

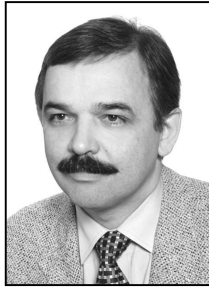
Eligiusz PAWŁOWSKI

POLITECHNIKA LUBELSKA, KATEDRA AUTOMATYKI I METROLOGII

Przetwarzanie sygnałów próbkowanych nierównomiernie w systemach pomiarowych z częstotliwościowym nośnikiem informacji

dr inż. Eligiusz PAWŁOWSKI

Studia na Wydziale Elektrycznym Politechniki Lubelskiej ukończył w roku 1982. Stopień doktora nauk technicznych uzyskał na tym samym wydziale w roku 1994. Obecnie zatrudniony jest na stanowisku adiunkta w Katedrze Automatyki i Metrologii na Wydziale Elektrycznym i Informatyki Politechniki Lubelskiej. Jego główne zainteresowania naukowe obejmują pomiary wielkości elektrycznych i nieelektrycznych, zwłaszcza pomiary częstotliwości i jej zastosowań jako nośnika informacji w systemach pomiarowych. Autor lub współautor ponad 50 publikacji w czasopiśmie i materiałach konferencyjnych.



e-mail: e.pawlowski@pollub.pl

Streszczenie

W referacie przedstawia się problematykę cyfrowego przetwarzania sygnałów w systemach pomiarowych z częstotliwościowym nośnikiem informacji. W przetwornikach z wyjściem częstotliwościowym w stanach dynamicznych częstotliwość chwilowa reprezentuje chwilową wartość przetwarzanej wielkości, a próbki sygnału są nierównomiernie rozmieszczone w czasie. Ten nierównomiernie próbkowany sygnał może być dalej przetwarzany po uzyskaniu próbek rozmieszczonych równomiernie poprzez zastosowanie resamplingu. Prezentowany algorytm może być zastosowany w tych wszystkich sytuacjach gdy częstotliwość sygnału niesie informację o chwilowych wartościach wielkości fizycznej przetwarzanej w systemie, np.: w badaniach ruchu obrotowego maszyn wirujących z zastosowaniem przetwornika inkrementalnego, testowaniu w stanach dynamicznych przetworników z wyjściem częstotliwościowym, w tym również generatorów sterowanych napięciowo (VCO), sprawdzaniu stabilności generatorów lub częstotliwości w sieci energetycznej i innych.

Słowa kluczowe: próbkowanie nierównomiernie, przetwarzanie sygnałów

Nonuniformly sampling signal processing in measurements systems with frequency carrier of information

Abstract

This paper presents several problems of digital signal processing in measurements systems with frequency carrier of information. In sensors of frequency output under dynamic conditions instantaneous frequency values represent instantaneous values of a processed quantity and the signal samples are irregularly distributed in time. This irregularly sampled signal can be analysed by extracting a regularly sampled signal from the irregular data with resampling. Presented algorithm can be applied in all the cases when frequency of a signal carries information about instantaneous values of a physical quantity processed in the system, for example: testing of angular motion in rotating machines with the application of an incremental encoder, testing of converters with frequency outputs in dynamic states including operation tests on oscillators controlled by voltage (VCO), stability testing of generators or frequency in power grids etc.

Keywords: nonuniform sampling, signal processing

1. Wstęp

Próbkowanie równomierne w czasie stanowi podstawę algorytmów cyfrowego przetwarzania sygnałów, w systemach pomiarowych często jednak ma miejsce próbkowanie

nierównomierne, które może wynikać z przyczyn niezależnych, często też jest skutkiem zastosowanych metod pomiarowych, wynika z natury przetwarzanego sygnału lub badanego zjawiska, ale bywa też wprowadzane w sposób zamierzony.

Do przyczyn niezależnych nierównomierności próbkowania można zaliczyć zjawiska takie jak: drżenie fazy impulsów próbkujących, zmiany czasów propagacji przetwarzanego sygnału w torze pomiarowym, utrata niektórych próbek w wyniku zakłóceń itp. W tych przypadkach chwile próbkowania można uznać za przypadkowe, a nierównomierność próbkowania zazwyczaj rozpatrywana jest jako źródło dodatkowych błędów przetwarzania. Sygnał próbkowany nierównomiernie w naturalny sposób występuje również w badaniach niektórych zjawisk naturalnych, takich jak np.: analiza zmienności rytmu serca, przetwarzanie sygnałów sejsmicznych, sygnałów doplerowskich w nowoczesnych przepływomierzach, radarach i innej aparaturze. Nierównomierność próbkowania może być też zastosowana w sposób zamierzony, np. w celu uzyskania kompresji danych lub w algorytmach adaptacyjnych dla dopasowania się do szybkości zmian przetwarzanego sygnału. W tych przypadkach chwile nierównomiernego próbkowania są ustalane według przyjętego algorytmu i są z góry znane.

Nierównomierność próbkowania może również wynikać z zastosowanej aparatury i metod pomiarowych. Taka sytuacja ma miejsce w systemach pomiarowych z częstotliwościowym nośnikiem informacji, w których wartość chwilowa przetwarzanego sygnału jest reprezentowana przez częstotliwość impulsowego sygnału nośnego. W systemach tych, ze względu na minimalizację błędu dynamicznego, z reguły stosowany jest pomiar czasu trwania pojedynczego okresu sygnału nośnego lub jego wielokrotności, aby dodatkowo ograniczyć błąd kwantowania. Wyniki przetwarzania uzyskiwane są synchronicznie z impulsami określającymi jego kolejne okresy. W stanach dynamicznych, gdy częstotliwość sygnału nośnego zmienia się, uzyskiwane próbki nie są równo odległe od siebie, a wartości tych próbek i ich wzajemne odległości w czasie są ze sobą powiązane zależnością funkcyjną wynikającą ze stałej przetwarzania zastosowanego w systemie pomiarowym czujnika. Dodatkowo, dla powtarzających się wartości sygnału wejściowego czujnika otrzymujemy za każdym razem inny jego sygnał wyjściowy, gdyż zależy on nie tylko od obecnej wartości sygnału na wejściu czujnika, ale również od jego wartości poprzednich. Dla użytkownika istotnym problemem jest fakt, że chwile uzyskiwania wyników są od niego niezależne i choć zdeterminowane, praktycznie można uznać je za przypadkowe.

2. Sygnały próbkowane nierównomiernie

Algorytmy cyfrowego przetwarzania sygnałów zakładają próbkowanie równomierne, dla którego sygnał określony funkcją czasu $f(t)$ reprezentowany jest przez ciąg wartości $\{x(n)\}$, pobieranych w chwilach czasowych $t(n)$ równo od siebie odległych o okres próbkowania T_s (1):

$$x(n) = f[t(n)], \quad t(n) = t_0 + n \cdot T_s, \quad T_s = \text{const.} \quad (1)$$

W praktyce często okres próbkowania T_s nie jest stały. W wielu przypadkach okres próbkowania nierównomiernego T_s^* można przedstawić jako pewne odstępstwo od okresu próbkowania równomiernego T_s , uwzględniając składnik deterministyczny Δ_b

oraz przypadkowy Δ_R (jitter). Chwile $t(n)$ pobierania kolejnych próbek są więc rozmieszczone nierównomiernie w czasie (2):

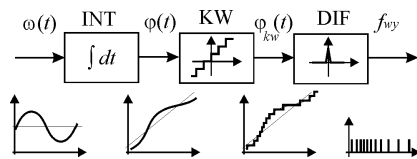
$$t(n) = t_0 + \sum_{i=0}^n T_s^*(i), \quad T_s^* = T_s + \Delta_D + \Delta_R \quad (2)$$

Znając parametry charakteryzujące składniki Δ_D i Δ_R można próbować dokonać rekonstrukcji próbek rozmieszczonych równomiernie, a także oszacować błędy odtwarzania sygnału lub jego widma. Takie podejście stosowane jest np. przy analizie parametrów oscyloskopów cyfrowych, rejestratorów, analizatorów widma itp.

Odmierna sytuacja ma miejsce, gdy zmiany czasu T_s^* są duże i nie mogą być wystarczająco dobrze opisane zależnością (2). Wtedy każda próbka sygnału $x(n)$ musi być jednoznacznie skojarzona z chwilą czasową $t(n)$ w której została pobrana. Sygnał próbkowany nierównomiernie jest więc jednoznacznie określony przez ciąg par liczb $\{x(n), t(n)\}$. Gdy chwile próbkowania $t(n)$ są powiązane znaną zależnością funkcyjną z wartością sygnału $x(t)$, do jednoznacznego opisu sygnału wystarczający jest ciąg jednych z tych wartości. Przykładem może być pomiar wartości chwilowej prędkości obrotowej maszyny wirującej za pomocą przetwornika obrotowo-impulsowego, dla którego kolejne wartości czasu międzyimpulsowego jednoznacznie określają zarówno wartości prędkości obrotowej, jak i chwile ich pomiaru [1].

3. Sygnał częstotliwościowy

Generowanie sygnału częstotliwościowego wygodnie jest analizować na przykładzie przetwornika obrotowo-impulsowego pracującego w stanie dynamicznym [2]. Pracę takiego czujnika ilustruje schemat blokowy przedstawiony na rys.1.



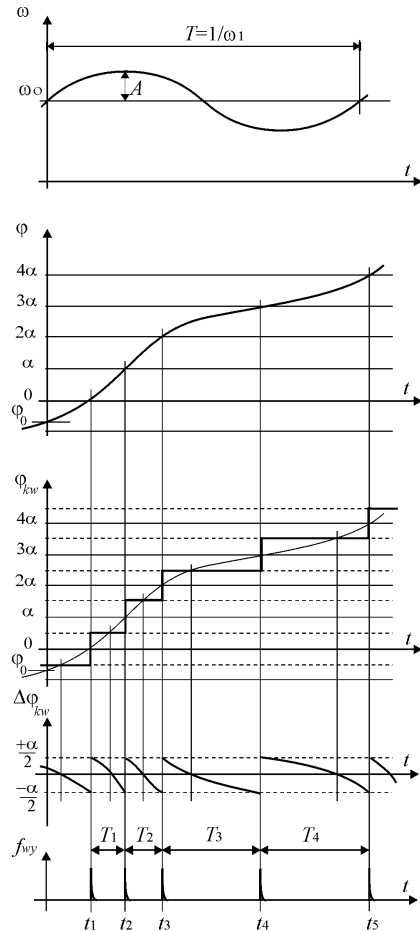
Rys. 1. Schemat blokowy czujnika z wyjściem częstotliwościowym
Fig. 1. Block diagram of sensor with frequency output

Sygnał wejściowy czujnika w postaci zmiennej w czasie prędkości obrotowej $\omega(t)$ podlega całkowaniu w czasie, efektem czego jest przyrastający w sposób ciągły kąt obrotu wału $\varphi(t)$. Równomiernie rozmieszczone co kąt α na tarczy przetwornika otwory wraz z nieruchomym układem optycznym czujnika przeprowadzają operację kwantowania w poziomie ciągłego w czasie kąta $\varphi(t)$. Skwantowany sygnał przyrastającego kąta $\varphi_{kw}(t)$ jest następnie różniczkowany w układzie optoelektronicznym przetwornika: każdy kolejny przyrost kąta φ o jednostkę (kwant) α powoduje pojawienie się impulsu sygnału wyjściowego o częstotliwości f_{wy} , proporcjonalnej do prędkości obrotowej ω wału maszyny. Przykładowe przebiegi czasowe sygnałów w przetworniku przedstawia rys.2.

Przyjęto sygnał wejściowy czujnika $\omega(t)$ ze składową stałą ω_0 , zmieniający się sinusoidalnie z częstotliwością ω_1 i amplitudą A . Kąt obrotu wału φ przyrasta od wartości początkowej φ_0 z szybkością proporcjonalną do wartości sygnału wejściowego $\omega(t)$ i podlega kwantowaniu w poziomie z krokiem równym α . Błąd kwantowania $\Delta\varphi_{kw}$ zawiera się w przedziale $\pm\alpha/2$. W chwilach t_1, t_2, t_3, \dots kąt φ osiąga kolejne wartości $\alpha, 2\alpha, 3\alpha, \dots$ i na wyjściu czujnika pojawiają się impulsy odległe od siebie w czasie o T_1, T_2, T_3, \dots tworzące sygnał wyjściowy o częstotliwości f_{wy} .

W każdym innym rodzaju czujnika z wyjściem częstotliwościowym również można wskazać jakiś cyklicznie zachodzący proces, którego faza podlega kwantowaniu i po różniczkowaniu jest źródłem impulsowego sygnału wyjściowego. Z reguły faza tego procesu nie jest tak łatwo

dostępna do obserwacji, jak w przypadku przetwornika obrotowo-impulsowego, nie umniejsza to jednak praktycznej przydatności takiego modelu czujnika z wyjściem częstotliwościowym.



Rys. 2. Przebiegi czasowe sygnałów w czujniku częstotliwościowym
Fig. 2. Timing charts of signals in sensor with frequency output

4. Tor pomiarowy

Schemat blokowy rozpatrywanego toru pomiarowego przedstawiono na rys.3. Wielkość wejściowa $x(t)$ przetwarzana jest w czujniku X/F w sygnał częstotliwościowy $F(t)$, zamieniany w bloku cyfrowego pomiaru częstotliwości F/C na ciąg kolejnych wartości czasów międzyimpulsowych $\{T(n)\}$, rozmieszczonych nierównomiernie w czasie. W bloku przetwarzania cyfrowego C/C algorytm resamplingu wyznaczana próbki $x_R(m)$ reprezentujące sygnał wejściowy $x(t)$ w chwilach czasowych rozmieszczonych równomiernie w czasie.

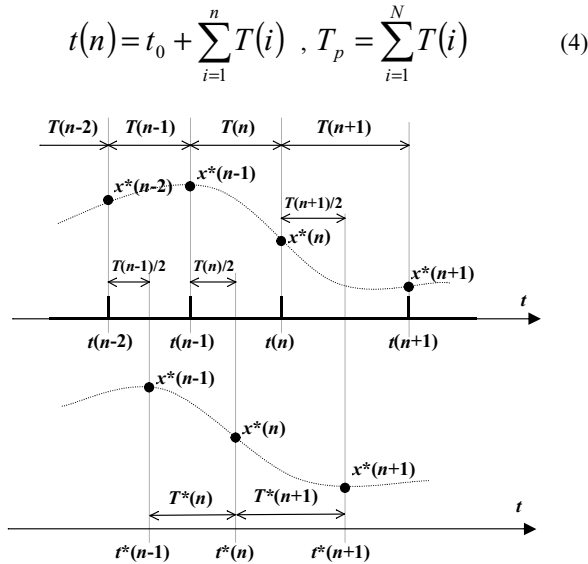


Rys. 3. Schemat blokowy toru pomiarowego
Fig. 3. Block diagram of measuring patch

Kolejne etapy przetwarzania ilustruje rys.4. Zarejestrowany sygnał reprezentowany jest przez N -elementowy ciąg liczbowy (3), którego kolejne wartości $T(n)$ są równe zmierzonym przedziałom czasu pomiędzy kolejnymi impulsami wyjściowymi przetwornika X/F, czyli kolejnym czasom międzyimpulsowym.

$$\{T(n)\}, \quad n = 1, \dots, N \quad (3)$$

Kolejne wartości $T(n)$ uzyskiwane są w kolejnych chwilach czasu $t(n)$, określonych przez chwilę początkową t_0 rozpoczęcia pomiarów i odpowiednią sumę wartości $T(n)$. Całkowity czas trwania pomiaru N wartości czasu $T(n)$ jest równy T_p (4).



Rys. 4. Przetwarzania sygnału częstotliwościowego
Fig. 4. Processing of frequency signal

Dla przetwornika X/F o stałej przetwarzania równej c_p kolejne wartości $T(n)$ uzyskiwane z pomiarów w kolejnych chwilach $t(n)$ reprezentują kolejne wartości $x^*(n)$ sygnału wejściowego:

$$x^*(n) = c_p \cdot F(n) = c_p \cdot \frac{1}{T(n)} \quad (5)$$

W celu zminimalizowania błędów dynamicznych związanych z uśrednianiem podczas pomiaru częstotliwości wartości $x^*(n)$ należy przypisać chwilom czasowym $t^*(n)$ leżącym w połowie czasu międzyimpulsowego $T(n)$ od $t(n-1)$ do $t(n)$:

$$t^*(n) = \frac{t(n-1) + t(n)}{2} = t_0 + \sum_{i=1}^{n-1} T(i) + \frac{1}{2} T(n) \quad (6)$$

Dwie kolejne wartości $x^*(n-1)$ i $x^*(n)$ są odległe o czas $T^*(n)$:

$$T^*(n) = \frac{T(n-1) + T(n)}{2} \quad (7)$$

W celu uzyskania wartości równomiernie rozmieszczonych w czasie należy przeprowadzić operację resamplingu sygnału.

5. Algorytm resamplingu

Algorytm resamplingu na podstawie ciągów wartości $x^*(n)$ i $t^*(n)$ wyznacza M -elementowy ciąg wartości $x_R(m)$ (8), dla chwil $t_R^*(m)$ odległych od siebie o stały przedział czasu T_R (9).

$$\{x_R(m)\}, \quad m = 1, \dots, M \quad (8)$$

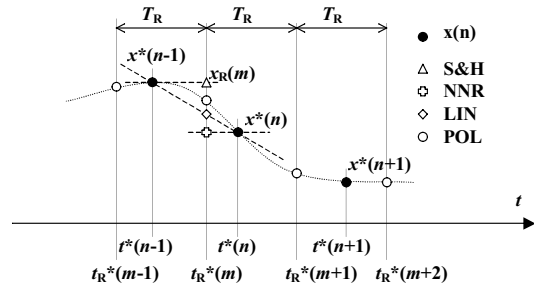
$$t_R^*(m) = t^*(1) + (m-1)T_R \quad (9)$$

Liczba M i okres próbkowania równomiernego T_R muszą być dobrane tak, aby wartości $x^*(n)$ i $x_R(m)$ opisywały przetwarzany sygnał za ten sam przedział czasu T_p^* :

$$T_R = \frac{T_p^*}{M-1}, \quad T_p^* = \sum_{i=1}^N T^*(i) \quad (10)$$

Wartości próbek $x_R(m)$ dla chwil czasowych $t_R^*(m)$ mogą być ustalane na kilka różnych sposobów przedstawionych na rys.5. W metodzie S&H (*Sample & Hold*) próbce $x_R(m)$ przypisuje się

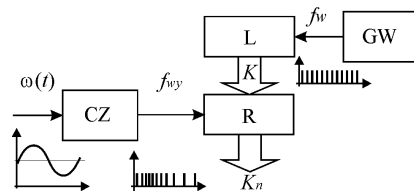
wartość próbki $x^*(n)$ bezpośrednio ją poprzedzającej, a w metodzie NNR (*Nearest Neighbor Resampling*) - wartość próbki leżącej najbliżej niej, tzn. bezpośrednio przed lub za nią. Stosując interpolację liniową lub wielomianem można wyznaczyć wartość próbki $x_R(m)$ na podstawie wartości dwóch lub więcej próbek $x^*(n)$. W pracy do wyznaczania M kolejnych wartości $x_R(m)$ w chwilach czasowych $t_R^*(m)$, zastosowano aproksymację sygnału linią prostą w przedziałach od $t^*(n-1)$ do $t^*(n)$. Wartość pierwsza $x_R(1)$ i ostatnia $x_R(M)$ są odpowiednio równe $x^*(1)$ i $x^*(N)$.



Rys. 5. Metody resamplingu
Fig. 5. Methods of resampling

6. Badania symulacyjne

Zgodnie z rys.2 symulacja pracy czujnika z wyjściem częstotliwościowym w stanach dynamicznych wymaga wyznaczenia dla zadanego kształtu sygnału wejściowego $\omega(t)$ chwil czasowych t_1, t_2, t_3, \dots w których pojawiają się kolejne impulsy sygnału wyjściowego o częstotliwości f_{wy} [3]. W stanach dynamicznych, gdy częstotliwość f_{wy} podlega zmianom, konieczne jest stosowanie układu umożliwiających pomiar wszystkich kolejnych przedziałów międzyimpulsowych T_1, T_2, T_3, \dots . Przykładowy układ pomiarowy przedstawiono na rys.6.



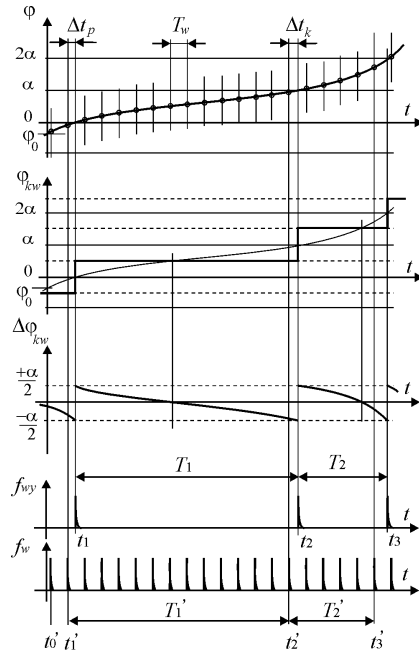
Rys. 6. Schemat blokowy symulowanego układu pomiarowego
Fig. 6. Block diagram of simulated measuring circuit

Czujnik CZ przetwarza zmienny w czasie sygnał wejściowy $\omega(t)$ na częstotliwość f_{wy} . Licznik L zlicza impulsy z generatora wzorcowego GW o częstotliwości f_w . Aktualny stan K licznika jest zatraskiwany w rejestrze buforowym R impulsami wyjściowymi z czujnika. Kolejne kody K_n na wyjściu rejestru R reprezentują chwile czasowe t_n , w których pojawiają się kolejne impulsy wyjściowe czujnika.

Na rys.7 przedstawiono przebiegi czasowe ilustrujące proces symulacji. Należy zauważyć, że chwile czasowe t_1, t_2, t_3, \dots , w których pojawiają się kolejne impulsy sygnału wyjściowego czujnika, nie są znane. Mierzone są jedynie przedziały czasu pomiędzy nimi T_1, T_2, T_3, \dots , metodą cyfrową, poprzez zapełnianie ich impulsami o wzorcowej częstotliwości f_w , co nieuchronnie prowadzi do powstawania błędów kwantowania. Dlatego też, w algorytmie symulacyjnym również zrezygnowano z wyznaczania chwil czasowych t_1, t_2, t_3, \dots , i opierając się na schemacie blokowym przedstawionym na rys.6 wyznaczone są chwile t'_1, t'_2, t'_3, \dots , odpowiadające kolejnym kodom K_n licznika L zatrzaśniętym w rejestrze R.

Całkując sygnał wejściowy $\omega(t)$ czujnika (11) otrzymujemy zależność na chwilową wartość kąta $\varphi(t)$ (12), umożliwiającą wyznaczenie N wartości chwil czasowych t_n , w których pojawiają się kolejne impulsy wyjściowe gdy kąt φ osiąga całkowite

wielokrotności kąta α (13). Przyjmując liczbę otworów w tarczy przetwornika równą m , można iteracyjnie rozwiązać równanie (13) i wyznaczyć $N-1$ wartości czasów T_n (14).



Rys. 7. Przebiegi czasowe w algorytmie symulacyjnym
Fig. 7. Timing chart in simulation algorithm

$$\omega(t) = \frac{d\varphi}{dt} = \omega_0 + A \cdot \sin(\omega_1 t). \quad (11)$$

$$\varphi(t) = \omega_0 t - \frac{A}{\omega_1} \cdot \cos(\omega_1 t) + \frac{A}{\omega_1}, \quad \varphi(0) = \varphi_0 \quad (12)$$

$$\varphi(t_n) = n\alpha, \quad \alpha = \frac{2\pi}{m}, \quad n = 1, 2, \dots, N \quad (13)$$

$$T_n = t_{n+1} - t_n, \quad n = 1, 2, \dots, N-1 \quad (14)$$

Poszukujemy wartości kodów K_n licznika L spełniających nierówność (15), wyznaczających kolejne chwile czasowe t'_1, t'_2, t'_3, \dots (16) i ostatecznie przedziały międzyimpulsowe T'_n (17).

$$\varphi(K_n \cdot T_w + t'_0) \geq n\alpha, \quad \alpha = \frac{2\pi}{m}, \quad n = 1, 2, \dots, N \quad (15)$$

$$t'_n = (K_n - 1)T_w + t'_0 \quad (16)$$

$$T'_n = t'_{n+1} - t'_n, \quad n = 1, 2, \dots, N-1 \quad (17)$$

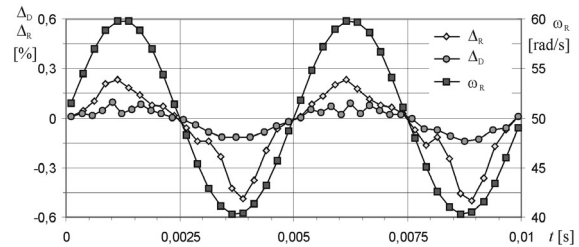
Krok iteracji T_w przy poszukiwaniu rozwiązań nierówności (15) jest równoważny błędowi kwantowania w pomiarze okresu w układzie rzeczywistym.

Zależności od (3) do (10) opisujące algorytm przetwarzania sygnału częstotliwościowego oraz symulacyjne generowanie sygnału wzorcowego na podstawie wzorów (11) – (17) umożliwiają niezależne określenie błędów na każdym etapie przetwarzania. W badaniach wyznaczano wartości chwilowe błędów: dynamicznego Δ_D (18) związanego z uśrednianiem i przypisywaniem wyniku wybranym chwilom czasowym (z uwzględnieniem błędu kwantowania) oraz błędu Δ_R (19) na wyjściu algorytmu resamplingu.

$$\Delta_D(n) = \omega(t^*(n)) - \omega^*(n) \quad (18)$$

$$\Delta_R(m) = \omega(t_R^*(m)) - \omega_R(m) \quad (19)$$

Na rys.8. przedstawiono przykładowe rezultaty symulacji 40 impulsów sygnału wyjściowego czujnika dla $\omega_0=50$, $\omega_1=1256$, $A=10$, fazy początkowej $\varphi_0=0$ oraz chwili początkowej $t_0=0$.



Rys. 8. Przykładowe wyniki symulacji
Fig. 8. Example of simulation results

Do oceny jakości przetwarzania sygnału w torze pomiarowym wygodnie jest posłużyć się pojęciem efektywnej liczby bitów ENOB (Effective Number Of Bits), definiowanej na podstawie stosunku sygnału do szumu SNR na wyjściu przy podaniu na wejście sygnału sinusoidalnego o amplitudzie A (20). Wartość współczynnika SNR można wyznaczyć zgodnie z (21) na podstawie wartości średniokwadratowej błędu określonego zależnością (22).

$$ENOB = \frac{SNR - 1,76dB}{6,02dB} \quad (20)$$

$$SNR = 20 \log \frac{A/\sqrt{2}}{\Delta_D^\sigma} \quad (21)$$

$$\Delta_D^\sigma = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \Delta_D^2(i)} \quad (22)$$

Dla przykładu, wyznaczona efektywna liczba bitów dla sygnału przedstawionego na rys.8 wynosi 10 bitów, podczas gdy dla stanu ustalonego ($\omega=50$ rad/s) układ pomiarowy wg rys.6 z częstotliwością wzorcową $f_w=10$ MHz zapewnia rozdzielczość ponad 20 bitów.

7. Podsumowanie

Przedstawiony algorytm przetwarzania sygnału przetwornika obrotowo-impulsowego może być zastosowany w tych wszystkich przypadkach, w których częstotliwość sygnału niesie informację o wartościach chwilowych przetwarzanej wielkości fizycznej. Poza rozpatrywanymi w przedstawionej pracy badaniami ruchu obrotowego maszyn wirujących może być zastosowany do przetworników z wyjściem częstotliwościowym o dowolnej innej zasadzie działania.

8. Literatura

- [1] E. Pawłowski: Cyfrowe przetwarzanie sygnału przetwornika obrotowo-impulsowego, VII Konferencja Czujniki Optoelektroniczne i Elektroniczne COE 2002, Politechnika Rzeszowska, Rzeszów 5–8 czerwca 2002.
- [2] E. Pawłowski: Symulacyjne badania błędów toru pomiarowego z czujnikiem o wyjściu częstotliwościowym, VIII Konferencja Czujniki Optoelektroniczne i Elektroniczne COE 2004, Politechnika Wroclawska, Wrocław 27–30 czerwca 2004.
- [3] E. Pawłowski: Symulacja czujnika z wyjściem częstotliwościowym w stanach dynamicznych, XXXVIII MKM 2006, Politechnika Warszawska, Warszawa 4–6 września 2006.