

Janusz JANICZEK, Tomasz JANICZEK

POLITECHNIKA WROCLAWSKA, KATEDRA METROLOGII ELEKTRONICZNEJ I FOTONICZNEJ, ul. B. Prusa 53/55, 50-317 Wrocław
 POLITECHNIKA WROCLAWSKA, INSTYTUT INFORMATYKI, AUTOMATYKI I ROBOTYKI, ul. Janiszewskiego 11/17, 50-370 Wrocław

Metoda określania czynników wpływających na charakterystyki przetworników pomiarowych**Dr hab. inż. Janusz JANICZEK**

Prof. nadzwyczajny w Katedrze Metrologii Elektronicznej i Fotonicznej Politechniki Wrocławskiej. Jest absolwentem Wydziału Elektroniki tej uczelni – rocznik 1969. Po ukończeniu studiów pracował w Instytucie Metrologii Elektrycznej gdzie w 1976 r. obronił pracę doktorską. Jego zainteresowania dotyczą kształtowania charakterystyk analogowych torów pomiarowych, przetworników A/C i C/A oraz mikrokontrolerów w zastosowaniu do aparatury pomiarowo-kontrolnej.



e-mail: janusz.janiczek@pwr.wroc.pl

Dr inż. Tomasz JANICZEK

Adiunkt w Instytucie Informatyki Automatyki i Robotyki Politechniki Wrocławskiej. Absolwent Wydziału Elektroniki w 1997 r. Obronił pracę doktorską w 2003 r. Zainteresowania dotyczą przetwarzania obrazów, ułamkowego rachunku różniczkowego, metod statystycznych przeznaczonych do ilościowych analiz zjawisk nieobserwowalnych, zegarstwa.



e-mail: tomasz.janiczek@pwr.wroc.pl

Streszczenie

W artykule przedstawiono zarys metody pozwalającej na określanie czynników wpływających na charakterystyki przetworników pomiarowych bazującą na metodzie Krefft, która, jest przeznaczona do ilościowych analiz zjawisk nieobserwowalnych. Pozwala ona na identyfikację modeli liniowych przy niepełnych danych wejściowych. Przedstawiono wyniki testów tej metody na podstawie przeprowadzonych symulacji z użyciem specjalnie opracowanego programu Krefft-Janiczek. Wyniki badań symulacyjnych wskazują, że może ona mieć zastosowanie do oszacowania wpływu dodatkowych czynników na układy pomiarowe. Podano jak przybliżenie modelu do stanu rzeczywistego zależy od dostępnego materiału pomiarowego i dodatkowych informacji o modelu. Dokładność modelu rośnie wraz z liczbą danych pomiarowych. Z założeń metody wynika, że minimalna liczba danych wynosi 30, przy czym, dla opisanego przypadku, wyniki symulacji wskazują, że zwiększanie danych pomiarowych powyżej 30 skutkuje szybkim przybliżaniem się do modelu rzeczywistego, natomiast szybkość przybliżania maleje, gdy dane przekraczają liczbę 100.

Słowa kluczowe: przetwornik pomiarowy, metoda Krefft, modele zmienionych nieobserwowalnych.

A method for determining the factors affecting measuring transducer characteristics**Abstract**

There is described a statistical method called the Krefft's method in the paper. This method allows for identification of linear models with incomplete input data. There are presented the algorithm and the simulation results of testing the method. The comparative calculations are shown in Figs. 2 and 3. In Fig. 2 there are the simulation results in the case when only the measurement data are known. In Fig. 3 there are the simulation results in the case when the additional data of the test model are known. The simulations show that this statistical method can be applied to estimate the impact of additional factors on measuring systems. The model accuracy increases with the growth in the number of the measurement data. The tests show that for the number of data above 30 the evaluated features quickly bring closer to the features of the original model, but for the number of data above 100 approximation of the real model becomes slower. The results also show that the knowledge of additional data about the measured object is very important for the analysis. Based on the described algorithm, a special program Krefft-Janiczek was developed. It was used for simulation of computations presented in the paper. This program allows estimating the accuracy of calculations.

Keywords: transducer, Krefft's method.

1. Wstęp

W praktyce, na system pomiarowy mogą oddziaływać różne wielkości wpływające, które nie były wcześniej uwzględniane podczas projektowania urządzeń i systemów pomiarowych.

Przy błędnych, jakby się wydawało, wskazaniach przyrządów pomiarowych powstaje pytanie, czy zmieniły się parametry toru pomiarowego, np. zmiana nachylenia charakterystyki przetwarzania, czy są jakieś dodatkowe czynniki zewnętrzne zakłócające pomiary. Jeżeli testy urządzenia wykażą poprawność jego działania to można przeprowadzić analizę wyników pomiarów i stosując metodę ilościowych analiz zjawisk nieobserwowalnych określić czy istnieją dodatkowe czynniki wpływające i oszacować ich wartość.

Zjawiska nieobserwowalne są tak nazywane ze względu na brak możliwości dotarcia do ich pomiarów, wynikającej z natury tych zjawisk, czy przyczyn technicznych. Można do nich zaliczyć zjawiska społeczno-ekonomiczne, których natura nie stwarza możliwości uzyskania w sposób bezpośredni ich pomiarów. Przykładem mogą być wszelkiego rodzaju tzw. wielkości zagregowane (złożone, syntetyczne), takie jak stopień opłacalności stosowania proponowanych technologii określonej produkcji, efektywność metod nauczania języków obcych [1], itp. Metoda ta została również zastosowana, z dobrym skutkiem, w medycynie do budowania modeli różnego rodzaju chorób i zaburzeń [2]. Ma zastosowanie do identyfikacji modeli opisanych funkcją liniową.

Metoda ilościowych analiz zjawisk nieobserwowalnych, nazywana jest metodą Krefft od nazwiska jej autorki Anny Krefft.

Artykuł prezentuje metodę Krefft analizy ilościowej związaną z wielkościami zjawisk, których nie można poddać bezpośrednim pomiarom i jest próbą zastosowania tej metody w praktyce metrologicznej.

W poniższym artykule metoda ta została zastosowana do znalezienia funkcji określającej wpływ czynnika dodatkowego na charakterystykę przetwornika do pomiaru temperatury. Przeprowadzone obliczenia symulacyjne miały na celu ocenę przydatności metody do zastosowań w dziedzinie metrologii.

2. Metoda Krefft

Ogólny opis metody i algorytm obliczeń powstał na podstawie literatury [3] i [4].

Metoda ta polega na konstruowaniu i identyfikacji ilościowych modeli zjawisk nieobserwowalnych, w których zmiennymi objaśniającymi są zmienne dostępne mierzeniu. W metodzie tej wykorzystuje się również informacje określające stymulujący bądź destymulujący wpływ poszczególnych zmiennych objaśniających w odniesieniu do zjawiska nieobserwowalnego oraz informacje o skali rozpiętości wartości jakie zjawisko nieobserwowalne może przyjmować. Ponadto wprowadza się specyficzny algorytm symulacji brakujących pomiarów realizacji zjawiska nieobserwowalnego, które odpowiadają danym na wstępie pomiarom zmiennych objaśniających w modelu.

Symulowane realizacje zmiennej nieobserwowalnej stanowią materiał statystyczny, który umożliwia zastosowanie właściwej,

jednej z tradycyjnych metod identyfikacji ilościowego modelu o ustalonej wcześniej postaci ogólnej.

Ogólnie model funkcyjny zmiennej nieobserwowalnej można zapisać następująco:

$$Y = \varphi(X_1, X_2, \dots, X_k) \quad (1)$$

gdzie: Y – zmienna opisująca zjawisko nieobserwowalne – jest funkcją liniową zmiennych objaśniających, X_1, X_2, \dots, X_k – zmienne objaśniające.

Do identyfikacji modelu (1) metodami tradycyjnymi niezbędny jest materiał statystyczny $[Xy]$, który odpowiednio dotyczy zmiennych diagnostycznych przedstawionych w postaci macierzy $[Tx(K+1)]$ – wymiarowej, gdzie: T – liczba zmiennych objaśniających X_1, X_2, \dots, X_k , oraz zmiennej objaśnianej – Y odpowiadających poszczególnym wierszom macierzy X . W przypadku zmiennej nieobserwowalnej brak jest zmiennej objaśnianej Y , co ilustruje poniższy zapis:

$$X = \begin{bmatrix} X_{11} & \cdot & X_{1K} \\ X_{21} & \cdot & X_{2K} \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ X_{T1} & \cdot & X_{TK} \end{bmatrix}, \quad y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \cdot \\ y_T \end{bmatrix} \quad (2)$$

Brakujące obserwacje zmiennej objaśnianej Y są „rekompensowane” informacjami o „kierunkach wpływu”. Wykorzystuje się tu informacje pozastatystyczne, uzyskane od eksperta dziedziny, której model dotyczy.

„Kierunek wpływu” danej cechy diagnostycznej X_i ($i = 1, 2, \dots, K$) jest dodatni jeśli wzrost (spadek) poziomu tej cechy pociąga za sobą wzrost (spadek) poziomu zmiennej Y . Natomiast „kierunek wpływu” jest ujemny, jeśli wzrost (spadek) poziomu tej cechy powoduje spadek (wzrost) poziomu zmiennej Y .

Przyjęta postać modelu funkcyjnego zmiennej nieobserwowalnej Y jest następująca:

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \dots + \beta_K X_K + \zeta \quad (3)$$

Zadanie polega na wyznaczeniu wartości estymatorów parametrów modelu (3) spełniającego określone kryterium na podstawie danego na wstępie następującego materiału empirycznego: $X - [T \times (K + 1)]$ wymiarowa macierz pomiarów zmiennych $X_1, X_2, \dots, X_K, X_{K+1} \equiv 1$, w modelu (3), κ – informacje o „kierunkach wpływu” poszczególnych zmiennych objaśniających, Y_{\min}, Y_{\max} – wartości określające przedział występowania zmiennej Y .

Obliczenia są realizowane w następujących krokach:

1. Generowany jest ciąg niezależnych realizacji zmiennej Y o rozkładzie normalnym ($Y \sim N(0;1)$) o liczbie elementów:

$$KTn_1 + Tn_1n,$$

gdzie: $n_1 \geq 30, n \geq 30, T$ – liczba wierszy w macierzy X, K – liczba zmiennych diagnostycznych w modelu, $T > K+1$.

2. Ciąg uzyskany w punkcie 1 zostaje podzielony na $(K + n)n_1$ podciągów T -elementowych, które są przedstawione w postaci wektorów:

$$y'_1, y'_2, \dots, y'_{(K+n)n_1} \quad (4)$$

Elementy ciągu (4) powstały w wyniku kolejnego pobierania po T elementów z ciągu generowanego w punkcie 1.

3. Na każdym z wektorów (4) wykonuje się operacje r^+ lub r^- uporządkowania wektorów,

$$r^+(y'_1) = y^*_1, r^+(y'_2) = y^*_2, \dots, r^+(y'_{(K+n)n_1}) = y^*_{(K+n)n_1} \quad (5)$$

4. Z ciągu (5) tworzy się $(K+n)$ podciągów, z których każdy zawiera n_1 wektorów, pobieranych z tego ciągu kolejno:

$$\{y_i^{*(1)}\}, \{y_i^{*(2)}\}, \dots, \{y_i^{*(K+n)}\} \quad i = 1, 2, \dots, n_1 \quad (6)$$

5. Każdemu elementowi $(K+n)$ – elementowego ciągu (6) przyporządkowuje się wektor o współrzędnych rosnących:

$$y_1^{*+}, y_2^{*+}, \dots, y_{K+n}^{*+} \quad \text{albo} \quad y_1^{*-}, y_2^{*-}, \dots, y_{K+n}^{*-} \quad (7)$$

gdzie: j -ta współrzędna każdego wektora y^*_j ($i = 1, 2, \dots, K+n$) ma postać:

$$Y_j^{*(l)} = \frac{1}{n_1} \sum_{i=1}^{n_1} Y_j^{*(i)l} \quad l = 1, 2, \dots, K+n, j = 1, 2, \dots, T \quad (8)$$

6. Na podstawie $(K+n)$ – elementowego ciągu wektorów oszacowuje się parametry:

$$\begin{aligned} \tilde{m}_{y_j^*} &= \frac{1}{K+n} \sum_{i=1}^{K+n} Y_j^{*(i)} \\ \tilde{\sigma}_{y_j^*}^2 &= \frac{1}{K+n} \sum_{i=1}^{K+n} (Y_j^{*(i)} - \tilde{m}_{y_j^*})^2 \end{aligned} \quad (9)$$

Następnie każda współrzędna każdego wektora ciągu (7) zostaje przekształcona liniowo:

$$\frac{Y_j^{*(l)} - \tilde{m}_{y_j^*}}{\tilde{\sigma}_{y_j^*}}, \quad l = 1, 2, \dots, K+n, j = 1, 2, \dots, T \quad (10)$$

Po przekształceniu (10) ciągu współrzędnych wektorów (7) mogą tracić własność monotoniczności. Aby zachować tę własność, każdą wartość $\tilde{m}_{y_j^*}, j = 1, 2, \dots, T$, zmniejsza się o wartość $\gamma_j^{(l)}, l = 1, 2, \dots, K+n$, tak aby był spełniony warunek:

$$\frac{Y_j^{*(l)} - (\tilde{m}_{y_j^*} - \gamma_j^{(l)})}{\tilde{\sigma}_{y_j^*}} < \frac{Y_{j+1}^{*(l)} - (\tilde{m}_{y_{j+1}^*} - \gamma_{j+1}^{(l)})}{\tilde{\sigma}_{y_{j+1}^*}}, \quad j=1, 2, \dots, T-1, l=1, 2, \dots, T \quad (11)$$

Uzyskany w ten sposób ciąg wektorów (7) stanowi zbiór takich wektorów, dla których przyjmuje się, że każdy reprezentuje próbę losową zmiennej $Y \sim N(0;1)$.

W kolejnych krokach przechodzi się do tworzenia materiału statystycznego $[Xy^*]$, niezbędnego do identyfikacji modelu (3).

1. $X_1 = \begin{cases} h_1^{(1)}(Xy_1^{*+}) & \text{kierunek wpływu jest dodatni} \\ h_1^{(2)}(Xy_1^{*-}) & \text{kierunek wpływu jest ujemny} \end{cases} \quad (12)$

2. $X_2 = \begin{cases} h_2^{(1)}(Xy_2^{*+}) & \text{kierunek wpływu jest dodatni} \\ h_2^{(2)}(Xy_2^{*-}) & \text{kierunek wpływu jest ujemny} \end{cases} \quad (13)$

- K. $X_K = \begin{cases} h_K^{(1)}(Xy_K^{*+}) & \text{kierunek wpływu jest dodatni} \\ h_K^{(2)}(Xy_K^{*-}) & \text{kierunek wpływu jest ujemny} \end{cases} \quad (14)$

Macierz X_K jest $[Tx(2K+1)]$ – wymiarowa. Macierz ta składa się z dwóch bloków: X^* i \tilde{Y}^* , które odpowiednio stanowią X_K^* – łączne obserwacje zmiennych objaśniających w modelu (3) oraz macierz $(T \times K)$ – wymiarową, która obejmuje symulowane realizacje zmiennej $Y \sim N(0;1)$.

Współrzędne wektora \tilde{y}_0^* zostają przekształcone liniowo:

- a) jeżeli przekształcenie wektora ma służyć jako materiał statystyczny dla modelu (3) zmiennej zagregowanej, to najwygodniej jest go unormować, tak by reprezentował próbę zmiennej $Y - N(0;1)$.
- b) jeżeli wektor ten ma reprezentować próbę zmiennej nieobserwowalnej, to należy uwzględnić przedział występowania tej zmiennej $Y_{\min} - Y_{\max}$. Można wprowadzić wystarczająco dokładną aproksymację parametrów rozkładu zmiennej nieobserwowalnej Y zależnością:

$$\frac{Y_{\max} - Y_{\min}}{6} = \tilde{\sigma}_Y \quad (15)$$

Co wynika z prawa 3 σ : $\frac{Y_{\max} - Y_{\min}}{2} = \tilde{\mu}_Y$.

Wektor \tilde{y}_0^* zostaje liniowo przekształcony w wektor \tilde{y}^* tak, by reprezentował próbę zmiennej $Y - N(\tilde{\mu}_Y, \tilde{\sigma}_Y)$. Macierz $[\mathbf{X}^* \tilde{y}^*]$ stanowi niezbędny, w tym przypadku, materiał statystyczny do identyfikacji modelu (3). Można go też przedstawić w takiej postaci, aby zamiast bloku \mathbf{X}^* występował blok \mathbf{X} – macierz danych na wstępie. Osiąga się to przez odpowiednie przetasowanie wierszy macierzy $[\mathbf{X}^* \tilde{y}^*]$. Po tej operacji materiał ten można zapisać jako: $[\mathbf{X} \mathbf{y}^*]$.

Z zależności:

$$\mathbf{b} = (\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{y}^* \quad (16)$$

można wyznaczyć ciąg wektorów: b_1, b_2, \dots, b_n , który określa zbiór modeli:

$$Y = b_1^i X_1 + b_2^i X_2 + \dots + b_k^i X_k + b_0^i + \mu^i, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (17)$$

Przyjmuje się ten model, dla którego wartość przyjętego kryterium jest optymalna. Obliczenia funkcji na podstawie powyższego algorytmu zrealizowano w środowisku MATLAB.

3. Badania symulacyjne metody Krefft

W badaniach symulacyjnych wykorzystano specjalnie opracowany program Krefft-Janiczek pozwalający na wyliczenie modelu dla zmiennej nieobserwowalnej na bazie dostarczonych przez eksperta znanych czynników opisujących dane zjawisko.

Objektem badań nad zastosowaniem metody Krefft był przetwornik do pomiaru temperatury zaimplementowany w mikrokontrolerach Rodziny MSP430 firmy Texas Instruments. Podstawowa charakterystyka tego przetwornika jest opisana funkcją liniową, co spełnia warunek zastosowania metody Krefft:

$$U_T = T_C (273 + t) + V_{Off} \quad (18)$$

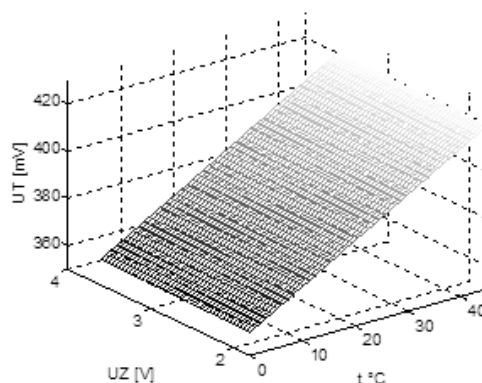
gdzie: U_T – napięcie wyjściowe przetwornika [mV], $T_C = 1.32$ mV/K, t – temperatura [°C], V_{Off} – napięcie offsetu [mV].

Jak wynika z danych katalogowych napięcie V_{Off} może się zmieniać w zakresie ± 100 mV, przy czym, jak wykazały szczegółowe badania, napięcie offsetu zależy od napięcia zasilania. Uwzględniając wpływ zmiany napięcia zasilania w zakresie $1.8 \div 3.6$ V, charakterystykę przetwornika można opisać zależnością:

$$U_T = T_C (273 + t) + 0.49 U_Z - 1.27 \quad (19)$$

gdzie: U_Z – napięcie zasilania [V].

Funkcja (19) jest przedstawiona na rysunku 1.



Rys. 1. Wykres funkcji z zależności (13)

Fig. 1. Graph of function (13)

Do badań symulacyjnych przyjęto, że nieznanym jest współczynnik z jakim napięcie zasilania wpływa na wartość napięcia wyjściowego z przetwornika temperatury. Przyjęto również, że szukana funkcja ma postać:

$$U_Z = f(U_T, t) \quad (20)$$

Do wyznaczenia funkcji (20) należy znać wartości odpowiednio dla U_T i t . Wartości dla U_T zostały wyliczone z zależności (13) na podstawie przyjętych losowo wartości t i U_Z .

Przekształcając zależność (19) otrzymuje się:

$$U_Z = \beta_2 U_T - \beta_1 t + \beta_0 \quad (21)$$

Z zależności (15) wynika, że kierunek wpływu wartości U_T na wartość U_Z jest dodatni, a kierunek wplywu wartości t na wartość U_Z jest ujemny, co zostało uwzględnione w algorytmie obliczeń.

Obliczenia zostały przeprowadzone w dwóch wariantach. W wariantcie pierwszym przyjęto, że znane są tylko wartości temperatury t i napięcia wyjściowego U_T , a w drugim wariantcie obliczeń został uwzględniony współczynnik T_C i stała 273. Miało to na celu określenie jak znajomość współczynników szukanej funkcji wpływa na dokładność obliczeń.

Obliczenia zostały przeprowadzone dla trzech grup danych zawierających po 30, 100 i 500 próbek.

Wyniki obliczeń współczynników β dla wariantu I są przedstawione w tabeli 1.

Tab. 1. Współczynniki β dla wariantu I
Tab. 1. Coefficients β for variant I

n	β_2	β_1	β_0
30	-7.53	1.47	-425.32
100	-6.59	2.08	-571.32
500	-6.48	2.03	-596.32

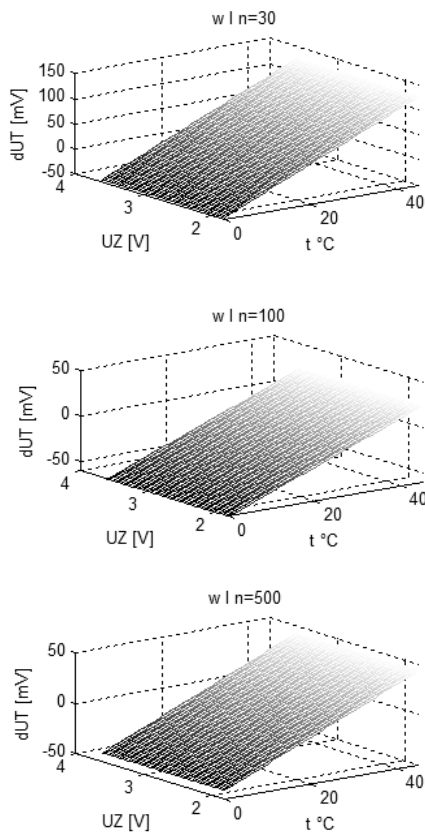
Po przekształceniu, z uwzględnieniem współczynników β , otrzymano następujące funkcje, kolejno dla $n = 30, 100, 500$:

$$U_{T30} = 5.12 t + 0.68 U_Z + 289.33 \quad (22)$$

$$U_{T100} = 3.17 t + 0.48 U_Z + 274.67 \quad (23)$$

$$U_{T500} = 3.19 t + 0.49 U_Z + 293.75 \quad (24)$$

Różnice pomiędzy funkcją pierwotną a funkcjami otrzymanymi z obliczeń są przedstawione na rysunku 2.



Rys. 2. Różnice pomiędzy funkcją pierwotną a funkcjami otrzymanymi z obliczeń dla wariantu I

Fig. 2. Differences between the original function and the functions obtained from the calculations for variant I

W wariantcie II do obliczeń wprowadzono zmienną:

$$t_w = 1.32(277 + t) \quad (25)$$

Współczynniki β otrzymane z obliczeń są przedstawione w tabeli II:

Tab. 2. Współczynniki β dla wariantu II
Tab. 2. Coefficients β for variant II

n	β_2	β_1	β_0
30	-1.21	1.55	-502,19
100	-2.37	2.21	-750,85
500	-2.50	2.11	-736,85

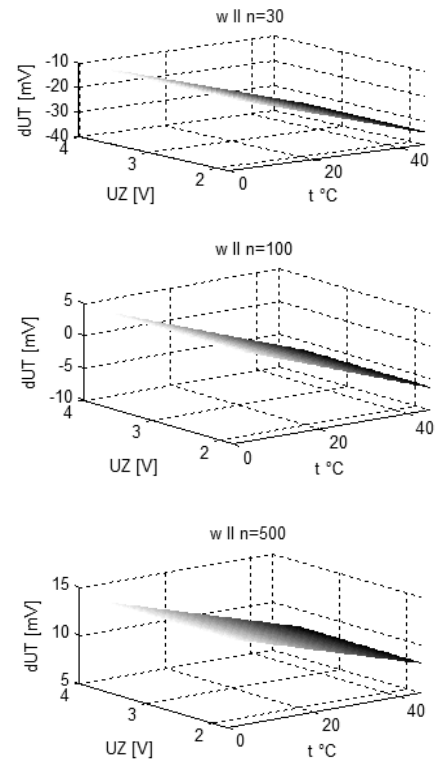
Po przekształceniu z uwzględnieniem współczynników β , otrzymano następujące funkcje, kolejno dla $n = 30, 100, 500$:

$$U_{TII30} = 0.78 t + 0.64 U_Z + 323.99 \quad (26)$$

$$U_{TII100} = 1.07 t + 0.45 U_Z + 339.75 \quad (27)$$

$$U_{TII500} = 1.18 t + 0.47 U_Z + 349.21 \quad (28)$$

Różnice pomiędzy funkcją pierwotną a funkcjami otrzymanymi z obliczeń są przedstawione na rysunku 3.



Rys. 3. Różnice pomiędzy funkcją pierwotną a funkcjami otrzymanymi z obliczeń dla wariantu II

Fig. 3. Differences between the original function and the functions obtained from the calculations for variant II

4. Wnioski

Opisane w artykule wyniki badań symulacyjnych metody Krefft do określenia wielkości wpływu dodatkowego czynnika na charakterystykę czujnika do pomiaru temperatury jest wstępnym rozeznaniem możliwości zastosowania tej metody w metrologii i wymaga dalszych badań.

Z przeprowadzonych badań wynika, że metoda ta pozwala na oszacowanie wpływu dodatkowych czynników na układy pomiarowe. Ponieważ jest to metoda statystyczna, to dokładność modelu rośnie wraz z liczbą danych pomiarowych. Z założeń metody wynika, że minimalna liczba danych wynosi 30, przy czym, dla opisanego przypadku, wyniki symulacji wskazują, że zwiększanie danych pomiarowych powyżej 30 skutkuje szybkim przybliżaniem się do modelu rzeczywistego, natomiast szybkość przybliżania maleje, gdy dane przekraczają liczbę 100.

Istotny wpływ na dokładność modelu mają również wszelkie dodatkowe dane o mierzonym zjawisku, np. jego zakres.

5. Literatura

- [1] Lewicki E. R.: Innowacyjność w sugestopedycznym nauczaniu języków obcych. Oficyna Wydawnicza Uniwersytetu Wrocławskiego. Wrocław 1990.
- [2] Sadowska L.: Neurokinezyologiczna diagnostyka i terapia dzieci z zaburzeniami rozwoju psychoruchowego. Oficyna Wydawnicza Akademii Wychowania Fizycznego we Wrocławiu. Wrocław 2001.
- [3] Krefft A.: Funkcje diagnostyczne zjawisk nieobserwowalnych. Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej. Wrocław 1999.
- [4] Krefft A., Galanc T., Pandel W.: Models of Non-observable Variables. Systems Journal of Transdisciplinary Systems Science. vol9 number 1-2, 2004.