

Anna GOLIJANEK-JĘDRZEJCZYK\*

## WPLYW POMIARU DOKŁADNOŚCI NAPIĘĆ NA WYZNACZENIE IMPEDANCJI PĘTLI ZWARCIOWEJ METODĄ Z PRZESUNIĘCIEM $\psi$

Metoda z przesunięciem  $\psi$  to jedna z metod pomiaru impedancji pętli oparta na pomiarze składowych ortogonalnych napięcia umożliwiająca wyznaczenie wartości impedancji pętli znacznie dokładniej niż metody klasyczne. Metoda ma posiada szereg zalet. Z racji tego poddawana jest ona ciągłym analizom metrologicznym pozwalającym na realizację modelu fizycznego miernika działającego w oparciu o tę metodę i odznaczającego się jeszcze lepszymi parametrami metrologicznymi. W artykule przedstawiono wyniki przeprowadzonej analizy metrologicznej mającej na celu wyznaczenie wpływu niepewności pomiaru napięć na dokładność pomiaru impedancji pętli zwarcia przyrządem realizującym ten sposób pomiaru.

### 1. WSTĘP

Mierniki impedancji pętli zwarciowej są stosowane do sprawdzania skuteczności ochrony przeciwporażeniowej w sieciach niskiego napięcia. Obecnie istnieją coraz większe możliwości techniczne, pozwalające na rozwój metod i przyrządów do pomiaru impedancji pętli zwarciowej. Dzięki powszechnemu wykorzystaniu elementów energoelektronicznych oraz mikroprocesorów w układach sterujących i pomiarowych możliwa stała się budowa miernika do pomiaru impedancji pętli metodą z przesunięciem  $\psi$  [1, 2, 3]. Metoda ta ma szereg zalet, najważniejsze z nich to: eliminacja błędu fazowego, mała masa i gabaryty przyrządu wynikające z zastosowania rezystancyjnego obciążenia pomiarowego.

### 2. PODSTAWY TEORETYCZNE METODY Z PRZESUNIĘCIEM $\psi$

Pomiar impedancji pętli zwarciowej  $Z$  metodą z przesunięciem  $\psi$  przebiega zgodnie ze schematem przedstawionym na rysunku 1 [1, 3].

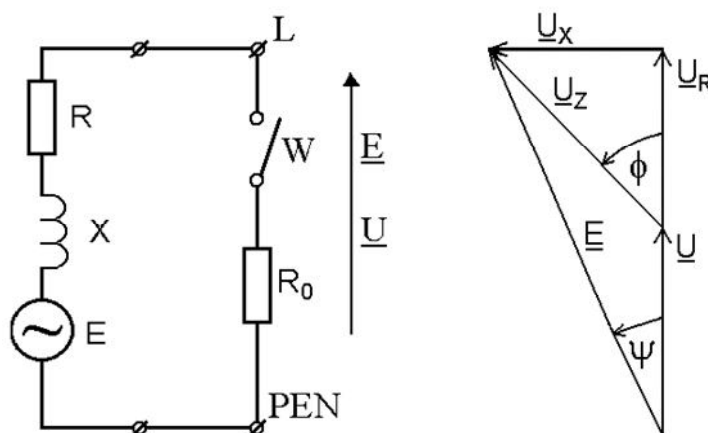
Mierzoną wartością jest impedancja  $Z$  wyrażona zależnością:

$$Z = R + jX \quad (1)$$

---

\* Politechnika Gdańska.

która wyznaczana jest na podstawie pomiaru dwóch napięć: napięcia  $E$  panującego w miejscu badanym przy odłączonym obciążeniu oraz napięcia  $U$  – jakie występuje przy włączonym obciążeniu pomiarowym o znanej wartości rezystancji  $R_0$  oraz pomiarze kąta przesunięcia fazowego  $\psi$  między fazorami napięć  $\underline{E}$  i  $\underline{U}$  [1, 2, 3].



Rys. 1. Zasada pomiaru impedancji pętli zwarciowej: schemat zastępczy obwodu badanego i wykres fazorowy napięć w badanym obwodzie [1]

Impedancję pętli, wyznaczoną metodą z przesunięciem  $\psi$ , opisuje zależność:

$$Z_{\psi} = R_0 \sqrt{\left(\frac{E}{U} - 1\right)^2 + 4 \frac{E}{U} \sin^2 \frac{\psi}{2}} \quad (2)$$

Przesunięcie fazowe  $\psi$  określone jest wzorem:

$$\psi = \frac{2\pi\tau}{T} \quad (3)$$

Przesunięcie czasowe  $\tau$  występuje pomiędzy napięciem  $e(t)$  przed i napięciem  $u(t)$  po załączeniu obciążenia pomiarowego  $R_0$ . Po podstawieniu zależności (3) do wzoru (2), przyjmuje ona następującą postać:

$$Z_{\psi} = R_0 \sqrt{\left(\frac{E}{U} - 1\right)^2 + 4 \frac{E}{U} \sin^2 \left(\pi \frac{\tau}{T}\right)} \quad (4)$$

Według zależności (4) w celu wyznaczenia impedancji pętli zwarciowej metodą z przesunięciem  $\psi$ , należy zmierzyć napięcia  $E$  i  $U$  oraz przesunięcie  $\psi$  między tymi napięciami.

Złożona niepewność standardowa impedancji  $u(Z_{\psi})$  wyznaczona jest na podstawie funkcji pomiaru. Funkcja pomiaru impedancji pętli jest funkcją następujących parametrów:  $Z = f(R_0, E, U, T, \tau) = Z_{\psi}$ .

Zgodnie z prawem propagacji niepewności [4, 5, 6], niepewność wyznaczenia impedancji  $u_c$  została zdefiniowana następująco (przy założeniu braku korelacji między niepewnościami wielkości mierzonych):

$$u_c = \sqrt{\left| \frac{\partial Z_\psi}{\partial R_0} \right|^2 u^2(\Delta R_0) + \left| \frac{\partial Z_\psi}{\partial E} \right|^2 u^2(\Delta E) + \left| \frac{\partial Z_\psi}{\partial U} \right|^2 u^2(\Delta U) + \left| \frac{\partial Z_\psi}{\partial \tau} \right|^2 u^2(\Delta \tau) + \left| \frac{\partial Z_\psi}{\partial T} \right|^2 u^2(\Delta T)} \quad (5)$$

Wcześniej przeprowadzone przez autorkę analizy [1] potwierdziły, że zdecydowanie największy wpływ na dokładność pomiaru impedancji pętli zwarcia ma dokładność z jaką wyznaczone zostaną wartości napięć  $E$  i  $U$ . Dlatego też niepewność pomiaru napięć i wpływ tej niepewności na niepewność pomiaru impedancji pętli zwarcia stały się tematem niniejszego artykułu.

### 3. WPŁYW DOKŁADNOŚCI POMIARU NAPIĘĆ NA WYZNACZENIE IMPEDANCJI PĘTLI ZWARCIA METODĄ Z PRZESUNIĘCIEM $\psi$

#### 3.1. Podstawy teoretyczne

W dalszej części niniejszej publikacji przeanalizowano zależność (5) biorąc pod uwagę tylko składowe związane z pomiarem napięcia  $E$  i  $U$ , czyli rozważając zależność:

$$u_c = \sqrt{\left| \frac{\partial Z_\psi}{\partial E} \right|^2 u^2(\Delta E) + \left| \frac{\partial Z_\psi}{\partial U} \right|^2 u^2(\Delta U)} \quad (6)$$

Pochodne cząstkowe  $\partial Z_\psi$  wartości  $Z_\psi$  względem napięć  $E$  i  $U$  zostały wyznaczone i są opisane odpowiednio poniższymi wzorami:

$$\frac{\partial Z_\psi}{\partial E} = R_0 \left[ 2 \sin^2 \left( \pi \frac{\tau}{T} \right) + \frac{E}{U} \right] \frac{1}{\sqrt{E^2 - U^2 + 4EU \sin^2 \left( \pi \frac{\tau}{T} \right)}} \quad (7)$$

$$\frac{\partial Z_\psi}{\partial U} = -R_0 \frac{E}{U} \left[ 2 \sin^2 \left( \pi \frac{\tau}{T} \right) + \frac{E}{U} \right] \frac{1}{\sqrt{E^2 - U^2 + 4EU \sin^2 \left( \pi \frac{\tau}{T} \right)}} \quad (8)$$

W celu oszacowania niepewności złożonej  $u_c$  koniecznym jest wyznaczenie wariancji pomiaru napięcia  $u^2(\Delta E)$  i  $u^2(\Delta U)$ .

Wiadomym jest, że na dokładność pomiaru napięcia  $E$  wpływ mają następujące czynniki [1, 3]: błąd przetwarzania napięcia przez przetwornik  $\Delta E_{\text{przetw}}$ , błąd konwersji a/c sygnału pomiarowego  $\Delta E_{\text{DAQ}}$ , błąd  $\Delta E_{\text{sk}}$  wynikający z wyznaczenia wartości skutecznej napięcia z niecałkowitej liczby spróbkowanych okresów  $T$ .

Całkowity graniczny błąd pomiaru napięcia  $\Delta E$  na wejściu układu, dla najmniej korzystnego przypadku można wyznaczyć z następującej zależności [1, 3]:

$$\Delta E_{\psi} = |\Delta E_{\text{przetw}}| + |k_u \Delta E_{\text{DAQ}}| + |k_u \Delta E_{\text{sk}}| \quad (9)$$

gdzie  $k_u$  oznacza wzmocnienie przetwornika napięcia.

Wariancję pomiaru napięcia  $u^2(\Delta E)$  można wyznaczyć z następującego wzoru:

$$u^2(\Delta E) = u^2(\Delta E_{\text{przetw}}) + u^2(\Delta E_{\text{DAQ}}) + u^2(\Delta E_{\text{sk}}) \quad (10)$$

Wariancję pomiaru napięcia  $u^2(\Delta E_{\text{przetw}})$  wynikającą z błędu przetwarzania przez przetwornik napięcia wyznaczono, przy założeniu prostokątnego rozkładu prawdopodobieństwa błędu przetwornika  $\Delta E_{\text{przetw}}$ , jako:

$$u^2(\Delta E_{\text{przetw}}) = \left( \frac{\Delta E_{\text{przetw}}}{\sqrt{3}} \right)^2 \quad (11)$$

gdzie błąd przetwarzania napięcia przez przetwornik  $\Delta E_{\text{przetw}}$  definiuje się jako [1]:

$$\Delta E_{\text{przetw}} = \sqrt{(E_{\text{in}})^2 + (\delta k \cdot E_{\text{in}})^2} - E_{\text{in}} \quad (12)$$

Symbolem  $\delta k$  oznaczono procent wartości skutecznej napięcia wejściowego  $E_{\text{in}}$  (wartość ta podawana jest przez producenta przetwornika).

Wariancję pomiaru napięcia  $u^2(\Delta E_{\text{DAQ}})$  kartą pomiarową wyznaczono, przy założeniu prostokątnego rozkładu prawdopodobieństwa błędu konwersji a/c sygnału pomiarowego  $\Delta E_{\text{DAQ}}$ , jako:

$$u^2(\Delta E_{\text{DAQ}}) = \left( \frac{\Delta E_{\text{DAQ}}}{\sqrt{3}} \right)^2 \quad (13)$$

Gdzie wartość błędu granicznego  $\Delta E_{\text{DAQ}}$  pomiaru napięcia kartą pomiarową charakteryzuje następująca zależność [1, 3]:

$$\Delta E_{\text{DAQ}} = \pm \left[ (E_{\text{inDAQ}} \cdot \delta E_{\%R}) + (\Delta E_{\text{offset}} + \Delta E_{\text{noise+quant}} + \Delta E_{\text{temp}}) \right] \quad (14)$$

Przyjęto, że błąd konwersji a/c sygnału pomiarowego  $\Delta E_{\text{DAQ}}$  zależy od: poziomu sygnału wejściowego  $E_{\text{inDAQ}}$ , błędu względnego  $\delta E_{\%R}$  (zależnego od aktualnej wartości mierzonej), błędu addytywnego przesunięcia zera  $\Delta E_{\text{offset}}$ , błędu kwantyzacji i szumu  $\Delta E_{\text{noise+quant}}$  oraz dryftu temperatury  $\Delta E_{\text{temp}}$ .

Wariancję pomiaru napięcia  $u^2(\Delta E_{\text{sk}})$  wynikającą z błędu  $\Delta E_{\text{sk}}$  spowodowanego wyznaczeniem wartości skutecznej napięcia z niecałkowitej liczby spróbkowanych okresów  $(M+\lambda)T$ , przy założeniu trójkątnego rozkładu prawdopodobieństwa tego błędu (ze względu na trójkątny kształt sygnału błędu [7]), oszacowano jako:

$$u^2(\Delta E_{sk}) = \left( \frac{\Delta E_{sk}}{\sqrt{6}} \right)^2 \quad (15)$$

gdzie dla napięcia o sinusoidalnym kształcie, błąd  $\Delta E_{sk}$  określa następująca zależność [1, 7]:

$$\Delta E_{sk} = \sqrt{2} \left[ \frac{\sqrt{\frac{\sin(2\alpha) - \sin(4\pi(M+\lambda) + 2\alpha)}{(M+\lambda)} - 4\pi}}{4\sqrt{\pi}} + \frac{\sqrt{\frac{\sin(2\alpha) - \sin(4\pi M + 2\alpha)}{M} - 4\pi}}{4\sqrt{\pi}} \right] \quad (16)$$

Stosując wyżej wymienioną metodologię postępowania można oszacować wariancję pomiaru napięcia  $u^2(\Delta E)$ . Ze względu na fakt, iż napięcie  $U$  – po załączeniu w układzie miernika rezystora obciążenia pomiarowego  $R_0$  – przetwarzane i mierzone jest przez te same układy co zmierzone napięcie  $E$ , przyjęto, że wariancja  $u^2(\Delta U) = u^2(\Delta E)$ .

### 3.2. Wyniki symulacji komputerowych

Kolejnym etapem przeprowadzonej analizy metrologicznej metody z przesunięciem  $\psi$ , było wykorzystanie przedstawionych w poprzednim podrozdziale niniejszej publikacji zależności w symulacjach komputerowych wykonanych w programie MathCad.

Celem przeprowadzonych symulacji komputerowych było znalezienie odpowiedzi na pytanie postawione na początku tego artykułu a mianowicie: Jak niepewność pomiaru napięcia wpływa na dokładność pomiaru impedancji pętli w metodzie z przesunięciem  $\psi$ ?

Aby móc odpowiedzieć na to pytanie założono następującą konfigurację sprzętową miernika do pomiaru impedancji pętli: rolę przetwornika napięcia pełni przetwornik LEM CV-500, natomiast kartą akwizycji jest karta pomiarowa National Instruments PCI - 6024E.

Dla przetwornika CV-500 LEM graniczny błąd przetwarzania napięcia  $\Delta E_{przetw}$  wynosi 0,46 mV (dla  $\delta k=0,2\%$ ,  $E_{in}=230$  V). Zgodnie ze wzorem (11) wariancja pomiaru napięcia  $u^2(\Delta E_{przetw})$  jest równa  $0,07 \mu V^2$ .

Wariancja pomiaru napięcia  $u^2(\Delta E_{DAQ})$  kartą pomiarową PCI - 6024E, przy napięciu wejściowym  $E_{inDAQ}=10$  V wynosi  $0,124$  mV<sup>2</sup>.

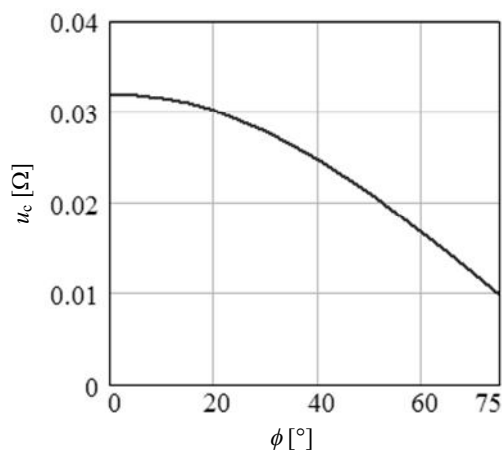
Błąd  $\Delta E_{sk}$  wynikający z wyznaczenia wartości skutecznej napięcia z niecałkowitej liczby próbkowanych okresów (dla  $M=6$ ,  $\alpha=0^\circ$ ,  $E_{in sk}=10$  V oraz

$\lambda=0,375$ ), będzie równy 9,8 mV. Zgodnie ze wzorem (15) wariancja  $u^2(\Delta E_{sk})$  wynosi 0,015 mV<sup>2</sup>.

Niepewność całkowita pomiaru napięcia  $u(\Delta E)$  obliczona ze wzoru (10) dla wcześniej założonych warunków pomiarowych wynosi  $\pm 11,8$  mV przy pomiarze napięcia 230 V.

Dla kąta  $\phi=0^\circ$ , czyli pętli zwarcia o charakterze czysto rezystancyjnym i impedancji  $Z = 1 \Omega$  oszacowana powyżej wartości niepewności pomiaru napięcia przekłada się na największą wartość niepewności pomiaru  $u_c$ , która wynosi  $\pm 0,032 \Omega$ .

Na rysunku 2 przedstawiono zależność wartości niepewności pomiaru  $u_c$  w zależności od kąta  $\phi$ .



Rys. 2. Przebieg  $u_c=f(\phi)$ , dla danych  $E_z=230V$ ,  $Z=1\Omega$ ,  $R_0=10\Omega$

Porównując wyniki symulacyjne z uzyskanymi wynikami eksperymentalnymi, w których prototyp miernika impedancji pętli realizującego metodę z przesunięciem  $\psi$  zbudowany został w oparciu o przetwornik CV-500 LEM i kartę akwizycji PCI 6024E, można stwierdzić, iż uzyskano dużą zbieżność tych wyników albowiem błąd pomiaru impedancji pętli w warunkach eksperymentalnych (dla  $E_z=230V$ ,  $Z=1\Omega$ ,  $R_0=10\Omega$ ) nie przekroczył 3,5 %.

#### 4. PODSUMOWANIE

W artykule zastosowano nowe podejście do analizy metrologicznej metody do pomiaru impedancji pętli – metody z przesunięciem  $\psi$  - wyznaczając niepewność pomiaru napięć  $E$  i  $U$  (zamiast błędów pomiaru tych napięć) i sprawdzając wpływ tej niepewności na błąd pomiaru impedancji pętli.

W efekcie (w tych samych warunkach pomiarowych, dla takich samych parametrów sieci oraz parametrów prototypu miernika realizującego pomiar impedancji pętli w oparciu o metodę z przesunięciem  $\psi$ ) uzyskano znacznie większą zbieżność wyników badań symulacyjnych i eksperymentalnych w przypadku rozpatrywania wariancji pomiarów napięć  $u^2(\Delta E)$  i  $u^2(\Delta U)$  niż w przypadku analizy błędów pomiaru napięć  $E$  i  $U$ .

## LITERATURA

- [1] Golijanek-Jędrzejczyk A. Analiza metrologiczna metody z przesunięciem  $\psi$  do pomiaru impedancji pętli zwarciowej, PE 2009 (in Polish).
- [2] Roskosz R., Sposób i układ do pomiaru modułu impedancji pętli zwarciowej, Patent RP nr 159 333 z dn. 31.12.1992 (in Polish).
- [3] Golijanek-Jędrzejczyk A, Badanie metody pomiaru impedancji pętli zwarciowej wykorzystującej składowe fazora napięcia, Rozprawa doktorska, Politechnika Gdańska, 2006. (in Polish).
- [4] Evaluation of measurement data – Guide to the expression of uncertainty in measurement JCGM 100:2008, GUM 1995. (in English).
- [5] Taylor John R. Wstęp do analizy błęd pomiarowego, Wydanie 2, PWN 2011. (in Polish).
- [6] Janiczek R. Metody oceny niepewności pomiarów, Wydawnictwo SKALMIERSKI, 2008. (in Polish).
- [7] Nowotny M., Sedlacek M., New Class of Time Domain Algorithms of RMS Value Measurement of Non-Coherently Sampled Signals, 14<sup>th</sup> IMEKO Symposium on New Technologies in Measurement and Instrumentation and 10<sup>th</sup> Workshop on ADC Modelling and Testing, I (2005), 235-240. (in English).

## INFLUENCE OF VOLTAGE ACCURACY MEASUREMENT ON THE LOOP IMPEDANCE DETERMINATION USING THE SHIFT $\psi$ METHOD

The shift  $\psi$  method is a method of measuring loop impedance based on orthogonal voltage components that allows the designation of loop impedance values more accurately than in case of traditional methods. The shift  $\psi$  method has a lot of advantages. Therefore, it is constantly the subject of metrological analysis, enabling the implementation of a physical model of the meter, operating on the basis of the method and characterized with much better metrological parameters. The article presents the results of metrological analysis aimed at the designation of the influence of uncertainty on the accuracy of loop impedance measurement using the instrument realizing the measuring method.