$ . Wartości własne  $\lambda$  macierzy  $\mathbf{B}$  wyznacza się metodą Powera. Szukany wektor ma tyle współrzędnych, ile jest kryteriów.

Współrzędne te muszą dodatkowo spełniać warunek, aby ich suma była równa liczbie przyjętych kryteriów:

$$\sum_{j=1}^m y_j = m \quad (10)$$

gdzie:  $y_j$  –  $j$ -ta współrzędna wektora własnego  $\mathbf{Y}$ .

Współrzędne wektora własnego nazywane są również wagami poszczególnych kryteriów i oznaczane literami  $w_1, w_2, \dots, w_m$ . Każda z wag wyraża ważność odpowiadającego jej kryterium, przy czym im większa wartość  $j$ -tej wagi, tym większa ważność  $j$ -tego kryterium.

Na bazie wyznaczonych wartości ocen unormowanych (czyli poszczególnych elementów tablicy  $C=[c_{ij}(e)]$ ), określa się (tworzy) oceny dla poszczególnych kryteriów i każdego rozpatrywanego wariantu procesu wytwarzania.

Kolejny krok polega na utworzeniu łącznych ocen unormowanych przez uśrednienie ocen podanych przez poszczególnych ekspertów. Zagadnienie to sprowadza się praktycznie do uśrednienia wszystkich elementów tablicy  $C=[c_{ij}(e)]$  względem wskaźnika „ $e$ ”, oznaczającego numer eksperta, korzystając z następującej zależności:

$$c_{ij} = \frac{1}{p} \sum_{e=1}^p c_{ij}(e) \quad (11)$$

gdzie:  $p$  – liczba ekspertów.

Następny krok metody Yagera polega na utworzeniu decyzji unormowanych przez podniesienie każdego składnika kolejnych ocen unormowanych do potęgi równej odpowiedniej wadze.

W postaci ogólnej można to napisać następująco:

$$d_j = \sum_{j=1}^m c_{ij}^{w_j} / a_i \quad (12)$$

Ostatni etap metody Yagera polega na utworzeniu uszeregowania optymalnego wariantów ze względu na kryteria przyjęte do oceny, na podstawie którego wybiera się wariant najlepszy procesu wytwarzania, tj. wariant, który najlepiej spełnia wszystkie przyjęte do oceny kryteria. Uszeregowanie optymalne w metodzie Yagera jest decyzją typu minimum. Składnikiem  $i$ -tym uszeregowania optymalnego (tj. składnikiem odpowiadającym  $i$ -temu wariantowi procesu wytwarzania) jest najmniejszy  $i$ -ty składnik poszczególnych decyzji unormowanych  $d_1, d_2, \dots, d_m$ . Oznaczając uszeregowanie optymalne i jego składniki przez duże litery „ $D$ ” można zapisać (*stosując zapis ocen poszczególnych wariantów używany w teorii zbiorów rozmytych* [38]):

$$D = D_1 + D_2 + \dots + D_n \quad (13)$$

gdzie:

$$D_i = \min_j c_{ij}^{wj} \quad (14)$$

Wariantem najlepszym (optymalnym) jest ten wariant, któremu odpowiada największy składnik uszeregowania optymalnego:

$$a_{opt} = \max_i D_i \quad (15)$$

**Metoda Yagera II** [21] do oceny wariantów wykorzystuje subiektywne kryteria względne, tzn. przyjmuje się tzw. wariant bazowy, względem którego oceniane są pozostałe warianty procesu wytwarzania. Z każdym wariantem można związać pewną ocenę w świetle rozpatrywanego kryterium. W przypadku wariantu bazowego jest to wartość bazowa. Stwierdzenia czy dany wariant jest lepszy lub gorszy, w stosunku do wariantu bazowego (w świetle rozważanego kryterium), są ocenami subiektywnymi, nieostrymi, wyrażającymi się ustalonymi przez każdego z ekspertów współczynnikami (prawdopodobieństwami) przynależności  $g_{ij}(e)$ , wiążącymi każdy z wariantów z pewną klasą  $l$ , względnie częściej z kilkoma klasami. Klasy oznaczone są liczbami całkowitymi z przedziału  $\langle -L, \dots, 0, \dots, +L \rangle$ , gdzie  $L=1, 2$  lub  $3$ . Z klasą zerową najczęściej związany jest wariant bazowy.

Aby sprawdzić poszczególne elementy  $g_{ij}(e)$ , zwane współczynnikami przynależności  $i$ -tego wariantu do  $l$ -tej klasy, ustalonymi w świetle  $j$ -tego kryterium przez  $e$ -tego eksperta, do wartości unormowanej  $c_{ij}(e)$ , należy dokonać transformacji według następującej zależności:

$$c_{ij}(e) = \frac{L + \sum_{l=-L}^L g_{ij}(e) \cdot l}{2L} \quad (16)$$

gdzie:  $i=1, \dots, n$  ( $i$  – numer wariantu),  $l=-L, \dots, 0, \dots, L$  ( $l$  – numer klasy),  $j=1, \dots, m$  ( $j$  – numer kryterium),  $e=1, \dots, p$  ( $e$  – numer eksperta).

Następne etapy w postępowaniu optymalizacyjnym są identyczne jak w przedstawionej powyżej metodzie Yagera I.

**Zmodyfikowana metoda Yagera** [18,22,23] do oceny wariantów wykorzystuje kryteria deterministyczne. Oceny  $c_{ij}^d$  uzyskane z obliczeń lub pomiarów poddaje się normalizacji, tzn. sprowadza się do przedziału  $(0; 1)$ , wykorzystując następującą zależność:

$$c_{ij}^* = 0,1 + \frac{c_{ij}^d - \min_{1 \leq i \leq n} (c_{ij}^d)}{\left[ \max_{1 \leq i \leq n} (c_{ij}^d) - \min_{1 \leq i \leq n} (c_{ij}^d) \right] \cdot 1,25} \quad (17)$$

gdzie:  $c_{ij}^d$  – oceny deterministyczne rozpatrywanych wariantów względem poszczególnych kryteriów,  $i=1, \dots, n$  ( $n$  – liczba wariantów);  $j=1, \dots, m$  ( $m$  – liczba kryteriów).

Uzyskane oceny unormowane  $c_{ij}^*$  są ułamekami z przedziału  $\langle 0,1; 0,9 \rangle$ . Ten sposób unormowania wyklucza skrajne oceny równe 0 i równe 1. Dalej znormalizowane oceny  $c_{ij}^*$  przekształca się w zależności od sposobu optymalizacji, tj. od tego czy dane kryterium ma być minimalizowane, czy maksymalizowane zgodnie ze wzorem:



$$c_{ij} = (1 - k_{rj})(1 - c_{ij}^*) + k_{rj} \cdot c_{ij}^* \quad \text{dla } i=1, \dots, n; j=1, \dots, m \quad (18)$$

gdzie:  $k_{rj}$  dla  $j=1, \dots, m$  jest wektorem o współrzędnych 0 bądź 1.

Jeżeli  $k_{rj}=1$  – wariantem najlepszym jest wariant o najwyższej wartości oceny według  $j$ -tego kryterium,  $k_{rj}=0$  – wariantem najlepszym jest wariant o najniższej wartości oceny według  $j$ -tego kryterium.

Na bazie wyznaczonych unormowanych oraz przekształconych, w zależności od sposobu optymalizacji, wartości buduje się tablicę ocen  $C=[c_{ij}]$ , dla poszczególnych kryteriów i każdego rozpatrywanego wariantu opracowanego procesu wytwarzania. Wyznaczenie współrzędnych wektora własnego będących wagami przyjętych do oceny kryteriów, utworzenie decyzji unormowanych, uszeregowania optymalnego oraz wybór optymalnego wariantu procesu wytwarzania przebiega identycznie jak w metodzie Yagera I.

**Metoda ogólna** umożliwia wybór wariantu optymalnego struktury procesu wytwórczego spośród rozwiązań dopuszczalnych w świetle trzech rodzajów kryteriów jednocześnie, tj. kryteriów o charakterze deterministycznym, probabilistyczno-statystycznym i rozmytym z uwzględnieniem ich ważności.

Deterministyczne oceny określone są najczęściej w różnych wymiarach zależnie od kryterium i przyjętej skali wartości, i muszą być przetransformowane według odpowiedniej funkcji w przestrzeń liczb z przedziału  $\langle 0; 1 \rangle$ . Funkcje te są określane przez ekspertów na bazie ich własnego doświadczenia i danych literaturowych [15,38]. Oceny o charakterze probabilistyczno-statystycznym ze względu na to, że występują stosunkowo rzadko, są również poddawane transformacji na oceny rozmyte, np. według sposobu zaprezentowanego w [5].

Rozmyte oceny modelowane są za pomocą funkcji przynależności, które wyznaczone są przez ekspertów z wykorzystaniem sposobu podanego przez Saaty'ego [39,40].

Ważności poszczególnych kryteriów wyrażane są zbiorem rozmytym o funkcji przynależności  $w_j: \langle 0; 1 \rangle \rightarrow \langle 0; 1 \rangle$ , gdzie  $j=1, \dots, m$ . Agregacja ocen kolejnych wariantów względem poszczególnych kryteriów wraz z uwzględnieniem ich ważności traktowana jest, jako zadziałanie na zbiór ocen tych wariantów i wag poszczególnych kryteriów, określonej funkcji agregującej, w wyniku czego otrzymuje się zbiory rozmyte  $Z_i: \langle 0; 1 \rangle \rightarrow \langle 0; 1 \rangle$ , opisujące preferencje wariantów ze względu na wszystkie przyjęte kryteria [15].

Agregacja ocen uzyskanych względem poszczególnych kryteriów wraz z uwzględnieniem ważności tych kryteriów może być wyrażona dla  $i$ -tego wariantu następująco[38]:

$$Z_i = F(O_{i1}, O_{i2}, \dots, O_{im}, w_1, w_2, \dots, w_m) \quad (19)$$

gdzie:  $Z_i$  – zbiór rozmyty określony na przedziale  $\langle 0; 1 \rangle$ ,  $F$  – funkcja agregująca, w szczególnym przypadku liniowa.

Interpretacja otrzymanych w procesie agregacji wyników związana jest z analizą wartości funkcji przynależności. Każdy ze zbiorów  $Z_i, i=1, \dots, n$  określony jest na przedziale  $\langle 0; 1 \rangle$ , a wartość  $Z_i(z)$  określa, w jakim stopniu wielkość  $z$  jest zgodna z oceną  $i$ -tego wariantu traktowanego jako najbardziej preferowany.

W celu określenia stopni preferencji poszczególnych wariantów, polegającej na uporządkowaniu wszystkich zbiorów rozmytych  $Z_1, Z_2, \dots, Z_n$ , bazuje się na punktowej

reprezentacji tych zbiorów przyporządkowując im liczby stanowiące średnią ważoną [15,38].

#### 4. PODSUMOWANIE

Na podstawie przeprowadzonej analizy i przedstawionych przykładów praktycznych należy stwierdzić, że algorytm oparty na metodzie poszukiwania optimum w sensie Pareto jest mało skuteczny, gdyż zbiór wariantów optymalnych w sensie Pareto (tj. zbiór wariantów niezdominowanych) ze względu na trzy i więcej kryteriów jest bardzo liczny. Prawie zawsze wymagane jest stosowanie drugiego etapu postępowania polegającego na wyborze wariantu optymalnego ze zbioru wariantów niezdominowanych, w oparciu najczęściej o dodatkowe kryterium. Pozostałe algorytmy umożliwiają uporządkowanie ocenianych wariantów ze względu na wiele kryteriów od najlepszego do najgorszego w jednym etapie postępowania, a tym samym wyznaczenie wariantu najlepszego (optymalnego). Niestety do wad tych algorytmów należy zaliczyć konieczność dysponowania ekspertami z różnych dziedzin celem oceny każdego z wariantów ze względu na poszczególne kryteria, a przede wszystkim określenia ważności każdego z przyjętych do oceny kryteriów. W algorytmie opartym na zmodyfikowanej metodzie Yagera, w którym do oceny wariantów stosuje się kryteria deterministyczne, eksperci niezbędni są tylko do wyznaczenia wag poszczególnych kryteriów. Natomiast dodatkowo konieczne jest zbudowanie funkcji transformującej, umożliwiającej sprowadzenie ocen uzyskanych z obliczeń lub pomiarów do przedziału (0; 1). Algorytm metody ogólnej jest najbardziej złożony, ponieważ wymaga transformacji kryteriów zarówno deterministycznych, jak i probabilistycznych – statystycznych na kryteria rozmyte w postaci funkcji przynależności najczęściej trójkątnych. Do stosowania i zrozumienia tego algorytmu niezbędna jest szeroka wiedza matematyczna z zakresu rachunku prawdopodobieństwa i statystyki oraz zbiorów rozmytych.

#### LITERATURA

- [1] SZADKOWSKI J., 1982, *Metodologiczne problemy polioptymalizacji w budowie maszyn*. Materiały XXI Sympozjum „Modelowanie w Mechanice”, PTMTS, Gliwice – Wisła.
- [2] SZADKOWSKI J., 1990, *Optymalizacja strukturalna procesów obróbki skrawaniem*, VI Krajowa Konferencja, nt. „Postępy w teorii i technice obróbki materiałów”, IOS, Kraków.
- [3] SZADKOWSKI J., 1992, *Model matematyczny strukturalnej i parametrycznej optymalizacji wielonarzędziowych procesów obróbki skrawaniem*, Archiwum Technologii Budowy Maszyn, 9.
- [4] SZADKOWSKI J., 1992, *Artificial intelligence approach to structural and parametrical optimization of multi-tool-machining processes*, Gepgyartastechnologia, Budapest, 9-10.
- [5] PAJĄK E., WIECZOROWSKI K., 1982, *Podstawy optymalizacji operacji technologicznych w przykładach*, PWN, Warszawa – Poznań.
- [6] PŁONKA S., OGIŃSKI L., 2004, *Podstawy eksperymentalnej optymalizacji parametrycznej operacji wytwórczych*, Wydawnictwo Akademii Techniczno-Humanistycznej w Bielsku-Białej.
- [7] PYTLAK B., 2006, *Optymalizacja wielokryterialna operacji toczenia stali 18HGT w stanie zahartowanym*, Rozprawa doktorska. Akademia Techniczno-Humanistyczna w Bielsku-Białej.
- [8] SZADKOWSKI J., 1980, *Polioptymalizacja w projektowaniu operacji obróbki skrawaniem*, Postępy Technologii Maszyn i Urządzeń 4/3-4.

- [9] SZADKOWSKI J., 1982, *Projektowanie operacji wielonarzędziowych – warunki drogi krytycznej i polioptymalizacja warunków skrawania*, Postępy Technologii Maszyn i Urządzeń 6/4.
- [10] SZWABOWSKI J., 1993, *Polioptymalizacja parametryczna wielozabiegowych operacji toczenia zarysów złożonych*, Prace Naukowe, 504, Politechnika Szczecińska.
- [11] SZULC S., 1962, *Struktura technologicznych procesów budowy maszyn*, Archiwum Budowy Maszyn, 9/1.
- [12] CWIETKOW W.D., 1978, *System automatyzacji projektowania procesów technologicznych*, PWN, Warszawa.
- [13] DUDA J., 2003, *Wspomagane komputerowo generowanie procesu obróbki w technologii mechanicznej*, Monografia, Politechnika Krakowska, Kraków.
- [14] STRYCZEK R., PYTLAK B., 2014, *Multi-objective optimization with adjusted PSO method on example of cutting process of hardened 18CrMo4 steel*, Maintenance and Reliability, 16/2, 236-245.
- [15] BREIING A., KNOSALA R., 1997, *Bewerten technischen Systeme (Theoretische und methodische Grundlagen bewertungstechnischer Entscheidungshilfen)*, Springer-Verlag, Berlin – Heidelberg.
- [16] HUCZEK M., 1980, *Wpływ czynników procesu produkcyjnego na wskaźniki techniczno-ekonomiczne przedsiębiorstwa produkującego wyroby śrubowe*, Praca doktorska, Politechnika Krakowska.
- [17] KONDAKOW A.I., JASTREBOWA N.A., 1987, *Techniko-ekonomiczne kriterii optimalności technologicznych procesów*, Maszynostroje 1.
- [18] LOREK R., 2009, *Optymalizacja wielokryterialna procesów wytwarzania rotorów przędzarek*, Rozprawa doktorska, Akademia Techniczno-Humanistyczna w Bielsku-Białej.
- [19] LOREK R., PŁONKA S. 2013, *Multicriteria optimization of manufacturing processes the rotors to open end spinning machine*, Advances in Manufacturing Science and Technology 37/1, 55-68.
- [20] OSYCZKA A., ZAJĄC J., 1980, *Optymalizacja wielokryterialna procesów technologicznych*, W: Metody analizy systemów technicznych, Instytut Technologii Maszyn, Politechnika Krakowska, Kraków.
- [21] PŁONKA S., 1998, *Metody oceny i wyboru optymalnej struktury procesu technologicznego*, Rozprawy naukowe 48, Budowa i eksploatacja maszyn, Politechnika Łódzka Filia w Bielsku-Białej.
- [22] PŁONKA S., 2013, *Wielokryterialna optymalizacja procesów wytwarzania części maszyn*, WNT, Warszawa.
- [23] PŁONKA S., LOREK R., 2016, *Multicriteria optimization of manufacturing processes taking into account the validity criteria*. Journal of Machine Engineering 16/4, 31-48.
- [24] PŁONKA S., SZADKOWSKI J., 1985, *Polioptymalizacja procesów technologicznych wrzecion przędzalniczych*, Zeszyty Naukowe Politechniki Łódzkiej, 493, Mechanika, 73.
- [25] SZADKOWSKI J., 1969, *Projektowanie optymalnych procesów technologicznych w oparciu o metodę programowania dynamicznego*, Mechanik, 32/5.
- [26] SZADKOWSKI J., 1972, *Programowanie optymalnych procesów produkcji części maszyn*, Przegląd Organizacji, 5, 388.
- [27] SZADKOWSKI J., HUCZEK M., 1980, *Polioptymalizacja procesów technologicznych*, XIX Sympozjum Modelowanie, PTMS, Gliwice.
- [28] SZADKOWSKI J., PŁONKA S., 1990, *Machining process optimization considering wear resistance of manufactured elements*, III Międzynarodowego Sympozjum INSYCONT, IPBM AGH i SEM KBM PAN, Kraków.
- [29] ŻUREK J., 1987, *Zastosowanie optymalizacji wielokryterialnej przy wariantowaniu procesu technologicznego*, Archiwum Technologii budowy Maszyn, 6, 517-524.
- [30] ŻUREK J., SIECLA R., 1987, *Projektowanie optymalnego procesu wytwarzania*, Zeszyty Naukowe Politechniki Poznańskiej, Mechanika, 34, 7-19.
- [31] RYŻOW E.W., AWERCZENKOW W.I., 1989, *Optimizacja technologicznych procesów mechanicznej obróbki*, Naukowa Dumka, Kiew.
- [32] MONTUSIEWICZ J., 2004, *Ewolucyjna analiza wielokryterialna w zagadnieniach technicznych*, IPPT PAN, Warszawa.
- [33] OSYCZKA A., 2002, *Evolutionary algorithms for single and multicriteria design optimization*, Physica – Verlag Heidelberg, New York.
- [34] PARETO V., 1896, *Curs d'Economie*, Rouge, Lausanne.
- [35] RUDENKO P.A., 1985, *Projektirowanie technologicznych procesów w maszynostrojeniu*. Kiew, Wiszcza Szkoła.
- [36] YAGER R. R., 1977, *Multiple objective decision – machining using fuzzy sets*, International Journal on Man – Machines Studies, 9, 375-382.
- [37] YAGER R. R., 1982, *Fuzzy Sets and Possibility Theory*, Recent Developments, Pergamon Press.
- [38] KNOSALA R., PEDRYCZ W., 1987, *Komputerowy system wspomagający proces oceny rozwiązań konstrukcyjnych*, Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, 1012, Mechanika 86, Gliwice.
- [39] SAATY T.L., 1980, *The analytic hierarchy processes*, McGraw-Hill, New York.
- [40] SAATY T.L., 2001, *Decisions making with dependence and feedback*, The Analytic Network Process, RWS Publications, Pittsburgh, PA.

## THE MULTICRITERIA OPTIMIZATION ALGORITHMS OF MANUFACTURING PROCESSES STRUCTURE

This paper presents the multicriteria optimization procedure of manufacturing processes. The optimization model of processes structure which take into account deterministic and fuzzy assessment criteria is described. Two stage of parametric optimization of manufacturing processes are analyzed. In the first stage, the Pareto set on account of two criteria with the aid of weighting method is generated. In the second stage, the best solution with the aid of lexicographic method is selected. In the summary are given the advantages and disadvantages of the presented algorithms.

Keywords: *multicriteria optimization, manufacturing processes structure*