ROCZNIKI POLSKIEGO TOWARZYSTWA MATEMATYCZNEGO
Seria II: WIADOMOŚCI MATEMATYCZNE XLIII (2007)

Piotr Pragacz (Warszawa)

Życie i dzieło Józefa Marii Hoene-Wrońskiego

Streszczenie. Opowiadamy o Hoene-Wrońskim (1776–1853), jednej z najbardziej oryginalnych postaci w historii Nauki. Artykuł ten sumuje dwa wykłady autora na Sesji Impangi „Ku czci Józefa Hoene-Wrońskiego”[1], która odbyła się w dniach 12–13 stycznia 2007 r. w Instytucie Matematycznym PAN w Warszawie.

By dojść do źródła, trzeba płynąć pod prąd.
Stanisław J. Lec

1. Wstęp i krótkie kalendarium. Celem tego artykułu jest przybliżenie postaci Józefa Marii Hoene-Wrońskiego. Był to – przede wszystkim – bezkompromisowy poszukiwacz prawdy w Nauce. Był to także myśliciel o niezwykłej oryginalności. Wreszcie był to niespożyty tytan pracy.

Czytając rozmaite materiały o jego życiu i pracy, a także starając się zrozumieć tę postać, miałem przed oczami znaną maksymę:

Uczmy się od ludzi Wielkich wielkich rzeczy, jakich nas nauczali. Ich słabostki to rzecz drugorzędna.

Krótkie kalendarium życia Józefa Marii Hoene-Wrońskiego:

1776 r.	– urodził się 23 sierpnia w Wolsztynie;
1794 r.	– wstępuje do polskiego wojska;
1795–1797 r.	– pełni służbę w armii rosyjskiej;
1797–1800 r.	– studiuje w Niemczech;
1800 r.	– przybywa do Francji i przyłącza się do Legionów Polskich w Marsylii;

[1] *Impanga* to nazwa ogólnopolskiej grupy geometrii algebraicznej i algebry, działającej od 2000 r. w Instytucie Matematycznym PAN. W czasie wspomnianej sesji wykłady wygłosili: R. Murawski: *Filozofia Hoene-Wrońskiego*, T. Maszczyk: *Prawo Najwyższe H-W*, W. Karkucińska: *Spuścizna po H-W w Bibliotece Kórnickiej*, W. Więsław: *Matematyka czasów H-W*, P. Domański: *Praca Banacha o Prawie Najwyższym H-W*, W. Wójcik: *Reforma matematyki H-W* oraz P. Pragacz: *Życie H-W* i *Wkład H-W do algebry*.

1803 r. – ogłasza swoją pierwszą pracę *Filozofia krytyczna Kanta*;
1810 r. – poślubia V. H. Sarrazin de Montferrier;
1853 r. – umiera 9 sierpnia w Neuilly pod Paryżem.

Można powiedzieć, że punktem wyjścia dla niniejszego artykułu jest rozdział XII w [6]. Z jego treścią zapoznałem się wiele lat temu i, mimo że czytałem później kilka innych opracowań o Hoene-Wrońskim, ten rozdział zapamiętałem na długo, chyba ze względu na bardzo wyważoną jego formę. W niniejszym artykule interesować nas będzie głównie matematyka Wrońskiego, a zwłaszcza jego wkład do algebry i analizy. Zatem ograniczamy się do podania najważniejszych faktów z jego życiorysu – więcej szczegółów można znaleźć w [9]. Także jeśli chodzi o filozofię, ograniczamy się do opowiedzenia o rzeczach najistotniejszych – więcej informacji można znaleźć w [36], [46], [10]. Z kolei najważniejsze wynalazki techniczne Wrońskiego są tu jedynie wymienione, bez omówienia szczegółowego.

Józef Maria Hoene-Wroński
(dagerotyp z Biblioteki Kórnickiej)

2. Młodość w Polsce. Józef Hoene urodził się w Wolsztynie 23 sierpnia[2] 1776 r. Jego ojciec, Antoni, był znanym architektem, imigrantem z Czech. Rok później rodzina przeniosła się do Poznania, gdzie ojciec przyszłego filozofa zdobył sławę wielkiego budowniczego (w roku 1779 Stanisław August nadał mu tytuł *architekta królewskiego*). W latach 1786–1790 Józef uczył się w Szkole Wydziałowej w Poznaniu. Wtedy, pod wpływem wydarzeń politycznych, zapragnął wstąpić do wojska. Sprzeciw ojca był stanowczy, lecz upór chłopca jeszcze większy. (Upór to niewątpliwie dominująca cecha charakteru bohatera tego artykułu.) W roku 1792 potajemnie uciekł on z domu i wkrótce zmienił nazwisko, by utrudnić poszukiwania. Od tej pory zwał się Józefem Wrońskim i tak został zapisany jako kadet Korpusu Artylerii. W czasie insurekcji w roku 1794 odznaczył się odwagą, co przyniosło mu szybki awans. Podczas obrony Warszawy przed pruskim wojskiem był dowódcą baterii – za swoją dzielność został odznaczony przez Kościuszkę. Uczestniczył również w bitwie pod Maciejowicami, podczas której dostał się do niewoli. Podjął wtedy decyzję o wstąpieniu do armii rosyjskiej. Co skłoniło młodzieńca do takiego kroku, nie wiadomo; przeglądając wiele materiałów o Wrońskim, nie natrafiłem na choćby najmniejszy ślad tej decyzji. Być może – ale to jest tylko hipoteza – miał on nadzieję uzyskania tą drogą możliwości kształcenia się w Rosji: jedyną myślą naczelną Wrońskiego było wszak dogłębne zbadanie prawd Nauki, a te są uniwersalne: takie same w Rosji jak gdzie indziej... Awansowany na kapitana, został doradcą w sztabie Suworowa. W latach 1795–1797 pełnił służbę w armii rosyjskiej i awansował na podpułkownika.

3. Wyjazd z Polski. Nagła wiadomość o śmierci ojca zmieniła plany Wrońskiego. Otrzymał on spory spadek, który pozwolił mu na podjęcie nauki, o czym od dawna marzył. Złożył dymisję i wyjechał na Zachód. Głęboko zainspirowany filozofią Kanta udał się do Królewca, lecz gdy okazało się, że Kant nie prowadził już wykładów, Wroński wyjechał do Halle i Getyngi. W 1800 odwiedził Anglię, potem pojechał do Francji. Zafascynowany Legionami Dąbrowskiego, udał się do generała z prośbą o ponowne przyjęcie go do polskich oddziałów. Dąbrowski przyjął Wrońskiego (nie uznał jednak jego stopni zdobytych w armii carskiej) i wysłał do Marsylii. Tam Wroński połączył służbę wojskową z miłością do Nauki. Został członkiem Marsyliańskiej Akademii Nauk i Marsyliańskiego Towarzystwa Medycznego.

W Marsylii przyszło nań olśnienie. Tym momentem przełomowym w życiu Wrońskiego była wizja, jakiej doznał 15 sierpnia 1803 na balu z okazji urodzin Napoleona. Jak sam opisywał, ogarnęło go dziwne uczucie lęku i pewność, że uda mu się odkryć „istotę Absolutu". Twierdził potem, że

[2] W różnych miejscach pojawiają się też daty 20 albo 24 sierpnia.

zrozumiał tajemnicę początku wszechświata oraz prawa nim rządzące. Postanowił odtąd zreformować ludzką wiedzę i stworzyć uniwersalny system filozoficzny. Na pamiątkę tego dnia przyjął imię Maria i do historii Nauki przeszedł już jako Józef Maria Hoene-Wroński. Reforma wiedzy ludzkiej Wrońskiego miała się rozwijać na podłożu zasadniczej reformy matematyki w kierunku odkrycia podstawowych praw i metod powszechnych. Równocześnie stawiał on przed matematyką (stosowaną) zadanie rozwiązania trzech zasadniczych zagadnień:

1. określenie związku między materią a energią (proszę zauważyć niezwykłą celność postawionego przez Wrońskiego zagadnienia);
2. powstanie ciał niebieskich z materii;
3. powstanie wszechświata z ciał niebieskich.

W działalności Wrońskiego wybija się na pierwszy plan dążność do oparcia całej wiedzy na filozofii, przez wynalezienie ogólnej zasady, z której rozwijałaby się ona z bezwzględną koniecznością.

Środki materialne umożliwiające drukowanie prac szybko się jednak skończyły, dlatego zaczął udzielać korepetycji z matematyki. Jedną z jego uczennic była Victoria Henriette Sarrazin de Montferrier. Panna tak spodobała się nauczycielowi, że w 1810 została jego żoną. We wrześniu tegoż roku Wroński rusza na podbój Paryża.

4. Paryż: rozwiązywanie równań, algorytmy, ułamki łańcuchowe i boje z Akademią. W roku 1811 Wroński wydaje *Filozofię matematyki* [14] (patrz także [24]). Już w niej wyróżnia on dwa aspekty badań matematycznych, a mianowicie:

1. teorię, której celem jest badanie istoty pojęć matematycznych;
2. technikę algorytmii, obejmującą środki prowadzące do wyznaczania wartości wielkości matematycznych.

Punkt 2 pokazuje, że Wroński był jednym z pionierów myślenia „algorytmicznego" w matematyce. Podał on wiele pomysłowych algorytmów na rozwiązanie ważnych problemów matematycznych.

W roku 1812 Wroński drukuje rozprawę o rozwiązywaniu równań wszystkich stopni [15] (patrz także [20]). Wydaje się, że bez tej rozprawy status naukowy Wrońskiego byłby bardziej „jednoznaczny". Wroński twierdzi w niej mianowicie, że znalazł metody *algebraiczne* na obliczanie pierwiastków równań dowolnego stopnia. Tymczasem od 1799 roku funkcjonowała informacja, że Ruffini dowiódł niemożności rozwiązania przez pierwiastniki równań stopnia większego niż 4 (dowód Ruffiniego – dziś uznawany jako prawie poprawny – wówczas wzbudzał kontrowersje[3] i tak naprawdę spo-

[3] Ruffini opublikował swe wyniki w książce, której egzemplarz wysłał w 1801 roku do Lagrange'a, lecz nie otrzymał żadnej odpowiedzi. Podobnie Legendre i inni akademicy paryscy nie uznali ich za warte uwagi. Dopiero w roku 1821 – na rok przed śmiercią – Ruffini otrzymał list od Cauchy'ego, w którym tenże napisał, że wysoko ceni jego prace.

łeczność matematyczna zaakceptowała ten fakt dopiero po opublikowaniu przez Abela dowodu w roku 1824). Czy więc Wroński kwestionował twierdzenie Ruffiniego-Abela? Czy może go nie znał? O ile w późniejszych latach Wroński rzeczywiście nie śledził systematycznie literatury matematycznej, to w pierwszej dekadzie wieku XIX był z nią raczej na bieżąco. Jeżeli wczytać się głębiej w (niełatwe do zrozumienia) rozważania i rachunki Wrońskiego, to wydaje się, że metoda Wrońskiego prowadzi do rozwiązań przybliżonych, przy czym stopień przybliżenia można dowolnie zwiększyć[4]. W jego rozumowaniu, obok operacji algebraicznych, pojawiają się argumenty analityczne i transcendentne. Taki np. charakter ma rozwiązanie przez Wrońskiego problemu faktoryzacji, omówionego niżej, a pochodzącego z omawianej rozprawy. Tego typu podejście nie jest nowatorskie, stosował je już np. Newton[5]. Skoro Wroński przykładał tak dużą wagę do tej rozprawy (została ona przedrukowana ponownie pod koniec lat 1840.), to – w celu uzyskania prawdziwego obrazu sytuacji – należałoby ją wydać na nowo z odpowiednimi komentarzami do tego, co w tej pracy Wroński robi (a czego nie robi), autorstwa kogoś kompetentnego.

Sądzę, że taką kompetentną osobą byłby Alain Lascoux, który, czytając tę i inne prace Wrońskiego, potrafił dostrzec, że ów zajmował się następującymi trzema zagadnieniami algebraicznymi, związanymi z wielomianami jednej zmiennej i algorytmem Euklidesa dla takich wielomianów:

1. Rozważmy dwa wielomiany unormowane $F(x)$ i $G(x)$. Przypuśćmy, że $\deg(F) \geqslant \deg(G)$. Wykonajmy wielokrotne dzielenie $F(x)$ i $G(x)$:

$$F = *\, G + c_1 R_1, \qquad G = *\, R_1 + c_2 R_2, \qquad R_1 = *\, R_2 + c_3 R_3, \quad \dots$$

Kolejne współczynniki „$*$" są jednoznacznie wyznaczonymi wielomianami zmiennej x takimi, że

$$\deg G(x) > \deg R_1(x) > \deg R_2(x) > \deg R_3(x) > \dots$$

Zamiast „zwykłego" algorytmu Euklidesa, gdzie $c_1 = c_2 = c_3 = \dots = 1$ i gdzie $R_i(x)$ są funkcjami *wymiernymi* zmiennej x i pierwiastków $F(x)$, $G(x)$, można tak ustalić c_i, że kolejne reszty $R_i(x)$ są wielomianami zmiennej x i tych pierwiastków. Te reszty nazywa się *unormowanymi resztami wielomianowymi* lub *subrugownikami*. Wroński skonstruował pomysłowy algorytm na wyznaczanie $R_i(x)$ (patrz [28], [29], [30]). Odnotujmy, że inne wzory na te reszty znalazł J. J. Sylvester w [42] – choć zostały one w pełni dowiedzione dopiero niedawno, patrz [31].

2. Używając algorytmu z poprzedniego punktu i pewnego przejścia granicznego, Wroński [15] (patrz także [20]) rozwiązał następujący ważny *problem faktoryzacji*:

---

4 Jest ciekawe, że podobną opinię wypowiadają autorzy [6], ale bez dalszych szczegółów.

5 Znane są metody Newtona-Raphsona i Laguerre'a.

Przypuśćmy, że dany jest wielomian unormowany $W(x) \in \mathbb{B}[x]$, który nie posiada pierwiastków o module 1. *Niech*

$$A := \{a \in \mathbb{C} : W(a) = 0,\ |a| > 1\}, \qquad B := \{b \in \mathbb{C} : W(b) = 0,\ |b| < 1\}.$$

Wyodrębnić z $W(x)$ czynnik $\prod_{b \in B}(x - b)$.

Podajemy – za Lascoux [29] – rozwiązanie Wrońskiego w terminach *symetrycznych funkcji Schura* (używamy tu definicji i notacji funkcji Schura z [29], [30]). Współczynniki wielomianu $W(x)$, z którego chcemy wyodrębnić czynnik odpowiadający pierwiastkom o module mniejszym niż 1, to elementarne funkcje symetryczne sumy (multi)zbiorów $A \cup B$. Zadanie więc sprowadza się do wyrażenia elementarnych funkcji symetrycznych argumentu B, za pomocą funkcji Schura argumentu $A \cup B$, oznaczanych $S_J(A + B)$. Niech moc (multi)zbioru A będzie równa m. Dla $I \in \mathbb{N}^m$ i $k, p \in \mathbb{N}$ definiujemy

$$I(k) := (i_1 + k, \dots, i_m + k), \qquad 1^p I(k) := (1, \dots, 1, i_1 + k, \dots, i_m + k)$$

(gdzie 1 występuje p razy). Niech moc (multi)zbioru B będzie równa n. Twierdzenie Wrońskiego (w wersji Lascoux [29]) orzeka, że

$$\prod_{b \in B}(x - b) = \lim_{k \to \infty} \left(\sum_{0 \leqslant p \leqslant n} (-1)^p x^{n-p} \frac{S_{1^p I(k)}(A + B)}{S_{I(k)}(A + B)} \right)$$

(tutaj I jest dowolnym ciągiem w $\mathbb{N}^m$). Zauważmy, że rozwiązanie to używa przejścia do granicy; obok więc środków algebraicznych, użyte jest także narzędzie transcendentne. Dowód tego wzoru można znaleźć w [29]. Widzimy więc, że Wroński, szukając pierwiastków równań algebraicznych, *nie* ograniczał się do pierwiastników.

3. Przy założeniu, że $\deg(F) = \deg(G) + 1$, Wroński uzyskał też interesujące wzory na reszty $R_i(x)$ w terminach *ułamków łańcuchowych* (patrz [30], gdzie wzory Wrońskiego wyrażone są również w języku funkcji Schura).

Odnotujmy, że Wroński także używał w swoich pracach funkcji symetrycznych zmiennych $x_1, x_2, \dots$, a zwłaszcza *funkcji alef.*

$$\aleph[X_3]^{(1)} = x_1 + x_2 + x_3,$$

$$\aleph[X_3]^{(2)} = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_1 \cdot x_2 + x_1 \cdot x_3 + x_2 \cdot x_3,$$

$$\aleph[X_3]^{(3)} = x_1^3 + x_2^3 + x_3^3 + x_1^2 \cdot x_2 + x_1^2 \cdot x_3 + x_2^2 \cdot x_3 + x_1 \cdot x_2^2 + x_1 \cdot x_3^2 + x_2 \cdot x_3^2 + x_1 \cdot x_2 \cdot x_3,$$

Funkcje alef trzech zmiennych, stopnia 1, 2 i 3 z rękopisu Wrońskiego

Ogólniej dla $n \in \mathbb{N}$ przyjmujemy $X_n = \{x_1, \ldots, x_n\}$ i definiujemy funkcję $\aleph[X_n]^i$ wzorem

$$\sum_{i \geqslant 0} \aleph[X_n]^i = \prod_{j=1}^{n} (1 - x_j)^{-1},$$

czyli $\aleph[X_n]^i$ jest sumą wszystkich jednomianów stopnia i. Te funkcje Wroński uważał za „ważniejsze" od „popularnych" *elementarnych* funkcji symetrycznych. Ta intuicja Wrońskiego zyskała – nazwijmy to – potwierdzenie w teorii *operatorów symetryzacji* [30], w teorii *baz Gröbnera* – tak ważnej w algebrze komputerowej (patrz np. [38]) – oraz we współczesnej *teorii przecięć* w geometrii algebraicznej [11], używającej raczej *klas Segre*, odpowiadających funkcjom alef, niż *klas Cherna*, odpowiadających elementarnym funkcjom symetrycznym. Zacytujmy głównego twórcę tej teorii przecięć – W. Fultona [11], str. 47:

Klasy Segre stożków normalnych mają pewne znamienne własności, których nie posiadają klasy Cherna.

Wszystko to pokazuje, że Wroński „czuł" matematykę nadzwyczaj głęboko.

W czasach Wrońskiego trwała fascynacja *ułamkami łańcuchowymi*[6]. O ile wcześniejsze generacje (Bombelli, Cataldi, Wallis, Huygens, Euler, Lambert, Lagrange,...) interesowały się *głównie* rozwijaniem liczb niewymiernych w ułamki łańcuchowe, uzyskując tak spektakularne wzory jak:

$$\sqrt{2} = 1 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{\ddots}}}}, \qquad e = 2 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{2}{3 + \cfrac{3}{\ddots}}}},$$

$$\pi = 3 + \cfrac{1}{6 + \cfrac{3^2}{6 + \cfrac{5^2}{6 + \cfrac{7^2}{\ddots}}}}$$

[6] Historia ułamków łańcuchowych opisana jest w [4]. Wiek XIX może być – bez przesady – opisany jako „złoty wiek" ułamków łańcuchowych. Był to okres kiedy ten temat był znany *każdemu* matematykowi. W tę tematykę byli zaangażowani tacy matematycy jak: Jacobi, Perron, Hermite, Gauss, Cauchy, Stieltjes,... Zajmowano się zarówno ułamkami funkcyjnymi jak i liczbowymi (ta sama uwaga dotyczy wieku poprzedniego, a zwłaszcza działalności Eulera i Lamberta). To jednak Wroński był pionierem funkcyjnych ułamków łańcuchowych w teorii interpolacji – jest to fakt, który, o dziwo, został po raz pierwszy dostrzeżony dopiero w ostatnich latach (!) przez Lascoux [30].

– o tyle w czasach Wrońskiego próbowano *głównie* rozwijać w ułamki łańcuchowe funkcje jednej zmiennej. Jeszcze w *Filozofii matematyki* [14] z roku 1811 Wroński rozwiązał *problem interpolacji* funkcji jednej zmiennej $f(x)$ za pomocą ułamków łańcuchowych. Niech $g(x)$ będzie funkcją pomocniczą znikającą w 0, a ξ – pomocniczym parametrem. Wroński wypisuje rozwinięcie $f(x)$ w ułamek łańcuchowy

$$f(x) = c_0 + \cfrac{g(x)}{c_1 + \cfrac{g(x-\xi)}{c_2 + \cfrac{g(x-2\xi)}{c_3 + \cfrac{g(x-3\xi)}{\ddots}}}}$$

wyrażając nieznane parametry $c_0, c_1, c_2, \ldots$ przez $f(0), f(\xi), f(2\xi), \ldots$ Ma to związek z *ułamkami łańcuchowymi Thielego* [43]. W kilka lat później Wroński podał jeszcze ogólniejsze ułamki łańcuchowe, rozważając zamiast jednej pomocniczej funkcji $g(x)$ układ funkcji $g_0(x), g_1(x), \ldots$, znikających w różnych punktach:

$$0 = g_0(\alpha_0) = g_1(\alpha_1) = g_2(\alpha_2) = \ldots$$

Wroński podaje wzory wyznacznikowe zawierające $f(\alpha_i)$, $i = 0, 1, \ldots$, na współczynniki c_j, $j = 0, 1, \ldots$, w rozwinięciu

$$f(x) = c_0 + \cfrac{g_0(x)}{c_1 + \cfrac{g_1(x)}{c_2 + \cfrac{g_2(x)}{c_3 + \cfrac{g_3(x)}{\ddots}}}}\,.$$

Te rozwinięcia Wrońskiego mają także związek z *ułamkami łańcuchowymi Stieltjesa* [41] i są kluczowe w teorii interpolacji. W swojej książce [30] Lascoux nazwał je *ułamkami łańcuchowymi Wrońskiego*, wprowadzając tym samym nazwisko głównego bohatera tego artykułu po raz drugi (po wrońskianach) do światowej literatury matematycznej. Więcej szczegółów, w tym dokładne referencje do prac Wrońskiego, można znaleźć w [30].

Także w roku 1812 Wroński opracował *Krytykę teorii funkcji analitycznych Lagrange'a* [16]. Zarzuty postawione przez Wrońskiego podzielało także wielu innych matematyków, m.in. Poisson. Chodziło tu zwłaszcza o sposób interpretacji wielkości nieskończenie małych oraz o niepełne wyprowadzenie wzoru Taylora. To w tej pracy Wrońskiego pojawiły się po raz pierwszy „sumy kombinatoryczne" zawierające pochodne, dziś nazywane *wrońskianami.*

W tych latach Wroński szukał dla swoich zamierzeń pewnego oparcia; sądził, że znajdzie je w najpoważniejszej instytucji: Akademii Francuskiej.

W roku 1810 posłał do Akademii – dla nawiązania kontaktu – rozprawę *O podstawowych zasadach metod algorytmicznych* zawierającą „Prawo Najwyższe", które pozwala rozwijać w szereg funkcję jednej zmiennej[7]. Komisja uznała, że wzór Wrońskiego obejmuje wszystkie znane do tej pory tego typu rozwinięcia, np. wzór Taylora, ale wstrzymała się z przyznaniem cechy prawdziwości wzoru w ogólnym sensie. Wroński zażądał stanowczej odpowiedzi, a w przewidywanym zatargu uchylił się od przyjęcia proponowanej przez Lagrange'a godności członka-korespondenta Akademii. Akademia nie udzieliła urzędowej odpowiedzi ani na replikę Wrońskiego, ani na dalsze jego pisma. Co więcej, tak poważne dzieło, jak wspomniana *Filozofia matematyki*, pozostało bez oddźwięku ze strony Akademii, podobnie jak i rozprawa *O rozwiązywaniu równań*. Oczywiście, postawa Akademii w sprawie *Krytyki teorii funkcji analitycznych Lagrange'a* nie mogła być inna aniżeli wroga Wrońskiemu. W komisji oceniającej rozprawę zasiadał sam... Lagrange i jego koledzy. Wobec negatywnej opinii, Wroński wycofał pracę z Akademii, nie szczędząc, zgodnie ze swoim temperamentem pisarskim, cierpkich słów pod adresem paryskich akademików (sformułowania: „urodzeni wrogowie Nauki", „uczeni patentowani" należały tu do... najbardziej oględnych).

W tym czasie pogorszyła się bardzo sytuacja materialna Wrońskiego. Zajęty pracą nad publikacjami zaniedbał lekcje, a choroba żony i dziecka zmusiła go do zupełnego wyprzedania się. Mimo wszelkich zabiegów, dziecka nie udało się uratować, a Wroński chodził w zniszczonym ubraniu i drewniakach. Z prośbą o wsparcie finansowe zwrócił się do samego Napoleona, który jednak nie zainteresował się jego działalnością. Wroński żył także na marginesie dość licznej wtedy w Paryżu polskiej emigracji, mimo że – jak się żalił w swoich pamiętnikach – rozprawę o równaniach dedykował swojej Polskiej Ojczyźnie.

Ważnym (finansowo) momentem było spotkanie z P. Arsonem, bogatym kupcem i bankierem z Nicei, z którym Wrońskiego zapoznał jego dawny przyjaciel Ph. Girard (nb. założyciel Żyrardowa). Arson, zafascynowany ideami Wrońskiego, obiecał sponsorować przez kilka lat jego działalność. W zamian Wroński miał wyjawić mu tajemnicę Absolutu. Ten dziwny związek filozofa z bankierem trwał do 1816 r. Arson, sekretarz Wrońskiego, w końcu zażądał spełnienia obietnicy, gdy zaś mistrz tego nie uczynił, wytoczył mu proces. Sprawa była na tyle głośna, że po kilku latach stała się tematem

[7] Nazwa „Prawo Najwyższe" w odniesieniu do rozwijania funkcji w szereg może się wydać zbyt pompatyczna. Pamiętajmy jednak, że matematycy tego okresu byli zafascynowani możliwością „przejścia do nieskończoności". Ta fascynacja dotyczyła nie tylko szeregów nieskończonych, ale i nieskończonych ułamków łańcuchowych. Dziś matematycy traktują nieskończoność instrumentalnie: jak trzeba uzwarcić przestrzeń, to „dodajemy punkt w nieskończoności" i już... Wroński i jemu współcześni traktowali nieskończoność z nabożnym szacunkiem jako wielką transcendentną tajemnicę.

jednej z książek Balzaca *Poszukiwanie absolutu*. Arson odszedł, lecz musiał spłacić długi swojego dawnego mistrza (bo proces wygrał Wroński, przekonawszy sędziego, że zna tajemnicę Absolutu). W tym czasie Wroński wydał *Le Sphinx*, które to pismo miało upowszechnić jego doktryny społeczne.

Lata 1814–1819 przynoszą nowe publikacje Wrońskiego, głównie z dziedziny filozofii matematyki: *Filozofia nieskończoności* (1814), *Filozofia technik algorytmicznych* (1815, 1816, 1817), *Krytyka teorii funkcji generujących Laplace'a*. Akademia pominęła te rozprawy całkowitym milczeniem.

5. Pobyt w Anglii. W roku 1820 Wroński udał się do Anglii, aby ubiegać się tam o nagrodę konkursową w związku z zagadnieniem pomiaru długości w nawigacji. Ta wyprawa była bardzo niefortunna. Na granicy celnicy zajęli mu wszystkie przyrządy, których Wroński nigdy nie odzyskał. Jego prace uznano za teoretyczne i jako takie nie podpadające pod nagrody. Wreszcie sekretarz Biura Długości Geograficznej, T. Young dokonał pewnych istotnych poprawek w tablicach swego autorstwa w oparciu o uwagi Wrońskiego przesłane do tegoż Biura, „zapominając" dodać, komu te poprawki zawdzięcza. Oczywiście Wroński protestował, wysyłając szereg listów, także do Królewskiego Towarzystwa Naukowego. Nigdy nie dostał na te listy odpowiedzi.

Z tego okresu pochodzi bardzo oryginalne dziełko *Wstęp do wykładu matematyki* [18] (patrz także [22]), napisane po angielsku i wydane w Londynie w roku 1821. Wroński stwierdza w nim, że każda wiedza pozytywna opiera się na matematyce lub korzysta z jej pomocy. Dzieje rozwoju matematyki dzieli Wroński na 4 + 1 okresów:

1. działalność uczonych Wschodu i Egiptu: uprawiano matematykę „konkretną", nie umiejąc się wznieść do pojęć abstrakcyjnych;
2. okres od Talesa i Pitagorasa do Odrodzenia: umysł ludzki wzniósł się na poziom wysokiej abstrakcji, lecz odkryte prawdy matematyczne występowały jako fakty szczególne, nie związane z prawem ogólnym jak np. ujęcie własności przecięć stożkowych;
3. działalność Tartaglii, Cardana, Ferrari, Cavalieriego, Bombellego, Fermata, Viety, Kartezjusza, Keplera,... : matematyka wznosi się do badania praw ogólnych dzięki algebrze, ale osiągnięcia matematyki są jeszcze „indywidualne" – odkrywanie „powszechnych" praw matematyki było jeszcze wtedy nieznane;
4. odkrycie przez Newtona i Leibniza rachunku różniczkowego i całkowego, rozwijanie funkcji w szeregi, ułamki łańcuchowe rozpropagowane przez Eulera, funkcje tworzące Laplace'a, teoria funkcji analitycznych Lagrange'a. Umysł ludzki zdołał się już wznieść od rozważania „samych ilości" do rozważania ich powstawania („generowania") w rachunku „fluksyj", czyli rachunku różniczkowym.

Okres piąty miałby się rozpocząć od odkrycia przez Wrońskiego Prawa Najwyższego i technik algorytmicznych; rozwój matematyki ma się oprzeć na zasadach najogólniejszych – „bezwzględnych" – obejmujących cały obszar matematyki. Wszystkie bowiem dotychczasowe metody i teorie nie wyczerpują istoty matematyki, gdyż brak jest im podstawy ogólnej, powszechnej, z której by wszystkie wyprowadzić się dały. Są one względne, gdy tymczasem Nauka winna dążyć do zasady bezwględnej. Tak więc okres piąty przewiduje uogólnienie matematyki. Istotnie nastąpiło to później, ale nie na bazie filozofii, jak chciał tego Wroński. Wymieńmy tu następujące teorie matematyczne, które powstały niedługo potem: teoria grup (Galois), geometria rzutowa (Monge, Poncelet), geometrie nieeuklidesowe (Łobaczewski, Bolyai, Gauss, Riemann), teoria mnogości (Cantor).

6. *Kanon logarytmów* – bestseller. W roku 1823 Wroński jest z powrotem w Paryżu i zajmuje się układaniem tablic matematycznych i konstrukcją przyrządów matematycznych: pierścienia arytmetycznego (do mnożenia i dzielenia) oraz „arytmoskopu" (do różnych działań arytmetycznych). Z osiągnięć Wrońskiego w tej materii najbardziej popularny jest pomysł *Kanonu logarytmów* [19] (patrz także [23]). Za pomocą odpowiednich logarytmów oraz dowcipnie obmyślanego rozkładu każdej liczby na pewne odpowiadające sobie części składowe, wspólne dla różnych liczb, potrafił tak te części umiejętnie zestawić, że całe tablice doprowadzone nawet do wielkich liczb, mieszczą się na jednej stronie. Dla logarytmów o 4 miejscach dziesiętnych cała ta tablica może się zmieścić w notesie kieszonkowym. *Kanon logarytmów* Wrońskiego doczekał się wielu wydań w różnych językach (i pokazuje, że Wroński obok dzieł trudno czytelnych potrafił pisać rzeczy łatwiej „przyswajalne").

W roku 1826 Wroński przebywał krótko w Belgii, gdzie zdołał zainteresować matematyków belgijskich swoimi osiągnięciami matematycznymi. To właśnie belgijscy uczeni pierwsi wprowadzili Hoene-Wrońskiego do literatury światowej.

W roku 1829 Wroński, zafascynowany osiągnięciami techniki, wydał dzieło poświęcone maszynom parowym.

7. Listy do władców Europy. Od lat 1830. aż do końca życia skupił się Wroński już wyłącznie na pojęciu mesjanizmu. Wtedy opublikował słynną *Odezwę do narodów słowiańskich o przeznaczeniu świata* i najsłynniejsze dzieła: *Mesjanizm*, *Prolegomena do mesjanizmu* oraz *Propedeutykę mesjanizmu*. W tym też czasie słał memoriały do papieża Leona XII i carów, by poparli jego koncepcję mesjanistyczną.

Należy także nadmienić, że Wroński pisał listy do władców Europy instruując ich, jak powinni sprawować rządy. Listy te zawierały dokładne wzory matematyczne, jak rządzić. Oto przykład takiego wzoru z *Sekretnego listu do Jego Wysokości Księcia Ludwika Napoleona* [21] z roku 1851.

Niech a będzie stopniem anarchii, d – stopniem despotyzmu. Wówczas

$$a = \left(\frac{m+n}{m} \cdot \frac{m+n}{n}\right)^{p-r} \cdot \left(\frac{m}{n}\right)^{p+r} = \left(\frac{m+n}{n}\right)^{2p} \cdot \left(\frac{m}{m+n}\right)^{2r},$$

$$d = \left(\frac{m+n}{m} \cdot \frac{m+n}{n}\right)^{r-p} \cdot \left(\frac{n}{m}\right)^{p+r} = \left(\frac{n}{m+n}\right)^{2p} \cdot \left(\frac{m+n}{m}\right)^{2r},$$

gdzie m = liczba członków partii liberalnej, p = odchylenie filozofii partii liberalnej od prawdziwej religii, n = liczba członków partii religijnej, r = odchylenie partii religijnej od prawdziwej filozofii. Według Wrońskiego, dla Francji należy przyjąć $p = r = 1$, a wtedy

$$a = \left(\frac{m}{n}\right)^2, \qquad d = \left(\frac{n}{m}\right)^2.$$

Poza tym $\frac{m}{n} = 2$, czyli $a = 4$, $d = \frac{1}{4}$. Oznacza to, że wolność polityczna jest – we współczesnej Wrońskiemu Francji – czterokrotnie większa od normalnej, a powaga władzy stanowi jedną czwartą władzy koniecznej.

(Wydaje się być rzeczą interesującą zastosowanie tych wzorów do obecnej polskiej rzeczywistości politycznej...).

8. Filozofia. Punktem wyjścia filozofii Wrońskiego była filozofia I. Kanta, którą przekształcił w metafizykę w sposób analogiczny do heglowskiego. Opracował nie tylko system filozoficzny, ale i jego zastosowania do polityki, historii, ekonomii, prawodawstwa, psychologii, muzyki (patrz [37]) i pedagogiki. Byt i wiedzę wyprowadzał z Absolutu, który pojmował bądź jako Boga, bądź jako ducha, rozum, rzecz samą w sobie. Nie określał jego istoty, starał się zeń wyprowadzić powszechne prawo, które nazwał „Prawem Stworzenia".

W filozofii dziejów zapowiadał przebudowę ustroju, z pełnego antagonistycznych sprzeczności w całkowicie rozumny. W dziejach rozwoju filozofii wyróżniał cztery okresy, które stawiały sobie odrębne cele:
1. wschodni – cele materialne;
2. grecko-rzymski – cele moralne;
3. średniowiecze – cele religijne;
4. nowożytny, aż po XVIII w. – cele umysłowe.

Wiek XIX traktował jako okres przejściowy, w którym ścierają się dwa obozy: konserwatywny, stawiający sobie jako cel dobro, i liberalny, uznający za swój cel prawdę.

Wroński jest najwybitniejszym przedstawicielem polskiej filozofii mesjanistycznej. To właśnie on (a nie Mickiewicz czy Towiański) wprowadził pojęcie „mesjanizmu". Wroński twierdził, że powołaniem ludzkości jest przejście do ustroju rozumnego, w którym nastąpi zjednoczenie Dobra i Prawdy oraz Religii i Nauki. Mesjaszem, który wprowadzi ludzkość w okres szczęśliwości, jest – w koncepcji Wrońskiego – właśnie *filozofia.*

Wybitnym znawcą i propagatorem filozofii Wrońskiego w Polsce był Jerzy Braun. Jego tekst *Aperçu de la philosophie de Wroński* z roku 1967 jest wysoko ceniony wśród francuskich badaczy systemu filozoficznego Wrońskiego.

9. Matematyka: Prawo Najwyższe, wrońskiany. Wroński zajmował się zasadniczo analizą matematyczną i algebrą. O wkładzie Wrońskiego do algębry była już mowa. W analizie[8] interesował się on zwłaszcza rozwijaniem funkcji w *szereg potęgowy* oraz *równaniami różniczkowymi.* Najciekawszą ideą matematyczną Wrońskiego była opracowana przez niego ogólna metoda rozwijania funkcji $f(x)$ jednej zmiennej x w szereg

$$f(x) = c_1 g_1(x) + c_2 g_2(x) + c_3 g_3(x) + \dots ,$$

gdy układ funkcji $g_1(x), g_2(x), \dots$ jest dany z góry, zaś $c_1, c_2, \dots$ są współczynnikami liczbowymi, które należy wyznaczyć. Zauważmy, że jeśli

$$g_1(x), g_2(x), \dots$$

tworzą bazę ortonormalną względem standardowego lub jakiegokolwiek innego iloczynu skalarnego $(\cdot, \cdot)$ na (nieskończeniewymiarowej) przestrzeni liniowej wielomianów jednej zmiennej, to dla każdego i mamy

$$c_i = \big(f(x), g_i(x)\big).$$

Ale tak prosta sytuacja zdarza się rzadko. Swej metodzie wyznaczania współczynników c_i nadał Wroński rangę *Prawa Najwyższego.* Z dzisiejszego punktu widzenia brak jej było precyzji i ścisłości (np. Wroński nie zajmował się problemem zbieżności), ale zawierała ona – obok interesujących rachunków – cenne idee. Idee te później podjął, ściśle sformułował i wzbogacił o treść topologiczną Stefan Banach, dowodząc, że Prawo Najwyższe Hoene-Wrońskiego można stosować w przestrzeniach nazywanych dziś *przestrzeniami Banacha*, a także w teorii *wielomianów ortogonalnych.* Wspomnę tu o mało znanym liście Hugona Steinhausa do Zofii Pawlikowskiej-Brożek:

Może Panią zajmie fakt dotyczący dwóch polskich matematyków: Hoene-Wrońskiego i Banacha. We Lwowie mieliśmy paryską edycję Wrońskiego i Banach pokazał mi tę kartę filozofa, która mówi o „Prawie Najwyższym"; otóż Banach udowodnił mi, że Wroński wcale nie gada tam o filozofii mesjanistycznej – rzecz dotyczy rozwinięcia funkcji dowolnej w funkcje ortogonalne (list z 28.06.1969).

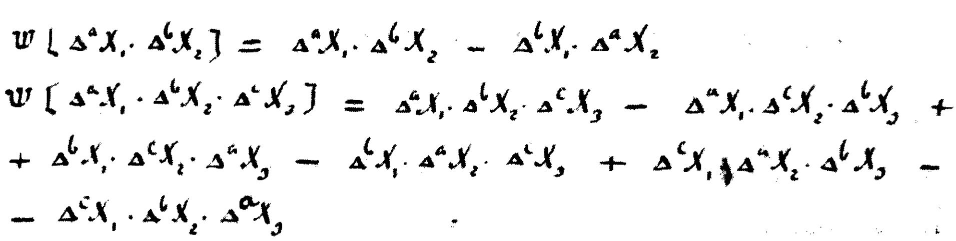
Banach dał „oficjalny" wykład na temat zastosowania *Prawa Najwyższego Wrońskiego* do analizy funkcjonalnej na posiedzeniu w Instytucie

[8] Prawdę powiedziawszy, to robienie tu rozróżnienia na algebrę i analizę trochę mija się z prawdą, bo Wroński często mieszał rozważania algebraiczne z analitycznymi.

Astronomicznym w Warszawie, któremu przewodniczył słynny astronom Tadeusz Banachiewicz. I on również, jako młody uczony, w jednej ze swoich prac stosował rezultaty Wrońskiego w astronomii teoretycznej[9]. Treść wykładu Banacha ukazała się drukiem w [2]. Odnotujmy, że w wydanej w roku 1936 książce [26] o wielomianach ortogonalnych jej autorzy S. Kaczmarz i H. Steinhaus apelowali o wyjaśnienie, co Wroński wniósł do teorii tych wielomianów.

Rozwijając metodę Prawa Najwyższego, Hoene-Wroński opracował technikę obliczania współczynników szeregu funkcyjnego. Posługiwał się przy tym jako wyrażeniami pomocniczymi pewnymi wyznacznikami, które Thomas Muir nazwał w roku 1882 *wyznacznikami Wrońskiego*, czyli *wrońskianami*. Muir pracował wtedy nad traktatem na temat teorii wyznaczników [33]. Przeglądając prace Wrońskiego, a zwłaszcza *Krytykę teorii funkcji analitycznych Lagrange'a* [16] zauważył on, że Wroński w pionierski sposób wprowadził i systematycznie używał „sum kombinatorycznych" [10], oznaczanych hebrajską literą *Szin* – zwanych teraz *wyznacznikami* – zawierających kolejne pochodne występujących funkcji:

$$fg' - f'g, \qquad fg'h'' + gh'f'' + hf'g'' - hg'f'' - fh'g'' - gf'h'', \qquad \ldots$$



$$W[\Delta^a X_1 \cdot \Delta^b X_2] = \Delta^a X_1 \cdot \Delta^b X_2 - \Delta^b X_1 \cdot \Delta^a X_2$$
$$W[\Delta^a X_1 \cdot \Delta^b X_2 \cdot \Delta^c X_3] = \Delta^a X_1 \cdot \Delta^b X_2 \cdot \Delta^c X_3 - \Delta^a X_1 \cdot \Delta^c X_2 \cdot \Delta^b X_3 + \Delta^b X_1 \cdot \Delta^c X_2 \cdot \Delta^a X_3 - \Delta^b X_1 \cdot \Delta^a X_2 \cdot \Delta^c X_3 + \Delta^c X_1 \cdot \Delta^a X_2 \cdot \Delta^b X_3 - \Delta^c X_1 \cdot \Delta^b X_2 \cdot \Delta^a X_3$$

Oto fragment str. 11 rękopisu *Réfutation...* z sumami kombinatorycznymi

W dzisiejszej notacji wrońskian n funkcji rzeczywistych

$$f_1(x), f_2(x), \ldots, f_n(x),$$

[9] T. Banachiewicz stosował idee Prawa Najwyższego Wrońskiego w rachunku *krakowianów* – patrz [3].

[10] Obecnie wyznaczniki są nieodmiennie kojarzone z macierzami – zarówno pojęciowo jak i w notacji. Historycznie, były one wprowadzone do matematyki wcześniej niż macierze jako „sumy ze znakami" i tak też na nich rachowano, odkrywając sporo interesujących własności, które wydają się być naturalne dopiero przy użyciu języka macierzy (jak np. twierdzenie Bineta-Cauchy'ego). Macierze weszły do matematyki w latach 1840. za sprawą Cayley'a, Hamiltona,..., a Sylvester stworzył w latach 1850. sugestywny rachunek wyznaczników i minorów oparty na języku macierzy (patrz np. [42]).

$(n-1)$-krotnie różniczkowalnych, definiujemy i zapisujemy następująco:

$$W(f_1, f_2, \ldots, f_n) = \begin{vmatrix} f_1 & f_2 & \cdots & f_n \\ f_1' & f_2' & \cdots & f_n' \\ f_1'' & f_2'' & \cdots & f_n'' \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ f_1^{(n-1)} & f_2^{(n-1)} & \cdots & f_n^{(n-1)} \end{vmatrix}$$

(istnieje też *wrońskian układu funkcji wektorowych*). Wrońskiany są „codziennym" narzędziem w teorii równań różniczkowych ([1], [39]) i pod taką nazwą znane są w literaturze matematycznej całego świata. Bodaj najczęściej stosuje się wrońskiany do testowania, czy układ funkcji jest liniowo niezależny:

Załóżmy, że $f_1(x), \ldots, f_n(x)$ są funkcjami $(n-1)$-krotnie różniczkowalnymi. Jeżeli $W(f_1, f_2, \ldots, f_n)$ nie zeruje się tożsamościowo, to funkcje f_1, ..., f_n są liniowo niezależne[11].

Własności i pewne zastosowania wrońskianów zostały omówione w [7]. Wrońskiany są wykorzystywane nie tylko w analizie. W klasycznej monografii z teorii niezmienników [13], autorzy wykorzystują je w algebraicznej teorii form binarnych. Analogony wrońskianów zostały skonstruowane w innych działach matematyki. I tak *wrońskiany systemów liniowych* (Galbura [12], Laksov [27]), które są pewnymi morfizmami wiązek wektorowych, to ważne narzędzie współczesnej geometrii algebraicznej; mają one zastosowania do wzorów typu Plückera w geometrii enumeratywnej oraz w teorii *punktów Weierstrassa*. Ten pionierski wynalazek, czy raczej odkrycie Wrońskiego, sięga rzeczywiście bardzo głęboko do źródeł czy – jak kto woli – korzeni matematyki i dowodzi niezwykłego wyczucia Wrońskiego na to, co w matematyce ważne. W rzeczy samej, Wroński używał bardziej ogólnych wyznaczników funkcyjnych niż wrońskiany, w czasie gdy wyznaczniki liczbowe zaczynały się dopiero pojawiać w pracach innych matematyków.

W dziedzinie fizyki Wroński interesował się teorią przyrządów optycznych i mechaniką płynów. Udoskonalał maszyny parowe, zaprojektował kalkulator mechaniczny, stworzył też koncepcję „szyn ruchomych", czyli obecnego *napędu gąsienicowego*, czym znowu wyprzedził swą epokę o wiele lat.

10. Wroński w oczach ludzi Nauki i Sztuki. Był on umysłem wyjątkowym, pod wieloma względami wręcz genialnym, a do tego był tytanem pracy. Dickstein pisze w ponadtrzystustronicowej biografii [9] o Wrońskim:

Żelazna jego natura wymagała niewiele snu i pożywienia, do pracy zasiadał od wczesnego ranka i dopiero po kilkugodzinnym zajęciu przyjmował posiłek mówiąc: „Na dzień swój zarobiłem".

---

[11] Implikacja przeciwna nie jest – na ogół – prawdziwa.

i dodaje przy tym:

Powaga pracy i walka z przeciwnościami nie spaczyły temperamentu równego, usposobienia wesołego, jakim miał się odznaczać Wroński.

Wroński pozostawił ogromną liczbę prac z matematyki, filozofii, fizyki i nauk technicznych (patrz [25], [8]).

Pałac w Kórniku koło Poznania, zawierający pokaźną kolekcję *oryginalnych* rękopisów Wrońskiego. Mogą one zawierać interesujące – jeszcze nie rozpowszechnione – treści matematyczne (zdjęcie Stanisława Nowaka).

Kolekcja książek, prac i rękopisów Wrońskiego [25] została zakupiona w roku 1875 przez Bibliotekę Kórnicką od przybranej córki Wrońskiego Bathilde Conseillant. Gdy po jego śmierci grono jego przyjaciół (prym wiódł tu nieoceniony Leonard Niedźwiecki – dobry duch Polskiej Emigracji i wielki przyjaciel Wrońskiego) czyniło próby ogłoszenia drukiem wszystkich jego dzieł (wiele pozostało w rękopisach), to okazało się, że stanowiły one dziesięć 800-stronicowych tomów. W 13 lat po śmierci Wrońskiego Polskie Towarzystwo Nauk Ścisłych w Paryżu, którego celem było skupienie polskich „sił naukowych", rozpisało konkurs na ocenę jego prac. Wśród przyczyn tego, że na konkurs zgłoszono tylko jedną pracę oraz, że dzieła Wrońskiego – poza skromnym gronem jego „wielbicieli" – nie cieszyły się powodzeniem, należy wymienić głównie ich utrudnioną czytelność. Była ona spowodowana nadmierną ilością uogólnień oraz łączeniem pojęć matematycznych z filozoficznymi. Tak, Wrońskiego nie czyta się łatwo – jest on autorem nad wyraz wymagającym. Był on również niezwykle wymagający za życia, przede wszystkim wobec siebie, ale także i wobec innych, czym nie zjednywał sobie przyjaciół, a raczej mnożył wrogów. Był to charakter „niełatwy"; w [9] czytamy:

Niezwykłą skromność w życiu domowym łączył z odwagą słowa i dumą wyższości, płynącą z głębokiego przekonania o posłannictwie opatrznościowym swojej osoby, o nieomylności swej filozofii. Przeciwników tej filozofii uważał za nieprzyjaciół Prawdy, i walczył z nimi namiętnie, nadając często argumentom swym zabarwienie zbyt osobiste...

Lecz należy tu wyraźnie powiedzieć, że za swego życia Wroński nie spotkał się z *konstruktywną* recenzją i krytyką, która – poza wskazaniem miejsc niejasnych w jego pracach – wyłowiłaby również pomysły naprawdę genialne (a takowe w pracach Wrońskiego były). Postawa Akademii Francuskiej wobec Wrońskiego chluby jej nie przynosi. O paryskich akademikach pisał Wroński gorzko:

Ci Panowie nie są zainteresowani ani Postępem, ani Prawdą...

Cóż, o wiele lat Wroński wyprzedził swoją epokę. Balzac określił Wrońskiego „najtęższym umysłem ówczesnej Europy". Podobny podziw żywił wobec Wrońskiego Norwid – inny gigant myśli (patrz [37], str. 30). Wizje polityczne Wrońskiego „przewidziały" Unię Europejską – federację państw zjednoczonej Europy, rządzoną przez wspólny parlament. Chyba słusznie pisze Dickstein:

Obok wszechstronności, cechą dominującą umysłu Wrońskiego była, że tak powiemy, zdolność architektoniczna. Sam powiedział w jednej ze swoich najdawniejszych prac („Filozofia etyczna"), że najpiękniejszym przywilejem rozumu ludzkiego jest zdolność tworzenia systemów.

Kto wie, czy w Niemczech Wroński nie miałby więcej szans na znalezienie czytelników swoich rozpraw, pisanych trochę „w stylu" wielkich filozofów niemieckich.

Wroński jest – w opinii nie tylko autora – bodaj *najbardziej niedocenianą* w swej Ojczyźnie wielką postacią Nauki Polskiej. Wydaje się, że na świecie jest on ceniony znacznie wyżej. I tak w Muzeum Nauki w Chicago, na tablicy z nazwiskami najwybitniejszych matematyków w historii, można znaleźć nazwiska tylko trzech polskich matematyków: Kopernika, Banacha i właśnie Hoene-Wrońskiego. Także wybitna jest pozycja Wrońskiego w filozofii XIX wieku. Wydaje się, że we Francji Wroński-filozof jest ceniony znacznie wyżej niż w Polsce (patrz np. [46], [10]). Spuścizna naukowa tak oryginalnego umysłu, jakim był Hoene-Wroński, *powinna* doczekać się gruntownego opracowania w jego Ojczyźnie.

11. Non omnis moriar. Życie Wrońskiego było długie i trudne. Czyż jakiś sławny autorytet naukowy – za jego życia – powiedział mu dobre słowo o tym, czego dokonał w Nauce[12]? Jeszcze w roku 1853 pisze Wroński dwie prace, a trzecią przygotowuje do druku: zajmuje się w nich *teorią przypływów morskich.* Dwie pierwsze przesłał Ministerstwu Marynarki. Otrzymana odpowiedź, że wzory Laplace'a wystarczają dla potrzeb marynarki, była dotkliwym ciosem dla 75-letniego uczonego, który po 50 latach wytężonej pracy i tu nie znalazł uznania. Zmarł on 9 sierpnia 1853 r. w podparyskim Neuilly, szepcząc przed śmiercią do żony:

Boże Wszechmogący, miałem jeszcze tyle do powiedzenia.

Józef Maria Hoene-Wroński jest pochowany na starym cmentarzu w Neuilly. Na jego grobie widnieje napis (w języku francuskim):

AKT POSZUKIWANIA PRAWDY ŚWIADCZY
O MOŻNOŚCI JEJ ZNALEZIENIA.

Po napisaniu tego artykułu uświadomiłem sobie, że ma on – w istocie – wiele wspólnego z moim artykułem o Aleksandrze Grothendiecku w *Wiadomościach Matematycznych* (2004). W swoich pamiętnikach *Zbiory i siewy* (tom I, str. 94), Grothendieck napisał:

...tej nocy ...zrozumiałem, że PRAGNIENIE poznania oraz MOŻNOŚĆ poznania i odkrywania są jedną i tą samą rzeczą.

Podziękowania. Postacią Hoene-Wrońskiego zafascynował mnie Alain Lascoux – bez tej fascynacji ten artykuł nie byłby możliwy.

Tekst ten uzyskał ostateczną formę po wysłuchaniu referatów i komentarzy na Sesji *Ku czci Józefa Hoene-Wrońskiego*, opisanej we Wstępie; serdecznie dziekuję referentom, jak również Jerzemu Browkinowi i Maciejowi Skwarczyńskiemu. Dziękuję także Janowi Krzysztofowi Kowalskiemu, Marii Pragacz i Jolancie Zaim za pomoc przy stronie redakcyjnej, oraz Wandzie Karkucińskiej i Magdalenie Marcinkowskiej z Biblioteki PAN w Kórniku za pozwolenie opublikowania dagerotypu Wrońskiego oraz fragmentów jego rękopisów, a także za pomoc w pracy nad tymi rękopisami.

[12] Za życia Wrońskiego ukazały się dwie ważne pozycje [40] i [32], cytujące jego osiągnięcia matematyczne. W [40] twierdzenia i wzory Wrońskiego podane są w kilkudziesięciu miejscach, zaś w [32] streszczone są jego najważniejsze pomysły matematyczne. Mimo tego, uczeni współcześni Wrońskiemu niewiele wiedzieli o jego osiągnięciach i często odkrywali na nowo to, co Wroński odkrył na wiele lat przedtem.

W około 20 lat po śmierci Wrońskiego, wzmianki o Wrońskim jako o matematyku i filozofie pojawiły się w książce Ponceleta *Applications d'Analyse et de Géométrie*, a także ukazały się prace Cayley'a [5] i Transona [44], [45], rozwijające idee Wrońskiego. Można powiedzieć, że wrońskiany „zadomowiły się" w matematyce jeszcze zanim Muir wprowadził ten termin. W wielotomowej historii wyznaczników [34], [35] streszczone są prace poświęcone wrońskianom z okresu 1838–1920 autorstwa m.in. takich matematyków jak: Liouville, Puiseaux, Christoffel, Sylvester, Frobenius, Torelli, Peano. Muir podkreśla przy tym, że zainteresowanie wrońskianami rosło z czasem.

Bibliografia

[1] W. I. Arnold, *Równania różniczkowe zwyczajne*, PWN, Warszawa 1975.

[2] S. Banach, *Über das „Loi suprême" von J. Hoene-Wroński*, Bulletin International de l'Academie Polonaise des sciences et de lettres, Série A (1939), 450–457.

[3] T. Banachiewicz, *Rachunek krakowianowy z zastosowaniami*, PAN, Komitet Astronomiczny, PWN, Warszawa 1959.

[4] C. Brezinski, *History of continued fractions and Padé approximants*, Springer, Berlin 1991.

[5] A. Cayley, *On Wroński's theorem*, Quart. J. Math. **12** (1873), 221–228.

[6] J. Dianni, A. Wachułka, *Tysiąc lat polskiej myśli matematycznej*, PZWS, Warszawa 1963.

[7] S. Dickstein, *Własności i niektóre zastosowania wrońskianów*, Prace Matematyczno-Fizyczne **1** (1888), 5–25.

[8] S. Dickstein, *Katalog dzieł i rękopisów Hoene-Wrońskiego*, nakładem Akademii Umiejętności, Kraków 1896; także w [9] str. 239–351.

[9] S. Dickstein, *Hoene-Wroński. Jego życie i prace*, nakładem Akademii Umiejętności, Kraków 1896.

[10] J.-C. Drouin, *Les grands thèmes de la pensée messianique en France de Wroński à Esquiros: christianisme ou laïcisme?*, w: Messianisme et slavophilie, Wyd. Uniw. Jagiell., Kraków 1987, 55–66.

[11] W. Fulton, *Intersection theory*, Springer, Berlin 1984.

[12] G. Galbura, *Il wronskiano di un sistema di sezioni di un fibrato vettoriale di rango i sopra una curva algebrica ed il relativo divisore di Brill–Severi*, Ann. Mat. Pura Appl. **98** (1974), 349–355.

[13] J. H. Grace, A. Young, *The algebra of invariants*, Cambridge University Press, Cambridge 1903; istnieje reprint: Stechert & Co., New York 1941.

[14] J. M. Hoene-Wroński, *Introduction à la Philosophie des Mathématiques et Technie de l'Algorithmique*, Courcier, Paris 1811.

[15] J. M. Hoene-Wroński, *Résolution générale des équations de tous les degrés*, Klostermann, Paris 1812.

[16] J. M. Hoene-Wroński, *Réfutation de la théorie des fonctions analytiques de Lagrange*, Blankenstein, Paris 1812.

[17] J. M. Hoene-Wroński, *Philosophie de la technie algorithmique: Loi Suprême et universelle*; *Réforme des Mathématiques*, Paris 1815–1817.

[18] J. M. Hoene-Wroński, *A course of mathematics, Introduction determining the general state of mathematics*, London 1821.

[19] J. M. Hoene-Wroński, *Canons de logarithms*, Didot, Paris 1824.

[20] J. M. Hoene-Wroński, *Réforme absolue et par conséquent finale du Savoir Humain. Tome I: Réforme des Mathématiques*; *Tome III: Résolution générale et définitive des équations algébriques de tous les degrés*, Didot, Paris 1847–1848.

[21] J. M. Hoene-Wroński, *Epitre Secrète à son Altesse le Prince Louis-Napoléon*, Dépôt des Ouvrages Messianiques, Metz 1851.

[22] J. M. Hoene-Wroński, *Wstęp do wykładu Matematyki*, tłum. z franc. L. Niedźwiecki, Biblioteka Polska, Quais d'Orleans 6, Paris 1880.

[23] J. M. Hoene-Wroński, *Kanony logarytmów*, tłum. z franc. S. Dickstein, Warszawa 1890.

[24] J. M. Hoene-Wroński, *Wstęp do Filozofii Matematyki oraz Technia Algorytmii*, tłum. z franc. P. Chomicz, Prace Towarzystwa Hoene-Wrońskiego, Inst. Wyd. „Biblioteka Polska", Warszawa 1937.

[25] J. M. Hoene-Wroński, *Spuścizna w Bibliotece PAN w Kórniku* – patrz: http://www.bkpan.poznan.pl/biblioteka/index.html
[26] S. Kaczmarz, H. Steinhaus, *Theorie der Orthogonalreihen*, Warszawa-Lwów, 1936.
[27] D. Laksov, *Wronskians and Plücker formulas for linear systems on curves*, Ann. Sci. École Norm. Sup. (4) **17** (1984), 45–66.
[28] A. Lascoux, *Diviser!*, w: M. Lothaire, Mots, Mélanges offerts à M.-P. Schützenberger, Hermès, Paris 1990.
[29] A. Lascoux, *Wroński's factorization of polynomials*, w: Topics in Algebra, Banach Center Publ. **26**, Part 2, PWN, Warszawa 1990, 379–386.
[30] A. Lascoux, *Symmetric functions and combinatorial operators on polynomials*, CBMS Regional Conf. Ser. in Math. **99**, Amer. Math. Soc., Providence 2003.
[31] A. Lascoux, P. Pragacz, *Double Sylvester sums for subresultants and multi-Schur functions*, J. Symbolic Comp. **35** (2003), 689–710.
[32] A. S. de Montferrier, *Dictionnaire des sciences mathématiques pures et appliquées*, Paris 1834–1840.
[33] T. Muir, *A treatise on the theory of determinants*, London 1882; istnieje reprint: Dover, New York 1960.
[34] T. Muir, *The theory of determinants in the historical order development*, 4 tomy, Macmillan & Co., London 1906, 1911, 1920, 1923; istnieje także reprint: Dover, New York 1960.
[35] T. Muir, *Contributions to the history of determinants, 1900–1920*, Blackie and Son, London, Glasgow 1930.
[36] R. Murawski, *Józef Maria Hoene-Wroński – filozof i matematyk*, Materiały konferencyjne Uniwersytetu Szczecińskiego, **30** (1998), 29–46.
[37] C. K. Norwid, *O Szopenie*, Fundacja Narodowego Wydania Dzieł Fryderyka Chopina, Łódź 1999.
[38] H. Ohsugi, T. Wada, *Gröbner bases of Hilbert ideals of alternating groups*, J. Symb. Comp. **41** (2006), 905–908.
[39] L. S. Pontrjagin, *Równania różniczkowe zwyczajne*, Mir, Moskwa 1974 (po rosyjsku).
[40] F. Schweins, *Theorie der Differenzen und Differentiale*, Heidelberg 1825.
[41] T. J. Stieltjes, *Recherches sur les fractions continues*, Ann. Fac. Sc. Toulouse **8** (1894), 1–122.
[42] J. J. Sylvester, *A theory of the syzygetic relations of two rational integral functions*, Phil. Trans. Royal Soc. London **CXLIII**, Part III (1853), 407–548.
[43] T. N. Thiele, *Interpolationrechnung*, Teubner, Leipzig 1909.
[44] A. Transon, *Réflexions sur l'événement scientifique d'une formule publiée par Wroński en 1812 et démontrée par Cayley en 1873*, Nouvelles Annales de mathématiques **13** (1874), 161–174.
[45] A. Transon, *Lois des séries de Wroński. Sa phoronomie*, Nouvelles Annales de mathématiques **13** (1874), 305–318.
[46] F. Warrain, *L'œuvre philosophique d'Hoene-Wroński. Textes, commentaires et critique*, 3 volumes, Les Editions Vega, Paris 1933, 1936, 1938.

Piotr Pragacz
Instytut Matematyczny PAN
ul. Śniadeckich 8
00-956 Warszawa
e-mail: P.Pragacz@impan.gov.pl