



Statystyczna weryfikacja regresyjnego modelu relacji tłumienia wyznaczonego na podstawie wyników obserwacji drgań gruntu

Statistical verification of the regressive ground-motion model determined on the basis of the results of observations of ground vibrations

Mgr inż. Łukasz Szula^{*)}

Treść: Drgania gruntu wywołane wstrząsami górniczymi stanowią coraz poważniejszy problem w wielu zakładach górniczych. Mogą one powodować uszkodzenia obiektów budowlanych, z reguły powodują zaniepokojenie mieszkańców terenów narażonych na występowanie dynamicznych wpływów wstrząsów górotworu. Z tego powodu bardzo ważne jest prowadzenie obserwacji wartości drgań powierzchni terenu oraz ich prognozowanie w aspekcie planowanych robót górniczych. Ponieważ nie jest możliwe prowadzenie pomiarów parametrów drgań gruntu we wszystkich obiektach, a także w celu sporządzania prognoz, konieczne jest dysponowanie zależnościami pozwalającymi określić wartość drgań w zależności od energii sejsmicznej wstrząsu i odległości epicentralnej. Wśród wielu propozycji empirycznego powiązania parametru opisującego intensywność drgań z energią wstrząsu oraz odległością od źródła najczęściej stosowana jest zależność Joyner'a – Boor'a. Parametry struktury stochastycznej modelu relacji tłumienia drgań szacowane są przy wykorzystaniu regresji liniowej. W celu umożliwienia sporządzania wiarygodnych prognoz wartości drgań gruntu, każdorazowo przy szacowaniu parametrów modelu, konieczne jest przeprowadzenie jego analizy weryfikacyjnej. W artykule szczególną uwagę zwrócono na sprawdzenie spełnienia założeń stosowania klasycznej metody najmniejszych kwadratów oraz konsekwencje ich niespełnienia.

Abstract: Ground vibrations triggered by mining tremors are an increasingly significant problem in numerous mines. They may cause damage to buildings, they usually cause anxiety among the inhabitants of areas exposed to the presence of dynamic influences of rock mass tremors. For this reason, it is very important to observe the values of vibrations on the surface of the area and to forecast them in the aspect of planned mining works. Since it is impossible to measure the parameters of ground vibrations in all facilities, and in order to prepare forecasts, it is necessary to have relations making it possible to determine the value of vibrations depending on the seismic energy of the tremor and epicenter distance. The Joyner-Boore model is most often used among the numerous proposals of an empirical link between the parameter describing the intensity of vibrations and the energy of the tremor as well as the distance from the source. Parameters of the stochastic structure of the ground - motion model are estimated with the use of linear regression. It is necessary to conduct a verification analysis of the model each time the model's parameters are estimated in order to enable the preparation of credible forecasts of ground vibration values. Special attention in this paper is paid to the verification of the fulfillment of assumptions for using the classic method of least squares as well as the consequences of the failure to fulfil them.

Słowa kluczowe:

sejsmiczność indukowana, prognozowanie drgań gruntu, metoda najmniejszych kwadratów

Keywords:

induced seismicity, prediction of ground vibrations, method of least squares

1. Wprowadzenie

Wiele kopalń Górnośląskiego Zagłębia Węglowego boryka się z problemami związanymi z zagrożeniem sejsmicznym. Prowadzonej eksploatacji węgla kamiennego coraz częściej towarzyszą wstrząsy powodujące drgania powierzchni, które mogą wywoływać uszkodzenia obiektów infrastruktury lądowej, a co istotniejsze determinują warunki bytowe społeczności lokalnych. Z roku na rok wzrastająca liczba wysokoenergetycznych wstrząsów powoduje wzrost zainteresowania tym problemem, co prowadzi do głębszych analiz dotyczących prognozowania drgań powierzchni indukowanych działalnością górniczą. Intensywność drgań jest wielkością zależną m.in. od odległości od źródła wstrząsu oraz jego energii, może zatem być opisana za pomocą zależności zwanej relacją tłumienia (Bańka, Jaworski 2013). Ponadto

w obliczu dużego zróżnicowania budowy nadkładu czwartorzędowego w analizach uwzględnia się wpływ lokalnych właściwości nadkładu na wielkość drgań (Bańka 2014). Wśród wielu propozycji empirycznego powiązania parametru opisującego intensywność drgań z energią wstrząsu oraz odległością od źródła najczęściej stosowana jest zależność Joyner'a – Boor'a (1981). Parametry struktury stochastycznej modelu relacji tłumienia drgań szacowane są przy wykorzystaniu regresji liniowej. Estymacja parametrów modelu tłumienia drgań nie jest jednak celem samym w sobie, od oszacowanego modelu wymaga się, aby można było go wykorzystać w celach prognostycznych. Trafność prognoz oraz prawidłowa konstrukcja przedziałów ufności zdeterminowane są gruntowną weryfikacją statystyczną estymowanych parametrów, nie tylko w zakresie ich istotności. W głównej mierze głębokiej analizie należy poddać składnik resztowy modelu, od którego zależy postać macierzy wariancji i kowariancji, którą z kolei

^{*)} Polska Grupa Górnicza S.A., Oddział KWK ROW

wykorzystuje się do konstrukcji przedziałów ufności prognoz. W artykule przeprowadzono analizę weryfikacyjną modelu lokalnej relacji tłumienia drgań gruntu, przy czym szczególną uwagę zwrócono na założenia stosowania klasycznej metody najmniejszych kwadratów do szacowania parametrów strukturalnych modelu oraz konsekwencje ich niespełnienia.

2. Zarejestrowana sejsmiczność indukowana

Przedmiotem analizy są dane sejsmometryczne pochodzące z obszarów górniczych dwóch kopalń (A i B), w których sejsmiczność indukowana osiąga wysoki poziom. Rejestracje uwzględnione w prowadzonych badaniach pochodzą z okresu od stycznia 2012 r. do lipca 2017 r. Pomiar drgań gruntu indukowanych działalnością górniczą wykonywane były w kopalni A siedmioma zestawami aparatury. W analizowanym okresie zarejestrowano 447 przypadków drgań powierzchni wywołanych przez 274 wstrząsy, których energie wahały się w przedziale od $1,2 \cdot 10^4$ J do $9,2 \cdot 10^7$ J. Odległości epicentralne wstrząsów od stanowisk pomiarowych wahały się w granicach od 50 m do ponad 11000 m. Dla zarejestrowanych drgań powierzchni wyznaczono maksymalne wartości wypadkowych poziomych składowych prędkości drgań. W analizowanym okresie największe zaobserwowane maksymalne wartości wypadkowych poziomych składowych prędkości drgań wyniosły 0,0554 m/s. Drgania te były wywołane wstrząsem o energii $5,7 \cdot 10^7$ J. W tabeli 1 przedstawiono rozkład maksymalnych wartości wypadkowych poziomych składowych prędkości drgań. Ze względu na skrajną asymetrię rozkładu (stosunek trzeciego momentu centralnego do sześcianu odchylenia standardowego wynosi 5,67) klasyczne miary opisowe tracą wartość poznawczą. W związku z tym do opisu struktury wykorzystano miary pozycyjne.

Tabela 1. Rozkład maksymalnych wartości wypadkowych poziomych składowych prędkości drgań

Table 1. Distribution of maximum values of resultant horizontal components of vibration velocities

v_{max} [m/s]	Częstość	Odsetek	Procent skumulowany
0 - 0,005	415	92,84	92,84
0,0051 - 0,01	14	3,13	95,97
0,0101 - 0,015	4	0,89	96,87
0,0151 - 0,02	6	1,34	98,21
0,0201 - 0,025	2	0,45	98,66
0,0251 - 0,03	4	0,89	99,55
0,0301 - 0,035	1	0,22	99,78
0,0351 - 0,055	0	0	99,78
0,0551 i więcej	1	0,22	100,0
Ogółem	447	100,0	-

Mediana wartości parametru v_i^{max} w badanym zbiorze danych wynosi 0,0012 m/s. Kwartyłe pierwszy i trzeci wynoszą odpowiednio 0,0006 m/s oraz 0,0021 m/s. Wartości tych miar zawierają się w pierwszej klasie szeregu rozdzielczo-przedziałowego. Z analizy częstościowej wynika, że w 92,84% (415 rejestracji) przypadków parametr v_i^{max} nie przekroczył wartości 0,005 m/s, która stanowi jednocześnie górną granicę zerowego stopnia intensywności drgań gruntu według skali $GSI_{GZWKW-2012}$ (Dubniński i in. 2013). Skrzydło analizowanego rozkładu v_i^{max} stanowi 7,16% obserwacji. W przypadku 98,21% rejestracji parametr v_i^{max} nie przekroczył wartości 0,02 m/s, natomiast dla 6 rejestracji (1,34% zbioru danych) maksymalne wartości wypadkowych poziomych składowych prędkości drgań przekroczyły 0,025 m/s, co oznacza, iż osiągnięty został

przynajmniej drugi stopień intensywności drgań według skali $GSI_{GZWKW-2012}$. W przypadku najsilniejszych zaobserwowanych drgań wartość parametru v_i^{max} była większa od 0,05 m/s, co oznacza, iż przekroczona została granica czwartego stopnia intensywności drgań według skali $GSI_{GZWKW-2012}$.

3. Założenia modelu regresji liniowej oraz konsekwencje ich niespełnienia

Estymowany model regresji liniowej zawsze musi zostać poddany weryfikacji. Oszacowanie parametrów strukturalnych modelu klasyczną metodą najmniejszych kwadratów (KMNK) daje początek analizie weryfikacyjnej, dzięki której można stwierdzić, czy model został oszacowany poprawnie i czy może zostać zastosowany jako narzędzie prognostyczne. Od modelu regresji wielu zmiennych postaci:

$$y_i = f_i(x_1, x_2, \dots, x_k, \xi_i) \quad (1)$$

gdzie:

- y_i – zmienna objaśniana,
- x_1, x_2, \dots, x_k – zmienne objaśniające,
- ξ_i – składnik losowy,
- wymaga się, aby spełniał kilka istotnych założeń.

Założenie 1.

Pierwsze założenie nakłada na szacowany model warunek liniowości modelu ze względu na parametry. Należy podkreślić, iż nie wymaga się liniowości modelu względem zmiennych, co umożliwia szacowanie wielu modeli nieliniowych, które poprzez proste przekształcenia elementarne sprowadzalne są do liniowych względem parametrów (Welfe 2009).

Założenie 2.

Zgodnie z tym założeniem, macierz zmiennych objaśniających X musi posiadać pełny rząd kolumnowy, czyli rząd macierzy zmiennych objaśniających musi być równy liczbie szacowanych parametrów. Warunek ten oznacza, że macierz $X^T X$ (iloczyn macierzy zmiennych objaśniających) jest nieosobliwa. Z niespełnieniem tego warunku mamy do czynienia wówczas, jeżeli zmienne objaśniające są dokładnie współliniowe. Oznacza to, że jedna z kolumn macierzy X może zostać przedstawiona za pomocą kombinacji liniowej kolumn pozostałych. Wyznacznik macierzy $X^T X$ wynosi wówczas zero, co uniemożliwia wyznaczenie do niej macierzy odwrotnej. W praktyce najczęściej mamy do czynienia ze współliniowością przybliżoną (statystyczną). Występowanie współliniowości przybliżonej nie powoduje utraty przez estymatory własności twierdzenia Gaussa – Markowa, jednakże jest to sytuacja w modelu niepożądana. Najczęściej stosowaną metodą diagnozowania współliniowości statystycznej jest obliczenie czynnika inflacji wariancji, który umożliwia porównanie relacji między zmiennymi w modelu z sytuacją idealną (zmienne objaśniające są nieskorelowane) (Welfe 2009, Ostasiewicz 1999, Fisz 1967).

Założenie 3.

Kolejne założenie dotyczy normalności rozkładu składnika losowego:

$$\xi_i \sim N(E(\xi_i); D^2(\xi_i)) \quad (2)$$

Spełnienie tego postulatu nie jest warunkiem koniecznym na to, aby estymatory parametrów szacowanego modelu miały własności wymieniowe w twierdzeniu Gaussa – Markowa. Istotne jest natomiast, iż założenie normalności rozkładu reszt ułatwia weryfikację istotności parametrów modelu oraz regresji (Welfe 2009, Draper, Smith 1973). W przypadku małych prób niespełnienie założenia normalności rozkładu reszt dyskwalifikuje wyniki testów istotności t - Studenta i Fishera. Jeżeli jednak dysponujemy dużym materiałem

empirycznym, powołując się na twierdzenia graniczne oraz właściwości asymptotyczne estymatorów, stosowanie testów t oraz F uzasadnione jest nawet w obliczu niespełnienia założenia normalności rozkładu reszt (Gruszczyński i in. 2009, Ostasiewicz 1999, Pawłowski 1966).

Założenie 4.

Założenie to nakłada na składnik losowy modelu warunek:

$$E(\xi_i) = 0 \quad (3)$$

W praktyce postulat ten nie jest testowany, ponieważ w modelach z wyrazem wolnym wartość ta z definicji równa jest zeru (Gruszczyński i in. 2009). Istotne jest natomiast, iż niespełnienie tego założenia wprowadza do modelu obciążoność estymatorów.

Założenie 5.

Zgodnie z ostatnim założeniem, składnik losowy powinien być homoskedastyczny oraz nieskorelowany. Heteroskedastyczność składnika losowego oznacza brak jego jednorodności. Z analitycznego punktu widzenia przejawia się to tym, że elementy głównej przekątnej macierzy wariancji – kowariancji różnią się między sobą. Konsekwencją braku jednorodności składnika losowego jest fakt, że estymatory parametrów liniowego modelu regresji nie są najefektywniejszymi w klasie estymatorów liniowych i nieobciążonych. Heteroskedastyczność w praktyce może oznaczać, że wraz ze wzrostem poziomu wartości zmiennych objaśniających rosną wartości reszt, co z kolei przekłada się na wzrost błędu prognozy. Kwestie związane z autokorelacją składnika losowego zostały tutaj pominięte, ponieważ w przypadku danych przekrojowych nie bada się tej własności (Welfe 2009, Barczak, Biolik 2002, Kufel 2004).

4. Model relacji tłumienia szczytowej wartości prędkości drgań gruntu dla kopalni A

Do opisu relacji pomiędzy prędkością drgań gruntu a energią wstrząsu i odległością od źródła do stanowiska pomiarowego wykorzystano model Joyner'a - Boor'a (Joyner, Boore 1981, Boore, Joyner 1982):

$$\log \widehat{v}_i^{max} = \alpha_1 \log E_i + \alpha_2 \log r_i + \alpha_0 + \xi_i \quad (4)$$

gdzie:

\widehat{v}_i^{max} – maksymalna wartość składowej poziomej prędkości drgań gruntu, [m/s],

E_i – energia wstrząsu, [J],

r_i – odległość epicentralna, [m],

$\alpha_1, \alpha_2, \alpha_0$ – estymowane parametry modelu,

ξ_i – składnik losowy.

Warunki gruntowe w miejscach zainstalowania aparatury pomiarowej wywierają istotny wpływ na rejestrowane wartości prędkości drgań. Warstwy nadkładu powodują z jednej strony zwiększone tłumienie drgań, z drugiej natomiast wzmocnienie drgań na skutek efektów rezonansowych. Na analizowanym obszarze górniczym zidentyfikowano silne zróżnicowanie budowy przypowierzchniowych warstw nadkładu. Zróżnicowanie to dotyczyło zarówno miąższości jak i rodzaju warstw tworzących nadkład. W celu zwiększenia dokładności opisu relacji tłumienia drgań gruntu wyznaczono współczynniki amplifikacji drgań gruntu na stanowiskach pomiarowych zgodnie z formułą zaproponowaną przez Sawareńskiego (1959):

$$w^{(a)} = \frac{1}{\sqrt{\left(\cos\beta \left(\cosh\kappa_2\beta + \frac{m_1}{m_0} \sinh\kappa_2\beta\right) + \kappa_2 \frac{m_1}{m_0} \sin\beta \cosh\kappa_2\beta\right)^2 + \left(\sin\beta \left(\sinh\kappa_2\beta + \frac{m_1}{m_0} \cosh\kappa_2\beta\right) - \kappa_2 \frac{m_1}{m_0} \cos\beta \sinh\kappa_2\beta\right)^2}}$$

gdzie:

$w^{(a)}$ – współczynnik amplifikacji;

$m_0 = v_0 \rho_0$ (dla podłoża skalnego);

$m_1 = v_1 \rho_1$ (dla nadkładu)

ρ – gęstość ośrodka, [kg/m³];

v – prędkość fali poprzecznej, [m/s];

$$\beta = \frac{2\pi f H}{v_1};$$

H – miąższość warstwy nadkładu, [m];

f – częstotliwość drgań, [Hz];

κ_2 – współczynnik pochłaniania.

Ponieważ dysponowano jedynie zarchiwizowanymi wielkościami maksymalnych wartości prędkości drgań, a nie pełnymi zapisami drgań, nie było możliwe określenie częstotliwości dominujących drgań. W związku z tym obliczenia przeprowadzono dla częstotliwości od 2 Hz do 10 Hz, po czym wybierano maksymalną wartość współczynnika amplifikacji. Ponadto przyjęto, że fale sejsmiczne padają pionowo. Wartości parametrów sejsmiczno-geologicznych nadkładu pod poszczególnymi stanowiskami pomiarowymi zaczerpnięto z poradnika (Drzęźła i in. 1994) w zakresie prędkości fal oraz z pracy (Kidybiński 1982) w zakresie gęstości skał. Obliczone współczynniki amplifikacji dla poszczególnych stanowisk pomiarowych wynoszą: dla stanowiska nr 1 – 2,16, dla stanowiska nr 2 – 2,11, dla stanowiska nr 3 – 2,16, dla stanowiska nr 4 – 1,55, dla stanowiska nr 5 – 1,77, dla stanowiska nr 6 – 1,44 oraz dla stanowiska nr 7 – 1,85. W związku z powyższym przed szacowaniem parametrów modelu relacji tłumienia drgań wartości v_i^{max} podzielono przez wyznaczone współczynniki amplifikacji $w_k^{(a)}$, przy czym wyrażenie $v_i^{max} / w_k^{(a)}$ oznacza i -tą obserwację prędkości drgań podzieloną przez współczynnik amplifikacji obliczony dla stanowiska k .

W celu dokładniejszego opisu relacji tłumienia do modelu wprowadzono zmienną opartą na odległości hipocentralnej. W praktyce uwarunkowane jest to znajomością głębokości ognisk wstrząsów, co zawsze związane jest z wieloma problemami. W literaturze przedmiotu często można spotkać się z uproszczeniem polegającym na przyjmowaniu a priori średniej głębokości ognisk wstrząsów wynoszącej 500 m. Wbrew temu założeniu, w przedstawionych poniżej analizach dobrano parametr związany z głębokością tak, aby standardowy błąd estymaty szacowanego modelu przyjmował wartość minimalną zgodnie z formułą (Lasocki, Olszewska 2003):

$$\hat{\eta}: S_{EE \log \widehat{v}_{max}} \rightarrow \min \quad (5)$$

gdzie:

$\hat{\eta}$ – parametr związany z głębokością ogniska wstrząsu, [m],

$S_{EE \log \widehat{v}_{max}}$ – błąd standardowy estymaty modelu prędkości drgań gruntu.

Odległość hipocentralna zdefiniowana jest jako pierwiastek sumy kwadratów odległości epicentralnej oraz parametru związanego z głębokością ogniska wstrząsu.

Biorąc pod uwagę powyższe założenia dokonano analizy standardowego błędu estymaty modeli prędkości drgań gruntu z uwzględnieniem zmiennego parametru $\hat{\eta}$. Dla analizowanego zbioru danych wartość S_{EE} była najmniejsza dla parametru $\hat{\eta}$ równego 643 m. W związku z tym, estymowany model maksymalnych prędkości drgań gruntu Joyner'a – Boor'a przyjął postać:

$$\log \widehat{v}_i^{max} = \alpha_1 \log E_i + \alpha_2 \log R_i + \alpha_0 + \xi_i \quad (6)$$

gdzie:

R_i – odległość hipocentralna, obliczona według zależności

$$R_i = \sqrt{r_i^2 + 643^2}, \text{ [m].}$$

Wektor oszacowań parametrów modelu przy wykorzystaniu metody najmniejszych kwadratów obliczany jest przy pomocy równania macierzowego:

$$\begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^n \log^2 E_i & \sum_{i=1}^n \log E_i \cdot \log \sqrt{r_i^2 + 643^2} & \sum_{i=1}^n \log E_i \\ \sum_{i=1}^n \log E_i \cdot \log \sqrt{r_i^2 + 643^2} & \sum_{i=1}^n \log^2 \sqrt{r_i^2 + 643^2} & \sum_{i=1}^n \log \sqrt{r_i^2 + 643^2} \\ \sum_{i=1}^n \log E_i & \sum_{i=1}^n \log \sqrt{r_i^2 + 643^2} & n \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^n \log \frac{v_i}{w_k^{(\alpha)}} \cdot \log E_i \\ \sum_{i=1}^n \log \frac{v_i}{w_k^{(\alpha)}} \cdot \log \sqrt{r_i^2 + 643^2} \\ \sum_{i=1}^n \log \frac{v_i}{w_k^{(\alpha)}} \end{bmatrix}$$

Ze zbioru danych wyeliminowano obserwacje odstające, tj. takie, dla których reszty oszacowanego modelu spełniały warunek $|e_i| > 2,5 \cdot S_{FE}$. Spowodowało to uszczuplenie zbioru danych wejściowych o niespełna 4%. Oszacowany model relacji tłumienia drgań przyjął postać:

$$\log \widehat{v}_i^{\max} = 0,409 \log E_i - 1,586 \log R_i - 0,558 + \xi_i \quad (7)$$

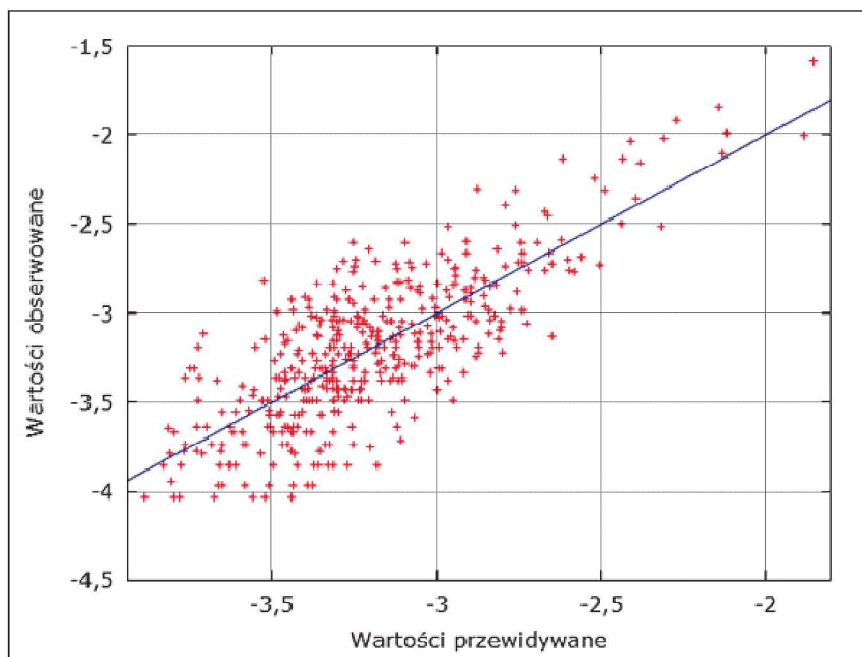
(0,018) (0,063) (0,148)

Rysunek 1 przedstawia rozrzut wartości empirycznych wokół wartości przewidywanych przez model.

W nawiasach, pod oszacowanymi parametrami, przedstawiono błędy standardowe oszacowań parametrów. Błąd standardowy składnika resztowego wynosi 0,249. Współczynnik korelacji wielorakiej wynosi 0,792. Skorygowany współczynnik determinacji wynosi 0,626, co oznacza że prawie 63% zmienności logarytmów prędkości drgań zostało wyjaśnione przez model. Do analizy weryfikacyjnej przyjęto poziom prawdopodobieństwa popełnienia błędu pierwszego rodzaju równy 0,05. W pierwszej kolejności zweryfikowano hipotezę o normalności rozkładu składnika resztowego. W tym celu wykorzystano testy Doornika – Hansena, Lillieforsa oraz Jarque’a – Bera (Gruszczyński i in. 2009, Kufel 2004). Hipoteza zerowa głosi, że rozkład reszt jest normalny. Wartości p (minimalna wartość poziomu istotności α , dla której wartość statystyki testowej prowadzi do odrzucenia H_0) dla wyżej wymienionych testów wynoszą odpowiednio 0,068, 0,07 oraz 0,1, brak jest

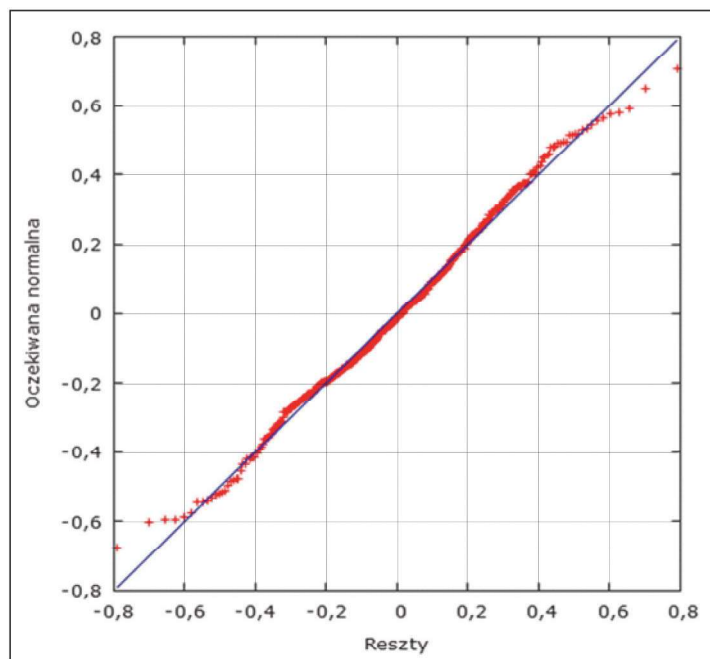
zatem podstaw do odrzucenia hipotezy zerowej o normalności rozkładu reszt. Na rysunku 2 przedstawiono zależność pomiędzy resztami modelu a oczekiwanym rozkładem normalnym. Niskie wartości p dla powyższych testów normalności rozkładu reszt spowodowane są dużymi różnicami reszt od oczekiwań normalnych na „skrzydłach” rozkładu. Wartość p dla testu F jest mniejsza od 10^{-6} , natomiast wartości p dla testu t, weryfikującego istotności poszczególnych parametrów są mniejsze od 10^{-3} . Można zatem twierdzić, iż na przyjętym poziomie istotności regresja oraz poszczególne parametry są statystycznie istotne.

Do analizy współliniowości posłużono się czynnikiem inflacji wariancji (*Variance Inflation Factors*). Wartości wskaźnika VIF większe od 10 wskazują na możliwość wystąpienia współliniowości. W analizowanym modelu $VIF(\log E_i) = VIF(\log R_i) = 1,889$, można zatem założyć, że statystyczna współliniowość w modelu nie występuje. Do weryfikacji hipotezy o heteroskedastyczności składnika resztowego posłużono się testami White’a, Breuscha – Pagana oraz Koenkera. Hipoteza zerowa zakładała, że reszty są homoskedastyczne. Wartości p dla powyższych testów wynosiły odpowiednio 0,684, 0,498 oraz 0,414. Można wobec powyższego stwierdzić, że na poziomie istotności równym 0,05 brak jest podstaw do odrzucenia hipotezy o homoskedastyczności reszt. Uzupełnieniem analizy weryfikacyjnej modelu może być zastosowanie testów specyfikacji modelu. Testy te weryfikują hipotezę o poprawności funkcyjnej modelu. W praktyce najczęściej stosowany jest test RESET (*Regression Specification Error Test*). Idea tego testu polega na sztucznym dodaniu do wejściowego modelu kwadratu oraz trzeciej potęgi teoretycznych wartości zmiennej objaśnianej, a następnie weryfikacji hipotezy o braku istotności współczynników stojących przy tych zmiennych (Gruszczyński i in. 2009, Kufel 2004). Statystyka testu oparta jest na rozkładzie F. Wartość



Rys. 1. Wykres wartości przewidywanych względem obserwowanych dla modelu maksymalnych prędkości drgań gruntu

Fig. 1. Chart of expected values in terms of maximum ground vibration velocities observed for the model



Rys. 2. Wykres normalności rozkładu zmiennych resztowych dla modelu relacji tłumienia prędkości drgań gruntu

Fig. 2. Chart of the normality of the distribution of residual variables for the estimated velocity ground – motion model

p dla tego testu w przypadku analizowanego modelu relacji tłumienia wynosi 0,214. Oznacza to, że na poziomie istotności 0,05 brak jest podstaw do odrzucenia hipotezy o poprawności konstrukcji modelu. Przedziały ufności dla oszacowanych parametrów przedstawiono w tabeli 2.

Tabela 2. 95 procentowe przedziały ufności dla oszacowanych parametrów modelu

Table 2. 95% confidence intervals for estimated model parameters

Zmienna	Współczynnik	Przedział ufności
stała	-0,558	(-0,849; -0,267)
logE	0,409	(0,375; 0,444)
logR	-1,586	(-1,708; -1,464)

Na podstawie analizy weryfikacyjnej można stwierdzić, że model jest skonstruowany poprawnie i może być stosowany w celach predykcyjnych. Prognoza logarytmu maksymalnej wartości składowej poziomej prędkość drgań gruntu dla energii wstrząsu E_t oraz odległości epicentralnej r_t wynosi:

$$\log \widehat{v}_t^{max} = 0,409 \log E_t - 1,586 \log \sqrt{r_t^2 + 643^2} - 0,558 \quad (8)$$

natomiast przedział ufności dla wyznaczonej prognozy ma postać:

$$\log \widehat{v}_t^{max} - u_{1-\frac{\alpha}{2}} \sqrt{X_t^T V X_t + S_{EE}^2} < \log v^{max} < \log \widehat{v}_t^{max} + u_{1-\frac{\alpha}{2}} \sqrt{X_t^T V X_t + S_{EE}^2} \quad (9)$$

gdzie:

$\log v^{max}$ – logarytm maksymalnej wartości składowej poziomej prędkość drgań gruntu;

$$V = \begin{bmatrix} 0,000324 & -0,000742 & 0,000579 \\ -0,000742 & 0,003969 & -0,007904 \\ 0,000579 & -0,007904 & 0,021904 \end{bmatrix}$$

– macierz wariancji i kowariancji;

$$X_t = \begin{bmatrix} \log E_t \\ \log \sqrt{r_t^2 + 643^2} \\ 1 \end{bmatrix};$$

S_{EE} – błąd standardowy reszt;

X_t^T – macierz transponowana do X_t ;

$u_{1-\frac{\alpha}{2}}$ – wartość dystrybuanty rozkładu normalnego, dla prawdopodobieństwa równego .

$$1 - \frac{\alpha}{2}$$

5. Weryfikacja modelu relacji tłumienia szczytowej wartości prędkości drgań gruntu przy niespełnieniu założeń regresji liniowej

Spełnienie wszystkich założeń modelu regresji liniowej przy wykorzystaniu klasycznej metody najmniejszych kwadratów w praktyce należy do rzadkości. Często zdarza się, że wprawdzie oszacowane parametry pozwalają osiągnąć zadowalający poziom dopasowania, jednakże reszty modelu nie wskazują na poprawność jego konstrukcji. Powodów takiej sytuacji może być kilka.

- Po pierwsze regresja liniowa jest bardzo wrażliwa na tak zwane obserwacje odstające. W praktyce oznacza to, że bezwzględne wartości reszt przekraczają w modelu $2,5 \cdot S_{EE}$. W takiej sytuacji zaleca się wyeliminowanie ze zbioru danych wartości, dla których reszty spełniają powyższy warunek oraz oszacowanie parametrów modelu ponownie.
- Po drugie często mamy do czynienia z sytuacją, kiedy reszty modelu nie pochodzą z rozkładu normalnego. W przypadku małych prób sytuacja taka jest dość kłopotliwa, ponieważ utrudniona jest weryfikacja modelu ze względu na dużą ograniczoność stosowania testów t i F. Wówczas do estymacji parametrów funkcji regresji oraz budowy przedziałów ufności parametrów można posłużyć się metodami bootstrapowymi, zwłaszcza jeśli nie dysponujemy dokładną informacją o rozkładzie analizowanej

cechy w populacji (Domański, Pruska 2000). Natomiast w przypadku dużych prób wystarczy, aby rozkład reszt nie odbiegał skrajnie od rozkładu normalnego, a weryfikacja normalności rozkładu reszt może sprowadzić się do analizy histogramu reszt.

- Po trzecie może się zdarzyć, że niektóre zmienne objaśniające są współliniowe. Z sytuacją taką spotkać się można, kiedy estymowany jest model relacji tłumienia drgań bez ograniczeń (do modelu wchodzi zmienne r_i oraz $\log r_i$). Należy wówczas rozważyć usunięcie z modelu jednej zmiennej związanej z odległością i oszacować parametry modelu ponownie.
- Po czwarte może dojść do sytuacji braku homoskedastyczności składnika resztowego. W takiej sytuacji do oszacowania parametrów modelu można posłużyć się uogólnioną metodą najmniejszych kwadratów bądź klasyczną metodą najmniejszych kwadratów przy założeniu odpornych na obecność heteroskedastyczności błędów standardowych HC_1 (Gruszczyński i in. 2009).

Dla zbioru danych pomiarowych pochodzących z kopalni B oszacowano model szczytowej wartości prędkości drgań gruntu. Próba pochodziła z okresu od stycznia 2015 roku do lipca 2017 roku i liczyła 2846 obserwacji, przy czym ze zbioru danych wyeliminowano 133 obserwacje odstające, co spowodowało uszczuplenie materiału empirycznego o 4,7%. Oszacowany model przyjął postać:

$$\log v_i^{\max} = 0,398 \log E_i - 0,982 \log R_i - 2,37 + \xi_i \quad (10)$$

(0,0079) (0,0191) (0,0571)

gdzie:

$$R_i = \sqrt{r_i^2 + 195^2}, [m];$$

Błąd standardowy składnika resztowego wynosi 0,253. Współczynnik korelacji wielorakiej wynosi 0,737. Skorygowany współczynnik determinacji wynosi 0,542, co oznacza, że 54% zmienności logarytmów prędkości drgań zostało wyjaśnione przez model. Analizując reszty powyższego modelu okazało się, że wartości p dla testów normalności reszt Doornika – Hansena, Shapiro – Wilka, Lillieforsa i Jarque’a-Bera są mniejsze od 10^{-3} . Oznacza to, że hipotezę o normalności składnika resztowego należy odrzucić. Jednakże biorąc pod uwagę wielkość próby przed podjęciem ostatecznej decyzji o rozkładzie reszt, należy dokonać inspekcji histogramu składnika resztowego – rysunek 3.

Na podstawie wizualnej oceny histogramu reszt można stwierdzić, iż nie odbiega on znacząco od kształtu rozkładu normalnego. Taki kształt rozkładu reszt z pewnością nie dyskwalifikuje stosowania testów t oraz F do analizy weryfikacyjnej. Wartość p dla testu F jest mniejsza od 10^{-6} , natomiast wartości p dla testu t, weryfikującego istotności poszczególnych parametrów są mniejsze od 10^{-3} . Można zatem stwierdzić, iż na przyjętym poziomie istotności regresja oraz poszczególne parametry są statystycznie istotne. Wartość $VIF(\log E_i) = VIF(\log R_i) = 1,381$, brak jest zatem podejrzeń współliniowości zmiennych objaśniających. Dalsza analiza reszt wykazała występowanie heteroskedastyczności składnika resztowego. Wartości p dla testów White’a, Breusch – Pagana oraz Koenkera są mniejsze od 10^{-3} . W związku z tym ponownie oszacowano model, wykorzystując metodę najmniejszych kwadratów z odpornymi błędami standardowymi. Na uwagę zasługuje fakt, iż metoda ta nie daje innych oszacowań parametrów w porównaniu do klasycznej metody najmniejszych kwadratów. Zmianie ulegają jednak błędy standardowe oszacowań parametrów, co determinuje postać macierzy wariancji – kowariancji. Błędy oszacowań parametrów modelu uwzględniającego heteroskedastyczność HC_1 wynoszą $S(\alpha_1) = 0,0084$, $S(\alpha_2) = 0,0194$ oraz $S(\alpha_0) = 0,0574$. Nasuwa się zatem pytanie, czy tak niewielkie różnice błędów oszacowań parametrów w stosunku do modelu (10) istotnie wpłynęły na kształt przedziału ufności prognozy? Szukając rozwiązania powyższego zagadnienia dokonano symulacji polegającej na poszukiwaniu różnic pomiędzy górnymi granicami przedziału ufności prognoz wyznaczonych dla obu modeli w zależności od odległości od źródła, dla hipotetycznego wstrząsu o energii $5 \cdot 10^8$ J, zgodnie z formułą (11) (rys. 4):

$$\log v_{\tau(\alpha)}^{\max} = u_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \left(\sqrt{X_{\tau}^T V_{(HC_1)} X_{\tau} + S_{EE}^2} - \sqrt{X_{\tau}^T V X_{\tau} + S_{EE}^2} \right) \quad (11)$$

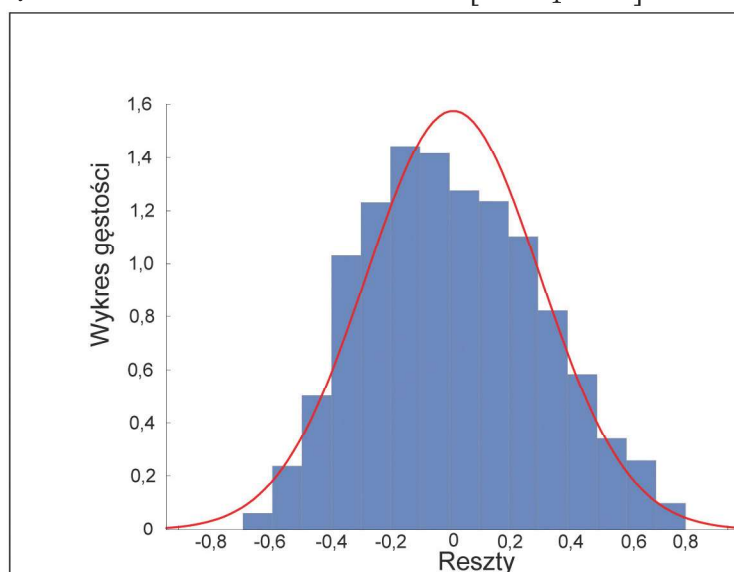
gdzie:

$\log v_{\tau(\alpha)}^{\max}$ – różnica pomiędzy górnymi granicami przedziału ufności prognoz dla modeli HC_1 oraz KMNK;

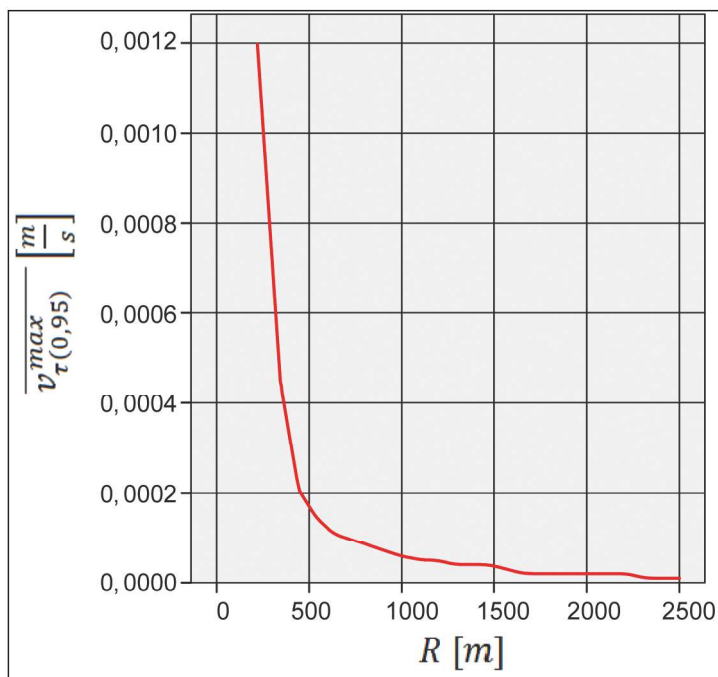
$V_{(HC_1)}$ – macierz wariancji i kowariancji dla modelu z odpornymi błędami standardowymi HC_1 ;

V – macierz wariancji i kowariancji dla modelu oszacowanego przy użyciu KMNK;

$$X_{\tau} = \begin{bmatrix} 8,69897 \\ \log \sqrt{r_{\tau}^2 + 195^2} \\ 1 \end{bmatrix}, \text{ przy czym } r_{\tau} \in (0; 2500m)$$



Rys. 3. Histogram składnika resztowego dla modelu relacji tłumienia prędkości drgań gruntu dla kopalni B
Fig. 3. Histogram of a residual component for the estimated ground – motion velocity model for mine B



Rys. 4. Wykres różnic górnych granic 95% przedziału ufności dla prognoz wyznaczonych na podstawie modelu regresji oszacowanego KMNK oraz MNK z odpornymi błędami standardowymi przy założeniu energii wstrząsu równej $5 \cdot 10^8$ J

Fig. 4. Chart of differences of upper boundaries of 95% of the confidence interval for forecasts determined on the basis of the regression model estimated with the use of the classic method of least squares and the method of least squares with resistant standard errors assuming tremor energy equal to $5 \cdot 10^8$ J

Oszacowana prędkość drgań waha się w granicach od 0,0622 m/s dla odległości r_r wynoszącej 100 m do 0,0057 m/s dla odległości r_r wynoszącej 2500 m. Dla odległości wynoszącej 10 000 m przewidywana prędkość drgań wyniesie 0,0015 m/s. Oszacowania te są jednakowe dla obu modeli. Natomiast różnice pomiędzy górnymi granicami przedziałów ufności wahają się od 0,0012 m/s dla odległości r_r wynoszącej 100 m do 0,00001 m/s dla odległości r_r wynoszącej 2500 m, a dla wstrząsów o mniejszych energiach wartości odpowiednich różnic prędkości są jeszcze mniejsze. Można zatem twierdzić, iż w analizowanym przypadku uwzględnienie w modelu odpornej na heteroskedastyczność macierzy wariancji - kowariancji nie wprowadziło istotnych zmian, a wyznaczanie przedziałów ufności dla szczytowych wartości prędkości drgań gruntu na podstawie modelu (10) nie prowadzi do błędnych oszacowań. Należy jednak podkreślić, że niewielkie różnice błędów oszacowań parametrów w analizowanych modelach, a w konsekwencji nieistotne różnice kształtu przedziałów ufności prognoz wynikają głównie z dużej liczebności próby.

6. Podsumowanie

Wstrząsy górnicze i towarzyszące im drgania powierzchni gruntu są na terenie Górnośląskiego Zagłębia Górniczego zjawiskiem nierzadkim. Co więcej, w ostatnich latach obserwuje się wzmożoną ich intensywność oraz częstotliwość występowania. Problem ten jest bardzo istotny z uwagi na fakt, że skutki wstrząsów indukowanych działalnością górnictwa powodują dyskomfort życia społeczności lokalnych.

Prognozowanie intensywności drgań wymaga wyznaczenia relacji tłumienia, której parametry najczęściej estymowane są przy wykorzystaniu metody najmniejszych kwadratów.

Stosowanie tej metody uwarunkowane jest spełnieniem istotnych założeń, co ma fundamentalne znaczenie dla weryfikacji modelu w zakresie istotności parametrów strukturalnych jak i samej regresji. Nierzadko mamy do czynienia z sytuacją, kiedy założenia regresji liniowej są niespełnione, bądź ich spełnienie budzi duże wątpliwości.

Nie wydaje się jednak uzasadnione odrzucanie metod regresji liniowej w przypadku niespełnienia założeń metody najmniejszych kwadratów, jeżeli dysponujemy kilkutyśieczną próbą statystyczną. Z takim bogactwem empirycznym w zakresie wyznaczania relacji tłumienia drgań gruntu spotkać można się coraz częściej, biorąc pod uwagę rozbudowujące się sieci pomiarowe na obszarach zagrożonych sejsmicznością indukowaną. W takich przypadkach dopuszcza się prognozowanie na podstawie modeli regresji liniowej, nawet jeżeli powszechnie stosowane testy weryfikujące poprawność składnika resztowego wskazują przeciwnie. Tym niemniej sytuacja taka wymaga doświadczonego podejścia, a do wyznaczonych oszacowań należy podchodzić z dużą ostrożnością.

Literatura

- BAŃKA P. 2014 - Possibility of more precise description of the acceleration field of ground vibrations by taking into account anisotropy of wave propagation. *International Journal of Mining*, No 1.
- BAŃKA P., JAWORSKI A. 2013 - Odtwarzanie i prognozowanie parametrów drgań gruntu wywołanych wstrząsami górnictwymi. „Przeгляд Górnicy”, nr 5, s. 31 – 41.
- BARCZAK A. S., BIOLIK J. 2002 - Podstawy ekonometrii. Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej w Katowicach, Katowice.
- BOORE D. M., JOYNER W. B. 1982 - The empirical prediction of ground motion. *Bulletin of Seismological Society of America*, vol. 72, pp. 43 – 60.

- DOMAŃSKI C., PRUSKA K. 2000 - Nieklasyczne metody statystyczne. Państwowe Wydawnictwo Ekonomiczne, Warszawa.
- DRAPER N. R., SMITH H. 1973 - Analiza regresji stosowana. Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa.
- DRZEŻLA B., DUBIŃSKI J., FAJKLEWICZ Z., GOSZCZ A., MARCAK H., PILECKI Z., ZUBEREK W. 1994 - Poradnik Geofizyka Górniczego. Biblioteka Szkoły Eksploatacji Podziemnej. Kraków.
- DUBIŃSKI J., MUTKE G., TATARA T., MUSZYŃSKI L., BARAŃSKI A., KOWAL T. 2013 - Zasady stosowania zweryfikowanej górniczej skali intensywności drgań $GSI_{GZWKW-2012}$ do prognozy i oceny skutków oddziaływania wstrząsów indukowanych eksploatacją złóż węgla kamiennego w zakładach górniczych K.W. S.A. na obiekty budowlane i na ludzi. Katowice.
- FISZ M. 1967 - Rachunek prawdopodobieństwa i statystyka matematyczna. Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa.
- GRUSZCZYŃSKI M., KUSZEWSKI T., PODGÓRSKA M. 2009 - Ekonometria i badania operacyjne. Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa.
- JOYNER W. B., BOORE D. M. 1981 - Peak horizontal acceleration and velocity from strong motion records including records from the 1979 imperial valley, California, earthquake. Bulletin of Seismological Society of America, vol. 71, No 6, pp. 2011 – 2038.
- KIDYBIŃSKI A. 1982 - Podstawy geotechniki kopalnianej. Wydawnictwo Śląsk, Katowice
- KUFEL T. 2004 - Ekonometria. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem programu Gretl. Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa.
- LASOCKI S., OLSZEWSKA D. 2003 - Wpływ niejednorodnych efektów lokalnych na dokładność prognozy rozprzestrzeniania się drgań - przykład z terenu miasta Polkowice. Warsztaty z cyklu „Zagrożenia naturalne w górnictwie”, s. 113 – 126.
- OSTASIEWICZ W. 1999 - Statystyczne metody analizy danych. Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej we Wrocławiu, Wrocław.
- PAWŁOWSKI Z. 1966 - Wstęp do statystyki matematycznej. Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa.
- SAWAREŃSKI E.F. 1959 - Elementarna ocena wlijanija sloja na kolebanija ziemnoj powierzchni. Izwestia Akademii Nauk ZSRR, s. Geofizyka, Nr 10, pp. 591 – 605.
- WELFE A. 2009 - Ekonometria, metody i ich zastosowanie. Państwowe Wydawnictwo Ekonomiczne, Warszawa.

Artykuł wpłynął do redakcji – kwiecień 2018
Artykuł akceptowano do druku 11.07.2018

NACZELNY REDAKTOR

w zeszycie 1-2/2010 Przeglądu Górniczego, zwrócił się do kadr górniczych z zachętą do publikowania artykułów ukierunkowanych na wywołanie

POLEMIKI – DYSKUSJI.

Trudnych problemów, które czekają na rzetelną, merytoryczną wymianę poglądów – jest wiele! Od niej – w znaczącej mierze – zależy skuteczność praktyki i nauki górniczej w działaniach na rzecz bezpieczeństwa górniczego oraz postępu technicznego i ekonomicznej efektywności eksploatacji złóż.

Od naszego wysiłku w poszukiwaniu najlepszych rozwiązań – zależy przyszłość polskiego górnictwa!!!