# SPECYFIKA ZMIAN OPORU TOCZENIA ŁOŻYSKA WIEŃCOWEGO PODWÓJNEGO W ASPEKCIE DOBORU SIŁ NAPIĘCIA WSTĘPNEGO ŚRUB ŁOŻYSKOWYCH

THE PECULIARITY OF VARIABILITY OF ROLLING RESISTANCE OF TWIN SLEWING BEARING IN ASPECT OF SELECTION OF INITIAL BEARINGS BOLT TENSION

Ludwik Kania, Szczepan Śpiewak – Instytut Mechaniki i Podstaw Konstrukcji Maszyn, Politechnika Częstochowska

W artykule zaprezentowano metodykę doboru siły napięcia wstępnego śrub mocujących łożyska wieńcowego podwójnego do struktur osadczych. W pracy wykorzystano oryginalną metodę wyznaczania momentu tarcia w łożyskach wieńcowych. Do analizy przedstawionych problemów wykorzystano metodę elementów skończonych i analityczny model tarcia tocznego. Wyniki obliczeń przedstawiono w formie graficznej. Metoda obliczeń przedstawiona w artykule może być użyta do analizy innych łożysk wieńcowych.

In the article the method of selection of initial tension force screws fixing the twin slewing bearings to support structures is presented. The original method of determining friction torque for twin slewing bearings is used in the article. The finite element method and analytic model of rolling friction has been used to the analysis of presented problems. The results are shown as a graph. The method presented in the article can be used to the analysis of other kinds of slewing bearings.

## Wprowadzenie

W szerokiej ofercie łożysk tocznych stosowanych w przemyśle maszynowym wyróżnić można specyficzną grupę łożysk wieńcowych, zaliczanych do kategorii łożysk o charakterze specjalnym. Wynika to z cech konstrukcyjno-eksploatacyjnych odróżniających łożyska wieńcowe od łożysk zwykłych, ogólnego stosowania. Do najbardziej istotnych właściwości łożysk wieńcowych zaliczyć można: duże wartości średnic tocznych (od 300 mm), sposób mocowania pierścieni w strukturach osadczych (najczęściej za pomocą śrub mocujących umieszczonych w otworach wykonanych na obwodzie pierścieni łożyska), nacięty na obwodzie jednego z pierścieni wieniec zębaty (istnieją łożyska wieńcowe bez uzębienia), specyfika obciążenia zewnętrznego (dostosowane do równoczesnego przenoszenia sił osiowych Q, promieniowych H i charakterystycznego momentu wywrotnego M, statyczny charakter pracy (wolnobieżny ruch obrotowy nieprzekraczający 15 obr./min, często połączony z cyklem oscylacyjnym, w którym zwykle pierścień nie wykonuje pełnego obrotu), znaczne wytężenie układu element toczny - bieżnia (praca w zakresie odkształceń plastycznych), proporcje wymiarowe pomiędzy średnicą toczną łożyska, a średnicami części tocznych, odmienne materiały stosowane na bieżnie łożysk i na części toczne, duża względna podatność giętno-skrętna pierścieni łożyska w stosunku do podatności osadzenia i podatności strefy styku element toczny - bieżnia, itp.. Typowymi obiektami technicznymi, w których stosuje się łożyska wieńcowe są: żurawie przeładunkowe, maszyny górnictwa podziemnego i odkrywkowego, maszyny wiertnictwa złóż, pojazdy militarne i cywilne, urządzenia energetyki (podgrzewacze powietrza), wywrotnice wagonowe, systemy radarowe [1].

# Uwarunkowania konstrukcyjne łożysk wieńcowych podwójnych

W celu efektywniejszego wykorzystania łożysk wieńcowych do nowo budowanych maszyn, konstruowane są również innowacyjne odmiany łożysk wieńcowych, które w dużym stopniu bazują na rozwiązaniach klasycznych. Przykładem takiego łożyska jest łożysko wieńcowe podwójne (rys. 1). Łożyska te obecnie są traktowane przez niektórych producentów jako wyrób katalogowy [2], a przez innych jako rozwiązanie o charakterze specjalnym, wykonywane indywidualnie na zamówienia odbiorców [3]. Łożyska wieńcowe podwójne znajdują coraz szersze zastosowanie, np. w układach obrotu zarówno śmigła jak i całej gondoli zespołu elektrowni wiatrowych. Głównym parametrem użytkowym łożysk wieńcowych jest nośność statyczna. Przedstawiana jest ona w postaci charakterystyki nośności statycznej tworzącej relację wzajemnych zależności przenoszonego momentu wywrotnego M od siły osiowej Q dla założonej wartości siły promieniowej H (rys. 1). Charakterystyki te normują zakresy dopuszczalnych obciążeń, jakie dane łożysko jest w stanie bezpiecznie przenieść. W przypadku określania nośności statycznej łożysk wieńcowych decydującymi wielkościami, na podstawie których się ją szacuje, są względne deformacje plastyczne strefy styku elementów tocznych (w tym przypadku kulek) i bieżni [1]. Wymusza to konieczność prowadzenia analiz zjawisk zachodzących w węzłach tocznych łożysk wieńcowych. Przekazywanie obciążenia zewnętrznego na elementy toczne i bieżnie łożysk wieńcowych odbywa się za pośrednictwem powierzchni kontaktowych zlokalizowanych pomiędzy pierścieniami łożyska, a strukturami zabudowy, które są do siebie przytwierdzone za pomocą śrub mocujących.



Rys. 1. Parametry geometryczne łożyska wieńcowego podwójnego

Pierścienie łożysk wieńcowych charakteryzują się pewną podatnością na zginanie i skręcanie. Podatność pierścieni łożysk wieńcowych podwójnych w praktyce ograniczana jest poprzez nadanie śrubom mocującym napięcia wstępnego  $S_{w}$ . Realizowane jest to na etapie montażu łożyska w zabudowie, poprzez przyłożenie takiej wartości momentu siły do nakrętki, który spowoduje dociśnięcie siłą  $S_w$  pierścienia łożyska do powierzchni oporowej struktur osadczych. W związku z tym dobór tego parametru będzie miał przełożenie na nośność łożyska. Biorac pod uwagę klasyfikację łożysk wieńcowych przedstawioną w [4], łożyska wieńcowe podwójne stanowią konstrukcję o strukturze monolitycznej z bieżniami utwardzonymi o jednolitych pierścieniach, gdzie elementy toczne (kulki) pracują w układzie czteropunktowym, fizycznie dwurzędowym, obliczeniowo czterorzędowym, jednoszeregowym z opcjonalnym wykonaniem uzębień i średnic osadczych. Ich charakterystyczna zwartość konstrukcji i czteropunktowa strefa styku w fizycznym rzędzie łożyska, pozwala (przy odpowiednio dobranych wymiarach przekroju poprzecznego pierścieni łożyska) na uzyskanie zwiększenia dopuszczalnych obciążeń [5]. Analiza powyższych zagadnień dotyczących nośności łożysk wieńcowych podwójnych jako parametru zależnego od lokalnych deformacji strefy styku wskazuje, że newralgicznymi elementami układu łożysko podwójne-podzespół wsporczy stają się śruby mocujące. Ponieważ liczba lokalnych stref styku w łożysku wieńcowym podwójnym ulega zwielokrotnieniu w odniesieniu do łożysk jednorzędowych, to aby w pełni wykorzystać dopuszczalną obciążalność lokalnego układu kulka-bieżnia, należy prawidłowo dobrać parametry śrub mocujących. Ma to znaczenie również z uwagi na bezpieczeństwo pracy układu łożysko-struktura robocza, gdyż o nośności takiego połączenia decyduje śruba najbardziej wytężona. Szerokość przekroju poprzecznego pierścieni łożysk wieńcowych podwójnych z reguły jest przyjmowana jako zgodna z katalogowymi szerokościami przekrojów poprzecznych łożysk kulkowych jednorzędowych według typoszeregu średnicy tocznej i średnicy kulki tych łożysk [2]. Przez co w łożyskach wieńcowych podwójnych liczba śrub mocujących i ich średnice są takie same jak w przypadku łożysk jednorzędowych. W związku z powyższym, problem wytrzymałości śrub nabiera większego znaczenia, szczególnie przy doborze sił napięcia wstępnego. Przykładowo, zgodnie z zaleceniami pracy [3] wartość tej siły można przyjąć jako 70% siły, która może wywołać odkształcenia plastyczne w śrubie. Wstępne obliczenia nośności statycznej łożysk wieńcowych podwójnych przy sugerowanej wartości napięcia wstępnego śrub [3] wykazały, że przy obciążeniu bliskiemu wartości  $M_{\text{max}}$ wartość siły, jaka powstała w śrubie najbardziej obciążonej

wzrosła o 60% od wartości  $S_w$ . Przy wartościach naprężeń, jakie w tej śrubie powstały, uległaby ona zniszczeniu. Należy zaznaczyć, że w pracy [3] nie sprecyzowano, jakich typów łożysk wieńcowych przywołane zalecenie dotyczy. W związku z tym pierwszym zadaniem niniejszej pracy było przeprowadzenie analizy optymalnego doboru siły napięcia wstępnego śrub mocujących łożyska wieńcowe podwójne. Napinaniu śrub towarzyszy zmiana luzu osiowego łożyska, która znajduje odpowiednie przełożenie na zmianę nośności statycznej łożyska. W efekcie zmianie ulegać będą również opory toczenia, zlokalizowane w strefach styku kulek z bieżniami łożyska. W związku z tym, drugoplanowym zadaniem niniejszej pracy jest wyznaczenie momentu tarcia łożyska wieńcowego podwójnego wywołanego jednoczesnym obciążeniem zewnętrznym oraz napięciem śrub mocujących.

#### Dobór siły napięcia wstępnego śrub

Z punktu widzenia wytrzymałości doraźnej połączeń śrubowych najkorzystniejszy jest układ obciążeń pochodzących od osiowego rozciągania. W łożyskach wieńcowych siły rozciągające śruby są w głównej mierze zależne od wartości momentów wywrotnych i udziału sił osiowych w obciążeniu zewnętrznym. Dodatkowo, znaczący okazuje się charakter przekazywania obciążeń z jednego pierścienia na drugi. Podatność pierścieni, podatność struktur osadczych, podatność strefy styku element toczny-bieżnia oraz luzy łożyskowe powodują zmianę kąta działania stref styku, a tym samym mają wpływ na wartości wypadkowej sił w śrubach. W związku z tym, mając na uwadze złożoność zjawisk wpływających na obciążalność śrub, posłużono się metodą elementów skończonych (MES). W celu przeprowadzenia założonych analiz zbudowano przy użyciu systemu ADINA [6] strukturalny model łożyska wieńcowego podwójnego o następujących parametrach: średnicy tocznej łożyska  $d_t = 1000$  mm, średnicy kulki  $d_k = 35$  mm, współczynniku przylegania kulki do bieżni  $k_p = 0,96$ , luzie osiowym  $L_o = 0,4$  mm, nominalnym kącie działania łożyska  $\alpha_n = 45^\circ$ , liczbie kulek w rzędzie łożyska  $i_k = 74$  twardości powierzchniowej kulek 62 HRC i bieżni 58 HRC, liczbie śrub mocujących (M24 klasy 12,9 [7]) odpowiednio pierścień wewnętrzny i zewnętrzny  $i_s = 36$ . Pozostałe wielości oznaczone na rysunku 1 wynoszą:  $d_{zp} = 1150 \text{ mm}, d_{zo} = 1094 \text{ mm}, d_{wo} = 906 \text{ mm}, d_{wp} = 850 \text{ mm}, h = 115 \text{ mm}, a = 22,5 \text{ mm}, b = c = 11,25 \text{ mm}, L_p = 6 \text{ mm}.$  W celu zabezpieczenia śrub przed ścinaniem, założono, że łożysko będzie osadzone w kołnierzowych dźwigarach pierścieniowych, których wymiary dobrano zgodnie z [4]. Siatkę elementów skończonych modelowanego łożyska przedstawiono na rysunku 2.

W modelu wyodrębniono następujące grupy ośmiowęzłowych elementów skończonych typu 3D-solid [6] (rys. 2): l – pierścień wewnętrzny, 2 – pierścień zewnętrzny, 3 – zabudowa górna, 4 – zabudowa dolna, 7 – sześciokątne łby śrub i nakrętek, 8 – idealnie sztywna płyta, za pośrednictwem której symulowano działanie poszczególnych składowych obciążenia zewnętrznego (poprzez wektory sił  $F_M$ , Q, H). Pomiędzy elementami grup l i 3 oraz 2 i 4 zdefiniowano odpowiednie grupy kontaktowe (K – rys. 2) zgodnie z [6], które pozwalały uwzględnić możliwość wystąpienia poślizgów pomiędzy przyjętymi powierzchniami styku. Natomiast pomiędzy elementami grup 3 i 8 oraz 7 i l, 2, 3, 4 zdefiniowano warunki brzegowe przemieszczeń typu *glued* [6], które podczas symulacji obcią-



Rys. 2. Siatka modelu MES łożyska wieńcowego podwójnego

żenia poprawnie stabilizują położenie tych elementów względem pierścieni łożyska i jego zabudowy. Grupami elementów skończonych dwuwęzłowych belkowych (beam) typu bolt [6], oznaczonymi jako 5 i 6 (rys. 2) zamodelowano śruby. Węzły belek połączono z centralnymi węzłami elementów grupy 7. Przyjmując tego typu uproszczenie, bazowano na wynikach przedstawionych w pracy [8]. Umożliwiło to wyznaczenie wartości naprężeń zredukowanych, które w wystarczającym stopniu przybliżają wyniki do tych, które można uzyskać w bardziej kłopotliwy sposób. Uniknięto bowiem konieczności dyskretyzowania brył śrub elementami typu 3D-Solid oraz wydzielania wolnej przestrzeni międzywęzłowej w grupach elementów skończonych 1, 2, 3, 4 traktowanej geometrycznie jako otwory do umiejscowienia śrub. W konsekwencji skrócono czas obliczeń. Dla elementów typu bolt definiowano kształt i pole przekroju poprzecznego, model materiałowy oraz siły napięcia wstępnego  $S_{\rm wr}$  Takie postępowanie znajduje uzasadnienie, gdyż system ADINA w początkowych iteracjach poszukuje przemieszczeń węzłów modelu wywołanych siłami przyłożonymi do elementów typu bolt [6]. W celu uniknięcia rozwiązania wielokrotnego zadania kontaktowego formułowanego poprzez lokalne strefy styku, pomiędzy kulkami, a bieżniami łożyskakulki zastąpiono układem elementów zastępczych nazywanych superelementami [9]. W zbudowanym modelu wykorzystano konfigurację elementów zastępczych opracowaną w publikacji [10]. Jak pokazano na rysunku 3, superelementy składały się z układu belek B o dużej sztywności połaczonych z elementami prętowymi P, których końcowe węzły zlokalizowano w środkach krzywizn bieżni (punkty: A, B, C, D, E, F, G, H) i węzłach elementów skończonych siatek pierścienia wewnętrznego *1* i zewnętrznego 2. Elementy prętowe P miały zdefiniowaną wieloliniowa charakterystykę materiałowa, której sposób wyznaczania na potrzeby prezentowanego modelu, szczegółowo opisano w pracy [4]. Taki układ elementów symulował lokalne deformacje zachodzące w strefie styku kulka-bieżnia oraz zamianę kąta działania kulek i w konsekwencji pozwalał na wyznaczenie rozkładów reakcji działających na wszystkie kulki w rzędach łożyska. Ponadto, w modelu łożyska przyjęto założenia o izotropowości i idealizacji kształtów modelowanych elementów. Z uwagi na symetrię geometryczną i obciążeniową zamodelowano jedynie połowę struktury pierścieni łożyska i pozostałych elementów, co uwzględniono w obliczeniach. Wymagało to nałożenia odpowiednich warunków brzegowych przemieszczeń węzłów zawierających się w płaszczyźnie podziału modelu. Wartość dopuszczalnej reakcji, jaką można obciążyć pojedynczą kulkę wyznaczono na podstawie analitycznych zależności prezentowanych w pracy [11]. Dla przyjętej geometrii łożyska oraz parametrów materiałowych wartość tej siły wyniosła  $F_{dop} = 117,8$  kN.



Rys. 3. Schematyczna pozycja pierścieni łożyska i elementów zastępczych w stanie przed obciążeniem (a) i po obciążeniu modelu (b) z odwzorowaniem zmian kąta działania strefy styku (c)

W przypadku łożysk wieńcowych podwójnych na przebieg charakterystyk nośności statycznej istotny wpływ ma wartość dopuszczalnego momentu wywrotnego, odpowiadająca zerowym wartościom pozostałych składowych obciążenia zewnętrznego. Dlatego, za główne kryterium poszukiwanych rozwiązań przyjęto uzyskanie jak największej wartości momentu wywrotnego  $M_{\rm max}$  (dla Q, H = 0). Zbiór zmiennych decyzyjnych zawierał: wartości siły napięcia wstępnego śrub  $S_w$ , wartości uzyskiwanego momentu wywrotnego  $M_{\rm max}$  oraz wartości siły działającej na śrubę najbardziej obciążoną  $S_{\rm max}$ przy obciążeniu układu śrub momentem  $M_{\rm max}$ . Ograniczeniami formułowanego zadania były: dopuszczalna siła  $F_{\rm dop}$  jaką można obciążyć pojedynczą strefę styku kulka-bieżnia, oraz graniczna siła  $S_{\rm dop}$  wynikająca z naprężeń dopuszczalnych w śrubach mocujących łożysko.

W celu wyznaczenia optymalnej wartości siły napięcia wstępnego śrub łożyska, posłużono się metodą systematycznego przeszukiwania zbioru sił jakimi można obciążyć analizowane śruby. Ustalono zakres zakładanych sił  $S_w$ , przyjmując górną granicę sił napięcia wstępnego wszystkich śrub mocujących łożysko równą 80% wartości siły zalecanej w publikacji [3] dla śrub o najwyższej klasie wytrzymałości, tj. 12,9. Zgodnie z przyjętymi założeniami w kolejnych cyklach obliczeń dla zadawanych iteracyjnie sił napięcia wstępnego śrub wyznaczano



Rys. 4. Interpretacja wzajemnych zależności zmiennych decyzyjnych analizowanych w oparciu o model łożyska wieńcowego podwójnego

wartość momentu wywrotnego  $M_{\text{max}}$  (dla Q, H=0) oraz wartość sił w śrubie najbardziej obciążonej  $S_{\text{max}}$ . Uzyskano w ten sposób następujące zależności:  $M_{\text{max}} = f(S_w)$  i  $S_{\text{max}} = f(S_w, M_{\text{max}})$ , których interpretację graficzną przedstawiono na rysunku 4.

Na uzyskane zależności należało nałożyć ograniczenie w postaci wartości siły  $S_{\rm max} \leq S_{\rm dop}$ , które pozwoliło na określenie optymalnych wartości siły napięcia wstępnego śrub dla modelowanego układu łożyska wieńcowego podwójnego. Wartość siły  $S_{\rm dop} = 265$  kN przyjęto w oparciu o naprężenia dopuszczalne dla śrub o największej klasie wytrzymałości (12,9) [7] i współczynniku bezpieczeństwa wynoszącym 1,3. Dla przyjętych zmiennych decyzyjnych i parametrów modelowanego układu oraz założonych ograniczeń optymalna wartość siły napięcia wstępnego śrub wyniosła  $S_{opt} = 144$  kN.

# OSZACOWANIE OPORÓW TOCZENIA W ŁOŻYSKU WIEŃCOWYM

Moment tarcia łożyska wieńcowego definiowany jest jako suma iloczynów sił tarcia i ich odległości od osi obrotu łożyska. Mając na uwadze złożoność zjawisk wywołujących całkowity moment tarcia tocznego  $M_T$  praktycznie jest go rozdzielić na dwie wartości, w których jedna  $M_{TI}$  będzie bezpośrednio wynikała z rozmiarów strefy styku element toczny – bieżnia oraz druga  $M_{T2}$  ujmującą pozostałe składowe oporów [12]. Taki podział upraszcza analizę, traktując priorytetowo w obliczeniach jedną z wyszczególnionych wartości. Można przyjąć takie założenie, dlatego że w łożyskach tocznych słabo obciążonych decydujące znaczenie mają skutki wywołane przez moment tarcia  $M_{T2}$ , natomiast w przypadku łożysk silnie obciążonych, przeciwnie, moment tarcia stanowi wartość decydującą. Ponieważ w rozpatrywanym przypadku łożysk mamy do czynienia z oporem toczenia, bazując na pracach [12, 13], do dalszej analizy przyjęto klasyczny teoretyczny model jak na rysunku 5a.

Wykorzystując warunki równowagi przedstawionego układu z uwzględnieniem czteropunktowego styku kulki i bieżni, wzór na siłę tarcia tocznego dla kulki w łożysku wieńcowym można sformułować następująco:

$$T_i = \frac{2e_i}{d_k - \eta_i} N_i \tag{1}$$

Z przyjętego modelu wynika, że przesunięcie  $e_i$  wypadkowej reakcji  $N_i$  i zbliżenie pierścieni  $\eta_i$  są bezpośrednio zależne od wartości  $F_{i}$ . Poszukiwaną wartość  $M_{T1}$  obliczyć można ze wzoru:

$$M_{T1} = 0,5d_t \sum_{i} T_i$$
 (2)

gdzie *i* określa liczbę aktywnych (poddanych ściskaniu) stref styku kulek z bieżniami łożyska, w których generują się siły tarcia tocznego  $T_i$  obliczane za pomocą wzoru (1).

Przyjmując za punkt wyjścia do wyznaczenia wartości  $M_{TI}$ równania (1) i (2), należało określić stan deformacji bieżni powstający po przetoczeniu kuli wraz położeniem e, wypadkowej reakcji bieżni  $N_i$  uzależnionej od wartości siły docisku  $F_i$ . W tym celu zbudowano model MES strefy styku kulki i bieżni łożyska wieńcowego podwójnego, który można jednocześnie wykorzystać do wyznaczenia charakterystyki strefy styku tj. zależności pomiędzy ugięciem strefy styku (zbliżeniem pierścieni)  $\eta_i$ , a wartością reakcji kulki  $F_i$  [1], oraz do określenia wartości  $e_i$ . Na rysunku 5b przedstawiono siatkę modelu MES powstałą w wyniku wydzielania z geometrycznej struktury łożyska wieńcowego segmentu wewnętrznego pierścienia łożyska oraz połowy objętości kulki jak zaznaczono na rysunku 1. Bazując na wytycznych budowania modeli strefy styku zawartych w pracy [1], przyjęto, że w prezentowanym modelu z uwagi na stosunkowo małe wartości krzywizn bieżni określonych po obwodzie pierścienia, segment pierścienia łożyska o kształcie toroidalnym zastąpiono segmentem o prostoliniowych krawędziach o długości równej obwodowej podziałce tocznej rozmieszczenia kulek  $p_{\mu}$  (rys. 5b) mierzonej na średnicy zewnętrznej pierścienia wewnętrznego. Pozostałe krzywizny opisujące styk powierzchni kulki i bieżni łożyska pozostały niezmienione. W opracowanym modelu MES wyodrębniono pięć grup elementów skończonych, oznaczonych kolejno cyframi jak na rysunku 5b, o odmiennych parametrach materiałowych wynikających z przyjętej głębokości zalegania stref zahartowanych. W prezentowanym modelu skorzystano z wytycznych zawartych w pracach [1, 14] określających wskazania pożądanej głębokości zahartowania warstwy wierzchniej z przybliżonym zachowaniem stałej twardości. Grupy elementów skończonych 1 i 3 traktowano odpowiednio, jako zewnetrzne warstwy zahartowane kulki oraz bieżni i modelowano je używając dwuliniowego modelu materiałowego ze wzmocnieniem izotropowym. Natomiast grupy 2 i 4 reprezentowały strefy nieutwardzone, dla których zdefiniowano liniowo-sprężystą postać modelu materiałowego. Grupę 5 stanowiły elementy pomocnicze, niezbędne do ograniczenia przemieszczeń węzłów znajdujących się w górnej powierzchni



Rys. 5. Analityczny (a) i numeryczny MES (b) model tarcia tocznego w łożysku wieńcowym

GÓRNICTWO ODKRYWKOWE

czaszy kulki. W przedstawionym przypadku umożliwiły to warunki brzegowe określone pomiędzy ich powierzchniami - zastosowano warunki brzegowe przemieszczeń typu glued [6]. Dla elementów grupy 5 zdefiniowano liniowo-sprężystą postać modelu materiałowego. Moduł Younga grupy 5 zadano jako 10<sup>4</sup> razy większy niż dla pozostałych grup. Założono izotropowość i idealne kształty modelowanych elementów łożyska. W opracowanym modelu wartością wejściową do obliczeń, symulującą docisk bieżni do kulki, był wektor przemieszczeń v (rys. 5b), orientowany zgodnie z nominalnym kątem działania łożyska. Przemieszczenia grup 3 i 4 wymuszające symulacje obrotu kulki realizowano za pośrednictwem warunków brzegowych opisanych na ściankach bocznych tych grup związanych z wektorem przemieszczeń u (rys. 5b), którego wartość przyjęto jako połowę długości małej półosi elipsy styku b, obliczonej według równań szczegółowo opisanych w pracy [12]. Cykl symulacji przebiegał następująco: w pierwszym kroku zadawano wartość przemieszczenia  $v_i$ , w drugim kroku realizowane było przemieszczenie o stałej wartości  $\boldsymbol{u}$  w kierunku przeciwnym do zwrotu osi X (przyjętego układu współrzędnych), w trzecim



Rys. 6. Wpływ sił napięcia wstępnego śrub na zmianę momentu tarcia w łożysku wieńcowym podwójnym



przy niezmienionej wartości v bieżnia przemieszczała się o wektor -u. Cykle tak prowadzonych obliczeń były wykonywane do chwili osiągnięcia granicznej wartości siły F<sub>dop</sub>. Symulacja obrotu kulki względem bieżni łożyska była realizowana z udziałem węzłów grupy 5 oznaczonych jako A i B (rys. 5b), którym odebrano możliwość przemieszczeń, poprzez co stanowiły one odpowiedniki podpór osi obrotu kulki. Dla kolejnych kroków odpowiadających wzrostowi wartości wektora v, obliczano wartości reakcji węzłów A i B, których wektorowa suma stanowiła wartości odpowiadające sile F<sub>i</sub>. W wyniku przeprowadzonych obliczeń za pośrednictwem modelu strefy styku kulka-bieżnia sporządzono charakterystykę położenia wypadkowej reakcji, tj. zależność  $e_i = f(F_i)$ , przy jednoczesnym wyznaczeniu charakterystyki strefy styku  $\eta_i = f(F_i)$ . Charakterystykę strefy styku zaimplementowano do modelu MES (rys. 2) łożyska wieńcowego podwójnego poprzez przekształcenie wg [4] w wieloliniową charakterystykę materiałową elementów prętowych P (rys. 3). Natomiast charakterystyka  $e_i = f(F_i)$ , której dokładny sposób wyznaczenia zaprezentowano w pracy [15], została wykorzystana do wyznaczenia wartości  $e_i$  we wzorze (1).

Dysponując dystrybucją reakcji działających na poszczególne strefy styku kulka-bieżnia, uzyskane dla kolejno zadawanych wartości sił napięcia wstępnego śrub (wartości zgodne z rys. 4), zwielokrotnionych maksymalną wartością dopuszczalnego momentu wywrotnego  $M_{max}$ , wyznaczono w oparciu o wzór 2 wartości momentu tarcia  $M_{Tl}$ . Uzyskane zależności zaprezentowano na rysunku 6.

Szczegółowe założenia oryginalnej metodyki obliczania wartości  $M_{TI}$  w oparciu o dystrybucję reakcji poszczególnych stref styku, pochodzących od obciążenia zewnętrznego łożyska, przedstawiono w pracy [15]. Należy podkreślić, że przyjęta metoda wyznaczania momentu tarcia tocznego jest z założenia dostosowana do prezentowanych w niniejszym artykule modeli.

b)



Rys. 7. Dystrybucja reakcji F działających na kulki przy zadanych obciążeniach,  $\beta$  – współrzędna kątowa

### Podsumowanie i interpretacja uzyskanych wyników

Na podstawie przeprowadzonych analiz można stwierdzić, że w przypadku łożysk wieńcowych podwójnych zachodzi możliwość optymalnego doboru siły napięcia wstępnego śrub mocujących. Rozwiązanie sfomułowanego zadania z założenia ma zapewnić najwyższą nośność statyczną łożyska przy spełnieniu założonych warunków wytrzymałościowych strefy styku i śrub mocujących. Zgodnie z wynikami obliczeń przedstawionymi na rysunku 4 można stwierdzić, że wraz ze wzrostem siły napięcia wstępnego śrub wzrasta wartość momentu wywrotnego Mmax oraz wartość wypadkowej siły napięcia śrub. Analogiczna zależność występuje pomiędzy siłą napięcia wstępnego śrub, a momentem tarcia  $M_{TI}$  (rys. 6). Okazuje się, że w przypadku analizowanego łożyska obciążalność śrub jest bardziej newralgiczna niż obciążalność strefy styku. Aby mieć możliwość pełnego wykorzystania nośności wynikającej z dopuszczalnego obciążenia strefy styku kulka-bieżnia należy w układach łożysko wieńcowe podwójne stosować śruby o najwyższej klasie wytrzymałości. Przebieg poszukiwanych wartości, zarówno  $M_{max}$  jak i  $M_{TI}$  w zależności od  $S_w$  (rys. 4 i 6) charakteryzuje się zauważalnym skokiem dla przedziału siły  $S_w$  od 92 do 104 kN. Zjawisko to można zinterpretować na podstawie dystrybucji reakcji działających na kulki, którą przedstawiono na rysunku 7. Opisane w legendzie rysunku 6 kierunki działania reakcji kulek oznaczono na rysunku 3.

Dla wartości  $S_w = 105$  kN (rys. 6b) obciążenie kulek w rzędach: górnym i dolnym łożyska jest bardziej równomierne niż dla wartości  $S_w = 92$  kN (rys. 6b). W łożyskach wieńcowych podwójnych skutkiem zmniejszonej różnicy pomiędzy wartościami reakcjami w rzędzie górnym i dolnym jest zwiększona nośność statyczna łożyska. Wynika to z jednoczesnego wykorzystania dopuszczalnej obciążalności strefy styku kulkabieżnia w obu fizycznych rzędach łożyska. Wzrost nośności łożyska spowodował zwiększenie obciążenia poszczególnych kulek i tym samy wzrost momentu tarcia.

Problem optymalnego doboru siły napięcia wstępnego śrub mocujących łożyska wieńcowe podwójne będzie miał większe znaczenie jeżeli zbiór zmiennych decyzyjnych rozszerzy się o wielkości geometryczne definiujące kształt przekroju poprzecznego pierścienia łożyska. Należy zaznaczyć, że przyjęte w modelu parametry łożyska były dobrane zgodnie z zaleceniami sporządzonymi w pracy [4]. Głębszej analizy wymaga również możliwość optymalnego zróżnicowania sił napięcia wstępnego śrub mocujących pierścień wewnętrzny w odniesieniu do śrub utwierdzających zewnętrzny pierścień łożyska.

## Literatura

- [1] Kania L. : Analiza obciążenia wewnętrznego łożysk tocznych wieńcowych w aspekcie ich nośności statycznej. Wydawnictwo Politechniki Częstochowskiej. Seria monografie, nr 111., Częstochowa 2005
- [2] Torriani Gianni s.n.c.: Products Catalogue. Soncino 2008
- [3] Rothe Erde: Slewing berings. Rothe Erde GmbH. Dortmund 2007
- [4] Śpiewak S.: Analiza i dobór parametrów konstrukcyjnych łożysk wieńcowych podwójnych. Praca doktorska, Politechnika Częstochowska, Częstochowa 2012
- [5] Kania L., Śpiewak S.: *Porównanie wybranych parametrów łożysk wieńcowych podwójnych i łożysk wieńcowych jednorzędowych*. Przegląd Mechaniczny, 2013, nr 1, strony: 27-33
- [6] ADINA: Theory and Modeling Guide. Volume 1. ADINA R&D, Inc., Watertown 2007
- [7] DIN / ISO 898
- [8] Mazanek E., Krynke M.: Możliwości modelowania śrub mocujących łożysko wieńcowe. Transport przemysłowy i maszyny robocze, 2010, nr 2(8), strony: 53-57
- [9] Smolnicki T., Rusiński E.: Superelement-based modeling of load distribution in large-size slewing bearings. Journal of Mechanical Design. Published: APR 2007,volume: 129, issue: 459-463
- [10] Daidie A., Chaib Z., Ghosn A.: 3D simplified finite elements analysis of load and contact angle in a slewing ball bearing. Journal of Mechanical Design. ,2008, vol. 130 (8): 082601 (8 pages)
- [11] Brändlein J., Eschmann P., Hasbargen L., Weigand K.: *Die Wälzlagerpraxis*. Vereinigte Fachverlag GmbH, Mainz 1998 (3 wydanie poprawione)
- [12] Krzemiński-Freda H : Łożyska toczne. PWN. Warszawa 1989
- [13] Naleszkiewicz J.: Mechanika techniczna statyka. Wydanie drugie. Państwowe Wydawnictwo Naukowe. Warszawa 1953
- [14] Kania L.: Wyznaczanie dopuszczalnego obciążenia wałeczków w łożyskach wieńcowych. Zeszyty Naukowe Wydziału Mechanicznego Politechniki Koszalińskiej, 40 (2007): 135–142
- [15] Kania L., Śpiewak S.: Wyznaczanie oporów ruchu łożyska tocznego wieńcowego w oparciu o rozkład obciążenia wewnętrznego. Tribologia, 2013, nr 1(247), strony 59-68