

# ZŁOŻONOŚĆ PÓLGRUP CHARAKTERYSTYCZNYCH ILOCZYNÓW PROSTYCH „ $A^G$ ” AUTOMATÓW ASYNCHRONICZNYCH SILNIE SPÓJNYCH USTALONYCH ANALOGÓW ROZSZERZEŃ ZWIĄZANYCH Z IZOMORFIZMAMI DFASC<sub>2</sub>

*W artykule przedstawiono i przeprowadzono dowód na wyznaczenie złożoności półgrup charakterystycznych iloczynów prostych „ $A^G$ ” automatów asynchronicznych silnie spójnych ustalonych analogów rozszerzeń związanych z izomorfizmami DFASC<sub>2</sub> (deterministic finite asynchronous strongly connected). Półgrupa charakterystyczna automatu ingeruje w algorytm obliczeniowy uogólnionych homomorfizmów automatów, zatem wyznaczenie złożoności półgrupy charakterystycznej pozwala na oszacowanie złożoności obliczeniowej uogólnionych homomorfizmów dla innych klas automatów. W zakresie modelu matematycznego koncepcja ustalonego analogu rozszerzania automatu  $A^G$  związanego z izomorfizmami  $g^0, g^1, \dots, g^{q-1}$  gdzie  $q$  stopień rozszerzenia, przy odpowiednich założeniach symuluje automat zmienny w czasie. Automat zmienny w czasie jest adekwatnym modelem matematycznym dla wielu procesów technicznych i obliczeniowych czasu rzeczywiste. Iloczyn prosty automatów można uważać odpowiednio za realizację równoległych obliczeń*

## WSTĘP

Rozwój teorii automatów był stymulowany przez dwie uzupełniające się tendencje:

- konstruowanie modeli bliżej związanych ze współczesnym sprzętem i oprogramowaniem,
- znajdowanie poprawnych narzędzi matematycznych (języka matematycznego), w którym można wyrazić procesy obliczeniowe o dużej różnorodności.

Od wielu lat jesteśmy świadkami intensywnego rozwoju teorii automatów, szczególnie algebraicznej teorii automatów rozwijanej na gruncie teorii półgrup. Definicja relacji równoważności Myhill na zbiorze stanów automatu oraz półgrup charakterystycznych automatu pozwoliły wydobyć zeń możliwości obliczeniowe.

W ogólnym przypadku półgrupa charakterystyczna posiada  $n^n$  elementów dlatego interesujące jest pokazanie klasy automatów, które posiadają wielomianową zależność liczby elementów półgrupy charakterystycznej od liczby stanów [1,3,5].

## 1. ROZWAŻANIA WPROWADZAJĄCE.

Relację  $R \subseteq X \times Y$  nazywamy funkcją, gdy dla każdego  $a \in X$  istnieje dokładnie jeden element  $b \in Y$  taki, że  $a R b$ . Zbiór  $X$  jest nazywany zbiorem określoności, a zbiór  $Y$

zbiorem wartości funkcji. Funkcja  $f$  jest  $1 \div 1$  (różnowartościowa, jednoznaczna), gdy  $a_1 \neq a_2$  implikuje,

że  $f(a_1) \neq f(a_2)$ . Funkcja jest „na”, gdy

$Y = \{ b : b = f(a), a \in X \}$ . Grupoidem nazywamy parę

uporządkowaną  $(S, \circ)$ : gdzie:  $S$  – niepusty zbiór,  $(\circ)$  – operacja

binarna na zbiorze stanów  $S$ . Operacją binarną na zbiorze  $S$  nazywamy przekształcenie niepustego podzbioru zbioru  $(S \times S)$  w zbiór  $S$ . Binarną operację  $(\circ)$  na zbiorze  $S$  nazywamy łączną (asocjatywną), jeśli  $a \circ (b \circ c) = (a \circ b) \circ c$  dla wszystkich  $a, b, c \in S$ . Półgrupą, nazywamy taki grupoid  $(S, \circ)$ , w którym operacja  $(\circ)$  jest asocjatywna. Niech  $\Sigma$  będzie dowolnym zbiorem niepustym. Zbiór  $\Sigma$  będziemy nazywali alfabetem, a jego elementy literami. Słowem  $x$  w alfabecie  $\Sigma$  nazywamy dowolny ciąg liter alfabetu napisanych obok siebie, a długością słowa (oznaczoną przez  $|x|$ ) nazywamy liczbę tych liter  $\sigma$ .

Skończonym automatem zdeterminowanym bez wyjść nazywamy uporządkowaną trójkę  $(S, \Sigma, M)$ , gdzie:

$S$  – skończony, niepusty zbiór stanów

$\Sigma$  – skończony, niepusty zbiór wejść

$M : S \times \Sigma \rightarrow S$  : jest funkcją przejść.

Symbolem  $\Sigma^+$  oznaczamy będziemy przeliczalny nieskończony zbiór ciągów o skończonej długości, utworzony z elementów zbioru  $\Sigma$ . Zbiór  $\Sigma^*$  razem z operacją konkatencji (operacja połączenia dwóch słów, polegająca na napisaniu ich obok siebie w celu otrzymania nowego słowa), tworzy półgrupę wolną zwaną półgrupą wejściową. Symbolem  $\Sigma^*$  oznaczamy będziemy monoid wejściowy, czyli  $\Sigma^* = \Sigma^+ \cup \lambda$  gdzie  $\lambda$ , jest ciągiem pustym.

Funkcję  $M$  rozszerzamy do obszaru określoności  $S \times \Sigma^+$  w podany poniżej sposób. Niech:  $M(s, x)$  będzie zdefiniowane, wtedy:

$$M(s, x\sigma) = M(M(s, x), \sigma) \quad s \in S, \quad x \in \Sigma^+, \quad \sigma \in \Sigma$$

Na zbiorze  $\Sigma^*$  zdefiniujemy relację:

$xRy$  wtedy i tylko wtedy, gdy  $\forall_{s \in S} M(s, x) = M(s, y)$ .

$R$  jest relacją równoważności (relacja Myhill). Klasę równoważności zawierającą element  $x \in \Sigma^*$  oznaczamy będziemy  $\bar{x}$ , a zbiór wszystkich klas równoważności oznaczamy będziemy  $\bar{I}$ . Zbiór  $\bar{I}$  łącznie zoperacją  $(\circ)$  gdzie  $\bar{x} \circ \bar{y} = \overline{xy}$ , tworzy półgrupę (odpowiednio monoid), zwaną półgrupą charakterystyczną (odpowiednio monoidem charakterystycznym). Półgrupę charakterystyczną automatu  $A$  oznaczamy będziemy  $\bar{I}(A)$ .

Dla każdego  $x \in \Sigma^*$  definiujemy przekształcenie  $f_x$  zbioru  $S$  w siebie, gdzie:  $f_x(s) = M(s, x)$ , dla każdego  $s \in S$ :

Automat  $A = (S, \Sigma, M)$  jest silnie spójny wtedy i tylko wtedy, jeśli dla każdej pary  $(s_1, s_2)$  stanów automatu  $A$  istnieje element  $x$  z półgrupy wejściowej taki, że:  $M(s_1, x) = s_2$ .

Automat  $A = (S, \Sigma, M)$  będziemy nazywać asynchronicznym wtedy i tylko wtedy, gdy, dla każdego  $s \in S$  i  $\sigma \in \Sigma$   $M(s, \sigma) = M(s, \sigma\sigma)$ .

Automat  $A^G$  będziemy nazywać zbiorem dowolnej liczby automatów  $A^G = \{A_1, A_2, \dots, A_g\}$

Niech  $A = ({}^A S, \Sigma, {}^A M)$  i  $B = ({}^B S, \Sigma, {}^B M)$  będą automatami deterministycznymi. Funkcja  $f: A \rightarrow B$  jest rozumiana jako funkcja przekształcająca  ${}^A S$  w  ${}^B S$ . Funkcję

$f: A \rightarrow B$  nazywamy homomorfizmem (zachowuje operacje),

jeżeli:  $f({}^A M(s, \sigma)) = {}^B M(f(s), \sigma) \quad s \in S \quad i \quad \sigma \in \Sigma$ .

Homomorfizmem uogólnionym automatu  $A$  w  $B$  nazywamy parę przekształceń  $(f_1, f_2)$  takich, że:

$f_1: {}^A S \xrightarrow{w} {}^B S, \quad f_2: {}^A \Sigma^* \xrightarrow{w} {}^B \Sigma^*$ , oraz

$f_1({}^A M(s, x)) = {}^B M(f_1(s), f_2(x))$  dla każdego

$s \in {}^A S, \quad x \in {}^A \Sigma^*$ .

Jeżeli  $f: A \rightarrow B$  jest "1 ÷ 1" i "na" oraz zachowuje operacje, to  $f$  nazywamy izomorfizmem.

Niech  $q \geq 2$   $A = (S, \Sigma, M)$  będzie automatem oraz

niech,  ${}^0 A = (S^0, \Sigma, M^0)$

$A^1 = (S^1, \Sigma, M^1), \dots, A^{q-1} = (S^{q-1}, \Sigma, M^{q-1})$

będą obrazami izomorficznymi związanymi z izomorfizmami stano-

wymi  $g^1 \in Iz(A^0 \rightarrow A^1), \dots, g^{q-1} \in Iz(A^{q-2} \rightarrow A^{q-1})$ .

Rozszerzeniem  $q$  automatu  $A^0$  związanym z izomorfizmami stanowymi  $g^0, g^1, \dots, g^{q-1}$  nazywamy trójkę uporządkowaną

$ext_q(A) = ({}^{ext_q(A)} S, \Sigma, {}^{ext_q(A)} M)$  gdzie:

${}^{ext_q(A)} S = (S^0, S^1, \dots, S^{q-1})$ ;

${}^{ext_q(A)} M^q = (M^{q,0}, M^{q,1}, \dots, M^{q,q-1})$

$g^i: S \rightarrow S^i; \quad i = 0, 1, \dots, q-1,$

$S = \{s_0, s_1, \dots, s_{n-1}\}; \quad S^i = \{s_0^i, s_1^i, \dots, s_{n-1}^i\}$  natomiast

$s_j^i = g^i(s_j); \quad j = 0, 1, \dots, n-1.$

Ustalonym analogiem rozszerzeń  $ext_q A = (S, \Sigma, M)$  automatu  $A = (S, \Sigma, M)$  związanego z izomorfizmami

$g^0, g^1, \dots, g^{q-1}$  jest trójka uporządkowana

$({}^{ext_q(A)} S^*, \Sigma, {}^{ext_q(A)} M^*)$  gdzie:

${}^{ext_q(A)} S^* = \bigcup_{i=0}^{q-1} S^i$ ; a  ${}^{ext_q(A)} M^*: {}^{ext_q(A)} S^* \times \Sigma \rightarrow {}^{ext_q(A)} S^*$  jest

funkcją przejść zdefiniowaną dla dowolnych  $s \in S^i$ , jak następuje

${}^{ext_q(A)} M^*(s, \sigma) = M^{q,i}(s, \sigma)$ .

Iloczyn prosty automatów

$A = ({}^A S, \Sigma, {}^A M)$  i  $B = ({}^B S, \Sigma, {}^B M)$  jest trójką uporządkowaną

$A \times B = ({}^{(A \times B)} S, \Sigma, {}^{(A \times B)} M)$  gdzie  ${}^{(A \times B)} S = {}^A S \times {}^B S$ ;

${}^{(A \times B)} M: {}^{(A \times B)} S \times \Sigma \rightarrow {}^{(A \times B)} S$ , a funkcja przejść jest zdefiniowana jak następuje:

${}^{A \times B} M(({}^A s, {}^B s), (\sigma)) = ({}^A M({}^A s, \sigma), {}^B M({}^B s, \sigma))$ .

Iloczyn prosty „ $A^G$ ” automatów

$A_1 = ({}^{A_1} S, \Sigma, {}^{A_1} M), A_2 = ({}^{A_2} S, \Sigma, {}^{A_2} M), \dots,$

$A_g = ({}^{A_g} S, \Sigma, {}^{A_g} M)$  jest trójką uporządkowaną

$A_1 \times A_2 \times \dots \times A_g = ({}^{A_1 \times A_2 \times \dots \times A_g} S, \Sigma, {}^{A_1 \times A_2 \times \dots \times A_g} M)$  gdzie

${}^{A_1 \times A_2 \times \dots \times A_g} S = {}^{A_1} S \times {}^{A_2} S \times \dots \times {}^{A_g} S$  i

${}^{A_1 \times A_2 \times \dots \times A_g} M: {}^{A_1 \times A_2 \times \dots \times A_g} S \times \Sigma \rightarrow {}^{A_1 \times A_2 \times \dots \times A_g} S$ , a funkcja

przejść jest zdefiniowana jak następuje:

${}^{A_1 \times A_2 \times \dots \times A_g} M(({}^{A_1} s, {}^{A_2} s, \dots, {}^{A_g} s), (\sigma)) =$

$({}^{A_1} M({}^{A_1} s, \sigma), {}^{A_2} M({}^{A_2} s, \sigma), \dots, {}^{A_g} M({}^{A_g} s, \sigma))$ .

Dla wszystkich przedstawionych rozważań  $\Sigma = \{\sigma_0, \sigma_1\}$ , wprowadzamy  $x_0 = \sigma_0\sigma_1$  i  $x_1 = \sigma_1\sigma_0$ , dla których  $f_{x_0} = f_{\sigma_1}(f_{\sigma_0})$ ,  $f_{x_1} = f_{\sigma_0}(f_{\sigma_1})$ . Dla dowolnego  $x \in \Sigma^*$  definiujemy przekształcenie  $f_x : S \xrightarrow{w} S$  określone jak następuje:  $\forall_{s \in S} f_x(s) = M(s, x)$ , gdzie: dla  $x = x'\sigma$  mamy  $\forall_{s \in S} f_x(s) = f_{x'\sigma}(s) = f_{\sigma}(f_{x'}(s))$ .

**2. ZŁOŻONOŚĆ PÓLGRUP CHARAKTERYSTYCZNYCH ILOCZYNÓW PROSTYCH „A<sup>G</sup>” AUTOMATÓW ASYNCHRONICZNYCH SILNIE SPÓJNYCH USTALONYCH ANALOGÓW ROZSZERZEŃ ZWIĄZANYCH Z IZOMORFIZMAMI DFASC<sub>2</sub>**

**Twierdzenie 1**

Niech  $A^G = A_1 \times A_2 \times \dots \times A_g$  będzie iloczynem prostym „g” automatów asynchronicznych silnie spójnych z klasy DFASC<sub>2</sub>. Niech

$$ext_q(A_1 \times A_2 \times \dots \times A_g) = (ext_q(A_1 \times A_2 \times \dots \times A_g) S, \Sigma, A_1 \times A_2 \times \dots \times A_g M)$$

będzie ustalonym analogiem iloczynu prostego „g” automatów asynchronicznych silnie spójnych  $A^G$  z klasy DFASC<sub>2</sub>,

g - liczba wszystkich automatów,  $A^G = \{A_1, A_2, \dots, A_g\}$

q - obrazy izomorficzne związane z izomorficznymi stanowymi  $q = 2, 3, \dots$ ,

m, n, ..., c = 1, 2, 3, ..., liczba stanów w poszczególnych automatach  $A_1, A_2, \dots, A_g$ .

Wtedy  $I(ext_q(A_1 \times A_2 \times \dots \times A_g))^*$  iloczynu prostego automatów  $A_1 \times A_2 \times \dots \times A_g$  ma własność

$$card(I(ext_q(A_1 \times A_2 \times \dots \times A_g))^*) = 2q[m, n, \dots, c, q] \quad (1)$$

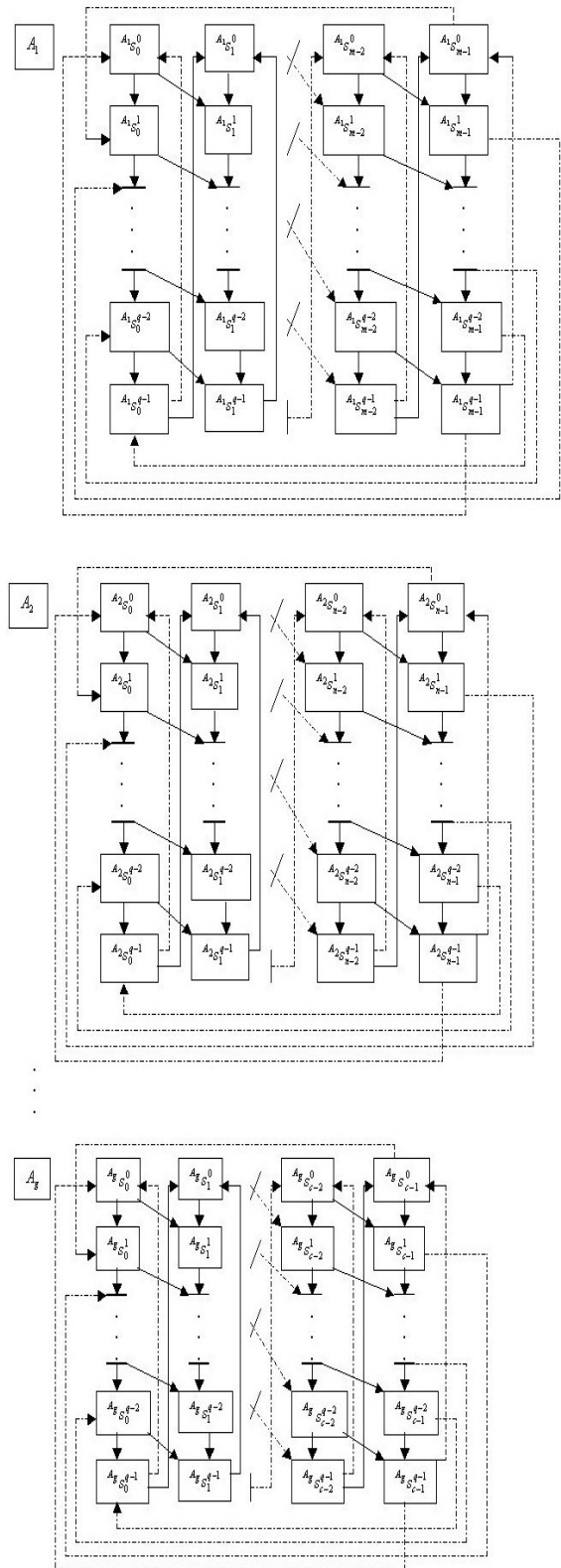
: gdzie:

$[m, n, \dots, c, q]$  najmniejsza wspólna wielokrotność liczb natural-

nych;  $card(A_1 S) = m > 2$ ;  $card(A_2 S) = n > 2, \dots$

,  $card(A_g S) = c > 2$ ,  $card(\Sigma) = 2$  dwuliterowy alfabet

wejściowy  $\Sigma = \{\sigma_0, \sigma_1\}$



**Rys. 1.** Zbiór stanów automatu  $A^G$  asynchronicznego silnie spójnego ustalonych analogów rozszerzeń związanych z izomorfizmami DDFASC<sub>2</sub>

Na rys.1 przedstawiono zbiór stanów automatu  $A^G$  asynchronicznego silnie spójnego ustalonych analogów rozszerzeń związanych z izomorfizmami  $DFASC_2$ . Dla tej klasy automatu tworzymy wszystkie uporządkowane pary stanów  $A^G$

$${}^z S = \left( \begin{array}{l} (A_1 s_0^0, A_2 s_0^0), \dots, (A_1 s_0^0, A_2 s_{n-1}^0), \dots, \\ (A_1 s_0^0, A_g s_0^0), \dots, (A_1 s_0^0, A_g s_{c-1}^0), \dots, \\ (A_1 s_1^0, A_2 s_0^0), \dots, (A_1 s_1^0, A_2 s_{n-1}^0), \dots, \\ (A_1 s_1^0, A_g s_0^0), \dots, (A_1 s_1^0, A_g s_{c-1}^0), \dots, \\ (A_1 s_{m-2}^0, A_2 s_0^0), \dots, (A_1 s_{m-2}^0, A_2 s_{n-1}^0), \dots, \\ (A_1 s_{m-2}^0, A_g s_0^0), \dots, (A_1 s_{m-2}^0, A_g s_{c-1}^0), \dots, \\ (A_1 s_{m-1}^0, A_2 s_0^0), \dots, (A_1 s_{m-1}^0, A_2 s_{n-1}^0), \dots, \\ (A_1 s_{m-1}^0, A_g s_0^0), \dots, (A_1 s_{m-1}^0, A_g s_{c-1}^0) \end{array} \right)$$

Po przekształceniu zbioru stanów  ${}^z S$  pod wpływem litery  $\sigma_0$  otrzymujemy:

$${}^z f_{\sigma_0} = \left( \begin{array}{l} (A_1 s_1^1, A_2 s_1^1), \dots, (A_1 s_1^1, A_2 s_{n-1}^1), \dots, \\ (A_1 s_1^1, A_g s_1^1), \dots, (A_1 s_1^1, A_g s_{c-1}^1), \dots, \\ (A_1 s_1^1, A_2 s_1^1), \dots, (A_1 s_1^1, A_2 s_{n-1}^1), \dots, \\ (A_1 s_1^1, A_g s_1^1), \dots, (A_1 s_1^1, A_g s_{c-1}^1), \dots, \\ (A_1 s_{m-2}^1, A_2 s_1^1), \dots, (A_1 s_{m-2}^1, A_2 s_{n-1}^1), \dots, \\ (A_1 s_{m-2}^1, A_g s_1^1), \dots, (A_1 s_{m-2}^1, A_g s_{c-1}^1), \dots, \\ (A_1 s_{m-1}^1, A_2 s_1^1), \dots, (A_1 s_{m-1}^1, A_2 s_{n-1}^1), \dots, \\ (A_1 s_{m-1}^1, A_g s_1^1), \dots, (A_1 s_{m-1}^1, A_g s_{c-1}^1) \end{array} \right)$$

Po  $\sigma_0 \sigma_0$ -krotnej konkatenacji litery  $\sigma_0$  otrzymujemy

$${}^z f_{\sigma_0 \sigma_0} = \left( \begin{array}{l} (A_1 s_1^2, A_2 s_1^2), \dots, (A_1 s_1^2, A_2 s_{n-1}^2), \dots, \\ (A_1 s_1^2, A_g s_1^2), \dots, (A_1 s_1^2, A_g s_{c-1}^2), \dots, \\ (A_1 s_1^2, A_2 s_1^2), \dots, (A_1 s_1^2, A_2 s_{n-1}^2), \dots, \\ (A_1 s_1^2, A_g s_1^2), \dots, (A_1 s_1^2, A_g s_{c-1}^2), \dots, \\ (A_1 s_{m-2}^2, A_2 s_1^2), \dots, (A_1 s_{m-2}^2, A_2 s_{n-1}^2), \dots, \\ (A_1 s_{m-2}^2, A_g s_1^2), \dots, (A_1 s_{m-2}^2, A_g s_{c-1}^2), \dots, \\ (A_1 s_{m-1}^2, A_2 s_1^2), \dots, (A_1 s_{m-1}^2, A_2 s_{n-1}^2), \dots, \\ (A_1 s_{m-1}^2, A_g s_1^2), \dots, (A_1 s_{m-1}^2, A_g s_{c-1}^2) \end{array} \right)$$

Po  $q+1$  krotnej konkatenacji litery  $\sigma_0$  otrzymujemy:

$${}^G f_{\sigma_0^{q+1}} = {}^G f_{\sigma_0}$$

W dalszych rozważaniach będziemy analizować przekształcenie  ${}^G f_{\sigma_0}$ . Rozważania dla przekształceń  ${}^G f_{\sigma_0 \sigma_0}, \dots, {}^G f_{\sigma_0^q}$  są podobne.

Po przekształceniu zbioru uporządkowanych par stanów automatu  $A^G$  pod wpływem litery  $x_0$  otrzymujemy przekształcenie:

Po przekształceniu zbioru uporządkowanych par stanów automatu  $A^G$  pod wpływem litery  $x_0$  otrzymujemy przekształcenie:

$${}^z f_{x_0} = \left( \begin{array}{l} (A_1 s_2^2, A_2 s_2^2), \dots, (A_1 s_2^2, A_2 s_0^2), \dots, \\ (A_1 s_2^2, A_g s_2^2), \dots, (A_1 s_2^2, A_g s_0^2), \dots, \\ (A_1 s_2^2, A_2 s_2^2), \dots, (A_1 s_2^2, A_2 s_0^2), \dots, \\ (A_1 s_2^2, A_g s_2^2), \dots, (A_1 s_2^2, A_g s_0^2), \dots, \\ (A_1 s_{m-1}^2, A_2 s_2^2), \dots, (A_1 s_{m-1}^2, A_2 s_0^2), \dots, \\ (A_1 s_{m-1}^2, A_g s_2^2), \dots, (A_1 s_{m-1}^2, A_g s_0^2), \dots, \\ (A_1 s_0^2, A_2 s_2^2), \dots, (A_1 s_0^2, A_2 s_0^2), \dots, \\ (A_1 s_0^2, A_g s_2^2), \dots, (A_1 s_0^2, A_g s_0^2) \end{array} \right)$$

W pracach [1,4] przedstawiono nowy sposób wyznaczania Najmniejszej Wspólnej Wielokrotności (NWW) liczb naturalnych. Analogiczne rozważania możemy przeprowadzić dla zbioru stanów automatu  $A^G = \{A_1, A_2, \dots, A_g\}$ .

Kontynuując dalsze przekształcenia uporządkowanego zbioru stanów  $A^G$  otrzymujemy następującą liczbę przekształceń.

$$[m, n] = a_1$$

.

.

.

$$[a_{k-2}, c] = a_{k-1}$$

$$[a_{k-1}, q] = [a_k]$$

Wtedy NWW  $a_k = [m, n, \dots, c, q]$

Ponieważ w naszych rozważaniach analizujemy przekształcenia  ${}^G f_{\sigma_0}$ , a rozwiązania dla przekształceń  ${}^G f_{\sigma_0 \sigma_0}, \dots, {}^G f_{\sigma_0^q}$  są analogiczne [3,6].

Podobnie dla przekształcenia rozpoczynającego się od litery  $\sigma_1$ .

Długość zbioru różnych przekształceń wynosi zgodnie z wzorem (1)

## PODSUMOWANIE

Z chwilą gdy nastąpił zdecydowany rozwój struktur mikrosystemów cyfrowych (2001r.), które wciąż ulegają modyfikacją, następuje proces eliminacji w niektórych zastosowaniach technicznych tradycyjnych sterowników PLC. Struktury mikrosystemów cyfrowych są wielokrotnie tańsze, mniejsze gabarytowo, zużywają mniej energii, zwiększają wydajność pracy poprzez zintegrowanie składowych systemu. Wykorzystując narzędzia programistyczne PsoC Express mikrosystemu cyfrowego możemy realizować program w oparciu o sporządzony wcześniej graf automatu. Wykorzystując teorię automatów możemy oszacować złożoności programów i czasu wizualizacji stanów automatów.

## BIBLIOGRAFIA

1. Bocian S. , Rozprawa doktorska , Politechnika Poznańska, 1986.
2. Bocian S. , A new method of calculating the smallest common multiple, w : Computational Topology and Geometry and Computation in Teaching Mathematics, pod red. Eladio Domínguez Murillo, Antonio Quintero Toscano, Jose Luis Vicente Córdoba, Universidad de Sevilla 1987 s. 25 – 41.
3. Bocian S. , *Złożoność półgrupy charakterystycznej iloczynu prostego automatów asynchronicznych silnie spójnych ustalonych analogów rozszerzeń związanych z izomorfizmami.* TRANSCOMP – XIV INTERNATIONAL CONFERENCE COMPUTER SYSTEMS AIDED SCIENCES, INDUSTRY AND TRANSPORT (Logistyka 6/2010), Zakopane 2010.
4. Bocian S., *Nowy sposób wyznaczania najmniejszej wspólnej wielokrotności (NWW) liczb naturalnych. Interpretacja graficzna, wizualizacja oraz programy w języku BASIC i C++* TRANSCOMP – XVI INTERNATIONAL CONFERENCE COMPUTER SYSTEMS AIDED SCIENCES, INDUSTRY AND TRANSPORT (Technika Transportu Szynowego –TTS, 9/2012), Zakopane 2012.
5. Bocian S., *Inteligentne podsystemy mechatroniczne w badaniach i sterowaniu pojazdów szynowych,* ( Monografia ) Poznań 2012 r.
6. Bocian S. , *Złożoność półgrupy charakterystycznej iloczynu prostego automatów z klasy  $EXTDFASC_2$ ,* Pojazdy Szynowe nr 1/2011, IPS – TABOR Poznań 2012 r.

**COMPLEXITY OF THE CHARACTERISTIC SEMI-GROUPS  
THE DIRECT PRODUCTS OF „ $A^G$ ” ASYNCHRONOUS  
AUTOMATA OF THE STRONGLY CONNECTED  
DETERMINED ANALOGS THE EXTENSIONS  
ASSOCIATED WITH  $DFASC_2$  ISOMORFISMS**

*The paper presents the assumption and the evidence is carried out of the direct product complexity of characteristic semi-groups of any number (“ $G$ ”) of deterministic, finite, asynchronous, highly consistent  $DFASC_2$ . automata. The characteristic semi-group of the automaton interferes in the computational algorithm of the generalized homoeomorphism of the automaton. Then determination the complexity of the characteristic semi-group enables to estimate the complexity of the computational generalized homoeomorphism for the other classes of automaton. In the range of the mathematical model the conception of the determined analog of the extension of the automaton  $A^G$  associated with the isomorphism  $g_0, g_1, \dots, g_{q-1}$  where  $q$  is the grade of the extensions, with the suitable assumptions it simulates the automaton variable in time. The variable automaton in time is the adequate mathematical model for the many technical and computational processes of the real time. The direct product of automaton can be considered as the realization-parallel calculations accordingly*

Autorzy:  
dr inż. **Stanisław Bocian**- Instytut Pojazdów Szynowych „TABOR” w Poznaniu

JEL: L63 DOI: 10.24136/atest.2018.218

Data zgłoszenia: 2018.05.28 Data akceptacji: 2018.06.15