



Prętowy model tymczasowej drewnianej podpory stosowanej przy usuwaniu wychyleń budynków

A bar model of a temporary wooden support used to remove deflections of buildings

Dr hab. inż. Krzysztof Gromysz, prof. PŚI^{*)}

Treść: Wychylenie budynków znajdujących się na terenach górniczych usuwa się przez nierównomierne podnoszenie nadziemnej części obiektu za pomocą podpór składających się z tłokowego siłownika hydraulicznego i stosu elementów podbudów. Tymczasowe podpory mogą ponadto stanowić same stosy drewnianych elementów. W artykule przedstawiono prętowy model tymczasowej podpory składającej się ze stosu elementów. Model, który jest opisany równaniem różniczkowym drugiego rzędu, umożliwia obliczeniowe wyznaczanie przemieszczeń w kierunku poziomym. Wykazano, że na przemieszczenia te mają wpływ mimośród niezamierzony oraz wstępna krzywizna elementu. Istotny jest także wpływ występowania obciążenia przekazywanego przez odkształcone podpory sąsiednie. Za pomocą przedstawionego modelu można określać nośność graniczną tymczasowych podpór ze względu na niezamierzone przemieszczenia obiektu w kierunku poziomym. Model umożliwia zatem bezpieczne projektowanie usuwania wychyleń obiektów budowlanych.

Abstract: Deflection of buildings located in the mining area is removed by uneven lifting of the above-ground part of the object. During the removal of building deflections temporary supports, consisting of a stack of repeatable elements, are used. Hydraulic jacks which force the vertical displacement of the building are used, as well. The article presents a bar model of a temporary support consisting of stack of repeatable elements. The model, described by the second order differential equation, let to compute the value of its displacements in the horizontal direction. It has been shown that these displacements are influenced by the unintended eccentricity and the geometrical imperfections. In addition, the impact of the load transmitted from the deformed neighboring supports is significant. The presented method allows to determine the load carrying capacity of temporary supports due to unintentional displacement of the object in the horizontal direction. Therefore the method allows for safe design of the removal of building's deflections.

Słowa kluczowe:

wchylenie budynków, tymczasowa podpora, efekt drugiego rzędu, stateczność

Keywords:

deflection of buildings, temporary support, second-order effects, stability

1. Wprowadzenie

Podziemna eksploatacja węgla kamiennego wywołuje deformacje terenu oraz uszkodzenia obiektów. Jednym z nich jest wychylenie budynków z pionu. Uszkodzenie to usuwa się przez zabudowanie w ścianach obiektu tymczasowych podpór składających się z stosu sześciennych elementów i tłokowych siłowników hydraulicznych. Za pomocą siłowników rozrywa się obiekt, a następnie nierównomiernie podnosi jego część znajdującą się nad płaszczyzną rozerwania (Gromysz 2006).

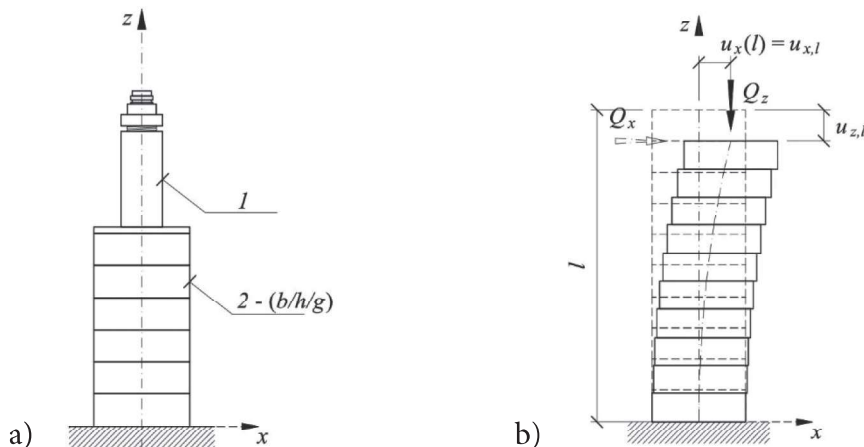
W czasie usuwania wychylenia ruch budynku w kierunku pionowym wymuszany jest przez zadawanie wysuwu tłokom siłowników. Wysuw tłoka jest ograniczony do 200 mm, w związku z tym w sytuacji, gdy obiekt należy podnieść o więcej niż 200 mm zachodzi konieczność okresowego podbudowywania siłowników stosami elementów (rys. 1a). W przypadku obiektów o wysokości do 2 kondygnacji stosy te wykonane są z elementów drewnianych. Przykładowo, gdy zachodzi konieczność nierównomiernego podniesienia obiektu na wysokość 1,2 m, długość stosu drewnianych elementów znajdującego się pod siłownikiem wynosi 1m.

W wielu sytuacjach tymczasową podporę budynków

stanowią same stosy drewnianych elementów (rys. 1b). Ma to miejsce na przykład po usunięciu wychylenia i zdemonstrowaniu siłowników, gdy prowadzone jest odtwarzanie ścian budynku (rys. 2) lub gdy zachodzi konieczność lokalnego podparcia obiektu. Obserwacje poczynione przy usuwaniu wychyleń budynków wskazują, że jeżeli stos tworzy już kilka elementów drewnianych pojawiają się efekty drugiego rzędu. Ujawniają się one w postaci niezamierzonych przemieszczeń $u_{x,i}$ wierzchołków podpór w kierunku poziomym (a zatem i budynku na nich spoczywającego), to znaczy w kierunku prostopadłym do przyłożonego obciążenia Q_z (rys. 1b). Ponadto występują przemieszczenia pierwszego rzędu $u_{z,i}$ w kierunku działania siły Q_z , które były przedmiotem badań laboratoryjnych (Gromysz 2017) i nie są one przedmiotem niniejszego artykułu.

Na podstawie doświadczeń uzyskanych w czasie usuwania wychyleń obiektów można stwierdzić, że istnieją trzy główne przyczyny występowania efektów drugiego rzędu. Pierwszą jest pojawienie się mimośrodu niezamierzonego e_a . Wskutek niedokładności przyłożenia siły Q_z do wierzchołka podpory jej oś nie pokrywa się z wektorem ciężaru budynku (rys. 3a). Drugą jest imperfekcja wynikająca z niedokładności montażu stosu elementów drewnianych i braku pełnego wzajemnego przylegania jego elementów. Wówczas, jeszcze przed przystąpieniem do usuwania wychylenia, pojawia się

^{*)} Politechnika Śląska, Gliwice



Rys. 1. Tymczasowe podpory budynków:

a) podpora składająca się z siłownika (1) i stosu drewnianych elementów (2) o przekroju b/h i grubości g , b) podpora składająca się tylko ze stosu elementów drewnianych z oznaczeniem przyjętego układu współrzędnych (x, z) , przemieszczeń wierzchołka podpory $(u_{z,p}, u_{x,l})$ oraz sił działających na podporę (Q_z, Q_x)

Fig. 1. Temporary supports of building:

a) support consisting of the jack (1) and a stack of wooden elements (2) with a cross-section of b/h and thickness g , b) support consisting of stack of repeatable wooden elements with an indication of the adopted coordinate system (x, z) , displacements of the top of the support $(u_{z,p}, u_{x,l})$ and forces acting on the support (Q_z, Q_x)



Rys. 2. Przykład zastosowania tymczasowych podpór przy usuwaniu wychylenia budynku: a) budynek spoczywający na tymczasowych podporach po usunięciu wychylenia w trakcie odtwarzania ścian, b) tymczasowa drewniana podpora zabudowana w nośnej ścianie obiektu (fotografie własne autora)

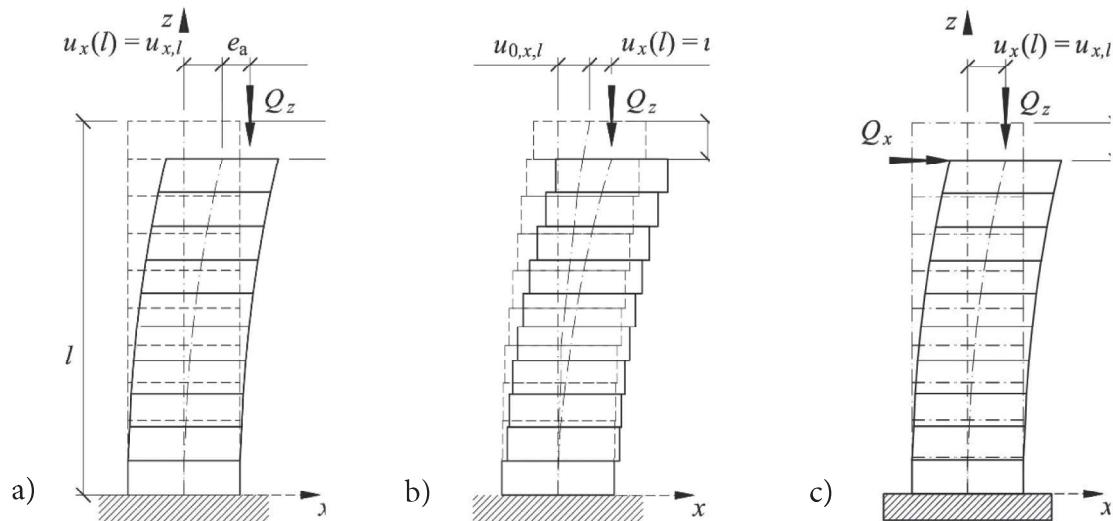
Fig. 2. Example of temporary supports used to remove building deflections: a) a building whose weight is transmitted by supports consisting of a stack of elements and whose walls are rebuilding after removal of deflection, b) support consisting of stack of repeatable wooden elements built into the load bearing wall of the building (photographs taken by author)

wstępne wygięcie stosu o amplitudzie $u_{0,x,l}$ (rys. 3b), które po przyłożeniu obciążenia ulega powiększeniu. Trzecią przyczyną występowania odkształceń drugiego rzędu jest łączne działanie obciążenia pionowego Q_z oraz oddziaływania podpór sąsiednich oznaczone na rysunku 3c przez Q_x .

Analizowaną w artykule podporą jest stos sześciennych elementów o przekroju poprzecznym b/h i długości l . Do wierzchołka stosu przyłożone jest obciążenie Q_z , które może być przyłożone na mimośrodku niezamierzonym e_a , a podpora może cechować się wstępnym wygięciem o amplitudzie

$u_{0,x,l}$. Wskutek takiego przyłożenia obciążenia pojawiają się przemieszczenia u_x podpory w kierunku poziomym, przy czym przemieszczenie wierzchołka stosu jest oznaczone jako $u_{x,l}$. Ponadto na podporę mogą oddziaływać również podpory sąsiednie, co włącznie z działaniem obciążenia Q_z także prowadzi do przemieszczeń drugiego rzędu.

W sytuacjach rzeczywistych obiekt jest często podparty kilkudziesięcioma podporami, które, jak wspomniano powyżej, oddziałują na siebie wymuszając przemieszczenia analizowanej podpory. Z drugiej jednak strony działają one



Rys. 3. Odkształcenie podpór wywołane obciążeniem pionowym Q_z oraz: a) mimośrodem niezamierzonym e_a , b) imperfekcją o amplitudzie $u_{0,x,l}$, c) siłą poprzeczną o wartości Q_x

Fig. 3. Deformation of supports caused by force Q_z and: a) unintended eccentricity e_a , b) imperfection of amplitude $u_{0,x,l}$, c) simultaneous action of transverse force of value Q_x

korzystnie, zmniejszając długość wyboyczeniową podpór, na których spoczywa obiekt. W niniejszym artykule ten korzystny wpływ nie będzie brany pod uwagę. Poniżej analizowana jest podpora o długości l , której długość wyboyczeniowa, ze względu na przyjęty schemat statyczny wspornika wynosi $2l$. Sytuacja taka odpowiada zatem szczególnym warunkom, w którym wszystkie podpory budynku cechują się jednakową długością i imperfekcjami oraz są tak samo obciążone.

2. Prętowy model podpory

Przyjęto prętowy model tymczasowej podpory składającej się ze stosu drewnianych elementów. Cechuje się on prostokątnym przekrojem o wysokości h , szerokości b oraz długości l . Założono ogólną sytuację, w której pręt jest obciążony w kierunkach osi x oraz z . W modelu takim, przy pominięciu odkształceń pręta wywołanych siłami poprzecznymi oraz skręcenia $u_{z,l}$ osi elementu prętowego (rys. 3a), związek między krzywizną pręta a momentem zginającym wyraża się wzorem

$$EI \frac{u_x''(z)}{(1 + (u_x'(z))^2)^{3/2}} = -M(z), \quad (1)$$

gdzie E jest modułem sprężystości materiału, I momentem bezwładności przekroju, M wartością momentu zginającego a $u_x'(z)$ i $u_x''(z)$ pierwszą i drugą pochodną przemieszczenia poziomego u_x względem zmiennej z . Ze względu na fakt, że rozważa się bardzo małe przemieszczenia zaniebuje się wyrażenie $u_x'(z)$, w związku z czym

$$EI u_x''(z) = -M. \quad (2)$$

Uwzględniając możliwość oddziaływania na podpory prostopadłego obciążenia q (rys. 4b) oraz biorąc pod uwagę powszechnie znane zależności między tym obciążeniem a siłą poprzeczną Q_x równanie różniczkowe linii ugięcia można przedstawić w ogólnej postaci

$$EI \frac{d^4 u_x}{dz^4} + Q_z \frac{d^2 u_x}{dz^2} = q. \quad (3)$$

Analizowany stos składa się z niezwiązanych ze sobą drewnianych elementów, w związku z czym nie przenosi on odkształceń dodatnich. Zatem przyjęty model jest poprawny, o ile w każdym przekroju podpory normalnym do jej osi występują odkształcenia ujemne. Warunek ten jest spełniony, o ile wypadkowa sił pionowych znajduje się w rdzeniu przekroju, to znaczy $u_{\text{tot},x}(z) \leq h/6$ dla każdego z (rys. 4c).

Przedmiotem rozważań w kolejnych punktach jest model podpory cechujący się: występowaniem niezamierzonego mimośrodów e_a przyłożenia siły Q_z , występowaniem wstępnej krzywizny cechującej się amplitudą $u_{0,x}$ w miejscu przyłożenia siły Q_z oraz model podpory, której wierzchołek jest obciążony równocześnie siłami Q_z i Q_x .

3. Mimośród niezamierzony e_a

Analizowanym modelem jest pręt wspornikowy, którego wierzchołek jest obciążony siłą Q_z przyłożoną z niezamierzonym mimośrodem e_a , jak przedstawiono na rysunku 5a. Wskutek tego obciążenia wierzchołek pręta ulega przemieszczeniu o wartość $u_x(l) = u_{x,l}$. W dowolnym przekroju pręta o współrzędnej z występuje moment zginający o wartości

$$M(z) = Q_z [u_{x,l} + e_a - u_x(z)]. \quad (4)$$

Po podstawieniu (4) do (2) uzyskuje się równanie różniczkowe modelu pręta

$$EI u_x''(z) = -Q_z [u_{x,l} + e_a - u_x(z)]. \quad (5)$$

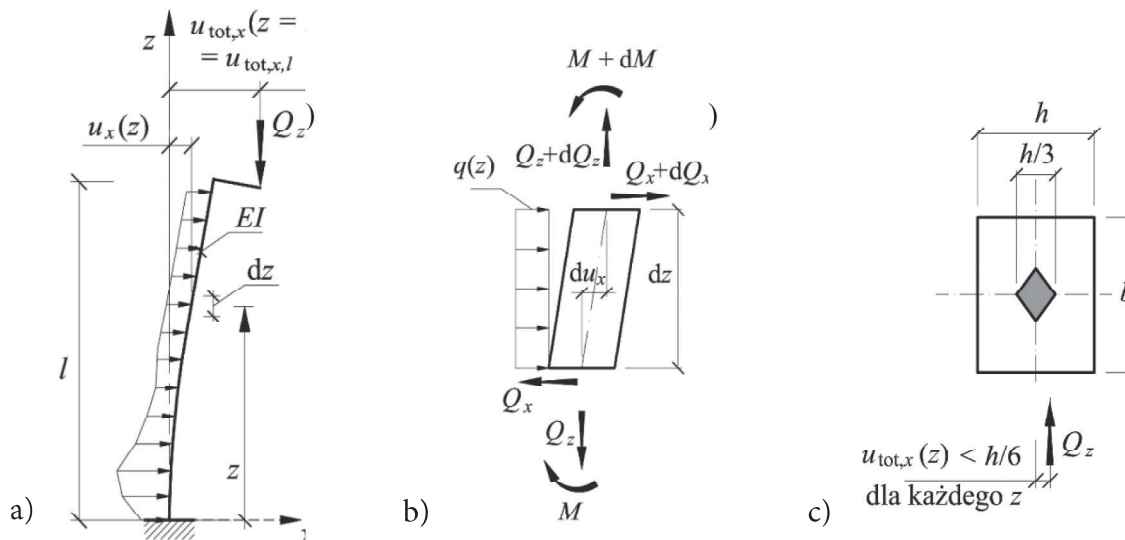
Podstawa pręta nie może się przesuwać ani obracać, w związku z tym zachodzą warunki brzegowe

$$\begin{aligned} u_x(0) &= 0, \\ u_x'(0) &= 0. \end{aligned} \quad (6)$$

Przyjmując podstawienie

$$\xi = u_{x,l} + e_a - u_x(z) \quad (7)$$

oraz oznaczenie



Rys. 4. Model podpory: a) odkształcony pręt wspornikowy, b) element podpory o różniczkowej długości dz , c) warunek dotyczący maksymalnej wartości mimośrod $u_{tot,x}$ działania wypadkowej siły pionowej względem osi elementu
Fig. 4. Model of the support: a) deformed cantilever bar, b) support element with a differential length dz , c) condition concerning the maximum value of the eccentricity

$$\beta^2 = \frac{Q_z}{EI} \quad (8)$$

otrzymuje się równanie

$$\xi'' + \beta^2 \xi = 0, \quad (9)$$

którego rozwiązanie ma postać

$$\xi = C_1 \sin(\beta z) + C_2 \cos(\beta z). \quad (10)$$

Uwzględniając podstawienie (7) uzyskuje się

$$u_x(z) = u_{x,l} + e_a - C_1 \sin(\beta z) - C_2 \cos(\beta z). \quad (11)$$

Po uwzględnieniu warunków początkowych (6) otrzymuje się

$$C_2 = u_{x,l} + e_a, \quad C_1 = 0, \quad (12)$$

a stąd

$$u_x(z) = (u_{x,l} + e_a)[1 - \cos(\beta z)]. \quad (13)$$

Uwzględniając, że dla $z = l$ zachodzi

$$u_x(l) = u_{x,l} \quad (14)$$

otrzymuje się

$$u_{x,l} = e_a \frac{1 - \cos(\beta l)}{\cos(\beta l)}. \quad (15)$$

Całkowity mimośród $e_{tot,x,l}$ siły względem środka ciężkości przekroju jest sumą przemieszczenia (15) i mimośrod e_a

$$u_{tot,x,l} = e_a \frac{1}{\cos(\beta l)}. \quad (16)$$

Obliczenia według zależności (4) - (15) zostały przeprowadzone dla podpory o długości $l = 1$ m i przekroju (b/h) 400/300 mm, wykonanej z drewna cechującego się modulem sprężystości $E = 1$ GPa i sześciu wartości mimośrod niez-

mierzonego e_a wynoszących: 0, 10 mm, 20 mm, 30 mm, 40 mm i 50 mm. Dla tych danych wartość obciążenia krytycznego Q_{crit} , wyznaczonego z zależności

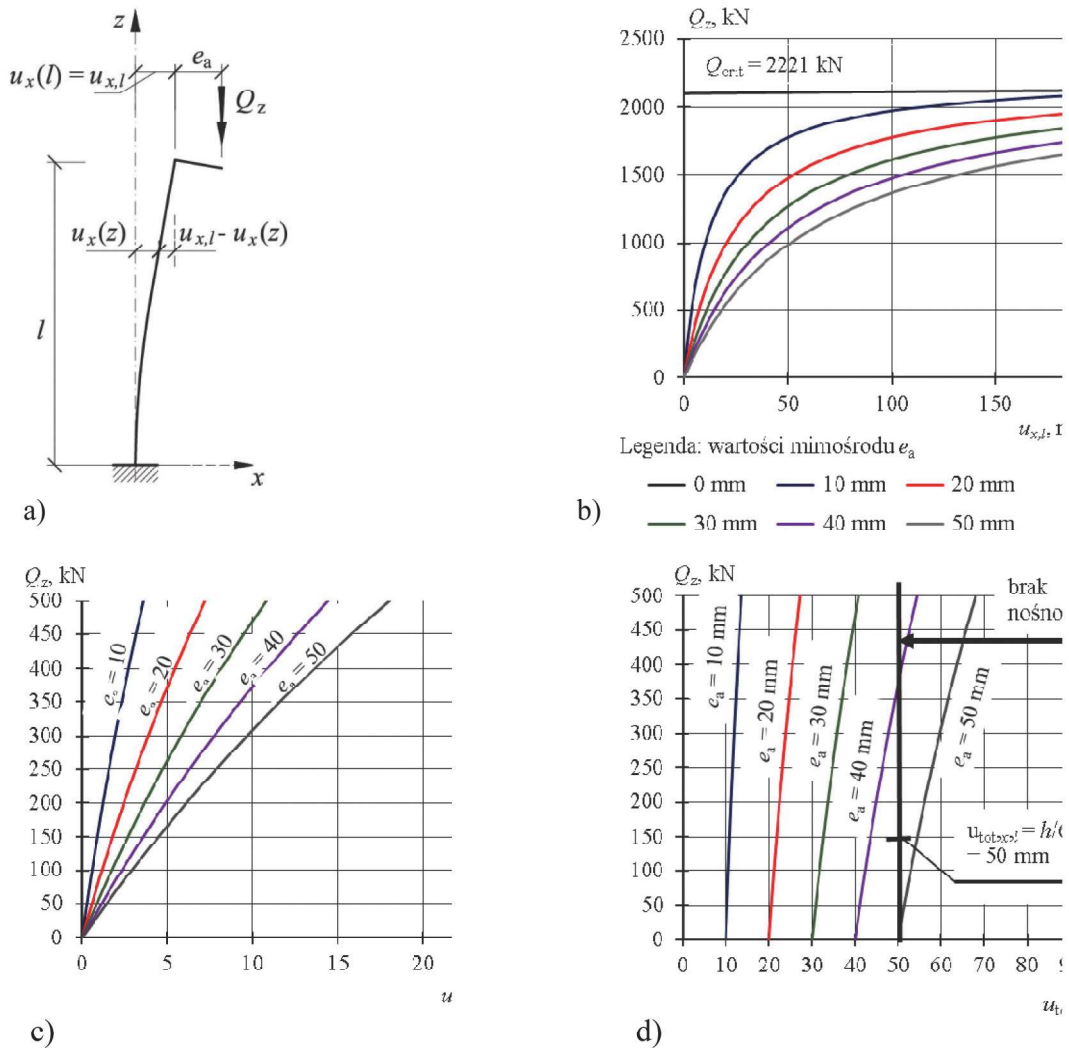
$$Q_{crit} = \left(\frac{\pi}{2l}\right)^2 EI \quad (17)$$

wynosi 2221 kN. Wykres przedstawiający przemieszczenia $u_{x,l}$ wierzchołka modelu podpory w zakresie działania siły Q_z od zera do wartości krytycznej Q_{crit} przedstawiono na rysunku 5b. Widać, że wraz ze wzrostem obciążenia Q_z wartość przemieszczenia rośnie $u_{x,l}$ dąży do wartości nieograniczonej przy Q_z dążącym do wartości krytycznej. Wzrost ten jest jednak większy dla większych wartości mimośrod e_a . Zakres obowiązywania analizowanego tu modelu jest jednak ograniczony. Z jednej strony przy projektowaniu usuwania wychyleń obiektów wartość siły w stosach drewnianych elementów jest ograniczana do 500 kN, a z drugiej strony wartość mimośrod położenia wypadkowej siły pionowej jest ograniczona do $h/6$ (rys. 4c). W związku z tym na rysunku 5c przedstawiono zależność $Q_z - u_{x,l}$ ograniczoną do wartości $Q_z = 500$ kN. Z kolei na rysunku 5d przedstawiono wykres zależności $Q_z - u_{tot,x,l}$. Osiągnięcie wartości $u_{tot,x,l} = h/6$ powoduje wyczerpanie nośności modelu. Wiąże się to z tym, że wypadkowa siły Q_z wychodzi poza rdzeń przekroju. W realnej podporze w takiej sytuacji następuje rzeczywista utrata nośności podpory. Należy zwrócić uwagę, że sytuacja ta nastąpiłaby już przy $e_a = 40$ mm i sile obciążającej $Q_z = 350$ kN (rys. 5d).

4. Imperfekcja podpory

Jak przedstawiono powyżej, rzeczywiste podpory składające się ze stosu elementów cechują się występowaniem wstępnej krzywizny wynikającej z niedokładności układania sześciennych elementów drewnianych oraz nierównoległości powierzchni czołowych elementów tworzących stos. W celu matematycznego opisu zagadnienia założono wstępną imperfekcję tymczasowej podpory opisaną równaniem

$$u_{0,x}(z) = u_{0,x,l} \left(1 - \sin \frac{\pi z}{2l}\right). \quad (18)$$



Rys. 5. Mimośrodowe obciążenie podpory: a) model podpory obciążonej pionową siłą Q_z przyłożoną na mimośrodku niezamierzonym e_a , b) przemieszczenia $u_{x,l}$ wierzchołka modelu podpory w zakresie działania siły Q_z od zera do wartości krytycznej Q_{crit} , c) przemieszczenia $u_{x,l}$ w zakresie działania siły Q_z od zera do 500 kN, d) wartość mimośrodu $u_{tot,x,l} = e_a + u_{x,l}$ z zaznaczeniem granicznej wartości wynoszącej $h/6$

Fig. 5. Eccentrically-loaded support: a) model of the support loaded with force Q_z with an unintended eccentricity e_a , b) displacement $u_{x,l}$ of the support within the range of force Q_z from zero to the critical value Q_{crit} , c) displacement $u_{x,l}$ of the support within the range of force Q_z from zero to 500 kN, d) value of eccentricity $u_{tot,x,l}$, limit value $h/6$ is marked

Wstępnie odkształconą oś podpory (imperfekcję) reprezentuje linia przerywana przedstawiona na rysunku 6a. Wartość momentu zginającego występującego w podporze wskutek tej imperfekcji wynosi

$$M(z) = Q_z [u_{0,x,l} + u_{x,l} - u_{0,x}(z) - u_x(z)]. \quad (19)$$

Równanie modelu uzyskuje się podstawiając (19) do (2)

$$EIu_x''(z) = -Q_z [u_{0,x,l} + u_{x,l} - u_{0,x}(z) - u_x(z)]. \quad (20)$$

W celu rozwiązania równania (20) przewiduje się, że przyrost ugięcia będzie miał taki sam kształt, jakim cechuje się wstępne wygięcie pręta, to znaczy

$$u_x(z) = u_{x,l} \left(1 - \sin \frac{\pi z}{2l}\right). \quad (21)$$

Wyznaczając zależności (21)

$$u_x''(z) = -u_{x,l} \left(\frac{\pi}{2l}\right)^2 \sin \frac{\pi z}{2l}, \quad (22)$$

a następnie podstawiając do wzoru (20) zależności (21) i (22) otrzymuje się

$$-EIu_{x,l} \left(\frac{\pi}{2l}\right)^2 \sin \frac{\pi z}{2l} = -Q_z [u_{0,x,l} + u_{x,l} - u_{0,x,l} (1 - \sin \frac{\pi z}{2l}) - u_{x,l} (1 - \sin \frac{\pi z}{2l})]. \quad (23)$$

Po uproszczeniu zachodzi

$$EIu_{x,l} \left(\frac{\pi}{2l}\right)^2 = Q_z [u_{0,x,l} + u_{x,l}], \quad (24)$$

skąd wyznacza się

$$u_{x,l} = \frac{u_{0,x,l}}{\left(\frac{\pi}{2l}\right)^2 \frac{EI}{Q_z} - 1}. \quad (25)$$

Należy zauważyć, że

$$\left(\frac{\pi}{2l}\right)^2 EI = Q_{crit}, \quad (26)$$

zatem

$$u_{x,l} = \frac{u_{0,x,l}}{\frac{Q_z}{Q_{crit}} - 1} \tag{27}$$

Rozwiązaniem zagadnienia (20) jest funkcja

$$u_x(z) = \frac{u_{0,x,l}}{\frac{Q_z}{Q_{crit}} - 1} \left(1 - \sin \frac{\pi z}{2l}\right) \tag{28}$$

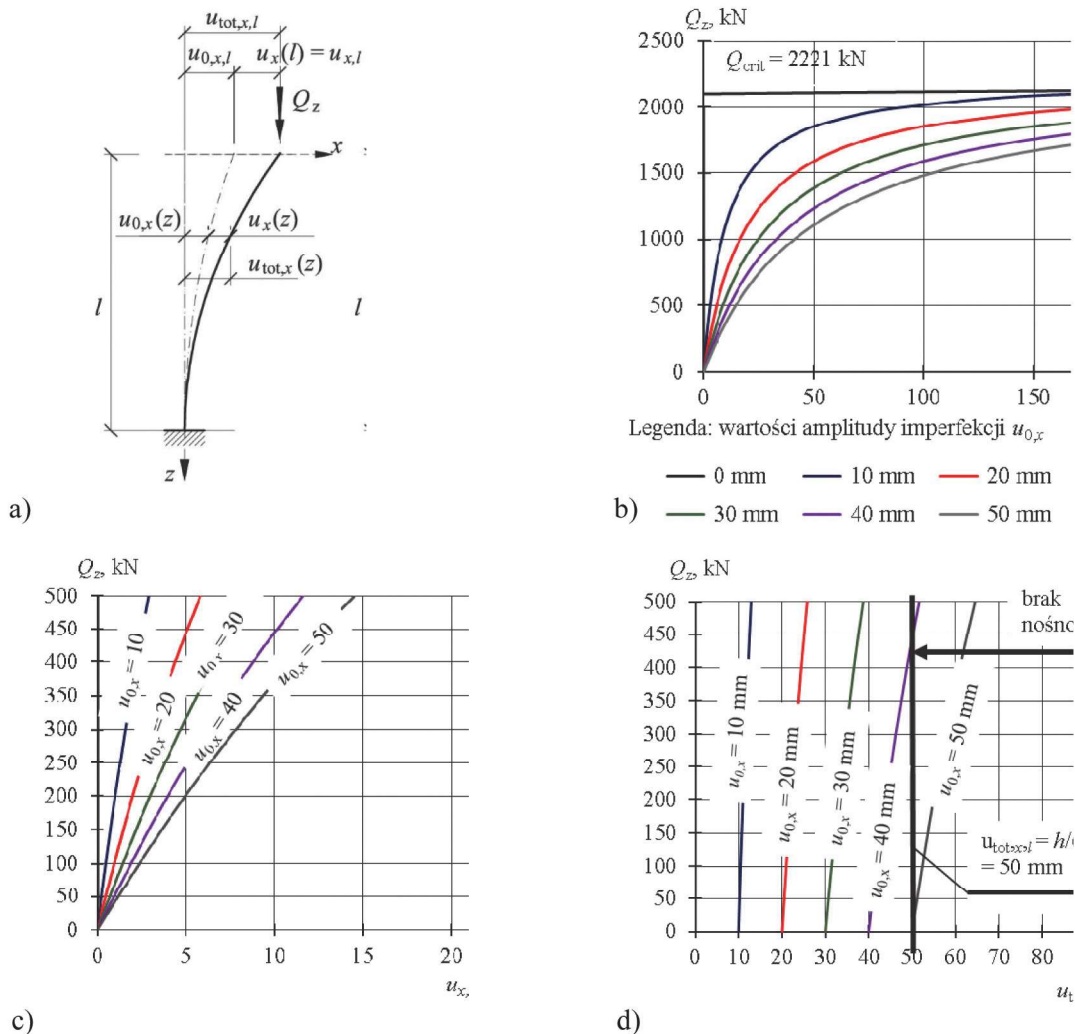
Mimośród całkowity, będący sumą imperfekcji i wygięcia, które wystąpiło po przyłożeniu siły Q_z wynosi

$$u_{tot,x,l} = u_{x,l} + u_{0,x,l} = \frac{u_{x,0,l}}{1 - \frac{Q_z}{Q_{kr}}} \tag{29}$$

Na rysunku 6b zamieszczono wykresy zależności $u_x - Q_z$ dla sześciu wartości amplitudy imperfekcji wynoszących: 0, 10 mm, 20 mm, 30 mm, 40 mm i 50 mm. Widać, że wartość przemieszczenia $u_{x,l}$ rośnie wraz ze wzrostem obciążenia Q_z , dążąc do wartości nieograniczonej przy Q_z dążącym do wartości krytycznej. Wzrost ten, zgodnie z oczekiwaniami jest większy dla większych wartości mimośrodu. Tę samą zależność, ograniczoną do wartości siły Q_z równej 500

kN przedstawiono na rysunku 6c. Z kolei na rysunku 6d przedstawiono wykres zależności $Q_z - u_{tot,x,l}$. Wartość $u_{tot,x,l}$ jest sumą amplitudy $u_{0,x}$ i przemieszczenia wierzchołka $u_{x,l}$. Przekroczenie wartości $u_{tot,x,l} = h/6$ powoduje przekroczenie nośności modelu. Wiąże się to z tym, że wypadkowa siły Q_z wychodzi poza rdzeń przekroju. W rzeczywistej podporze w takiej sytuacji następuje rzeczywista utrata nośności podpory. Należy zwrócić uwagę, że katastrofa ta nastąpiłaby już przy $e_a = 40$ mm i sile obciążającej $Q_z = 425$ kN.

Porównanie wyników obliczeń przedstawionych na rysunkach 5 i 6 wskazuje, że zarówno wraz ze wzrostem mimośrodu niezamierzonego e_a , jak i ze wzrostem amplitudy imperfekcji $u_{0,x}$, zwiększa się wartość przemieszczenia $u_{x,l}$ wierzchołka. Chcąc porównać ze sobą w sposób ilościowy wpływ mimośrodu niezamierzonego i wpływ imperfekcji na przemieszczenia $u_{x,l}$ wierzchołka dla $e_a = u_{0,x}$ z rysunków 5c i 6c odczytano odpowiednie przemieszczenia $u_{x,l}$. Okazuje się, że w analizowanej sytuacji przemieszczenia wywołane mimośrodem niezamierzonym są 19% większe niż przemieszczenia wywołane imperfekcją.



Rys. 6. Odształcenie podpory cechującej się imperfekcją opisaną zależnością : $u_{0,x}(x) = u_{0,x,l} \left(1 - \sin \frac{\pi z}{2l}\right)$:

a) model podpory obciążonej pionową siłą Q_z , b) przemieszczenia $u_{x,l}$ wierzchołka podpory w zakresie działania siły Q_z od zera do wartości krytycznej Q_{crit} , c) przemieszczenia $u_{x,l}$ w zakresie działania siły Q_z od zera do 500 kN, d) wartość mimośrodu $u_{tot,x,l} = e_a + u_{x,l}$ z zaznaczeniem granicznej wartości wynoszącej $h/6$

Fig. 6. Deformation of the support as an effect of geometrical imperfections : $u_{0,x}(x) = u_{0,x,l} \left(1 - \sin \frac{\pi z}{2l}\right)$:

a) model of the support loaded with force Q_z , b) displacement $u_{x,l}$ of the support within the range of force Q_z from zero to the critical value Q_{crit} , c) displacement $u_{x,l}$ of the support within the range of force Q_z from zero to 500 kN, d) value of the eccentricity $u_{tot,x,l}$ limit value $h/6$ is marked

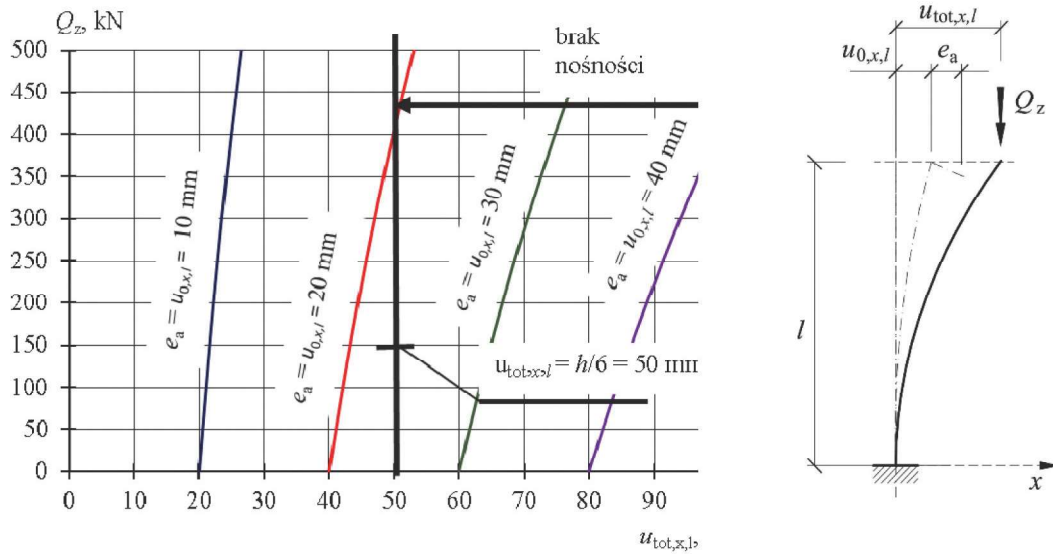
W rzeczywistych obiektach wartości przemieszczeń drugiego rzędu wynikają z równoczesnego oddziaływania mimośrodów niezmiernego, imperfekcji oraz działania obciążenia poprzecznego. W takiej sytuacji efekty poszczególnych oddziaływań sumują się. W praktyce należy zakładać, że niekorzystne wpływy mimośrodów i imperfekcji wywołują przemieszczenia w tym samym kierunku, w związku z tym przemieszczenia całkowite są sumą przemieszczeń (16), (29).

$$u_{\text{tot},x,l} = e_a \frac{1}{\cos(\beta l)} + \frac{u_{0,x,l}}{1 - \frac{Q_z}{Q_{\text{crit}}}} \quad (30)$$

Z wykresu zamieszczonego na rysunku 7 wynika, że w przypadku gdy $Q_z = 400$ kN oraz $e_a = u_{0,x,l} = 20$ mm nośność podpory jest już wyczerpana ze względu na utratę stateczności.

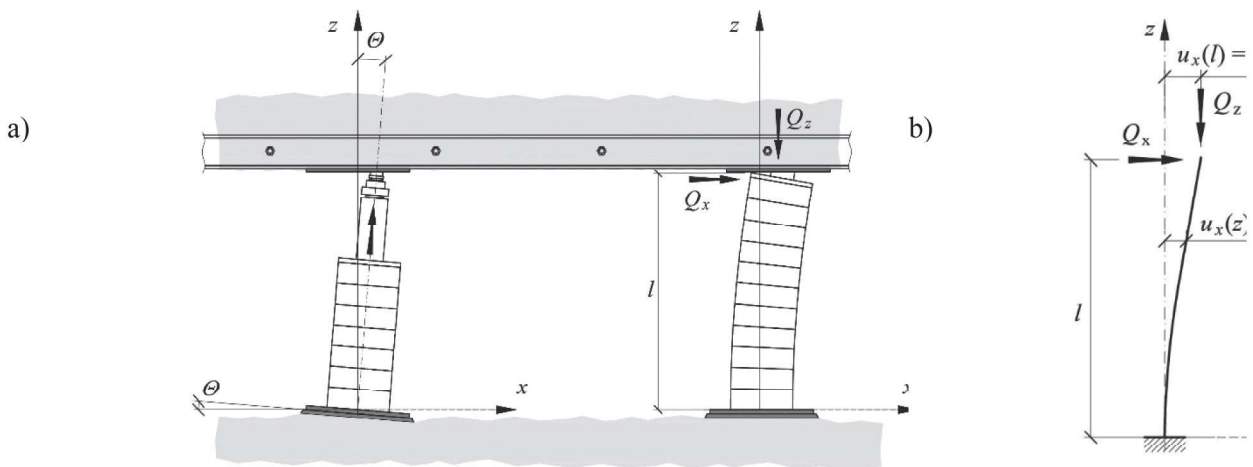
5. Odształcenie wywołane siłą poprzeczną

Siła ciężkości budynku, którego wychylenie jest usuwane, ma kierunek pokrywający się z kierunkiem osi z podpory. Jednak na podporę mogą oddziaływać siły poziome wynikające z deformacji podpór sąsiednich. Przykładem takiej deformacji może być obrót podstawy podpory sąsiedniej o kąt q (rys. 8a). W związku z tym rozważa się model podpory przedstawiony na rysunku 8b. Jest to pręt, do którego wierzchołek przyłożono dwie siły Q_z i Q_x . Wskutek tego obciążenia wierzchołek podpory ulega przemieszczeniu o wartość $u_{x,l}$.



Rys. 7. Łączny wpływ występowania mimośrodów e_a i imperfekcji o amplitudzie $u_{0,x,l}$ ($e_a = u_{0,x,l}$) o wartościach równych: 10 mm, 20 mm, 30 mm oraz 40 mm na mimośród całkowity $u_{\text{tot},x,l}$

Fig. 7. Second order effects as a result of unintended eccentricity e_a and geometrical imperfections of amplitude $u_{0,x,l}$ equal: 10 mm, 20 mm, 30 mm and 40 mm



Rys. 8. Poziome obciążenie tymczasowej podpory: a) obciążenie Q_x jako efekt obrotu o kąt q podpory sąsiedniej, b) model podpory obciążonej siłami pionową Q_z i poziomą Q_x

Fig. 8. Horizontal displacement of the support: a) load Q_x as the effect of rotation by the angle q of the neighboring support, b) support model loaded with vertical force Q_z and horizontal force Q_x

Zmianę momentu zginającego podpory obciążonej siłami Q_x i Q_z opisuje zależność

$$M(z) = Q_x(l - z) + Q_z(u_{x,l} - u_x). \quad (31)$$

Uwzględniając równanie różniczkowe (2) osi odkształconej

$$Elu_x''(z) = Q_x(l - z) + Q_z(u_{x,l} - u_x) \quad (32)$$

oraz wprowadzając

$$r = \frac{Q_x}{Q_z} \quad (33)$$

uzyskuje się równanie

$$Elu_x''(z) = rQ_z(l - z) + Q_z(u_{x,l} - u_x). \quad (34)$$

Po podstawieniu (8) otrzymuje się

$$u_x''(z) + \beta^2 u_x = [u_{x,l} + r(l - z)]. \quad (35)$$

Rozwiązaniem tego równania jest funkcja (Bronsztajn i inni 2004)

$$u_x(z) = \frac{Q_x}{Q_z} \left[-z + \frac{\sin\beta l - \sin\beta(l - z)}{\beta \cos\beta} \right]. \quad (36)$$

Największe ugięcie uzyskuje się dla $z = l$

$$u_{x,l} = \frac{Q_x}{Q_z} \left[\frac{\operatorname{tg}\beta l}{\beta} - l \right]. \quad (37)$$

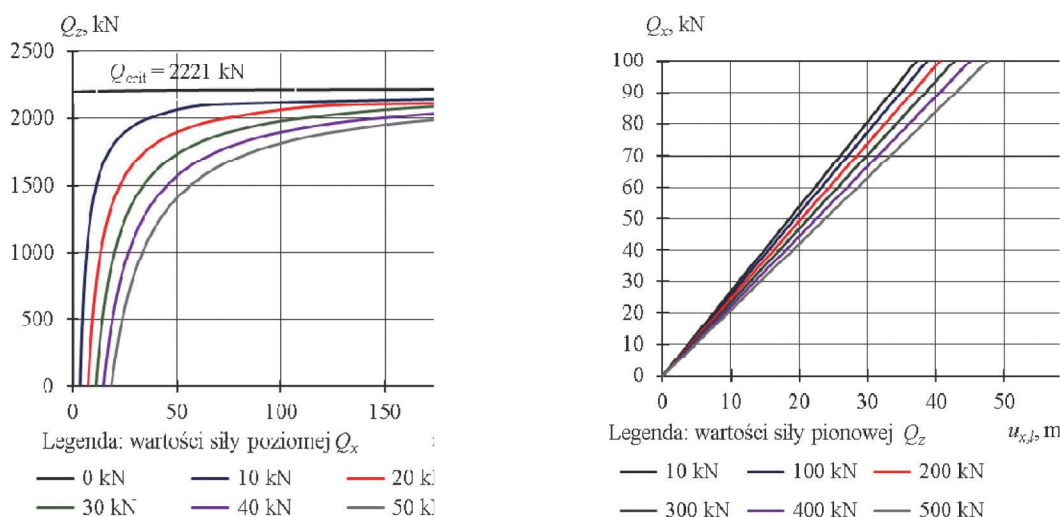
Zależności przedstawiające wpływ wartości siły Q_x na przemieszczenia wierzchołka podpory przedstawiono na rysunku 9a dla sześciu wartości siły Q_x (0, 10 kN, 20 kN, 30 kN, 40 kN, 50 kN) i wartości siły Q_z zmieniającej się od zera do wartości krytycznej. Z kolei na rysunku 9b przedstawiono wartości $u_{x,l}$ dla siły Q_x zmieniającej się od 0 do 100 kN i sześciu wartości siły Q_z wynoszących: 10 kN, 100 kN, 200 kN, 300 kN, 400 kN i 500 kN. Zgodnie z przewidywaniami

przy obciążeniu krytycznym wartości $u_{x,l}$ osiągają wartości nieograniczone. Ponadto, na co wskazuje (37) oraz rys. 9b, wartości przemieszczeń $u_{x,l}$ są proporcjonalne do wartości obciążenia poziomego Q_x .

5. Podsumowanie

W trakcie usuwania wychyleń obiektów znajdujących się na terenach górniczych, wskutek niedokładności montażu tymczasowych podpór, występują odkształcenia drugiego rzędu tych podpór. Odkształcenia te cechują się występowaniem niezmiernych przemieszczeń w kierunku poziomym, prostopadłym do przyłożonego obciążenia. W artykule przedstawiono prętowy model tymczasowych podpór budynków umożliwiający obliczeniowe wyznaczanie wartości przemieszczeń podpór w kierunku poziomym. Model jest opisany równaniem różniczkowym drugiego rzędu. Po zadaniu warunków brzegowych oraz wartości obciążenia, w sposób obliczeniowy można wyznaczać przemieszczenia drugiego rzędu. Wykazano, że na przemieszczenia te mają wpływ wartość mimośrodowo niezamierzonego oraz wartość wstępnej krzywizny elementu. Ponadto istotny jest wpływ obciążenia poziomego przekazywanego przez odkształcone podpory sąsiednie.

W rzeczywistych obiektach wartości przemieszczeń drugiego rzędu wynikają z równoczesnego oddziaływania mimośrodowo niezamierzonego, imperfekcji oraz działania obciążenia poprzecznego. W takiej sytuacji efekty poszczególnych oddziaływań sumują się. W praktyce należy zakładać, że niekorzystne wpływy mimośrodowo, imperfekcji i obciążenia poprzecznego wywołują przemieszczenia w tym samym kierunku. Jeżeli występuje obciążenie podpory $Q_z = 400$ kN i jednocześnie występuje mimośród niezamierzony o wartości $e_a = 20$ mm i imperfekcja o amplitudzie $u_{0,x,l} = 20$ mm, nośność podpory jest wyczerpana ze względu na utratę stateczności. Stąd montaż tymczasowych podpór wymaga szczególnej precyzji i doświadczenia osób pracujących przy usuwaniu wychyleń budynków.



Rys. 9. Przemieszczenia wierzchołka podpory obciążonej siłami pionową Q_z i poziomą Q_x : a) przemieszczenia $u_{x,l}$ wierzchołka modelu podpory w zakresie działania siły Q_z od zera do wartości krytycznej Q_{crit} , b) przemieszczenia $u_{x,l}$ dla stałych wartości sił Q_z i zmiennych wartości sił poziomych Q_x w zakresie od 0 do 100 kN

Fig. 9. Displacements of the top of the support loaded with forces Q_z and Q_x : a) displacement $u_{x,l}$ within the range of force Q_z from zero to the critical value Q_{crit} , b) displacements $u_{x,l}$ for constant values of forces Q_z and variable values of horizontal forces Q_x in the range from 0 to 100 kN

Literatura

- GROMYSZ K. 2006 - O metodach eliminowania wychyleń obiektów budowlanych. „Inżynieria i Budownictwo” nr 6, s. 302-307.
- GROMYSZ K. 2017 - Wyznaczanie sztywności tymczasowej drewnianej podpory budynku w kierunku podłużnym. „Materiały Budowlane” nr 8, s. 16-19.

BRONSTEJN I. N., SIEMIENDIAJEW, MUSIŁ G., MÜHLING H
2004 - Nowoczesne kompendium matematyki. Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa.

Artykuł wpłynął do redakcji – maj 2019

Artykuł akceptowano do druku – 15 lipiec 2019



THIELE

Fabryka Łańcuchów Przenośnikowych
i Technicznych Kuźnia Matrycowa

- Łańcuchy ogniowe górnicze i ogniwa złączne
- Łańcuchy zawieszowe i uchwyty transportowe
- Łańcuchy ogniowe nawęglane, kute i płytkowe



THIELE GmbH & Co. KG
Tel.: +49 2371-947 0



Werkstr. 3
Fax: +49 2371-947 295



58640 Iserlohn
info@thiele.de



Germany
www.thiele.de