

Jerzy TCHÓRZEWSKI*, Dariusz RUCIŃSKI*

KWANTOWA SZTUCZNA SIEĆ NEURONOWA CZĘŚĆ 1. METODA I WYNIKI OBLICZEŃ

W artykule zamieszczono wybrane wyniki badań dotyczące inspirowania sztucznej sieci neuronowej metodami informatyki kwantowej. Zwrócono uwagę na kwantyzację i dekwantyzację liczb rzeczywistych na liczby kwantowe, co związane było m.in. z wykorzystaniem pojęcia kwantowej liczby mieszanej. Do zwiększenia dokładności obliczeń zaproponowano systemową sztuczną sieć neuronową inspirowaną metodami informatyki kwantowej. Wyniki badań teoretycznych zinterpretowano na konkretnych przykładach liczbowych. Artykuł jest kontynuowany w pracy pod tym samym tytułem głównym i podtytułem: Część 2. Model ruchu robota PR-02.

SŁOWA KLUCZOWE: dekwantyzacja, kwantyzacja, obliczenia kwantowe, robot PR-02, sztuczna sieć neuronowa.

1. WPROWADZENIE

W chwili obecnej otrzymuje się modele systemów, w tym modele ruchu ramienia robota PR-02 w drodze m.in. modelowania analitycznego, identyfikacyjnego oraz neuralnego. W zależności od rozwiązywanego problemu otrzymuje się odpowiednie modele systemów. Jednakże ze względu na potrzebę otrzymywania modeli w coraz to większym stopniu zbliżone do systemów rzeczywistych poszukuje się sposobów na poprawę modeli. Do takich możliwości należą metody sztucznej inteligencji inspirowane rozwiązaniami informatyki kwantowej. W szczególności dotyczy to poszukiwania możliwości poprawy modeli analitycznych, neuronalnych i identyfikacyjnych za pomocą algorytmów ewolucyjnych wspomaganych rozwiązaniami z zakresu informatyki kwantowej, która rozwija się na gruncie matematyki i mechaniki kwantowej [4, 6-7].

W mechanice kwantowej i w matematyce kwantowej, a w ślad za tym w informatyce kwantowej stany systemu opisuje się za pomocą wektorów z przestrzeni liczb rzeczywistych bądź z przestrzeni liczb zespolonych. Wektory należące do danej przestrzeni Hilberta reprezentują tzw. czyste stany kwantowe. Pojęcie stanów mieszanych oraz macierzy gęstości są wyprowadzane na bazie stanów czystych [16, 20-22].

* Uniwersytet Przyrodniczo-Humanistyczny w Siedlcach

W celu uproszczenia zapisów wektorów wprowadzono notację, którą nazywa się notacją Diraca. Wprowadziła ona wiele pojęć, z których podstawowe to: wektor ket, wektor bra oraz wektor bracket. Są to wektory opisywane za pomocą symboli: $|\rangle$ - ket, $\langle|$ - bra oraz $\langle| \rangle$ - bracket reprezentujący iloczyn skalarny w przestrzeni Hilberta.

W przypadku pojedynczego kubitu, a więc układu kwantowego złożonego z dwóch stanów czystych ket 0 oraz ket 1 w celu określenia przedziałów dominujących i recesywnych wygodnie jest skorzystać z zasady superpozycji.

2. MATEMATYCZNA DEFINICJA PRZESTRZENI HILBERTA

W układach oraz systemach klasycznych przestrzeń stanów jest definiowana jako zbiór możliwych elementów opisujących układ, system, obiekt, itp., a logika fizyki klasycznej to logika Boole'a. Przestrzeń stanów układu kwantowego jest przestrzenią wektorową, którą nazywa się przestrzenią Hilberta, która może być skończenie wymiarowa lub nieskończenie wymiarowa. Elementy tej przestrzeni nazywa się wektorami ket (ketami) i stosuje się do nich notację Diraca [1, 4, 6-7, 14].

Do zdefiniowania przestrzeni Hilberta, czyli zdefiniowania przestrzeni stanów układu kwantowego prowadzą różne aksjomaty wynikające m.in. z liniowości, ciągłości oraz z takich cech jak np. długość wektora, istnienia granic w zorientowaniu wektora oraz ortogonalność wektorów, a więc cecha wynikająca z kątów pomiędzy wektorami.

To wszystko dalej podlega uogólnieniu na n-wymiarową przestrzeń Hilberta, co wiąże się z potrzebą wzajemnego zsynchronizowania i unormowania, a więc z wyznaczeniem normy, czyli topologii w sensie odległości, to jest możliwości wykorzystania iloczynu skalarnego dwóch wektorów.

Dopiero po takim zdefiniowaniu otrzymuje się przestrzeń Hilberta, czyli przestrzeń Banacha z iloczynem skalarnym [1, 4, 6-7, 14], do której zdefiniowania prowadzą m.in. następujące aksjomaty:

Aksjomat 1. Istnieje wektor ket, zawierający moduły prawdopodobieństwa α i β , zdefiniowany następująco:

$$|\varphi\rangle = \begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \end{bmatrix} \quad (1)$$

Aksjomat 2. Suma dwóch wektorów ket jest wektorem ket:

$$|\alpha\rangle + |\beta\rangle = |\chi\rangle \quad (2)$$

Aksjomat 3. Dodawanie wektorów ket jest przemienne:

$$|\alpha\rangle + |\beta\rangle = |\beta\rangle + |\alpha\rangle \quad (3)$$

Aksjomat 4. Dodawanie wektorów ket jest łączne:

$$\{|\alpha\rangle + |\beta\rangle\} + |\chi\rangle = |\alpha\rangle + \{|\beta\rangle + |\chi\rangle\} \quad (4)$$

Aksjomat 5. Istnieje jedyny wektor 0, który ma tę własność, że gdy doda się go do dowolnego wektora ket to otrzymuje się ten sam wektor ket:

$$|\alpha\rangle + 0 = |\alpha\rangle \quad (5)$$

Aksjomat 6. Dla każdego wektora ket $|\alpha\rangle$ istnieje dokładnie jeden wektor ket $|\alpha\rangle$ taki, że ich suma wynosi 0:

$$|\alpha\rangle + |-\alpha\rangle = 0 \quad (6)$$

Aksjomat 7. Jeżeli istnieje dowolny wektor ket $|\alpha\rangle$ i pomnoży się go przez liczbę zespoloną z (mnożenie jest liniowe) to otrzymuje się nowy wektor ket:

$$z \cdot |\alpha\rangle = |z \cdot \alpha\rangle = |\beta\rangle \quad (7)$$

Aksjomat 8. Zachodzą prawa rozdzielności mnożenia liczby zespolonej z względu na sumę wektorów ket:

$$z \cdot \{|\alpha\rangle + |\beta\rangle\} = z \cdot |\alpha\rangle + z \cdot |\beta\rangle \quad (8)$$

Aksjomat 9. Iloczyn skalarny pomiędzy wektorem ket i jego dualnym odpowiednikiem nazwanym bra jest liniowy:

$$|\chi\rangle \cdot \{|\alpha\rangle + |\beta\rangle\} = \langle\chi|\alpha\rangle + \langle\chi|\beta\rangle \quad (9)$$

Aksjomat 10. Zamiana wektora bra z wektorem ketem odpowiada sprzężeniu zespolonemu:

$$\{|\beta\rangle + |\alpha\rangle\} = \{|\alpha\rangle + |\beta\rangle\}^* \quad (10)$$

Aksjomat 11. Własność iloczynu skalarnego pozwala na określenie w przestrzeni liniowej z iloczynem skalarnym (przestrzeni unitarnej) normy, czyli długości wektora:

$$\|\alpha\| = \sqrt{\langle\alpha|\alpha\rangle} \quad (11)$$

Aksjomat 12. Przestrzeń unitarna jest przestrzenią metryczną, a więc przestrzenią, w której można zdefiniować np. zbieżność do konkretnego element (np. zbieżność w sensie Cauchy'ego), czyli jest przestrzenią posiadającą granicę:

$$\|\alpha\| < \varepsilon \quad (12)$$

a taką przestrzeń, która posiada granicę nazywa się przestrzenią zupełną, stąd przestrzeń Hilberta jest zupełną unitarną przestrzenią liniową [1, 4, 6-7, 14, 16, 20-22]. Ponadto jeżeli wprowadzi się wymagania, aby była to ośrodkowa przestrzeń liniowa, czyli zawierająca przeliczalny podzbiór gęsty, to wówczas uzyskuje się ośrodkową przestrzeń Hilberta, którymi posługuje się mechanika

kwantowa opisując stan układu kwantowego, a w ślad za tym także informatyka kwantowa opisując stany układów w obliczeniach kwantowych.

Aksjomat 13. Ortogonalność wektorów w przestrzeni Hilberta występuje wówczas, gdy ich iloczyn skalarny wynosi zero, stąd dalej wyprowadza się izomorfizm i wiele innych ważnych własności przestrzeni Hilberta wykorzystywanych w informatyce kwantowej, jak: iloczyn tensorowy, wartości własne operatora, pojęcie obserwabli, macierz gęstości, redukcję stanów, dystrybucję, itp.

Niech zatem $\alpha=\beta$, skąd wynika, że:

$$2 \cdot \alpha^2 = 1 \quad (13)$$

stąd dalej można wyznaczyć wartość dodatnią rozwiązania, która wynosi:

$$\alpha = \frac{\sqrt{2}}{2} \quad (14)$$

co wynika z interpretacji fizycznej wartości zarówno modułu prawdopodobieństwa α jak i modułu prawdopodobieństwa β dotyczących stanu czystego ket 0 oraz stanu czystego ket 1, które zawsze mają wartość dodatnią. Wartość ta z racji równości obu modułów prawdopodobieństwa wynosi w przybliżeniu:

$$\alpha = \beta \approx 0,71 \quad (15)$$

która jest wartością graniczną pomiędzy przedziałami dominującym i recesywnym, a więc pomiędzy przedziałem, z którego losowane mogą być wartości stanów dominujących oraz przedziału, z którego mogą być losowane wartości stanów recesywnych. A zatem w przypadku, gdy stanem dominującym jest ket 0, wówczas wartości modułu prawdopodobieństwa α są losowane z przedziału:

$$0,71 \leq \alpha \leq 1 \quad (16)$$

a wartości modułu prawdopodobieństwa β są wyznaczane z zasady superpozycji, oraz podobnie wartości modułu prawdopodobieństwa β z przedziału:

$$0 \leq \beta \leq 0,71 \quad (17)$$

a wartości modułu prawdopodobieństwa α są wyznaczane z zasady superpozycji. W ten sposób uzyskuje się dwie pary modułów prawdopodobieństwa, które można wykorzystać do bardziej ścisłego określenia przedziałów wartości, w których występują wartości modułów prawdopodobieństwa α oraz β .

3. OBLICZENIA KWANTOWE

Do opisu kwantowo inspirowanej sztucznej sieci neuronowej wykorzystano podstawy teorii sterowania i systemów [10, 24-25], a w szczególności zaczerpnięto definicję stanu systemu jako podstawę przy ustalaniu stanów mieszanych liczby kwantowej.

Przyjęto, że implementacji podlega model sztucznej sieci neuronowej nauczonej ruchu końca ramienia robota PR-02 szczegółowo opisany m.in. w pracach T. Szkodnego [17], R. Dindrofa [2], A. Palewskiego i M. Wnuka [13], czy też w pracach dyplomowych i dokumentacji techniczno-ruchowej robota PR-02 [3, 5, 8-9, 15]. Robot PR-02 ma cztery stopnie swobody (dwa obroty oraz dwa przesunięcia), a w wyniku zmian tych czterech parametrów porusza się koniec ramienia robota w przestrzeni po określonej trajektorii.

Wykorzystując dane liczbowe dotyczące zmian ww. czterech parametrów szczegółowo opisanych m.in. w pracach [2-5, 13, 15] zaprojektowano sztuczną sieć neuronową i nauczono ją ruchu robota PR-02. Następnie na bazie informatyki kwantowej opracowano metodę kwantyzacji, dekwantyzacji i obliczeń kwantowych i w ten sposób starano się poprawić dokładność modelu neuralnego.

W efekcie końcowym w wyniku przeprowadzonych obliczeń uzyskuje się model kwantowej sztucznej sieci neuronowej (KSN), a więc model neuronalny inspirowany rozwiązaniami informatyki kwantowej. Kwantowe obliczenia wygodnie jest zinterpretować na przykładzie pojedynczego neuronu w postaci wyrażonej modelem pojedynczego neuronu KSN, opisanego np. funkcją aktywacji typu tangens sigmoidalny i -tego neuronu w k -tej warstwie wag sztucznej sieci neuronowej np. perceptronowej [12, 19, 23, 27]:

$$y(net_i^k(t)) = \frac{1 - e^{-2 \begin{bmatrix} net_{i,lim}^k & net_{i,lm}^k \\ net_{i,lm}^k & net_{i,lim}^k \end{bmatrix}}}{1 + e^{-2 \begin{bmatrix} net_{i,lim}^k & net_{i,lm}^k \\ net_{i,lm}^k & net_{i,lim}^k \end{bmatrix}}} \quad (18)$$

gdzie: $net_i^k(t)$ – sumator kwantowy w t -tej chwili i -tego neuronu w k -tej warstwie wag neuronów wyznaczony jako suma ważonych kwantowych wartości sygnałów wejściowych doprowadzonych do k -tej warstwy neuronów,

$net_{i,lm}^k$ - element sumatora net_i^k o indeksie lm jako kwantowy ważony sygnał wejściowy do k -tej warstwy neuronów sztucznej sieci neuronowej o naturze stanu czystego wynikającego z dwóch stanów mieszanych (kwantowej liczby mieszanej sygnału wejściowego oraz kwantowej liczby mieszanej wagi), przy czym sygnał wyjściowy w przypadku wszystkich wejść wyznacza się z zależności opisanej funkcją aktywacji:

$$y_1^1(net_1^1(t)) = \frac{1 - e^{-2(\sum_{i=1}^{i=4} w_{i1}^1 u_i)}}{1 + e^{-2(\sum_{i=1}^{i=4} w_{i1}^1 u_i)}} \quad (19)$$

Można dalej zauważyć, że tak jak w przypadku klasycznej SSN, tak też w przypadku KSN na model złożą się połączone ze sobą modele neuronów po-

jedynczych według powiązań wynikających z architektury sztucznej sieci neuronowej, w tym przypadku architektury sztucznej sieci neuronowej perceptronowej.

Jak łatwo dalej zauważyć charakter kwantowego modelu SSN wynika z macierzowej potęgi liczby e - zależności (18) i (19), stąd dekwantyzacja kwantowej liczby mieszanej sprowadza się do rozwiązania tego problemu badawczego, który w ramach niniejszej pracy nie został podjęty.

Jak wynika z dostępnej literatury przedmiotu z zakresu matematyki kwantowej, mechaniki kwantowej i informatyki kwantowej [1, 4, 6-7, 14] ww. problem do tej pory nie został jeszcze do końca rozwiązany z tej racji, iż występują w niej stany splątane dwóch liczb kwantowych, w tym przypadku kwantowej wagi i kwantowego sygnału wejściowego, a co więcej tego typu problemy badawcze wynikające ze stanów splątanych uważa się w tej chwili za problemy nierozwiązywalne.

Do rozwiązania tego problemu w ramach niniejszej pracy zaproponowano skorzystanie z metody dekwantyzacji kwantowych liczb mieszanych za pomocą sztucznych sieci neuronowych nauczonych dekwantyzacji na bazie wielkości wejściowych będących elementami kwantowej macierzy **net** oraz wielkości wyjściowych będących w rozważanym przykładzie współrzędnymi punktu końca ramienia robota PR-02 poruszającego się po zadanej trajektorii [20-22]. Wyżej wymieniona SSN może być dalej wykorzystana np. w modelu symulacyjnym zbudowanym w Simulinku do dekwantyzacji kwantowej macierzy **net** podczas wyznaczania trajektorii ruchu końca ramienia robota [16, 20-22, 26].

3.1. Kwantowe liczby mieszane

Istota zamiany liczb rzeczywistych na liczby binarne dotyczy uzyskania stanów czystych ket 0 oraz ket 1. Z tych względów w pierwszej kolejności dokonuje się konwersji wartości wag oraz wartości sygnałów wejściowych na liczby binarne, po czym przyjmuje się, że liczba binarna 0 jest stanem czystym ket 0, a liczba binarna 1 jest stanem czystym 1.

Kwantowe liczby mieszane tworzone są ze stanów czystych ket 0 oraz ket 1 dla poszczególnych bitów liczby binarnej [16, 20-22, 26]. Idea kwantowej liczby mieszanej sprowadza się do wyznaczenia średniej wartości np. z 1000 równoległych pomiarów wartości modułów prawdopodobieństwa wystąpienia stanu ket 0 oraz stanu ket 1. Pomiar ów sprowadza się w rozważanym przykładzie do pomiaru wartości bitu kwantowego w standardowej bazie, który jest obserwacją. Odpowiada mu operator samosprężny o tej własności, że po pomiarze układ przejdzie w jeden ze stanów bazowych ket 0 lub ket 1. Prawdopodobieństwo, że po obserwacji bitu kwantowego o wartości $\alpha |0\rangle + \beta |1\rangle$ układ znajdzie się w stanie $|0\rangle$ wynosi $|\alpha|^2$, a że przejdzie do stanu $|1\rangle$ wynosi $|\beta|^2$, przy czym ist-

nieje możliwość pomiaru w różnych bazach, w bazie kwantowych liczb mieszanych (jak wyżej, w bazie Hadamarda, itp.) wartości liczby kwantowej, reprezentowanej w danej chwili na konkretnym bicie przez stan czysty ket 1 lub stan czysty ket 0.

Zatem dokonuje się losowego wyboru wartości stanu przejściowego wynikającej ze stanu czystego, jednego ze stanów dominujących.

A zatem jeżeli stanem dominującym jest stan czysty ket 0 to wówczas dokonywane jest nieskończenie wiele razy (w pracy przyjęto, że odpowiada temu liczba 1 000) losowanie wartości modułu prawdopodobieństwa stanu dominującego z przedziału opisanego równaniem (16) i jako wartość zmierzoną przyjmuje się wartość średnią z wyznaczonych 1 000, a drugi moduł prawdopodobieństwa wyznacza się z zasady superpozycji obu stanów.

Następnie wyznacza się w analogiczny sposób stan recesywny - zależności (17), którym wówczas jest stan czysty 1 i wówczas dokonywane jest nieskończenie wiele razy (w pracy przyjęto, że odpowiada temu liczba 1 000) losowanie wartości modułu prawdopodobieństwa stanu recesywnego z przedziału opisanego równaniem (17) i jako wartość zmierzoną przyjmuje się wartość średnią z wyznaczonych 1 000 wartości, a drugi moduł prawdopodobieństwa (w tym przypadku stan dominujący) wyznacza się z zasady superpozycji obu stanów.

W wyżej wymieniony sposób zawęża się wartości obu przedziałów, to jest przedziału, w którym wystąpić mogą stany dominujące oraz odpowiednio stany recesywne kwantowych liczb mieszanych. Takie postępowanie dotyczy wszystkich bitów liczby binarnej uzyskanych z każdej liczby rzeczywistej.

Należy przy tym dodać, że przy określaniu wartości rzeczywistej reprezentowanej przez liczbę binarną należy uwzględnić poszczególne pozycje bitu liczby kwantowej, podobnie jak w liczbach binarnych.

3.2. Algorytm prowadzenia obliczeń kwantowych

W obliczeniach kwantowych przeprowadzonych w ramach niniejszej pracy została wykorzystana postać macierzowa operatorów i wektorów tzw. skończenie wymiarowa przestrzeń Hilberta, stąd każdemu stanowi kwantowej liczby mieszanej w przestrzeni Hilberta H_2 odpowiada jednoznacznie macierz postaci [1,4,6-7]:

$$l_m = \begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \end{bmatrix} \quad (20)$$

stąd kwantowa liczba mieszana odpowiadająca liczbie binarnej będzie wyrażana w postaci:

$$l_m = \begin{bmatrix} \alpha_1 & \alpha_2 & \dots & \alpha_n \\ \beta_1 & \beta_2 & \dots & \beta_n \end{bmatrix} \quad (21)$$

Przy obliczeniach na takich macierzach można wykorzystać rachunek wektowo-macierzowy, co wiąże się z odpowiednim mnożeniem i dodawaniem macierzy, itp. I taki sposób prowadzenia obliczeń został przyjęty w ramach niniejszej pracy. Istnieją też inne sposoby na prowadzenie obliczeń kwantowych jak np. z wykorzystaniem bramek kwantowych, funkcji falowej, obwodów kwantowych, czy też rejestrów kwantowych oraz pojęcia iloczynu tensorowego, itp.

W tym miejscu warto ponadto uzupełnić konwencję notacji Diraca, która upraszcza zapisy i ułatwia obliczenia. Otóż w przypadku rejestru kwantowego wartość wyrażenia $|\alpha\rangle$, gdzie α jest zmienną, której wartościami są liczby naturalne, należy czytać tak jak zapis w systemie dwójkowym uzupełniany w razie czego zerami z lewej strony do długości przyjętej n znaków, co prowadzi do zapisu [1,4,6-7,14]:

$$|\varphi\rangle = \sum_{k=0}^{2^n-1} \alpha_k |k\rangle \quad (22)$$

przy czym współczynniki α_k spełniają warunki normalizacyjne (suma kwadratów modułów równa się 1).

Proces obliczeń kwantowych przy wykorzystaniu danych wejściowych poddanych procesowi kwantyzacji oraz przy wykorzystaniu wag modelu neuralnego także poddanych procesowi kwantyzacji oraz dobranych funkcji aktywacji typu tansig() został przeprowadzony na podstawie algorytmu obejmującego następujące podstawowe kroki o końcowym wyniku wyrażonym zależnościami (18) i (19):

Krok 1. Zamiana liczb rzeczywistych na kwantowe liczby mieszane metodą opisana w p. 3.1.

Krok 2. Wyznaczanie wartości funkcji aktywacji jako funkcji tansig(), np. dla neuronu 1 w warstwie 1. Warto zauważyć, że funkcja aktywacji jako funkcja tansig() może zostać wyrażona zależnościami (18) i (19) [11,14,18].

Krok 3. Wyznaczanie ważonych sumatorów dla poszczególnych wyjść z warstwy pierwszej neuronów, np. mnożenie kwantowej wartości wagi pierwszej w_{11} i kwantowej wartości wielkości wejściowych u_1 dla neuronu 1 w warstwie 1 dla pierwszej pary trenującej (punkt 1 na trajektorii ruchu końca ramienia robota PR-01), a więc dwóch kwantowych liczb mieszanych [16,20-22,26]:

$$net_1^1 = w_{11}^1 \cdot u_1 \quad (23)$$

gdzie:

$$w_{11}^1 = \begin{bmatrix} 0,8256 & 0,8285 & 0,8294 & 0,8251 & 0,4162 & 0,8292 & 0,8305 & 0,8249 & 0,8294 & 0,4196 & 0,8294 & 0,8312 & 0,8311 & 0,8277 & 0,8295 & 0,8297 & 0,8333 \\ 0,4175 & 0,4140 & 0,4141 & 0,4181 & 0,8267 & 0,4132 & 0,4116 & 0,4184 & 0,4129 & 0,8265 & 0,4129 & 0,4108 & 0,4109 & 0,4149 & 0,4128 & 0,4125 & 0,4081 \end{bmatrix}$$

$$u_i = \begin{bmatrix} 0,8256 & 0,8285 & 0,8294 & 0,8251 & 0,4162 & 0,8292 & 0,8305 & 0,8249 & 0,8294 & 0,4196 & 0,8294 & 0,8312 & 0,8311 & 0,8277 & 0,8295 & 0,8297 & 0,8333 \\ 0,4175 & 0,4140 & 0,4141 & 0,4181 & 0,8267 & 0,4132 & 0,4116 & 0,4184 & 0,4129 & 0,8265 & 0,4129 & 0,4108 & 0,4109 & 0,4149 & 0,4128 & 0,4125 & 0,4081 \end{bmatrix}$$

W wyniku mnożenia ww. dwóch kwantowych liczb mieszanych w postaci macierzowej otrzymuje się macierze kwadratowe o wymiarze 2×2 dla każdego neuronu występującego w warstwie pierwszej:

$$net_i^k(t) = \sum_{i,lm,k} \begin{bmatrix} net_{i,lim}^k & net_{i,lm}^k \\ net_{i,lm}^k & net_{i,lm}^k \end{bmatrix} \quad (24)$$

a więc np. dla pierwszego neuronu pierwszej warstwy uzyskuje się:

$$net_1^1(t) = \begin{bmatrix} 11,6712 & 5,9219 \\ 5,4275 & 3,2112 \end{bmatrix} + \dots + \begin{bmatrix} 11,1596 & 5,3631 \\ 5,9722 & 2,2569 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 46,4663 & 21,7725 \\ 21,9636 & 12,5232 \end{bmatrix} \quad (25)$$

Krok 4. Wyznaczanie funkcji parametrów funkcji aktywacji i dalej funkcji aktywacji neuronów poszczególnych wyjść z warstwy pierwszej neuronów (warstwy ukrytej), a potem z warstwy drugiej (wyjściowej), to jest:

$$y_1^1(net_1^1(t)) = \frac{1 - e^{-2 \begin{bmatrix} 46,4663 & 21,7725 \\ 21,9636 & 12,5232 \end{bmatrix}}}{1 + e^{-2 \begin{bmatrix} 46,4663 & 21,7725 \\ 21,9636 & 12,5232 \end{bmatrix}}} = \frac{1 - e^{-\begin{bmatrix} 92,9226 & 42,547 \\ 42,7272 & 27,0664 \end{bmatrix}}}{1 + e^{-\begin{bmatrix} 92,9226 & 42,547 \\ 42,7272 & 27,0664 \end{bmatrix}}} \quad (26)$$

Krok 5. Ze względu na występowanie macierzy w wykładniku funkcji e dokonano dekwantyzacji wykładnika potęgi e za pomocą nauczonej dekwantyzacji SSN [5, 16, 20-22, 26].

4. UWAGI KOŃCOWE I WNIOSKI

Przeprowadzone studia i analizy pokazały, że istnieje możliwość dokonywania w sposób systemowy kwantyzacji liczb rzeczywistych na liczby kwantowe. Wygodną metodą prowadzenia obliczeń kwantowych jest systemowa metoda oparta na modelu neuronalnym z wykorzystaniem rachunku wektorowo-macierzowego. W artykule zamieszczono też wybrane wyniki badania możliwości inspirowania sztucznej sieci neuronowej metodami informatyki kwantowej. Zwrócono ponadto uwagę na pojęcia kwantowej liczby mieszanej oraz na jej bazie prowadzenia różnego typu obliczeń kwantowych. Pokazano też możliwość systemowej metody wykorzystującej sztuczną sieć neuronową i na tej podstawie zaproponowano algorytm prowadzenia obliczeń kwantowych. Wyniki badań teoretycznych zinterpretowano na konkretnych przykładach liczbowych.

LITERATURA

- [1] Byron F. W., Fuller R. W., *Matematyka w fizyce klasycznej i kwantowej*, PWN, Warszawa 1973.
- [2] Dindrof R., *Modernizacja układu sterowania robota przemysłowego PR-02 z napędem pneumatycznym*, *Pomiary Automatyka Robotyka* nr 12, PIAP, Warszawa 2007.
- [3] *Dokumentacja techniczno-ruchowa robota PR-02*. WSK, Kalisz 1979, s.121.
- [4] Giaro K., Kamiński M., *Wprowadzenie do algorytmów kwantowych*, Akademicka Oficyna Wydawnicza EXIT, Warszawa 2003.
- [5] Domański P., *Model i implementacja Kwantowej Sztucznej Sieci Neuronowej na przykładzie ruchu robota PR-02*. Praca inżynierska napisana pod kierunkiem prof. nzw. Dr hab. inż. Jerzego Tchórzewskiego w Instytucie Informatyki na Wydziale Nauk Ścisłych UPH w Siedlcach. UPH. Siedlce 2017.
- [6] Heller M., *Mechanika kwantowa dla filozofów*, OBI, Kraków 1996.
- [7] Hirvensalo M., *Algorytmy kwantowe*, WSiP, Warszawa 2004.
- [8] Honczarenko J., *Roboty przemysłowe: Budowa i zastosowanie*. WNT, Warszawa 2004, s. 336.
- [9] *Instrukcja laboratoryjna: Stanowisko dydaktyczne: Manipulator PR-02*, Instytut Cybernetyki Technicznej Politechniki Wrocławskiej, Wrocław 2002.
- [10] Kaczorek T., *Podstawy teorii sterowania*, WNT, Warszawa 2005
- [11] Kasabov N., *Neuro-, Genetic-, and Quantum Inspired Evolving Intelligent Systems*, *International Symposium on Evolving Fuzzy Systems*, 2006, pp. 63 – 73.
- [12] Osowski S., *Sieci neuronowe do przetwarzania informacji*. OW PW, Warszawa 2013, s. 422.
- [13] Palewski A., Wnuk M., *Stanowisko dydaktyczne manipulator PR-02*, Instytut Cybernetyki Technicznej Politechniki Wrocławskiej, Raport serii: Sprawozdania nr 1, Wrocław 2002.
- [14] Pittenger A.O., *An Introduction to Quantum Computing Algorithms*, Birkhauser, Boston 2000.
- [15] Pisarek Ł., *Modernizacja systemu sterowania manipulatora pneumatycznego PR-02*. Praca dyplomowa. Politechnika Świętokrzyska, Kielce 2007,
- [16] Ruciński D., *Neural-evolutionary Modelling of Polish Electricity Power Exchange*, XPlore Digital Library, EPNet, PWr., 2016.
- [17] Szkodny T., *Kinematyka robotów przemysłowych*, wydawnictwo Politechniki Śląskiej, Gliwice 2013.
- [18] Świerczewski Ł., *Symulacja funkcjonalnego systemu kwantowego na równoległych komputerach klasycznych IV generacji*, praca dyplomowa inżynierska, Państwowa Wyższa Szkoła Informatyki i Przedsiębiorczości w Łomży Instytut Informatyki i Automatyki, Łomża 2013.
- [19] Tadeusiewicz R., Szaleniec M., *Leksykon sieci neuronowych*, Wyd. Fundacji „Projekt Nauka”, Wrocław 2015.

- [20] Tchórzewski J., Ruciński D., Quantum inspired evolutionary algorithm to improve the accuracy of a neuronal model of the electric power exchange, Proceedings of IEEE EUROCON 2017 -17th International Conference on Smart Technologies, IEEE Xplore Digital Library, pp. 638-643.
- [21] Tchórzewski J., Ruciński D., Modeling and simulation inspired by quantum methods of the Polish Electricity Stock Exchange, 2017 Progress in Applied Electrical Engineering (PAEE), IEEE Xplore Digital Library, pp. 1-5.
- [22] Tchórzewski J., Ruciński D., Evolutionary algorithm inspired by the methods of quantum computer sciences for the improvement of a neural model of the electric power exchange, Information System in Management, Vol. 6/2017, No 4, pp. 343-355.
- [23] Tchórzewski J., Neural networks for processing knowledge about electric energy market, Poznan University of Technology Academic Journals. Electrical Engineering, No. 53, 2007, pp. 51-63.
- [24] Tchórzewski J., Cybernetyka życia i rozwoju systemów, Monografie nr 22, Wydawnictwo AP, Siedlce 1992.
- [25] Tchórzewski J., Inżynieria rozwoju systemów. Monografie nr 18, Wydawnictwo Uczelniane WSR-P w Siedlcach, Siedlce 1990.
- [26] Tchórzewski J., Wołonka Ł., Możliwości informatyki kwantowej do poprawy dokładności modelowania. Część 2, Ruch robota PR-02. Poznan University of Technology Academic Journals, No 88, Electrical Engineering, 2016.
- [27] Żurada J., Barski M., Jędruch W. Sztuczne sieci neuronowe. Podstawy teorii i zastosowania, Wydawnictwo PWN, Warszawa 1996.

A SYSTEMIC ARTIFICIAL NEURAL NETWORK INSPIRED WITH QUANTUM TECHNOLOGY. PART 1. THE METHOD OF CONDUCTING QUANTUM CALCULATIONS

The article presents selected results of the study of the possibility of inspiring the artificial neural network with the methods of quantum computing. Attention was paid to the quantization and dequantization of real numbers to quantum numbers, which was related to using the quantum concept of a mixed number. Attention was also paid to various methods of conducting quantum computations, including a systemic method using an artificial neural network, and on this basis an algorithm for conducting quantum computations was proposed. Theoretical remarks were interpreted on specific numerical examples.

(Received: 31.01.2018, revised: 18.03.2018)

