

## ZASTOSOWANIE ALGORYTMÓW ROJOWYCH DO OPTYMALIZACJI PARAMETRÓW W MODELACH UKŁADÓW REGULACJI

Mirosław TOMERA

Akademia Morska w Gdyni, Wydział Elektryczny  
tel: 058 690 1471 e-mail: tomera@am.gdynia.pl

**Streszczenie:** W pracy przedstawione zostały algorytmy rojowe, takie jak: algorytm mrówkowy, zmodyfikowany algorytm mrówkowy, algorytm sztucznej kolonii pszczół oraz algorytm optymalizacji rojem cząstek. Dla tych algorytmów przygotowano zostało oprogramowanie w Matlabie, pozwalające na optymalizację parametrów poszukiwanych modeli matematycznych, wyznaczanych na podstawie przeprowadzonych testów identyfikacyjnych lub na optymalizację parametrów regulatorów zastosowanych w modelach matematycznych układów sterowania.

**Słowa kluczowe:** algorytmy rojowe, optymalizacja parametrów, algorytm mrówkowy, algorytm sztucznej kolonii pszczół, algorytm optymalizacji rojem cząstek.

### 1. WPROWADZENIE

Problemy optymalizacyjne pojawiają się w prawie każdym obszarze nauki, inżynierii i ekonomii. Do rozwiązywania większości współczesnych problemów optymalizacyjnych konieczne jest stosowanie algorytmów, które łatwo dostosowują się do ograniczeń, niezależnie od liczby zmiennych i rozmiaru przestrzeni rozwiązań. W ostatnich latach rozwija się nowy dział metod zwanych algorytmami rojowymi, bazujących na inteligencji roju (ang. Swarm Intelligence), których zasady zostały zaczerpnięte z obserwacji natury. Koncepcję inteligencji roju jako pierwszy przedstawił Gerardo Beni, Jing Wang i Suzanne Hackwood [1, 2]. Pomysł powstał i został rozwinięty podczas badań nad sztucznymi, samoorganizującymi się agentami i ich wykorzystaniu w robotyce. Inspiracja tych algorytmów pochodzi z obserwacji systemów biologicznych takich jak: roje pszczół, kolonie mrówek, ławice ryb, stada ptaków, kolonie termitów, stada szarańczy, kolonie robaczków świętojańskich, stada pingwinów czy wzrost bakterii.

Aby problem optymalizacji nabrał koniecznej formalizacji do jego dalszego rozważenia konieczne staje się opisanie go za pomocą trzech składowych: zmiennych  $X$ , funkcji celu  $f(X)$  zależnej od zmiennych, która jest minimalizowana lub maksymalizowana oraz ograniczeń na zmienne, czyli zakresu wartości jakie mogą przyjmować zmienne  $X$ . Dzięki formalizacji problem optymalizacji sprowadza się do poszukiwania ekstremum (minimum lub maksimum) określonej funkcji  $f(X)$  przy danych ograniczeniach.

Obecnie do rozwiązywania problemów optymalizacyjnych zaproponowane zostały różne rodzaje algorytmów optymalizacyjnych inspirowanych biologicznie, takie jak: algorytmy genetyczne (GA, ang. Genetic Algorithm) [3], algorytmy ewolucji różnicowej (DE, ang.

Differential Evolution) [4], algorytmy mrówkowe (ACO, ang. Ant Colony Optimization) [5], algorytm optymalizacji rojem cząstek (PSO, ang. Particle Swarm Optimization) [6], algorytm pszczeli (BA, ang. Bees Algorithm) [7]. Nie tak dawno Dervis Karaboga [8] opracował nowy rodzaj pszczelego algorytmu optymalizacyjnego, nazywanego algorytmem sztucznej kolonii pszczół (ABC, ang. Artificial Bee Colony), służącego do optymalizacji numerycznej, która polega na symulacji zachowania roju pszczół miodnych. Zbiór eksperymentalnych wyników porównawczych wykonanych na kilku funkcjach optymalizacyjnych pokazał, że algorytm ten (ABC) jest konkurencyjny wobec innych algorytmów inspirowanych biologicznie [9].

### 2. ALGORYTMY MRÓWKOWE

Idea imitacji zachowania mrówek znajdujących dobre rozwiązanie w optymalizacyjnych problemach kombinatorycznych została zainicjowana w roku 1992 przez Marco Dorigo [10]. Metoda ta bazuje na sposobie w jaki mrówka wybiera swoją drogę w poszukiwaniu pożywienia, i jak znajduje drogę powrotną do mrowiska. W czasie tych wędrówek, mrówka na swoich ścieżkach po których się przemieszcza, pozostawia ślad chemiczny zwany feromonem. Zadaniem feromonu jest wskazanie drogi do celu innym mrówkom i samodzielny powrót do mrowiska. Pojedyncza mrówka przy wyborze swojej drogi wędrówki kieruje się ilością pozostawionego na niej feromonu. Na ścieżkach często używanych poziom feromonu wzrasta, przez co prawdopodobieństwa wyboru tych ścieżek, przez kolejne mrówki zwiększa się, natomiast na ścieżkach nieużywanych, w wyniku odparowania feromonu prawdopodobieństwa wyboru zanika, przez co wybierane są one coraz rzadziej.

#### 2.1. Klasyczny algorytm mrówkowy (ACO)

Dla każdego z optymalizowanych parametrów regulatora utworzony został zbiór  $R$  możliwych kandydatów rozwiązania w zakresie od wartości minimalnej do wartości maksymalnej. Dla uproszczenia zastosowany został rozkład równomierny między tymi granicami. Przyjmując, że  $K_{i,\min}$  oraz  $K_{i,\max}$  są wartościami granicznymi dla  $i$ -tego elementu wektora optymalizowanych parametrów, wówczas poszczególne wartości są wyznaczone ze wzorów [11]:

$$K_{i1} = K_{i,\min}, \quad K_{i2} = K_{i1} + \frac{K_{i,\max} - K_{i,\min}}{R - 1}, \quad (1)$$

$$K_{i3} = K_{i2} + \frac{K_{i,\max} - K_{i,\min}}{R-1}, \dots, K_{iR} = K_{i,\max} \quad (2)$$

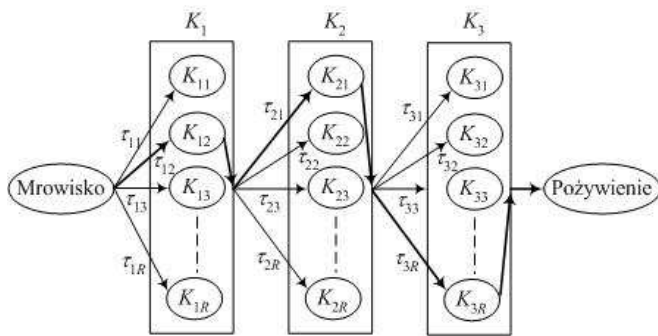
Pozwala to na uzyskanie w każdej warstwie grafu  $R$  węzłów, przechowujących równomierny rozkład wartości strojonych parametrów

$$K_i \in \{K_{i1}, K_{i2}, \dots, K_{iR}\}, \quad i = 1, \dots, D \quad (3)$$

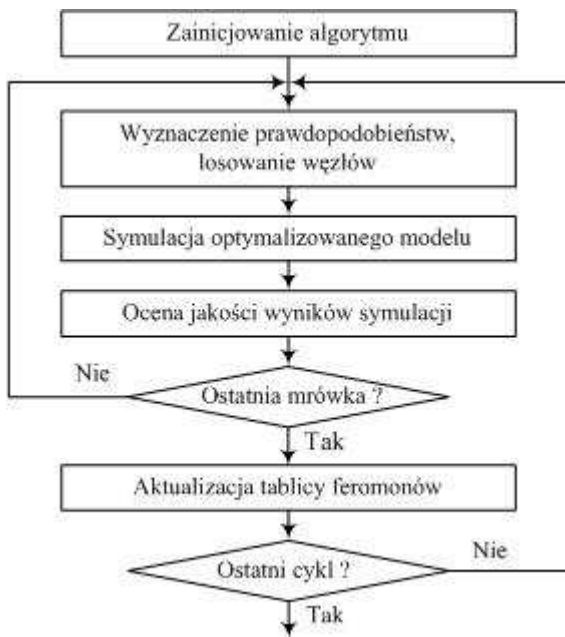
gdzie:  $D$  jest liczbą strojonych parametrów.

Poszczególne możliwe wartości optymalizowanych parametrów (3) stanowią węzły w warstwach budowanego grafu, gdzie dla każdego parametru tworzona jest oddzielna warstwa (rys. 1). W każdej warstwie mrówka może wybrać tylko jeden węzeł, którego wartość będzie przyjętym parametrem. Przejścia pomiędzy węzłami odbywają się poprzez łączące je krawędzie grafu, na których poruszające się mrówki będą pozostawiały pewną ilość feromonu, przechowywaną w macierzy feromonu  $\tau = \{\tau_{ij}\}$ . Inicjalizacja tej macierzy dokonywana jest pewną stałą wartością początkową  $\tau_{ij} = \tau_0$ .

Na rysunku 2 przedstawiony został schemat blokowy przedstawiający zasadę działania algorytmu mrówkowego.



Rys. 1. Graficzne przedstawienie optymalizowanego problemu przez algorytm mrówkowy ( $D = 3$ )



Rys. 2. Schemat blokowy klasycznego algorytmu mrówkowego

Trasy przejścia dla wszystkich mrówek odbywają się według poniższych zasad. Najpierw w sposób losowy

wyznaczane są węzły w poszczególnych warstwach przez które przejdzie mrówka  $k$  ( $k=1, \dots, M$ ). Prawdopodobieństwo  $p_{ij}^k$  wyboru węzła  $j$  dla mrówki znajdującej się w węzle  $i$  zdefiniowane jest przez następujące równanie

$$p_{ij}^k(t) = \frac{[\tau_{ij}(t)]^\alpha [\eta_{ij}(t)]^\beta}{\sum_{i,j \in G} [\tau_{ij}(t)]^\alpha [\eta_{ij}(t)]^\beta}, \quad i=1, \dots, D, \quad j=1, \dots, R \quad (4)$$

gdzie:  $\eta_{ij}$  reprezentuje funkcję heurystyczną,  $\alpha, \beta$  są stałymi, które określają względny wpływ wartości feromonu i wartości heurystyczne na decyzje mrówki,  $G^k$  jest ścieżką możliwą do zrealizowaną przez mrówkę  $k$  w utworzonym grafie.

W oparciu o wyznaczone prawdopodobieństwa, metodą koła ruletki losowane są węzły w poszczególnych warstwach. Z każdym węzłem, przez który przejdzie mrówka  $k$ , powiązany jest optymalizowany parametr. Wartość tego parametru jest ustawiana w optymalizowanym układzie, następnie przeprowadzana jest symulacja działania tego układu i wyznaczany jest minimalizowany wskaźnik jakości  $J_E$ .

Ilość feromonu  $\Delta\tau_{ij}^k$ , pozostawianego przez mrówkę  $k$  na swojej ścieżce poruszania się, definiowana jest jako

$$\Delta\tau_{ij}^k(t) = \begin{cases} \frac{1}{J_E} & \text{jeśli } i,j \in G^k \quad k=1, \dots, M \\ 0 & \text{inaczej} \end{cases} \quad (5)$$

gdzie:  $J_E$  jest wartością funkcji celu wyznaczonej dla ścieżki przejścia mrówki  $k$ ,  $M$  jest liczbą mrówek.

Po przejściu swojej ścieżki przez kolejną mrówkę, sprawdzana jest jej jakość  $J_E$ , i porównywana z najlepszą dotychczas znaną  $J_{best}$ . Jeśli uzyskana jakość ścieżki jest lepsza, to wówczas ta ścieżka jest zapamiętywana w miejsce dotychczasowej najlepszej ścieżki przejścia.

$$\Delta\tau_{ij}^{best}(t) = \frac{1}{J_{best}} \quad (6)$$

Po przebyciu swoich ścieżek przez wszystkie mrówki, następuje aktualizacja tablicy feromonów w oparciu o poniższy wzór

$$\tau_{ij}(t+1) = (1-\rho)\tau_{ij}(t) + \sum_{k=1}^M \Delta\tau_{ij}^k(t) + \rho\Delta\tau_{ij}^{best}(t) \quad (7)$$

gdzie:  $M$  jest liczbą mrówek,  $\rho$  jest współczynnikiem parowania ( $0 < \rho \leq 1$ ).

Do algorytmu dodawane jest parowanie feromonu po to aby uniknąć nieograniczonego wzrostu śladów feromonowych.

## 2.2. Zmodyfikowany algorytm mrówkowy (MACO)

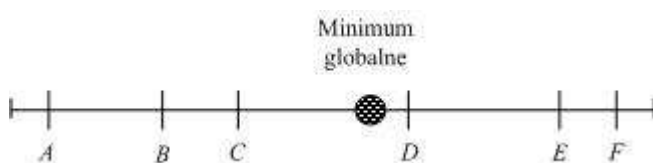
Zmodyfikowany algorytm mrówkowy bazuje na ideach wprowadzonych dla klasycznego algorytmu mrówkowego i działa według schematu pokazanego na rysunku 2. Różnica dotyczy tylko sposobu wyznaczania węzłów w ścieżkach przejścia dla mrówek (blok drugi od góry).

Pierwszy cykl obliczeń zmodyfikowanego algorytmu mrówkowego odbywa się zgodnie z algorytmem pokazanym

na rysunku 2. Dodatkowo tworzona jest jeszcze macierz  $x = \{x_{ij}\}$  w której przechowywane są węzły bieżących ścieżek przejścia dla każdej mrówki  $k$ .

W pierwszym cyklu obliczeń zmodyfikowanego algorytmu mrówkowego, dla każdej mrówki, węzły znajdujące się na ścieżkach przejścia losowane są metodą koła ruletki w oparciu o prawdopodobieństwa wyznaczone według wzoru (4). Umożliwia to zainicjowanie macierzy  $x_{ij}^k(0)$  zawierającej ścieżki przejścia dla każdej mrówki [12].

Po pierwszym przejściu wszystkich mrówek od mrowiska do źródła pożywienia, znaleziona zostanie ścieżka charakteryzująca się najlepszym wskaźnikiem jakości  $J_{best}$ . Na rysunku 3 w sposób schematyczny pokazane zostały ścieżki przejścia sześciu przykładowych mrówek, oznaczonych literami od A do F. Z rozkładu pokazanego na rysunku 3 widać, że najbliższym minimum globalnego znajduje się mrówka D.



Rys. 3. Rozkład tras przejścia przykładowych sześciu mrówek

Najpierw dokonywana jest modyfikacja ścieżki przejścia dla mrówki, która uzyskała najwyższą ocenę w oparciu o zdefiniowany wskaźnik jakości  $J_E$ . Dla najlepszej ścieżki przejścia, w sposób losowy wyznaczane są nowe węzły w poszczególnych warstwach, jako pewna losowa odchyłka od położenia węzłów poprzednich

$$x_{i,j}^k(t) = x_{i,j}^{best}(t-1) + 40rand[-1,1] \quad (8)$$

Jeśli dla tej nowej, skorygowanej ścieżki przejścia nastąpi poprawa wskaźnika jakości, to wówczas ścieżka ta zachowywana jest w miejsce poprzedniej, w przeciwnym przypadku jest odrzucana.

Ścieżki przejścia dla pozostałych mrówek, nie znajdujących się na najlepszej ścieżce, korygowane są względem tej najlepszej w oparciu o następujący wzór

$$x_{i,j}^k(t) = x_{i,j}^k(t-1) + [x_{i,j}^{best}(t-1) - x_{i,j}^k(t-1)] \cdot rand[0,1] \quad (9)$$

co powoduje, że ich węzły w poszczególnych warstwach przybliżają się do węzłów ścieżki charakteryzującej się najlepszym wskaźnikiem jakości.

W każdym cyklu obliczeń następuje modyfikacja tablicy feromonów zgodnie ze wzorem (7). Jeśli w ciągu dziesięciu kolejnych cykli obliczeniowych nie nastąpi poprawa najlepszego wskaźnika jakości to wówczas, podczas kolejnego, jednego cyklu obliczeniowego, wyznaczanie położenia węzłów w kolejnych warstwach odbywa się metodą stosowaną dla algorytmu klasycznego. Następuje obliczenie prawdopodobieństw przejścia przez kolejne węzły w warstwach (4) w oparciu o dotychczas wyznaczoną macierz feromonów  $\tau$ , i następnie losowanie odbywa się metodą koła ruletki.

### 3. ALGORYTM SZTUCZNEJ KOLONII PSZCZÓŁ (ABC)

Algorytm sztucznej kolonii pszczoł (ABC) jest wzorowany na inteligentnym zachowaniu pszczoł miodnych przy zdobywaniu pożywienia. Rój pszczoł miodnych należy do jednych z najbardziej inteligentnych rojów jakie występują w przyrodzie.

Model roju pszczelego, zaproponowany przez Karabogę [8] składa się z trzech głównych elementów: pszczoły zatrudnione i niezatrudnione oraz źródła pożywienia. Pszczoły zatrudnione powiązane są ze źródłem pożywienia. Kiedy źródło pożywienia zostanie wyczerpane, pszczoła zatrudniona staje się niezatrudnioną. Pszczoły niezatrudnione nie mają informacji o źródłach pożywienia i dlatego poszukują tych źródeł, po to aby móc je eksploatować. Pszczoły niezatrudnione dzieli się na dwie grupy pszczoł: widzowie i zwiadowcy. Pszczoły zwiadowcy poszukują nowych źródeł pożywienia w okolicy ula w sposób przypadkowy. Pszczoły widzowie obserwują taniec pszczoł zatrudnionych po przybyciu do ula, i na tej podstawie wybierają źródło pożywienia. Trzecim elementem jest bogactwo źródła pożywienia. Porównując z kontekstem optymalizacyjnym, liczba źródeł pożywienia w algorytmie sztucznej kolonii pszczoł (ABC) jest równoważna liczbie rozwiązań w populacji. Ponadto, położenie źródła pożywienia określa współrzędne rozwiązania w problemie optymalizacyjnym, natomiast ilość nektaru jest traktowana jako wartość funkcji oceniającej, powiązanej z rozwiązaniem.

Proces poszukiwania rozwiązania w algorytmie ABC składa się z trzech głównych kroków [8]:

- Wysłanie pszczoł zatrudnionych do źródeł pożywienia i obliczenie jakości nektaru;
- Pszczoły widzowie wybierają źródła pożywienia po zebraniu informacji od pszczoł zatrudnionych i oceniają jakość nektaru;
- Wyznaczenie pszczoł zwiadowców i zatrudnienie ich do znajdowania możliwych nowych źródeł pożywienia.

Kompletny proces poszukiwania może zostać przedstawiony w postaci schematu blokowego pokazanego na rysunku 4. Przy aktualizacji położenia pszczoł: zatrudnionych, widzów i zwiadowców (rys. 4), wykonywany jest ten sam proces iteracyjny pokazany na rysunku 5.

#### 3.1. Inicjalizacja roju pszczoł

Algorytm pszczeli ma trzy parametry:  $P$  - liczbę źródeł pożywienia (populacja),  $M$  - liczbę prób testowych, po których uważa się, że dane źródło pożywienia zostało wyczerpane,  $C_{max}$  - maksymalną liczbę cykli wykonywania algorytmu. W algorytmie pszczelim, zaproponowanym przez Karabogę [8], liczba źródeł pożywienia jest równa liczbie pszczoł zatrudnionych i liczbie pszczoł widzów. W pierwszej kolejności wyznaczane są współrzędne źródeł pożywienia ( $x_{ij}$ ), z wykorzystaniem następującej zależności

$$x_{ij} = x_{\min j} + rand[0,1](x_{\max j} - x_{\min j}) \quad (10)$$

gdzie:  $x_j$  ( $i = 1, \dots, P$ ) jest kolejnym położeniem źródła pożywienia w  $D$ -wymiarowej przestrzeni ( $j = 1, \dots, D$ ), natomiast  $rand[0,1]$  jest funkcją generującą liczby przypadkowe w zakresie  $[0, 1]$ .

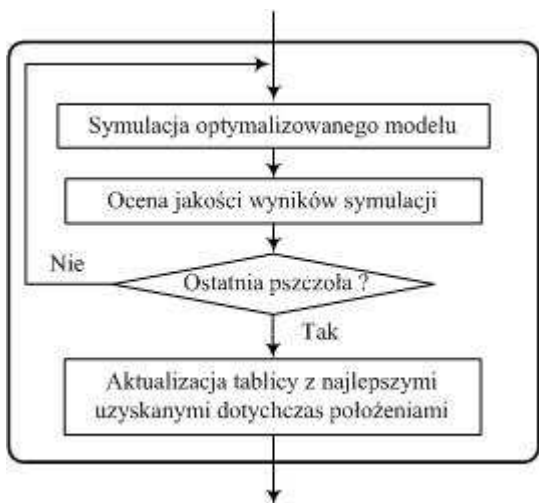
Wyznaczone współrzędne położenia źródeł pożywienia stanowią populację potencjalnych rozwiązań. Populacja tych

rozwiązań będzie aktualizowana przez: pszczoły zatrudnione, pszczoły widzów i pszczoły zwiadowców.

Pszczoła staje się zwiadowcą jeśli po  $M$  próbach testowych zmiany współrzędnych pozycji jej źródła pożywienia, nie nastąpiła poprawa jakości rozwiązania.



Rys. 4. Schemat blokowy zawierający fazy algorytmu sztucznej kolonii pszczół



Rys. 5. Schemat blokowy algorytmu sztucznej kolonii pszczół wykonywany dla każdej fazy z rys. 4

### 3.2. Pszczoły zatrudnione

W pierwszej kolejności dla pszczół zatrudnionych, dla współrzędnych położenia źródeł pożywienia wyznaczonych w oparciu o wzór (10), sprawdzana jest ilość nektaru  $F(x_i)$ . Następnie, przeprowadzana jest aktualizacja współrzędnych źródeł pożywienia, która opiera się na współrzędnych własnych pszczoły, oraz współrzędnych innych pszczół zatrudnionych, w oparciu o następującą zależność

$$V_{ij} = x_{ij} + rand[-1,1](x_{ij} - x_{kj}), \quad i = 1, \dots, P, \quad k \neq i \quad (11)$$

gdzie:  $k \in \{1, 2, \dots, P\}$ ,  $j \in \{1, 2, \dots, D\}$  są dwoma przypadkowo wyznaczonymi indeksami.

Dla każdego nowo wyznaczonych współrzędnych źródeł pożywienia  $V_i$  odbywa się sprawdzenie ilości nektaru  $F(V_i)$ . Jeśli ilość nektaru w nowym źródle pożywienia jest większa ( $F(V_i) > F(x_i)$ ), to wówczas następuje zmiana

współrzędnych położenia źródła pożywienia ( $x_i = V_i$ ) dla  $i$ -tej pszczoły.

### 3.3. Pszczoły widzowie

Liczba źródeł pożywienia dla pszczół będących widzami jest taka sama jak dla pszczół zatrudnionych. W tej fazie obliczeń rozważanego algorytmu sztucznej kolonii pszczół, wszystkie pszczoły zatrudnione po powrocie do ula, dzielą się swoimi informacjami o ilości nektaru  $F(x_i)$ , ze znajdującymi się tam pszczołami będącymi widzami. Preferencje wyboru źródła pożywienia  $x_i$  przez pszczoły widzów, zależy od ilości nektaru  $F(x_i)$  znajdującego się w źródle pożywienia. Jeśli ilość nektaru w źródle pożywienia wzrasta, to również wzrasta prawdopodobieństwo wyboru tego źródła przez pszczoły widzów. Prawdopodobieństwo wyboru źródła pożywienia przez pszczoły widzów obliczane jest następująco:

$$p_i = \frac{F(x_i)}{\sum_{i=1}^P F(x_i)}, \quad i = 1, \dots, P \quad (12)$$

Po obejrzeniu tańców wykonanych przez pszczoły zatrudnione, pszczoła będąca widzem wylatuje do źródła pożywienia  $x_i$ , kierując się jego prawdopodobieństwem. Zazwyczaj pszczoły te w celu pobrania nektaru zatrzymują się w sąsiedztwie źródła pożywienia do którego zmierzają, gdyż biorą pod uwagę jeszcze swoje własne obserwacje. Innymi słowy, pszczoły zwiadowcy wybierają jedno z źródeł pożywienia, po dokonaniu pewnych porównań pomiędzy źródłami pożywienia  $x_i$ . Pozycja wybranego źródła pożywienia w sąsiedztwie obliczana jest ze wzoru (11). Jeśli ilość nektaru w nowym źródle pożywienia jest większa ( $F(V_i) > F(x_i)$ ), to wówczas następuje zmiana współrzędnych położenia źródła pożywienia ( $x_i = V_i$ ) dla  $i$ -tej pszczoły widza.

### 3.4. Pszczoły zwiadowcy

Jeśli położenie źródła pożywienia nie zmienia się przez predefiniowaną liczbę cykli ( $M$ ), wówczas zakłada się, że dane źródło pożywienia należy opuścić i rozpocząć fazę pszczoły zwiadowcy. W tej fazie pszczoła powiązana z opuszczanym źródłem pożywienia, staje się pszczołą zwiadowcą, i jej źródło pożywienia jest zastępowane przez dowolne wybrane współrzędne źródła pożywienia wewnątrz przeszukiwanej przestrzeni rozważań. W algorytmie sztucznej kolonii pszczół (ABC), predefiniowana liczba cykli ( $M$ ) jest ważnym parametrem sterującym, który nazywany jest granicą odrzucenia. Pszczoły będące zwiadowcami zastępują opuszczane źródło pożywienia  $x_i$ , nowym wyznaczanym ze wzoru

$$x_{ij} = x_{\min j} + rand[0,1](x_{\max j} - x_{\min j}) \quad (13)$$

gdzie:  $j = 1, \dots, D$ , natomiast  $rand[0,1]$  jest funkcją generującą liczby przypadkowe w zakresie  $[0, 1]$ .

## 4. ALGORYTM OPTIMALIZACJI ROJEM CZĄSTEK (PSO)

Algorytm optymalizacji cząstek (PSO, ang. Particle Swarm Optimization). jest jedną z technik obliczeniowych wprowadzonych na podstawie zachowania roju takiego jak stada ptaków i ławice ryb [6]. Zauważono, że osobniki w stadzie mają tendencję do utrzymywania optymalnych

odległości od swoich sąsiadów, dzięki odpowiedniemu dostosowaniu swojej prędkości. Ten sposób poruszania umożliwia im synchroniczny i bezkolizyjny ruch, któremu często towarzyszą nagłe zmiany kierunków i towarzyszące im przegrupowania w optymalną formację.

Algorytm optymalizacji rojem cząstek (PSO), zaproponowany przez Kennedy'ego i Ebercharta [6], powstał na bazie obserwacji zachowania się rojów takich jak: stada ptaków i ławice ryb, zapewniającym im bezpieczeństwo oraz pozwalającym na obronę przed drapieżnikami i znajdowanie pożywienia. W algorytmie tym, problem roju przeniesiony został do  $D$ -wymiarowej przestrzeni, ze stochastycznie wybieranymi prędkościami i pozycjami, przy znajomości ich najlepszych wartości.

Rozważmy pozycję  $i$ -tej cząstki  $X_{i,m}$ , która porusza się w  $D$ -wymiarowej przestrzeni rozważań. Dotychczasowa, najlepsza pozycja  $i$ -tej cząstki zapisywana jest jako  $Pbest_{i,m}$ . Najlepsza cząstka w całej populacji zapisywana jest jako  $gbest_{i,m}$ , natomiast najlepsza cząstka w najbliższym sąsiedztwie zapisywana jest jako  $Lbest_{i,m}$ . Prędkość każdej cząstki wewnątrz  $D$ -wymiarowej przestrzeni zapisywana jest jako  $V_{i,m}$  [13]. Nowe prędkości i pozycje dla każdej cząstki są obliczone na podstawie jego obecnej pozycji i prędkości [14].

Pozycja  $i$ -tej cząstki w  $D$ -wymiarowej przestrzeni poszukiwań  $x_i$ , opisywana jest jako

$$x_i = (X_{i,1}, X_{i,2}, \dots, X_{i,D}), \quad i = 1, \dots, N \quad (14)$$

gdzie:  $N$  jest liczbą cząstek w roju.

Najlepsza dotychczasowa pozycja  $i$ -tej cząstki  $Pbest_i$ , zapamiętywana jest jako

$$Pbest_i = (Pbest_{i,1}, Pbest_{i,2}, \dots, Pbest_{i,D}) \quad (15)$$

Cząstka posiadająca najlepszy wskaźnik  $Pbest_i$  w roju, zapisywana jest jako  $gbest$ . Prędkość poruszania się każdej cząstki  $V_i$  zapisywana jest następująco

$$V_i = (V_{i,1}, V_{i,2}, \dots, V_{i,D}) \quad (16)$$

Aktualizowana prędkość i pozycja każdej cząstki obliczana jest na podstawie bieżącej prędkości i pozycji, przy wykorzystaniu odległości bieżącej pozycji  $i$ -tej cząstki  $x_i$ , od pozycji zawartych w  $Pbest_i$  i  $Lbest$  według następujących wzorów

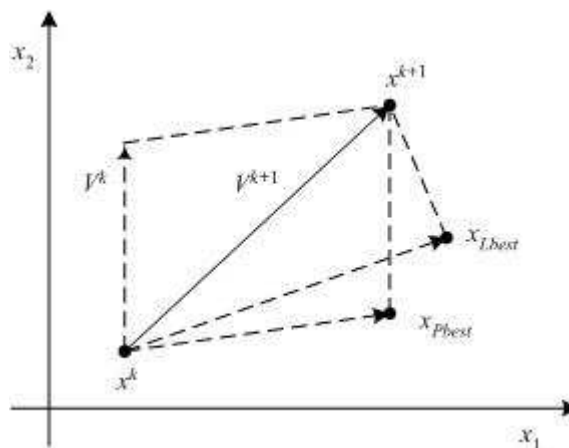
$$V_{i,m}^{(t+1)} = w \cdot V_{i,m}^{(t)} + c_1 \cdot rand[0,1] \cdot (Pbest_{i,m} - x_{i,m}^{(t)}) + c_2 \cdot rand[0,1] \cdot (Lbest_m - x_{i,m}^{(t)}) \quad (17)$$

$$x_{i,m}^{(t+1)} = x_{i,m}^{(t)} + V_{i,m}^{(t+1)}, \quad i = 1, \dots, N; \quad m = 1, \dots, D \quad (18)$$

gdzie:  $w$  jest współczynnikiem wagowym inercji,  $c_1$ ,  $c_2$  są stałymi przyspieszenia,  $rand[0,1]$  jest liczbą przypadkową z zakresu od 0 do 1.

Aby przybliżyć zrozumienie powyższych wzorów to zaprezentowana zostanie koncepcja wyznaczania nowych pozycji cząstki w układzie dwuwymiarowym. Na rysunku 6 pokazana została zastosowana w niniejszej pracy zasada wyznaczania nowych współrzędnych położenia cząstki w układzie dwuwymiarowym. Najpierw w oparciu o aktualną pozycję cząstki  $x^k$  oraz najlepszą dotychczas znaną jej pozycję ( $Pbest$ ) i najlepszą pozycję innej

cząstki znajdującej się w najbliższym sąsiedztwie ( $Lbest$ ), jak również prędkość  $V^k$ , wyznaczany jest nowy wektor prędkości  $V^{k+1}$  dla tej cząstki, który następnie posłuży do wyznaczenia nowego położenia cząstki w następnym kroku iteracji algorytmu  $x^{k+1}$ .



Rys. 6. Koncepcja modyfikacji poszukiwanego punktu

gdzie:  $k$  – kolejny krok iteracji algorytmu

$x^k$  – aktualne położenie poszukiwanej cząstki.

$x^{k+1}$  – zmodyfikowane położenie poszukiwanej cząstki.

$V^k$  – aktualna prędkość.

$V^{k+1}$  – zmodyfikowana prędkość.

$x_{P,best}$  – położenie cząstki  $Pbest$ .

$x_{L,best}$  – położenie cząstki  $Lbest$ .

Schemat blokowy wykorzystanego algorytmu optymalizacji rojem cząstek (PSO) pokazany został na rysunku 7 [15].



Rys. 7. Schemat blokowy algorytmu optymalizacji cząstek

## 5. WNIOSKI KOŃCOWE

W niniejszej pracy przedstawione zostały najbardziej znane algorytmy rojowe: algorytm mrówkowy (ang. ACO – Ant Colony Optimization) do którego wprowadzono pewne modyfikacje i uzyskano nowy algorytm zwany (ang. MACO

– Modified Ant Colony Optimization), algorytm sztucznej kolonii pszczół (ang. ABC – Artificial Bee Colony) oraz algorytm roju cząstek (ang. PSO – Particle Swarm Optimization). Dla tych algorytmów opracowane zostały oprogramowania w Matlabie, które wykorzystane zostały do optymalizacji: parametrów nieliniowego modelu matematycznego statku, na podstawie przeprowadzonych eksperymentów identyfikacyjnych [16] oraz do optymalizacji parametrów regulatora kursu statku [17].

## 6. BIBLIOGRAFIA

1. Beni G., Wang J.: Swarm Intelligence, Proceedings of the Seventh Annual Meeting of the Robotic Society of Japan, pp. 425-428, RSJ Press, Tokyo, 1989.
2. Hackwood S., Beni G.: Self-organization of sensors for swarm intelligence, Proceedings of IEEE International Conference on Robotics and Automation, pp. 819-829, Los Alamitos, CA, 1992.
3. Goldberg D.E.: Algorytmy genetyczne i ich zastosowania, WNT, Warszawa, 1998.
4. Storn R., Price K.: Differential evolution – a simple and efficient heuristic for global optimization over continuous spaces, Journal of Global Optimization, Vol. 11, No. 4, pp. 341-359, 1997.
5. Dorigo M., Stutzle T.: Ant colony optimization, MIT Press, 2004.
6. Kennedy J., Eberhart R.: Particle swarm optimization, Proceedings of the International Conference on Neural Network, pp. 1942-1948, 1995.
7. Pham D.T., Ghanbarzadeh A., Koc E., Otri S., Rahim S., Zaidi M.: The bees algorithm, Technical Note, Manufacturing Engineering Center, Cardiff University, Cardiff, UK, 2005.
8. Karaboga D.: An idea based on honey bee swarm for numerical optimization. Technical Report TR06, Erciyes University, Engineering Faculty, Computer Engineering Department, 2005.
9. Karaboga D., Basturk B.: A comparative study of artificial bee colony algorithm, Applied Mathematics and Computation, Vol. 214, No. 1, pp. 108-132, 2009.
10. Dorigo M.: Optimization, learning and natural algorithms, PhD thesis, Politecnico di Milano, Italy, 1992.
11. Dorigo M., Maniezzo V, Colomi A.: The Ant System: Optimization by a colony of cooperating agents, IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics-Part B, Vol. 26, No. 1, pp. 1-13, 1996.
12. Toksari M.D.: Ant colony optimization for finding the global minimum, Applied Mathematics and Computation, Vol. 176, No. 5, pp. 308-316, 2006.
13. Engelbrecht A.: Particle Swarm Optimization: Velocity Initialization, in Proceedings of the IEEE Congress on Evolutionary Computation, CEC 2012, Brisbane, Australia, June 10-15, pp. 70-77, 2012.
14. Helwig S., Branke J., Mostaghim S.: Experimental analysis of bound handling techniques in particle swarm optimization,” IEEE Transactions on Evolutionary Computation, Vol. 17, No. 2, pp. 259-271, 2013.
15. Chen S., Montgomery J., Bolufé-Röhler A., Gonzalez-Fernandez Y.: Standard particle swarm optimization on the CEC2013 real parameter optimization benchmark functions (revised), Technical Report, School of Information Technology, York University, Toronto, Ontario, December 2013.
16. Tomera M.: Swarm intelligence applied to identification of nonlinear ship steering model, 2nd IEEE International Conference on Cybernetics (CYBCONF), Gdynia, June 2015, pp. 133-139.
17. Tomera M.: Badanie i analiza algorytmów rojowych w optymalizacji parametrów regulatora kursu statku, Zeszyty Naukowe Wydziału Elektrotechniki i Automatyki Politechniki Gdańskiej, Nr 46/2015, s. 103-106.

## APPLICATION OF SWARM INTELLIGENCE ALGORITHMS TO OPTIMIZATION OF CONTROL SYSTEM MODELS

The paper presents the swarm intelligence algorithms, such as: ant colony algorithm (ACO), the modified ant colony algorithm (MACO), the artificial bee colony algorithm (ABC) and the particle swarm optimization algorithm (PSO).

Ant colony optimization (ACO) based upon the observation of the behavior of ant colonies looking for food in the surrounding anthill. Feeding ants it is based on finding the shortest path transitions between a food source and the anthill. In the process of foraging ants on their paths crossing from the nest to a food source and back, they leave a pheromone trail. The work presents also the modified ant colony algorithm (MACO). This algorithm is based on searching the solution space surrounded by the best solution obtained in the previous iteration. If you find a local minimum, the proposed algorithm uses pheromone to find a new solution space, while retaining the position information current local minimum. The artificial bee colony algorithm is one of the well-known swarm intelligence algorithms. In the past decade there has been created several different algorithms based on the observation of the behavior of cooperative bees. Among them, the most frequently analyzed and used is bee algorithm proposed in 2005 by Dervis Karaboga and was be used in the proposed paper. The particle swarm optimization algorithm (PSO) is based on adjusting the change speed of the moving particles to a speed of particles movement in the neighborhood. Particle optimization algorithm is one of the computational techniques derived on the basis of swarm behavior such as flocks of birds and schools of fish, which is the basis for the functioning of the exchange of information to enable them to cooperate. It was noticed that the animals in the herd tend to maintain the optimum distance from their neighbors, by appropriate adjustment of their speed. This method allows the synchronous and collision-free motion, often accompanied by sudden changes of direction and due to the rearrangement of the optimal formation.

For these algorithms has been prepared the software in Matlab, allowing to optimization of the mathematical models designated on the basis of the carried out identification tests and control parameters used in the mathematical model of the control system.

**Keywords:** swarm intelligence, swarm based optimization, ant colony optimization, artificial bee colony, particle swarm optimization.