BIULETYN WAT Vol. LXV, Nr 3, 2016



# Prognoza redukcji ciśnienia wybuchu warstwą materiału ziarnistego

### PAWEŁ SZKLENNIK

Wojskowa Akademia Techniczna, Wydział Inżynierii Lądowej i Geodezji, Katedra Budownictwa, 00-908 Warszawa, ul. gen. S. Kaliskiego 2, pawel.szklennik@wat.edu.pl

**Streszczenie.** W pracy przedstawiono analizę numeryczną skuteczności redukcji ciśnienia wybuchu przekazywanego na strop obiektu poprzez zastosowanie warstwy tłumiącej z materiału ziarnistego, na której umieszczono płytę ochronną. Analizy przeprowadzono metodą elementów dyskretnych, podano zmienności w czasie naprężeń stanowiących obciążenie stropu przy zadanym impulsie nadciśnienia wybuchowego. Wykazano, że masa płyty ochronnej wpływa istotnie na rozkład nadciśnienia przekazywanego na strop. Uzyskane rozwiązania numeryczne wskazują na ujęcie efektów kilkukrotnych odbić fali ciśnienia w ośrodku ziarnistym ograniczonym sztywnymi przegrodami — płyty ochronnej i stropu.

**Słowa kluczowe:** ośrodek ziarnisty, obciążenie wybuchowe, metoda elementów dyskretnych **DOI:** 10.5604/12345865.1223414

## 1. Wstęp

Modele numeryczne ośrodka sypkiego podzielić można generalnie na opierające się na opisie ciągłym, właściwym dla materiału jednorodnego, oraz dyskretne, prezentujące go jako zbiór pojedynczych elementów. Opis ciągły wymaga wprowadzenia szeregu ograniczeń i uproszczeń dotyczących na przykład sposobu odkształcania się badanego materiału czy rozkładu naprężeń wewnątrz jego struktury. Dzięki modelom dyskretnym możliwe staje się uwzględnianie sposobu ułożenia pojedynczych cząstek, ich wzajemnego zazębienia, zmian zagęszczenia układu w wyniku obciążania i odciążania oraz wpływu uziarnienia ośrodka na otrzymywane wyniki badań. Jedną z głównych metod tego typu jest metoda elementów dyskretnych (ang. DEM). Metoda ta jest stosowana głównie do analizy zagadnień dynamiki [2, 8]. Jako jej przykładowe zastosowania do badań ośrodka sypkiego wymienić można symulacje bezpośredniego ścinania [6, 9] oraz test trójosiowego ściskania [7].

W niniejszej pracy analizowane jest zagadnienie ochrony stropu przed oddziaływaniem ładunku wybuchowego. W koncepcji zabezpieczenia przyjęto płytę ochronną umieszczoną na warstwie materiału ziarnistego. Podczas intensywnego obciążenia falą uderzeniową istotnym czynnikiem jest bezwładność płyty i zdolności tłumiące materiału ziarnistego.

### 2. Podstawy teoretyczne DEM

### 2.1. Ogólna charakterystyka metody

Ideą opisywanej metody jest modelowanie ośrodka sypkiego bezpośrednio jako zbioru pojedynczych cząstek o określonym kształcie, które mogą oddziaływać na siebie siłami kontaktowymi obliczanymi zgodnie z założonym modelem kontaktu lokalnego. Z powodu znacznych uproszczeń przy numerycznym wyszukiwaniu kontaktujących się ze sobą elementów często stosowanym kształtem są kule (3D) i walce (2D) lub elementy utworzone z przenikających się lub "posklejanych" kul czy walców. Podstawowe operacje wykonywane w trakcie obliczeń to:

- wyszukiwanie par elementów będących w kontakcie,
- obliczanie oddziaływań kontaktowych między nimi,
- aktualizacja położenia elementów na podstawie równań ruchu.

Model materiału opisany jest przez związki konstytutywne dla lokalnego kontaktu poszczególnych elementów. Zależnie od opisywanego materiału kontakt może mieć charakter wiązania trwałego odpornego na rozciąganie lub wiązania nietrwałego. Wiązanie trwałe może ulegać zniszczeniu przy określonej wartości siły — model typowy dla ciał stałych, jak na przykład beton czy skała. W przypadku materiałów sypkich kontakt ma charakter nietrwały, który może również wystąpić w sytuacji ponownego styku cząstek modelujących materiał ciągły, między którymi doszło wcześniej do zerwania wiązania. Model konstytutywny kontaktu w ogólnym ujęciu uwzględnia oddziaływania między elementami w postaci sił i ewentualnie momentów wynikających z pewnej założonej sztywności wiązania, tarcia czy tłumienia. Stosunkowo prosty jest model sprężysto idealnie kruchy. Do bardziej złożonych można zaliczyć na przykład modele ze stopniowym spadkiem sztywności wiązań i modele sprężysto-plastyczne.

### 2.2. Obliczanie oddziaływań kontaktowych

W autorskim programie numerycznym wykorzystanym w niniejszej pracy implementowano sformułowanie kontaktu lokalnego w DEM przedstawione między innymi w pracach [5, 7]. Zastosowano model kontaktu z tarciem, bez odporności na rozciąganie (rys. 1), charakteryzowany modułem sztywności dla kierunku normalnego ( $k_n$ ) i stycznego ( $k_s$ ), współczynnikiem tłumienia  $c_n$  i tarcia suwnego  $\mu$ . Ponadto wprowadzono możliwość uwzględniania tarcia tocznego generującego moment przeciwdziałający względnemu obrotowi kontaktujących się elementów — w modelu 3D oddzielnie obliczany jest opór działający wokół osi prostopadłej do płaszczyzny kontaktu kul oraz osi leżącej w tej płaszczyźnie. Opór ten określony jest sztywnością  $k_{\theta}$  i współczynnikiem tarcia tocznego *f*. Analizy wpływu oporu toczenia w DEM znaleźć można w pracach [3, 4]. Stosowanie odpowiednich wartości parametrów tarcia suwnego i tocznego jest ważne szczególnie dla symulacji, gdzie występuje potrzeba odzwierciedlenia efektów wynikających z szorstkości i nierówności powierzchni elementów badanego ośrodka.



Rys. 1. Oddziaływania między elementami oraz model kontaktu

Siłę kontaktową w miejscu styku elementów można rozłożyć na składową styczną  $F_s$  i normalną  $F_n$ . Normalna siła kontaktowa  $F_n$  może z kolei być rozłożona na część sprężystą  $F_n^s$  oraz tłumiącą  $F_n^t$ . Część sprężysta jest wyznaczana według wzoru:

$$F_n^s = k_n \cdot g, \tag{1}$$

gdzie g oznacza wzajemne "nachodzenie" elementów w danej chwili. Część tłumiąca natomiast wyznaczana jest dla tłumienia lepkiego według zależności

$$F_n^t = c_n \cdot v_{nw}, \tag{2}$$

gdzie  $v_{nw}$  jest składową normalną względnej prędkości w punkcie styku elementów. Tłumienie wygodnie jest odnieść do wartości tłumienia krytycznego  $c_{cr}$  przez współczynnik  $y_c$ , relacją

$$c_n = \gamma_c \cdot c_{cr}. \tag{3}$$

W kontakcie dwóch elementów dyskretnych połączonych sprężyną o sztywności  $k_n$  wartość tłumienia krytycznego wynosi

$$c_{cr} = 2\sqrt{(m_1 m_2 k_n)/(m_1 + m_2)}, \qquad (4)$$

gdzie  $m_1$  i  $m_2$  oznaczają masy elementów. Wartość siły stycznej w danym kontakcie lokalnym aktualizowana jest na podstawie zależności

$$\mathbf{F}_{s} = \mathbf{F}_{s}^{n-1} + k_{s} \cdot \Delta \mathbf{u},\tag{5}$$

gdzie  $\mathbf{F}_{s}^{n-1}$  jest wektorem siły stycznej z poprzedniego kroku czasowego. Wartość tak zwanego przyrostowego poślizgu określa się jako

$$\Delta \mathbf{u} = \mathbf{v}_{_{SW}} \cdot \Delta t,\tag{6}$$

gdzie  $v_{sw}$  jest wektorem składowej stycznej względnej prędkości liniowej w punkcie kontaktu wyznaczanym na podstawie prędkości liniowej  $v_i$  oraz kątowej  $\dot{\phi}_i$  zderzających się elementów (rys. 1). Zgodnie z prawem tarcia Coulomba maksymalna możliwa wartość siły tarcia wynosi

$$F_s^{\max} = \mu |F_n|. \tag{7}$$

Opór  $\mathbf{M}_f$  wynikający z tarcia tocznego określany jest na podstawie względnej prędkości obrotowej  $\boldsymbol{\omega}_w$  w punkcie kontaktu, założonej "sztywności oporu toczenia"  $k_{\theta}$ oraz współczynnika tarcia tocznego f w sposób analogiczny do określania oporu tarcia suwnego. Wartość f może być określana jako część promienia mniejszego elementu z pary kontaktowej ( $r_{\min}$ ) za pomocą współczynnika  $\beta$  według zależności  $f = \beta \cdot r_{\min}$ . Maksymalna możliwa wartość oporu toczenia będzie wynosić

$$M_f^{\max} = f \cdot |F_n|. \tag{8}$$

Analizy porównawcze różnych modeli oporu toczenia, w tym sposobów określania  $k_{\theta}$ , przedstawiono w pracy [1].

#### 2.3. Równania ruchu elementów

W celu przeprowadzenia symulacji numerycznej zakładany na wstępie obliczeń czas symulacji dzielony jest na kroki czasowe  $\Delta t$ . W każdym kroku czasowym dla każdego elementu walcowego (2D) lub kulistego (3D) wyznaczane są przyspieszenia liniowe i obrotowe według równań ruchu Newtona:

$$\mathbf{m} \cdot \mathbf{a} = \mathbf{F}$$

$$\mathbf{J} \cdot \ddot{\boldsymbol{\varphi}} = \mathbf{M},$$
(9)

gdzie: **m** i **J** są macierzami mas i momentów bezwładności elementów dyskretnych, **a** i  $\ddot{\varphi}$  oznaczają wektory przyspieszeń liniowych i obrotowych, natomiast **F** oraz **M** to wektory wypadkowych sił i momentów zewnętrznych działających na elementy. W celu określenia prędkości oraz przemieszczeń całkuje się równania ruchu, wykorzystując schemat jawny bądź niejawny. Z powodu braku konieczności rozwiązywania układu równań często stosowany jest schemat jawny, wymaga on jednak ograniczenia wielkości kroku czasowego  $\Delta t$  do wartości krytycznej równej

$$\Delta t_c = \left(2/\omega_{\rm max}\right) \left(\sqrt{1+\eta^2} - \eta\right),\tag{10}$$

gdzie  $\omega_{max}$  jest najwyższą częstością własną układu, a  $\eta$  określa stosunek zastosowanego tłumienia do tłumienia krytycznego dla drgań swobodnych o częstości  $\omega_{max}$ . Przy skomplikowanych układach dyskretnych zawierających wiele elementów wartość  $\Delta t_c$  można również określić szacunkowo, obliczając  $\omega_{max}$  dla najmniejszej masy elementu w modelu oraz maksymalnej sztywności kontaktu.

### 3. Analizowany model

W symulacjach obciążenia dynamicznego zastosowano układ 3D przedstawiony na rysunku 2. Stanowi on modelowy wycinek rzeczywistej płyty ochronnej na podłożu ziarnistym. Wymiary układu wynoszą 0,3 m × 0,3 m × 0,3 m. Ośrodek sypki modelowany jest zbiorem kulistych elementów o średnicach od 9 do 10 mm. Płyta i strop są traktowane jako elementy sztywne. Założono, że strop nie ulega przemieszczeniom. Zostały przyjęte następujące parametry materiałowe modelowego ośrodka ziarnistego:  $k_n = 5,6$  MN/m,  $k_s = 2$  MN/m,  $c_n = 0,2$ ,  $\mu = 0,3$ , gęstość właściwa ziaren  $\rho = 2000$  kg/m<sup>3</sup>. Rozpatrywano płyty ochronne o powierzchniowych masach jednostkowych  $m_1 = 10$  780 kg/m<sup>2</sup>,  $m_2 = 2700$  kg/m<sup>2</sup>,  $m_3 = 244$  kg/m<sup>2</sup> modelowane elementem prostopadłościennym.

Obciążenie płyty  $F_{dyn}$ ma charakter impulsowy i jest zmienne w czasie według wzoru

$$F_{dyn}(t) = F_0(1 - t / \tau), \qquad (11)$$

gdzie  $F_0$  to startowa wartość siły wynosząca 9 MN,  $\tau$  czas działania wybuchu równy 0,0001 s. Przebieg zmian obciążenia w czasie przedstawiono na rysunku 3.



Rys. 2. Analizowany model dyskretny



Rys. 3. Przebieg zmian wartości siły dynamicznej  $F_{dyn}$  w czasie

### 4. Analiza wyników

Analiza obejmowała okres 0,009 sekundy od chwili początku działania obciążenia. Na rysunku 4 przedstawiono przebieg zmian położenia każdej z płyt wyrażony jako zmiana współrzędnej pionowej ich środka ciężkości  $\Delta_p$ . Wykresy te wskazują na czas i intensywność oddziaływań przekazywanych w kierunku stropu. We wszystkich przypadkach płyty odrywają się od powierzchni warstwy ziarnistej. W przypadku

płyty lekkiej występuje jej gwałtowne znaczne zagłębienie, a następnie odbicie i szybkie oderwanie od powierzchni. Przy większych masach płyt nie stwierdzono tak intensywnych efektów. Okresy liczone do utraty kontaktu płyty z powierzchnią decydują o intensywności oddziaływań na strop. Rzutują na dynamikę kontaktu, która wyraża się krotnością odbić fal naprężeń ściskających propagujących się w odkształcalnej warstwie ziarnistej, co przedstawiono na rysunku 5.

Pokazano zmienność naprężeń  $\sigma_0(t)$  przekazujących się na powierzchnię stropu. Porównując  $\sigma_0(t)$  z wykresem zadanego obciążenia wybuchowego na powierzchni, dostrzega się opóźnienie, z jakim front fali uderzeniowej dociera do powierzchni stropu. W zależności od masy płyty ochronnej profil zmian czasowych jest w różnym stopniu rozmyty. W każdym przypadku oddziaływanie na strop jest skutkiem kilkukrotnych odbić fal ściskania, co można zauważyć na krzywych ilustrujących zmienność  $\sigma_0(t)$ . W przypadku płyty lekkiej jej niewielka bezwładność powoduje,



Rys. 5. Przebieg zmian wartości naprężeń  $\sigma_0$ 

że energia uderzenia przekazuje się w krótkim czasie kontaktu z warstwą ziarnistą. Zwiększenie masy płyty ochronnej wydłuża znacząco reakcję oddziaływania na strop.

Inicjujący impuls wybuchu jest określony wartością

$$I = \int_{0}^{1} p(t) dt = 5 \cdot 10^{-3} [\text{MPa} \cdot \text{s}],$$

gdzie *p* oznacza ciśnienie zewnętrzne. Wartości impulsów przekazywanych na powierzchnię stropu *I*<sub>s</sub> wynoszą odpowiednio:

- − przy masie płyty 10 780 kg/m<sup>2</sup>  $\Rightarrow$   $I_s$  = 7,97  $\cdot$  10<sup>-3</sup> [MPa  $\cdot$  s],
- przy masie płyty 2700 kg/m<sup>2</sup>  $\Rightarrow$   $I_s = 7,96 \cdot 10^{-3}$  [MPa  $\cdot$  s],
- przy masie płyty 244 kg/m<sup>2</sup>  $\rightarrow$   $I_s = 8,88 \cdot 10^{-3}$  [MPa  $\cdot$  s].

Przytoczone wyniki wskazują na efekt amplifikacji falowej oddziaływania wybuchowego. Przy dużych masach płyty współczynnik amplifikacji wynosił 1,59. W przypadku płyty o bardzo małej masie amplifikację charakteryzuje współczynnik 1,78.

### 5. Podsumowanie

W pracy wykazano, że proponowane rozwiązanie ochrony stropu poprzez przyjęte uwarstwienie może być skutecznym sposobem redukcji działającego na niego ciśnienia wybuchu. Analizując naprężenia działające na strop, uzyskano współczynnik amplifikacji przy cięższych płytach równy 1,59. Mniej skuteczne okazało się zastosowanie lżejszej płyty ochronnej, przy której współczynnik amplifikacji wynosił 1,78. Metoda elementów dyskretnych okazała się efektywnym narzędziem poszukiwania rozwiązania numerycznego przedmiotowego problemu. Umożliwiła uzyskanie prognozy redukcji ciśnienia wybuchu za pomocą warstwy ziarnistej z płytą ochronną.

Pracę wykonano w ramach PBS nr 934 nt. *Nowe ujęcie zasad projektowania specjalnych obiektów infrastruktury wojskowej*, realizowanej na Wydziale Inżynierii Lądowej i Geodezji Wojskowej Akademii Technicznej w latach 2016-2018.

Artykuł wpłynął do redakcji 5.07.2016 r. Zweryfikowaną wersję po recenzjach otrzymano 25.07.2016 r.

#### LITERATURA

- [1] AI J., CHEN J.F., ROTTER J.M., OOI J.Y., Assessment of rolling resistance models in discrete element simulations, Powder Technology, vol. 206, no. 30, 2011, 269-282.
- [2] BOURRIER F., NICOT F., DARVE F., *Evolution of the micromechanical properties of impacted granular materials*, Comptes Rendus Mecanique, vol. 338, no. 10-11, 2010, 639-647.
- [3] IWASHITA K., ODA M., *Rolling Resistance at Contacts in Simulation of Shear Band Development by DEM*, Journal of Engineering Mechanics, vol. 124, no. 3, 1998, 285-292.

- [4] JIANG M.J., YU H.-S., HARRIS D., A novel discrete model for granular material incorporating rolling resistance, Computers and Geotechnics, vol. 32, no. 5, 2005, 340-357.
- [5] ROJEK J., Modelowanie i symulacja komputerowa złożonych zagadnień mechaniki nieliniowej metodami elementów skończonych i dyskretnych, Instytut Podstaw Informatyki PAN, Warszawa, 2007.
- [6] SZKLENNIK P., Numeryczne analizy bezpośredniego ścinania gruntu niespoistego z zastosowaniem metody elementów dyskretnych, Budownictwo i Inżynieria Środowiska, vol. 3, no. 4, 2012, 211-216.
- [7] WIDULIŃSKI Ł., KOZICKI J., TEJCHMAN J., Numerical Simulations of Triaxial Test with Sand Using DEM, Archives of Hydro-Engineering and Environmental Mechanics, vol. 56, no. 3-4, 2009, 149-172.
- [8] WU L., GUAN T., Discrete element model for analysis of chamber pressure of earth pressure balance shield machine, Proceedings of 2010 International Conference on Mechanic Automation and Control Engineering (MACE), 2010, 671-674.
- [9] YAZ Y., JI S., Discrete element modeling of direct shear tests for a granular material, Int. J. Numer. Anal. Meth. Geomech., vol. 34, no. 9, 2010, 978-990.

#### P. SZKLENNIK

#### Prediction of reduction of blast load pressure by granular medium layer

**Abstract.** The paper presents numerical analysis of effectiveness of reduction of blast load pressure acting on the ceiling by using granular medium with a cover plate. The analysis was conducted using the discrete element method. The variability of stress acting on the ceiling under blast load impulse is presented. It is shown that plate weight significantly influences on the character of ceiling pressure distribution. The obtained numerical results reveal multiple stress wave reflection effects in granular medium placed between the rigid cover plate and the ceiling.

Keywords: granular medium, blast load, discrete element method DOI: 10.5604/12345865.1223414