Adam ŻUCHOWSKI
ZACHODNIOPOMORSKI UNIWERSYTET TECHNOLOGICZNY, KATEDRA STEROWANIA I POMIARÓW
ul. 26 Kwietnia 10, 71-126 Szczecin

Metoda pomiaru zapasu stabilności w układzie regulacji automatycznej

Prof. dr hab. inż. Adam ŻUCHOWSKI

Profesor zwyczajny zatrudniony w Katedrze Sterowania i Pomiarów w Zachodniopomorskim Uniwersytecie Technologicznym. Ze szkolnictwem wyższym związany zawodowo od 1955 roku (Politechnika Wrocławska, Politechnika Szczecińska). Jest współtwórcą polskiej szkoły miernictwa dynamicznego, posiada w dorobku około 350 publikacji. W kwietniu 2010 roku upłynęło 55 lat jego działalności naukowej.

e-mail: adam.zuchowski@zut.edu.pl

Streszczenie

Zapas stabilności w układzie regulacji automatycznej może mieć różne miary. Zwykle albo wiąże się go z cechami charakterystyki częstotliwościowej transmitancji otwartej pętli sprzężenia zwrotnego i wyznacza jego dwie składowe - zapas stabilności modułu i zapas stabilności fazy [1], albo oznacza jako część rzeczywistą bieguna transmitancji zastępczej układu regulacji $K_z(s)$ wiążącej sygnał odniesienia $y_0(s)$ z sygnałem regulowanym $y(s)$; tego - który leży najbliżej granicy stabilności, oczywiście po jej stabilnej stronie i nazywa „stopniem stabilności". W ten sposób wiąże się zapas stabilności z określoną cechą pierwiastka, lub inaczej bieguna dominującego. Istotną zaletą tej miary jest to, że pozwala ona z niezłą dokładnością wyznaczyć czas trwania procesów przejściowych w układzie, a proponowana metoda pomiarowa dotyczy właśnie tej miary. W artykule omówiono założenia metody pomiarowej, sposób jej praktycznej realizacji i przedstawiono wyniki symulowanych eksperymentów.

Słowa kluczowe: zapas stabilności, układ regulacji automatycznej, metoda pomiaru.

A method of measuring the stability margin in an automatic control system

Abstract

The stability margin in an automatic control system can have different measures. It is usually either linked to the frequency response features of an open loop of a feedback transfer function and its two components - phase margin and gain margin [1, 3], or is determined as the real part of the substitute transfer function pole of the control systems $K_z(s)$ that associates the reference signal $y_0(s)$ with the regulated signal $y(s)$; the one that lies closest to the stability margin, on the stable part, of course. In this way the stability margin is associated with a particular root feature, or in other words the dominating pole. An important advantage of this measure is that it allows determining the time of the transition states in the system with a good accuracy, and the proposed measurement method uses this particular measure. In the paper the assumptions for this measurement method are discussed, as well as the way of implementing it and the the simulated results are presented.

Keywords: stability margin, automatic control system, measurement method.

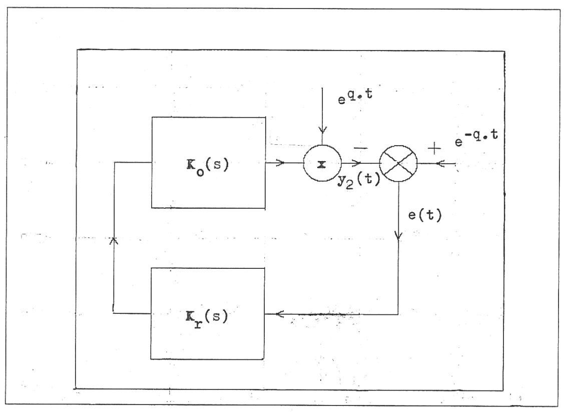
1. Wstęp, idea metody

Załóżymy, że transmitancja zastępcza $K_z(s)=\dfrac{L(s)}{M(s)}$ układu regulacji automatycznej wiążąca sygnał odniesienia $y_0(s)$ z sygnałem regulowanym $y(s)$ posiada bieguny, to jest pierwiastki równania $M(s)=0$ o częściach rzeczywistych $\operatorname{Re} s_i=-b_i$ dla i = 1,2,...m. Zapas stabilności układu określimy jako najmniejszą ze wszystkich wartości $b_{i\min}$, przy założeniu, że wszystkie b_i są dodatnie. Analityczne wyznaczanie tego zapasu wymaga znajomości postaci transmitancji $K_z(s)$ i rozwiązania równania $M(s)=0$. Załóżymy, że transmitancja ta nie jest znana, dostępne obserwacjom są natomiast sygnały $y_0(t)$ oraz $y(t)$ i zapas stabilności należy wyznaczyć metodą eksperymentu pomiarowego. Można w tym celu wykorzystać "operację Q" opisaną w [3] i wynikającą z praw rachunku operatorowego [2]. Jeżeli na wejście obiektu o transmitancji $K_z(s)=\dfrac{L(s)}{M(s)}$ zostanie podamy sygnał $y_0(t)\doteq y_0(s)$, to oczywiście na wyjściu otrzyma się sygnał $y(t)\doteq y(s)=y_0(s)\cdot K_z(s)$. Jeśli sygnał $y_0(t)$ przemnożyć przez funkcję $\exp(-qt)$ to stanowi to odpowiednik postaci operatorowej $y_0(t)\cdot\exp(-q\cdot t)\doteq y_0(s+q)$ i wtedy $y(t)$ odpowiada $y(s)=y_0(s+q)\cdot K_z(s)$. Mnożąc jednocześnie ten sygnał przez funkcję $\exp(+q\cdot t)$ otrzymuje się:

$$y_z(s)=y_0(s)\cdot K_z(s-q)$$

co odpowiada reakcji na sygnał $y_0(t)$ transmitancji o miejscach zerowych i biegunach przesuniętych o wartość *-q*.

Rozważmy układ regulacji automatycznej pokazany na rys. 1.



Rys. 1. Schemat badanego układu regulacji z obiektem o transmitancji $K_0(s)$ i regulatorem o transmitancji $K_r(s)$. Symbolami *x* oznaczono węzły mnożące

Fig. 1. The model of a studied control system for a plant $K_0(s)$ and a regulator with a transfer function $K_r(s)$. Symbol *x* denotes multiplication

Zgodnie z omówioną zasadą przy podaniu na wejście sygnału odniesienia $y_0(t)=1(t)$ jako reakcję $y_2(t)$ otrzymamy charakterystykę skokowa transmitancji $K_z(s-q)$.

Jeśli:

$$K_z(s)=\frac{L(s)}{(s-s_1)\cdot(s-s_2)\ldots(s-s_i)} \tag{1}$$

to:

$$K_z(s-q)=\frac{L(s-q)}{(s-s_1-q)\cdot(s-s_2-q)\ldots(s-s_1-q)} \tag{2}$$

Jeżeli biegun $s_i=-b_i$ lub para biegunów $s_{i-1}=-b_i+j\cdot c_i$, $s_i=-b_i-j\cdot c_1$ odpowiada zapasowi stabilności to dla $q=b_i$ otrzymamy biegun zerowy, lub parę biegunów urojonych, a więc stan graniczny układu między stabilnością a niestabilnością (drgania nietłumione, lub wzrost nieograniczony sygnału $y_2(t)$). W ten sposób dobierając parametr q tak, by doprowadzić układ do stanu granicznego (obserwacja zachowania się sygnału $y_2(t)$) wyznacza się zapas stabilności równy q. W szczególnym przypadku biegunów „krytycznych" (odpowiadających zapasowi stabilności) podwójnych, lub ogólnie wielokrotnych należy dodatkowo dzielić sygnał $y_2(t)$ przez czas t w odpowiedniej potędze (liczba pierwiastków wielokrotnych minus jeden) - taka sytuacja występuje jednak w praktyce nie często).

2. Eksperymenty symulowane, wstępne

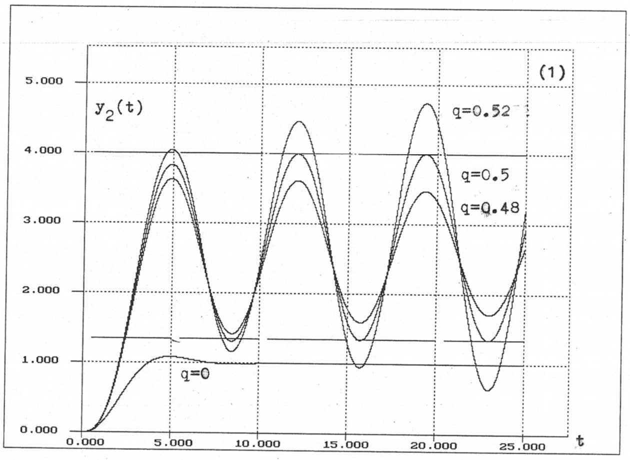
Wykonano omówione wyżej eksperymenty dla układów o transmitancjach zastępczych $K_z(s)$ wiążących sygnały $y(t)$ i $y_0(t)$ o postaci:

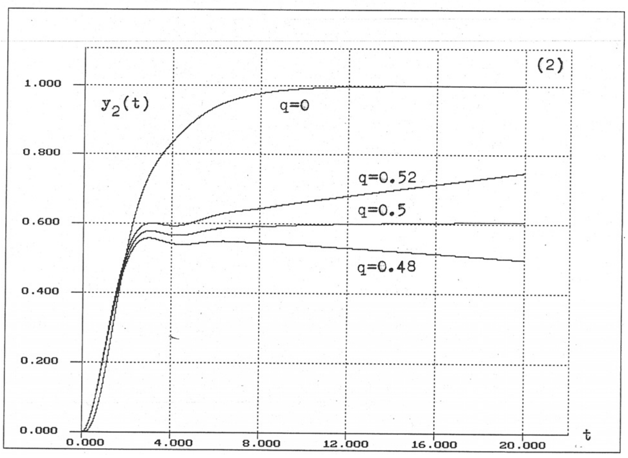
$$K_{z1}(s)=\frac{1}{(s+1)\cdot(s^2+s+1)},\quad K_{z2}(s)=\frac{1}{(s+0.5)\cdot(s^2+2\cdot s+4)}$$

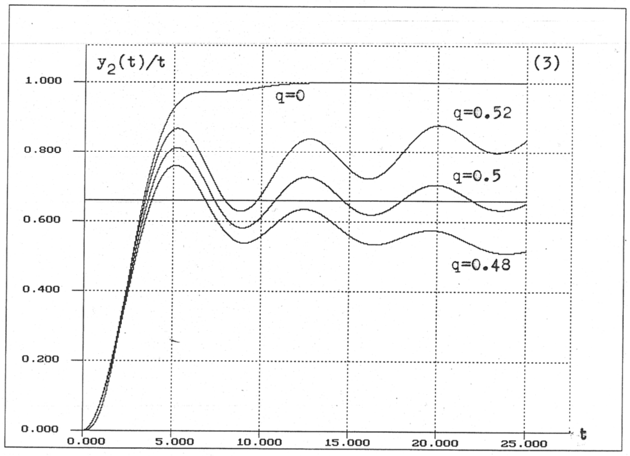
$$K_{z3}(s)=\frac{1}{(s+0.5)\cdot(s^2+s+1)},\quad K_{z4}=\frac{1}{(s_2+s+1)^2},$$

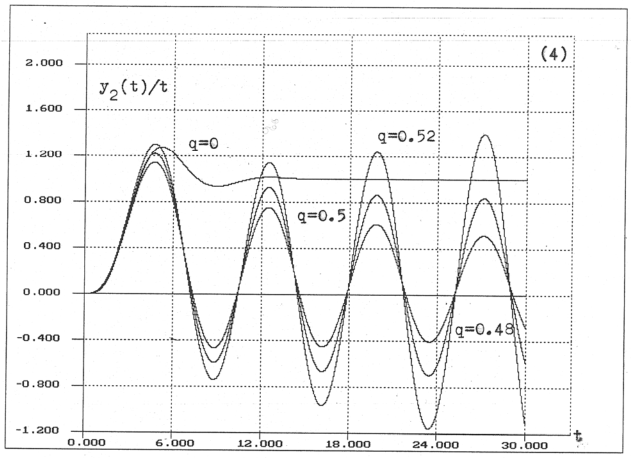
$$K_{z5}(s)=\frac{1}{(s+2)\cdot(s+0.5)^2} \tag{3}$$

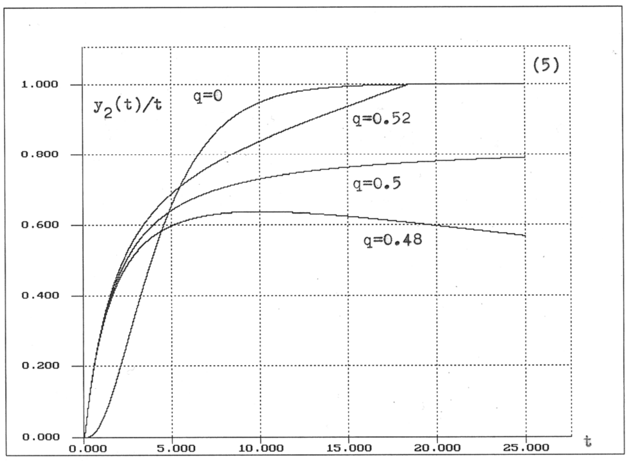
przy tym w każdym z tych przypadków zapas stabilności wynosi $s_i=-0.5$. Dla pierwszej transmitancji biegun „krytyczny" jest zespolony, a biegun dodatkowy rzeczywisty, w drugiej biegun krytyczny jest rzeczywisty, a dodatkowe są zespolone, w trzecim przypadku „krytyczne" są wszystkie bieguny w tym rzeczywisty i zespolone, w czwartym mamy biegun „krytyczny" zespolony, ale podwójny, w piątym „krytyczny" jest biegun rzeczywisty podwójmy, a dodatkowy - rzeczywisty.











Rys. 2. Przebiegi sygnałów $y_2(t)$ lub $y_2(t)/t$ dla wartości $q=0.52,\ 0.5$ i 0.48, oraz $y_2(t)$ dla $q=0$. Symbol (1) ...(5) odpowiada postaci transmitancji $K_{z1}(s)...K_{z2}(s)K_{z3}(s)...K_{z5}(s)$

Fig. 2. The plots of $y_2(t)$ or $y_2(t)/t$ for the values $q=0.52,\ 0.5$ and 0.48, and $y_2(t)$ for $q=0$. Symbol (1)...(5) corresponds to the transfer function $K_{z1}(s)...K_{z2}(s)K_{z3}(s)...K_{z5}(s)$

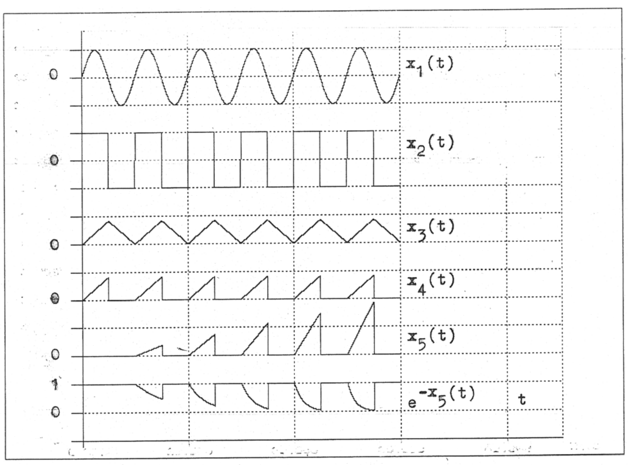
Eksperymenty wykonano dla wartości $q=0.48,\ 0.5$ i 0.52. Stan graniczny w każdym z tych przykładów występuje dla $q=0.5$, a wykresy uzyskanych charakterystyk skokowych pokazano na rysunkach 2,1... do 2.5. Uzyskane wyniki w pełni potwierdzają przypuszczenia. Na każdym z tych rysunków zamieszczono także wykres charakterystyki skokowej układu dla $q=0$.

3. Dogodniejszy algorytm prowadzenia eksperymentu

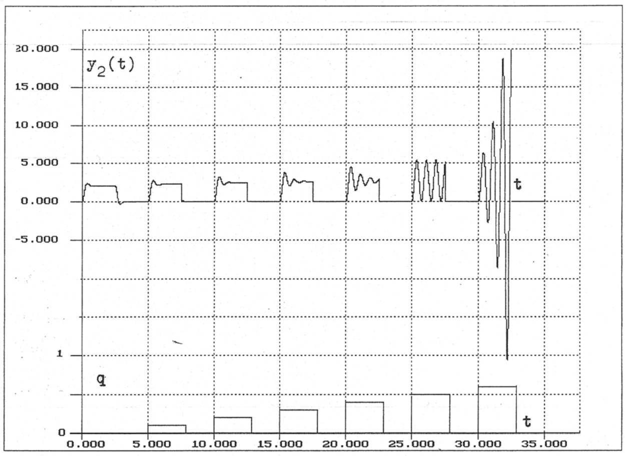
Prowadzenie eksperymentów w sposób opisany powyżej wymaga wielokrotnego powtarzania wielu czynności: ustawienia wartości parametru q, przy zerowych warunkach początkowych i przyjęciu umownej chwili $t = 0$ uruchomienia układu i obserwacji jego zachowania się, wyłączeniu układu i wyczekaniu na stan ustalony zerowy, zmiany parametru q w zależności od wyników obserwacji itd. Proces ten można usprawnić generując przebiegi pomocnicze w odpowiedni sposób.

Jako punkt wyjścia należy określić praktycznie czas t_0 po upływie którego w układzie przy $q = 0$ kończy się proces przejściowy i wygenerować pierwszy sygnał pomocniczy $x_1(t) = \sin\left(\frac{\pi \cdot t}{t_0}\right)$ a następnie sygnał $x_2(t) = \mathrm{sgn}[x_1(t)]$. Założymy sterowanie układem regulacji w taki sposób by w pierwszej połowie okresu sygnału pomocniczego $x_2(t)$ o długości t_0 układ działał w warunkach pewnej wartości parametru q, a w drugiej połowie też o długości t_0 wracał do stanu zerowego przy $q = 0$. W tym celu należy wygenerować sygnał pomocniczy $x_3(t) = \int_0^t x_2(t) \cdot dt$ a następnie $x_4(t) = x_3(t) \cdot [1 + x_2(t)]$. Sygnał ten narasta liniowo w czasie z jednakową prędkością w pierwszej połówce każdego okresu sygnału $x_1(t)$ i jest równy zeru w każdej drugiej połówce okresu. Skokową zmianę prędkości narastania w każdej pierwszej połówce okresu (o stałym przyroście) uzyskuje się tworząc sygnał: $x_5[t] = k \cdot x_4(t) \cdot [t - x_3(t)]$ (regulację wielkości owego przyrostu uzyskuje się dobierając odpowiednio wartość współczynnika k), sygnały $\exp(\pm q \cdot t)$ otrzymuje się jako $\exp[\pm x_5(t)]$, a sygnał $y_2(t)/t$ otrzymuje się dzieląc $y_2(t)$ przez $x_6(t) = 0.5 \cdot [1 + x_2(t)] + x_4(t)$. Operacji tej na rys. 1 nie zaznaczono!. Eksperyment należy przerwać zaraz po stwierdzeniu, że układ traci stabilność.

Przykładowe przebiegi sygnałów pomocniczych $x_1(t)...x_5(t)$ oraz $\exp[-x_5(t)]$ pokazano na rys. 3, a na rys. 4 wyniki eksperymentu przy użyciu tych sygnałów pomocniczych w przypadku, transmitancji układu $K_{z1}(s)$. Stan graniczny osiąga się tu przy $q = 0.5$.



Rys. 3. Przebiegi sygnałów pomocniczych dla proponowanej metody
Fig. 3. The plots of auxiliary signals for the proposed experimental method



Rys. 4. Przykładowe wyniki symulowanego eksperymentu
Fig. 4. Example results of the simulated experiment

4. Podsumowanie i wnioski

Symulowany eksperyment pozwolił wyznaczyć poprawnie zapas stabilności układu, przy tym sygnały pomocnicze $x_1(t)...x_5(t)$ były generowane przy użyciu komputera. Funkcja $\exp(q \cdot t)$ narasta bardzo szybko i tym samym wartość iloczynu $y(t) \cdot \exp(q \cdot t)$ może przekraczać granice poprawności obliczeń, jeśli zapas stabilności układu jest duży. Należy wtedy ograniczyć wielkość sygnału skokowego na wejściu, warto przy tym zauważyć, że przy dużym zapasie stabilności układu procesy przejściowe trwają zwykle krótko. Jeśli stan graniczny wykazuje oscylacje nietłumione, to okres tych oscylacji pozwala dodatkowo wyznaczyć wielkość części urojonej pierwiastka dominującego.

5. Literatura

[1] Kaczorek T.: Teoria układów regulacji automatycznej Cz. I. Warszawa 1971, Wyd. Politechniki Warszawskiej.
[2] Mikusiński J.: Rachunek operatorów. Monografie Matematyczne PAN, Tom XXX, Warszawa 1953.
[3] Nowacki P., Szklarski L., Górecki H.: Podstawy teorii układów regulacji automatycznej Tom I i II. PWN Warszawa 1958, 1962.
[4] Żuchowski A.: Identyfikacja dynamiki liniowych obiektów z wykorzystaniem transformacji, PAK 11/2006 str. 12.

otrzymano / received: 24.01.2014
przyjęto do druku / accepted: 03.03.2014 *artykuł recenzowany / revised paper*