

Zastosowanie symulacji i optymalizacji w zarządzaniu procesem produkcji — analiza przypadku

The use of simulation and optimization in managing the manufacturing process — case study

W artykule opisano jak używać technologii symulacji do zwiększenia możliwości menedżerów w zarządzaniu procesem produkcji. Dokonano analizy problemu maksymalizacji zysku przy ograniczonych zasobach czasu pracy maszyn. Każda maszyna ma ograniczony czas pracy, po czym zużywa się. Decydent powinien uzyskać informację ile przedsiębiorstwo musi produkować wybranego rodzaju dóbr, aby osiągnąć maksymalne zyski przed zużyciem się maszyn. W przedstawionym przypadku zostały przetestowane dwa narzędzia, eksperymentator FlexSim i optymalizator OptQuest. Dzięki otrzymanym wynikom badań, menedżerowie będą mogli bardziej efektywnie zarządzać procesem produkcji i zyskać przewagę konkurencyjną na rynku.

Słowa kluczowe:

symulacja, optymalizacja, FlexSim, OptQuest, zarządzanie produkcją, programowanie liniowe.

This article describes how to use simulation technology to increase possibilities of managers in managing manufacturing process. It has been analyzed problem of the maximizing profit, at limited process time resources. Each machine has a limited time of work, and then it breaks down. The decision maker should get a information, how many the enterprise must to produce selected kind of goods to achieve maximum profits, before the machines will break down. In presented case has been tested two tools, experimenter FlexSim and optimizer OptQuest. Thanks to results of the research, managers will be able to manage more effectively their process of production and gain competitive advantage on the market.

Key words:

simulation, optimization, FlexSim, OptQuest, production management, linear programming.

Wstęp

W planowaniu procesu produkcyjnego klasycznym problemem jest podejmowanie decyzji dotyczących maksymalizacji zysku przy ograniczonych zasobach czynników produkcji. Najczęściej ograniczenia te dotyczą czasu, kapitału lub ludzi. W przedstawionym przypadku ograniczenia dotyczą czasu pracy maszyn, a decydenci muszą zapewnić ich optymalne wykorzystanie. W związku z tym, że produkcja staje się coraz bardziej skomplikowana, a obliczenia analityczne są żmudne i czasochłonne, na rynku pojawia się coraz więcej oprogramowania wspomagającego zarządzanie. Począwszy od arkusza kalkulacyjnego, a skończywszy na oprogramowaniu symulacyjnym, które może wygenerować ostateczny kod źródłowy dla obrobarek numerycznych.

W przedstawionej pracy podjęto próbę analizy prostego procesu produkcyjnego, której celem jest pokazanie możliwości zastosowania eksperymentu symulacyjnego i optymalizacji. Do analizy przypadku

zastosowano oprogramowanie symulacyjne FlexSim z wbudowanym optymalizatorem OptQuest. Jest to stosunkowo popularne narzędzie, gdyż stanowi dodatek do wielu komercyjnych pakietów symulacyjnych, m.in. Arena, FlexSim, Promodel, Quest czy Simul8. Optymalizator OptQuest stosuje trzy podstawowe mechanizmy: algorytm scatter search, wyszukiwanie tabu oraz sieć neuronową, ich szerszy opis można znaleźć w literaturze (Law, 2007). Może być stosowany do optymalizacji układów liniowych jedno- i wielokryterialnych oraz systemów nieliniowych (Laguna, 1997). W tym przypadku jest to model opisany liniowym układem równań z jednym kryterium optymalizacji.

Opis problemu

Mamy następującą sytuację, która występuje w przemyśle. Oczywiście czas pracy, liczba maszyn, czy ich konfiguracja mogą być różne w zależności od potrzeb przedsiębiorstwa. W badanym przypadku

pokazano sytuację, gdzie przedsiębiorstwo posiada linię produkcyjną, na której wytwarzane są dwa wyroby *A* i *B*. Obróbka wyrobów wykonywana jest kolejno na trzech maszynach *M1*, *M2*, *M3*. Maszyny mają swoją żywotność, ich czasy pracy są ograniczone i wynoszą odpowiednio dla *M1* — 33 000, dla *M2* — 13 000 i dla *M3* — 80 000 godzin. Zużycie czasu pracy maszyn na produkcję jednostki każdego wyrobu podano w dwóch zestawach danych (tab. 1 i 2). W tabeli 1 czasy obróbki podano w pełnych godzinach. Natomiast w tabeli 2 do opisu czasu pracy maszyn zastosowano rozkład normalny $N(\mu, \sigma)$, gdzie: μ — wartość oczekiwana (średnia), σ — odchylenie standardowe. W tabeli 2 średnie μ mają taką samą wartość jak dane z tabeli 1, dodano do nich jedynie odchylenie standardowe. Uwzględnia ono sytuację, w której obróbka detalu odbywa się z udziałem operatora (pracownik lub grupa pracowników). Wówczas czasów obróbki nie da się opisać konkretną liczbą, więc zastosowano określony rozkład statystyczny.

Tabela 1

Dane empiryczne zestaw pierwszy

Maszyny	Zużycie czasu pracy na jednostkę wyrobu	
	A	B
<i>M1</i>	3	1
<i>M2</i>	1	1
<i>M3</i>	5	8

Źródło: Kukuła, 2006.

Tabela 2

Dane empiryczne zestaw drugi

Maszyny	Zużycie czasu pracy na jednostkę wyrobu	
	A	B
<i>M1</i>	$N(3, 1.0)$	$N(1, 0.5)$
<i>M2</i>	$N(1, 0.5)$	$N(1, 0.5)$
<i>M3</i>	$N(5, 2.0)$	$N(8, 2.0)$

Źródło: opracowania własne.

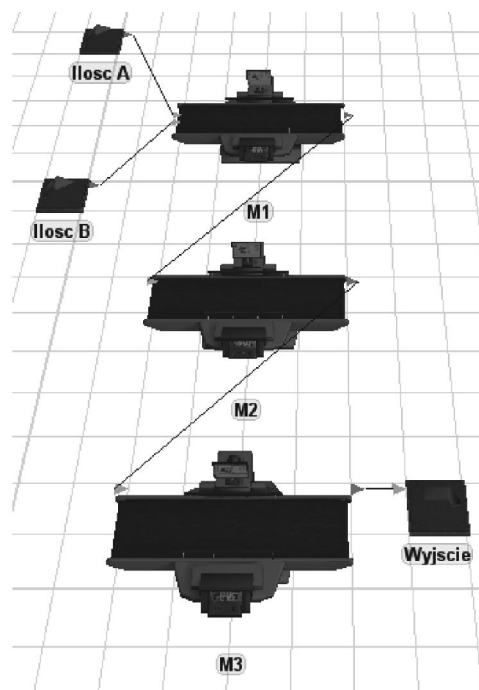
Zysk ze sprzedaży wyrobu *A* wynosi 1 zł, natomiast ze sprzedaży wyrobu *B* — 3 zł. Analiza danych z lat ubiegłych pokazała, że rynek nie może wchłonąć więcej niż 7000 szt. wyrobu *B*. Należy zaplanować strukturę asortymentową produkcji dla pierwszego i drugiego zestawu danych tak, aby osiągnąć maksymalny zysk ze sprzedaży wyrobów gotowych. Zbudować model matematyczny, modele wizualizacyjne dla przeprowadzenia eksperymentu symulacyjnego oraz optymalizacji i porównać otrzymane wyniki.

Eksperyment symulacyjny

Aby lepiej zrozumieć zasadę przeprowadzania eksperymentu symulacyjnego, celowo podano opisy czasu pracy maszyn w dwóch zestawach danych. Jako pierwszy zostanie przeprowadzony eksperyment, w którym produkcja jest zautomatyzowana i odbywa się bez udziału operatora. Drugi eksperyment odnosi się do sytuacji, w której do obsługi maszyny potrzebny jest operator (najczęściej człowiek), a czasy obróbki opisane są rozkładami statystycznymi. Do przeprowadzenia tych dwóch eksperymentów symulacyjnych zbudowano model procesu produkcji zgodny z rzeczywistością. Opisaną produkcję można zwizualizować prostym modelem przedstawionym na rysunku 1. Występują w nim dwa źródła symbolizujące wytwarzane ilości wyrobów *A* i *B*, trzy maszyny *M1*, *M2*, *M3* realizujące obróbkę oraz wyjście dla produktów gotowych.

Rysunek 1

Model linii produkcyjnej



Źródło: projekt własny.

Uruchomienie przedstawionego modelu w środowisku programu spowoduje wizualizację całego procesu, a jego działanie będzie trwało aż do chwili przerwania przez użytkownika. Ideą eksperymentu jest znalezienie struktury asortymentowej zapewniającej największe zyski dla wybranych scenariuszy produkcji. W tym celu należy wprowadzić wymagane limity pracy maszyn, a także zużycia czasu na obróbkę jednostki wyrobu. Ograniczenia te zrealizowano przez zaprogramowanie odpowiedniej procedury dla ma-

szyny *M1* w zakładce *Triggers, OnEntry*. Kod źródłowy dla procedury realizującej warunki zadania z tabeli 2 przedstawiono poniżej:

```
/* Zużycie czasu na jednostkę wyrobu I */
if (getitemtype (item) == 1) {
inc (gettablecell („Czas”, 1, 1), normal (3,1,0));
inc (gettablecell („Czas”, 1, 2), normal (1,0.5,0));
inc (gettablecell („Czas”, 1, 3), normal (5,2,0));
} else {
/* Zużycie czasu na jednostkę wyrobu II */
inc (gettablecell („Czas”, 1, 1), normal (1,0.5,0));
inc (gettablecell („Czas”, 1, 2), normal (1,0.5,0));
inc (gettablecell („Czas”, 1, 3), normal (8,2,0));
}
/* Limity czasu pracy maszyn M1, M2, M3 */
if (gettablenum („Czas”, 1, 1) >=33000)
{closeinput (current); }
if (gettablenum („Czas”, 1, 2) >=13000)
{closeinput (current); }
if (gettablenum („Czas”, 1, 3) >=80000)
{closeinput (current); }
```

Tabela 3
Scenariusze ilości produkcji realizowane w eksperymencie

	Variable	Scenario 1	Scenario 2	Scenario 3	Scenario 4	Scenario 5
A	MODEL:/Ilosc A>variables/sequence/Arrival1/Quantity	6500	6000	5000	6000	7000
B	MODEL:/Ilosc B>variables/sequence/Arrival1/Quantity	6000	6500	7000	7000	7000

Źródło: opracowanie własne.

Dla warunków zadania z tabeli 1 kod źródłowy będzie identyczny z wyjątkiem rozkładów statystycznych, które należy pominąć i zastąpić liczbami całkowitymi. Szczegółowe instrukcje dotyczące posługiwania się oprogramowaniem można znaleźć w literaturze (Beaverstock, Greenwood, Lavery, Nordgren, 2011) lub w pomocy użytkownika. Należy wspomnieć, że w ustawieniach domyślnych wszystkich maszyn w zakładce *Processor*, parametr *Process Time* należy ustawić na zero. W naszym przypadku jest on nieistotny, gdyż *Process Time*, czyli czas obróbki, jest zliczany w tabeli globalnej *Czas* za pomocą powyższego kodu programu w maszynie pierwszej.

W celu ustalenia maksymalnych możliwości wytworzenia wyrobu $A \rightarrow \max$ przy produkcji $B = 0$ i $B \rightarrow \max$ przy $A = 0$ dwukrotnie uruchomiono model symulacyjny. Ustalono, że przy zerowej produkcji wyrobu *B* maksymalna ilość *A* wyniosła $A = 11\,000$ szt., a przy zerowej produkcji *A* maksymalna ilość *B* wyniosła $B = 10\,000$ szt. Daje to decydentowi wstępny rząd wielkości danych, jakimi może się posłużyć projektując poszczególne scenariusze produkcji potrzebne do przeprowadzenia eksperymentu. W związku

z tym, że analiza historycznych danych dotyczących sprzedaży pokazała, że rynek może wchłonąć maksymalnie 7000 szt. wyrobu *B*, przedział ten zostaje jeszcze bardziej doprecyzowany. Wiadomo, że nie wolno przekroczyć 7000 szt. wyrobu *B*, ponieważ firma poniesie straty. Decydenci zaproponowali przeprowadzenie symulacji potencjalnych zysków zgodnie z ilościami poszczególnych asortymentów zestawionych w tabeli 3. Zdecydowano się na pięć scenariuszy eksperymentu.

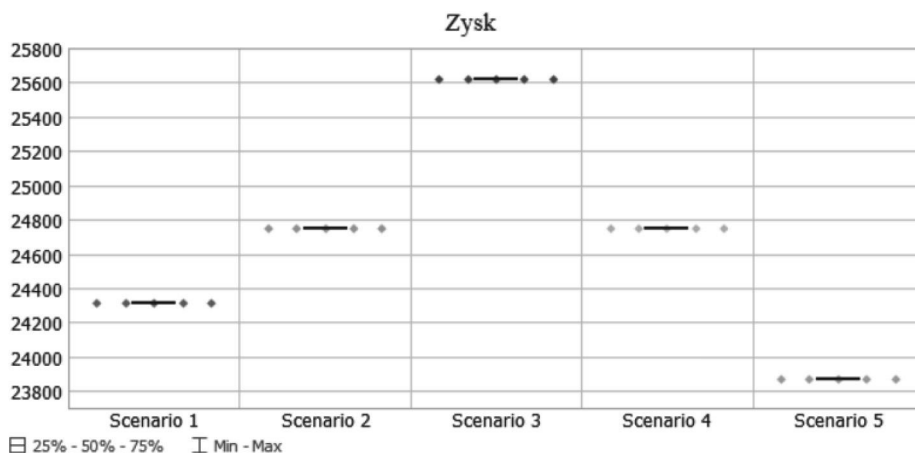
W wyniku działania procedury programu model symulacyjny zostaje zatrzymany automatycznie po przekroczeniu ogólnego limitu czasu pracy albo po przekroczeniu jednostkowych nakładów czasu pracy maszyn potrzebnych na realizację procesu produkcji. W kodzie programu uwzględniono te dwa kryteria ograniczające, wszystkie inne parametry maszyn pozostają bez zmian. Wyniki eksperymentu dla danych z tabeli 1 przedstawiono na rysunku 2, natomiast wyniki dla danych (z udziałem operatorów) opisanych rozkładami statystycznymi tabeli 2 przedstawiono na rysunku 3.

Dla pierwszego zestawu danych najwyższe zyski (rys. 2) gwarantuje realizacja trzeciego scenariusza produkcji, tj. $A = 5000$ szt. i $B = 7000$ szt. W zestawie danych z tabeli 1 przyjęto całkowitoliczbowy opis czasu pracy urządzeń, więc brak jest możliwości obliczenia przedziału ufności dla wartości oczekiwanej i innych statystyk. Można otrzymać jedynie wartość maksymalną (tj. 25 625 zł), jak pokazano na rys. 2.

Znacznie szerszą statystykę otrzymujemy po wykonaniu eksperymentu z drugim zestawem danych (tab. 2). Wyniki przedstawiono na rys. 3. W tym przypadku obróbka detalu realizowana jest z użyciem operatora (człowieka lub grupy ludzi). Zużycie czasu na jednostkę wyrobu nie jest stałe i dla poszczególnych maszyn zmienia się np. w zależności od zmęczenia człowieka. Zużycie czasu na jednostkę wyrobu zależy od szybkości pracy operatora i jakości obrabianego materiału. Dokonano obserwacji empirycznych i na tej podstawie oszacowano dane wejściowe w postaci rozkładów statystycznych (tab. 2). Zyski z optymalnego scenariusza produkcji przedstawiono w postaci przedziału ufności z 95% prawdopodobieństwem.

Rysunek 2

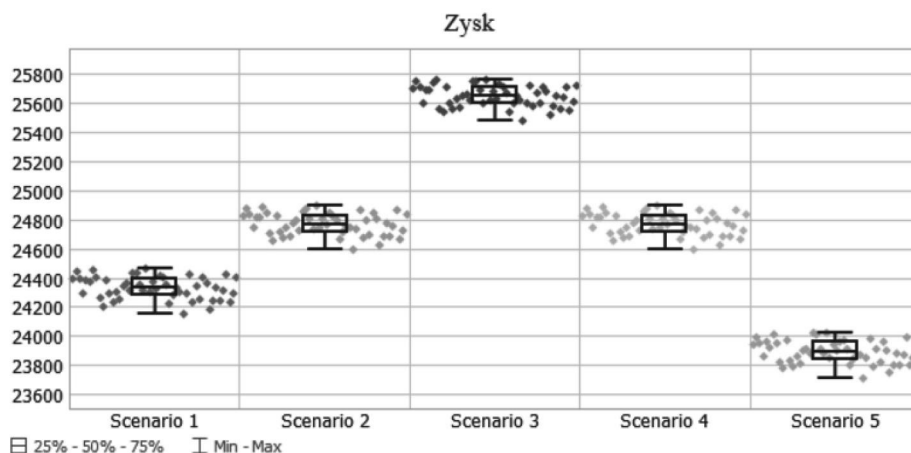
Wyniki eksperymentu dla pierwszego zestawu danych



Źródło: opracowania własne.

Rysunek 3

Wyniki eksperymentu dla drugiego zestawu danych



Źródło: opracowania własne.

Szacunkowy przedział ufności dla całej populacji na podstawie próby wyznaczono z wykorzystaniem rozkładu *t-Studenta*. Generalnie w statystyce przy liczności powyżej 30 obserwacji badanego zjawiska mamy do czynienia z tzw. próbą dużą. W analizowanym eksperymencie wykonano po 50 replikacji dla każdego scenariusza. Nie znamy parametrów całej populacji, a jedynie średnią i odchylenie standardowe próby. Dla próby dużej przy nieznanymi parametrach populacji przedział ufności obliczono za pomocą wzoru (1).

$$\bar{X} - t_{\alpha/2, n-1} \frac{S}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{X} + t_{\alpha/2, n-1} \frac{S}{\sqrt{n}} \quad (1)$$

gdzie:

- n — liczebność próby losowej,
- \bar{X} — średnia z próby losowej,
- S — odchylenie standardowe z próby,
- $t_{\alpha/2, n-1}$ — wartość rozkładu *t* o $n-1$ stopniach swobody.

Najczęściej wyznacza się tzw. 95% przedział ufności dla badanego zjawiska. W praktyce oznacza to, że z 95% prawdopodobieństwem można powiedzieć, iż niezany parametr populacji (w naszym przypadku wielkość zysków z produkcji) znajdzie się w wyznaczonym przedziale liczbowym. Obliczone przedziały ufności, mediana, odchylenie standardowe oraz wartości maksymalne i minimalne dla drugiego zestawu danych z eksperymentu pokazano w tabeli 4.

Tabela 4

Otrzymane przedziały ufności dla drugiego wariantu danych

Scenariusz	Zysk							
	Mediana (95% przedział ufności)				Odchylenie stand.	Min	Max	
Scenario 1	24310	<	24332	<	24354	77	24152	24467
Scenario 2	24748	<	24770	<	24791	75	24591	24900
Scenario 3	25625	<	25646	<	25666	71	25475	25766
Scenario 4	24748	<	24770	<	24791	75	24591	24900
Scenario 5	23871	<	23893	<	23915	76	23707	24028

Źródło: opracowania własne.

Również w tym przypadku największą stopę zwrotu daje realizacja trzeciego scenariusza produkcji. Należy zauważyć, że zyski są podane z odpowiednim prawdopodobieństwem i mieszczą się w określonym przedziale ufności, tj. $25\ 625 < \mu < 25\ 666$.

W przypadku eksperymentu symulacyjnego otrzymujemy optymalną strukturę produkcji spośród badanych scenariuszy, np. zaproponowanych przez kierownictwo przedsiębiorstwa. Nie znaczy to jednak, że otrzymany wynik jest optymalny spośród całego zbioru decyzji dopuszczalnych. Aby to sprawdzić, należy wykonać optymalizację metodą programowania liniowego, która jest uniwersalnym narzędziem do rozwiązywania tego typu problemów.

Optymalizacja

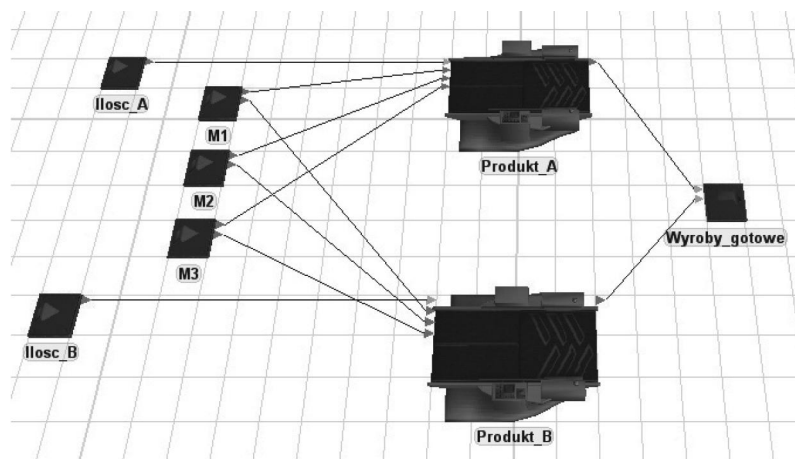
Generalnie to zadanie optymalizacyjne może być zdefiniowane jako problem maksymalizacji lub minimalizacji danej funkcji liniowej, przy zadanych ograniczeniach liniowych. W rozważanym przypadku ograniczenia dotyczą czasu pracy maszyn. Rozwiązy-

wanie tego typu zadań metodami programowania liniowego opisywane jest w literaturze (Dantzig, 1998, p. 6–50). W prostych przypadkach można stosować metodę graficzną, a w bardziej złożonych metodę simpleks. Narzędzie w arkuszu kalkulacyjnym Excel — Solver jest także często wykorzystywane do rozwiązywania zadań z zakresu programowania liniowego. Mogłoby ono być zastosowane również w tym przypadku, jednak naszą intencją jest wykorzystanie modelu symulacyjnego 3D do wizualizacji procesu produkcji. Przewagą takiego modelu jest możliwość obserwacji produkcji w czasie rzeczywistym. Daje to możliwość likwidacji wąskich gardeł, ale dopiero, gdy już mamy określoną właściwą strukturę produkcji wyznaczoną przez optymalizator.

Podejście optymalizacyjne wymaga zbudowania innego modelu produkcji, niż przedstawiony na rysunku 1. Należy zastosować także inne elementy aktywne, procesory symbolizujące maszyny zostały zastąpione przez źródła. Dwa sumatory symulują produkty *A* oraz *B*. Stosowany wyżej kod programu w przypadku optymalizacji nie będzie potrzebny. Gotowy model przedstawiono na rysunku 4.

Rysunek 4

Model produkcji dla przeprowadzenia optymalizacji



Źródło: projekt własny.

Sumatory mają włączoną opcję *Join* w zakładce *Combiner*, a na wejściach portów nr dwa, trzy i cztery podano jednostkowe zużycia czasów pracy z układu równań (2). Model matematyczny zadania według danych z tabeli 1 opisano układem równań liniowych (2). Następnie równania te zostały wprowadzone od optymalizatora zgodnie z rysunkiem 5, gdzie cel główny *Produkcja* jest maksymalizowany.

$$\begin{aligned}
 3x_1 + x_2 &\leq 33\,000,00 \\
 x_1 + x_2 &\leq 13\,000,00 \\
 5x_1 + 8x_2 &\leq 80\,000,00 \\
 11000 \geq x_1 \geq 0; 7000 \geq x_2 \geq 0 \\
 F(x_1, x_2) &= x_1 + 3x_2 \rightarrow \max.
 \end{aligned}
 \tag{2}$$

Po wykonaniu optymalizacji uzyskujemy informacje na temat najlepszej kombinacji produkowanych wyrobów. Następnie dane te można wykorzystać do określenia innych istotnych wskaźników ważnych dla zarządzania przedsiębiorstwem, jak: całkowity czas trwania produkcji, obciążenia maszyn, liczba potrzebnych pracowników, logistyka przepływu materiałów i inne. Wynik pracy optymalizatora OptQuest przedstawiono na rysunku 6. Widać na nim, że maksymalny zysk możliwy do

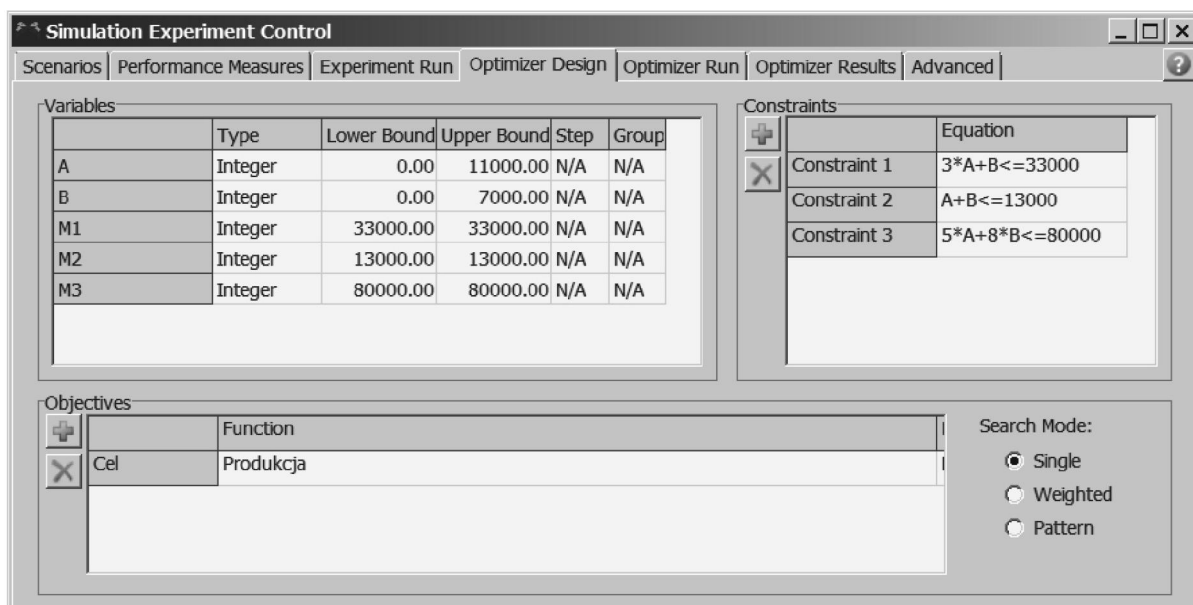
osiągnięcia przy tak zadanych ograniczeniach wynosi 25 800,00 zł. Przeprowadzono pięćdziesiąt iteracji. Jak widać na rys. 6, rozwiązanie optymalne zostało znalezione w 25. kroku (ID:25 zaznaczono większym okręgiem) i otrzymało pierwsze miejsce w rankingu. Oprócz rozwiązania optymalnego na rysunku wydać górną linię ograniczającą maksymalny zysk, a także siedem zbliżonych do najlepszego wyników (powiększone punkty — *Best Solutions*).

Struktura produkcji widoczna jest na rysunku 7. Wyznaczone ilości wytwarzanych wyrobów $A = 4800$ szt. i $B = 7000$ szt. gwarantują maksymalny zysk możliwy do osiągnięcia w całym zbiorze decyzji dopuszczalnych. Jest to optymalne rozwiązanie dla czasów obróbki opisanych w tabeli 1.

Do przeprowadzenia eksperymentu oraz optymalizacji zastosowano standardowy PC z procesorem Intel Core 2 Quad CPU Q8400 2,67 GHz, 4GB RAM z 32-bitowym systemem operacyjnym. Użyto oprogramowania FlexSim ver. 7.3.6. licencja edukacyjna, uzyskano następujące czasy:

- eksperyment symulacyjny dla pierwszego zestawu danych — 11 s,
- eksperyment symulacyjny dla drugiego zestawu danych — 2 min 25 s,
- optymalizacja dla drugiego zestawu danych — 4 min 17 s.

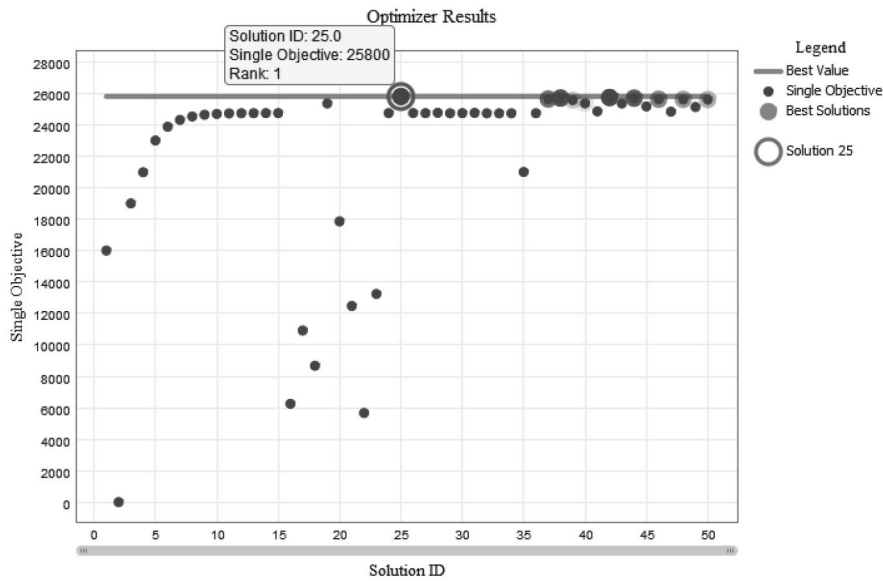
Rysunek 5
Ustawienia parametrów optymalizatora



Źródło: opracowania własne w programie FlexSim.

Rysunek 6

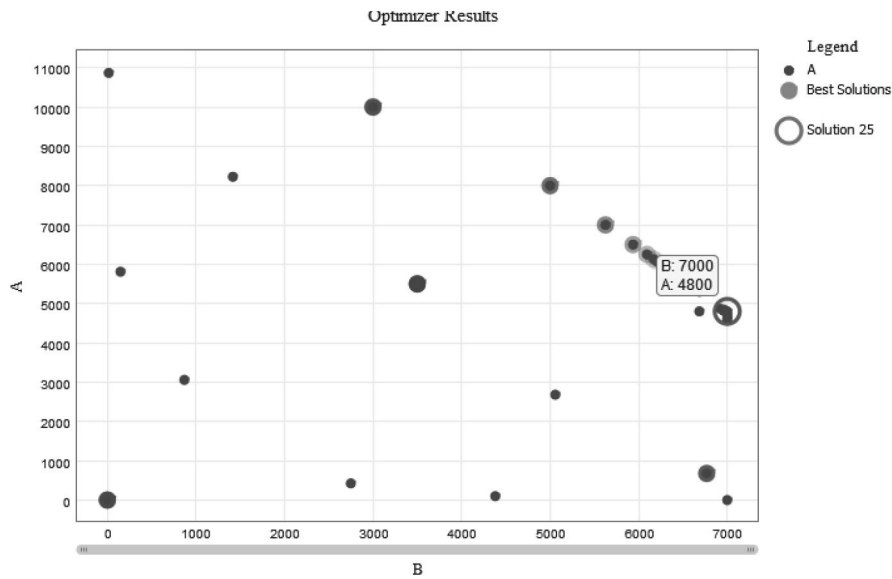
Wyniki optymalizacji zysk maksymalny



Źródło: opracowanie własne.

Rysunek 7

Wyniki optymalizacji struktura produkcji



Źródło: opracowanie własne.

Podsumowanie

Głównym celem artykułu było przedstawienie możliwości zastosowania eksperymentu symulacyjnego i optymalizacji w procesie produkcyjnym. Ze względu na ograniczenia edycyjne i bogactwo opracowań z zakresu statystyki i badań operacyjnych zrezygnowano z opisu podstaw teoretycznych. Skupiono się głównie na analizie przedstawionego przypadku.

Informacje dotyczące planowania eksperymentu i wnioskowania statystycznego są szeroko opisywane w literaturze przedmiotu (Koronacki, Mielniczuk, 2001; Klonecki, 1991; Gajek, 1998; Mendenhall, Beaver, R.J., Beaver, B.M., 2005; Mańczak, 1976; Brandt, 1998). Metody optymalizacji i programowania liniowego także mają bogatą literaturę (Sadowski, 1973; Sikora, 2008; Luenberger, 1973; Griva, Nash, Sofer, 2009; Schrijver, 1998).

Ten prosty model produkcji składający się jedynie z trzech maszyn, na których wytwarzane są dwa wyroby, pokazał duże pole do wykorzystania współczesnych pakietów symulacyjnych. Zdecydowano się na środowisko FlexSim, ponieważ integruje dwa narzędzia, tj. eksperyment symulacyjny i optymalizator OptQuest.

Pokazano, że wybór sposobu analizy wymaga zupełnie odmiennych podejść do tego samego problemu. Inny model symulacyjny należy zbudować dla eksperymentu, a inny dla optymalizacji, mimo że treść zadania się nie zmienia. Uzyskane wyniki są zadowalające. Dla eksperymentu i danych z tabeli 1 otrzymano najwyższą wartość 25 625 jednostek pieniężnych zysku dla scenariusza nr 3. W przypadku danych z tabeli 2 najlepszym wynikiem był przedział ufności uzyskany także z realizacji scenariusza nr 3. Z prawdopodobieństwem 95% określono potencjalne zyski z produkcji, tj. przedział $25\ 625 < m < 25\ 666$. Eksperyment nie pozwolił jednak na przeszukanie całego zbioru decyzji dopuszczalnych, a jedynie wybranych przez decydentów scenariuszy. Maksymalną wartość funkcji celu obliczono dopiero przy wykorzystaniu optymalizacji i wyniosła ona 25 800 jednostek

pieniężnych. Mimo iż optymalizacja okazała się najdokładniejsza, to trwała najdłużej, bo ponad cztery minuty.

W przypadku optymalizacji czasu pracy maszyn należy opisać całkowitoliczbowo, a w przypadku udziału operatorów należy je uśrednić do jednostek całkowitych (godziny, minuty, sekundy). Eksperyment z kolei pozwala na większą elastyczność, bo czasy pracy można opisać za pomocą rozkładów statystycznych, ale za to otrzymujemy mniej dokładny wynik końcowy w postaci przedziału ufności. Podsumowując, obydwa narzędzia pozwalają na dokładne określenie struktury produkcji przy ograniczonych środkach. Eksperyment jest szybszy i prostszy do wykonania. Optymalizacja lepiej sprawdza się przy zautomatyzowanych liniach produkcyjnych z precyzyjnie określonym czasem trwania poszczególnych czynności i z ograniczonym udziałem operatorów. Na podstawie uzyskanego stanu wiedzy można powiedzieć, że przeprowadzenie eksperymentu symulacyjnego lub optymalizacji jest uzasadnione ekonomicznie. Pozwala na lepsze zaplanowanie struktury produkcji i redukcję kosztów w późniejszym etapie.

Bibliografia

- Beaverstock, M., Greenwood, A., Lavery, E., Nordgren, W. (2011). *Applied Simulation. Modeling and Analysis using Flexsim*. Flexsim Software Products. Inc., Orem, (pp. 119–228).
- Brandt, S. (1998). *Analiza danych*. Warszawa: PWN.
- Dantzig, G.B. (1998). *Linear programming and extensions* (6–50). Princeton University Press.
- Griva, I., Nash, S.G., Sofer, A. (2009). *Linear and nonlinear optimization*. Siam.
- Gajek, L. (1998). *Wnioskowanie statystyczne*. Warszawa: WNT.
- Jędrzejczyk, Z., Skrzypek, J., Kukuła, K., Walkosz, A. (2006). *Badania operacyjne w przykładach i zadaniach* (26). Warszawa: PWN.
- Kłonecki, W. (1991). *Statystyka dla inżynierów*. Warszawa: PWN.
- Koronacki, J., Mielniczuk, J. (2001). *Statystyka dla kierunków technicznych i przyrodniczych*. Warszawa: WNT.
- Laguna, M. (1997). *Optimization of complex systems with OptQuest* (5–14). University of Colorado: Graduate School of Business.
- Law, A. M. (2007). *Simulation Modeling and Analysis* (4-rd ed.). New York: McGraw-Hill.
- Luenberger, D. (1973). *Introduction to linear and nonlinear programming* (vol 28). Reading MA: Addison-Wesley.
- Mańczak, K. (1976). *Technika planowania eksperymentu*. Warszawa: WNT.
- Mendenhall, W., Beaver, R. J. (2005). *Introduction to Probability and Statistics*. Duxbury Press.
- Sadowski, W. (1973). *Teoria podejmowania decyzji: wstęp do badań operacyjnych*. Warszawa: PWN.
- Schrijver, A. (1998). *Theory of linear and integer programming*. New York: John Wiley & Sons.
- Sikora, W. (2008). *Badania operacyjne*. Warszawa: PWE.

Zapraszamy na naszą stronę internetową

www.gmil.pl

