

Miron CZERNIEC^{*,}, Jerzy KIELBIŃSKI^{*}**

WPLYW KOREKCJI PRZEKŁADNI WALCOWEJ O ZĘBACH EWOLWENTOWYCH NA ZUŻYCIE ORAZ TRWAŁOŚĆ

INFLUENCE OF THE CORRECTION OF CYLINDRICAL GEARINGS WITH INVOLUTE TEETH ON WEAR AND DURABILITY

Słowa kluczowe:

przekładnie walcowe zębate, zazębienie dwu-, jedno-, dwuparowe, korekcja technologiczna zębów, naciski stykowe, zużycie zębów, trwałość przekładni

Ke words:

cylindrical gearing, double – single – double tooth engagement, technological tooth correction, hooking displacement, contact pressures, tooth wear, gear durability

* Politechnika Lubelska, Wydział Mechaniczny, Instytut Technologicznych Systemów Informatycznych, ul. Nadbystrzycka, 36, 20-618 Lublin, Polska, tel.: (81) 538-42-76, e-mail:m.czerniec@pollub.pl.

** Państwowy Uniwersytet Pedagogiczny w Drohobycz, ul. Ivana Franki, 24 , 82100 Drohobycz, Ukraina.

Streszczenie

W oparciu o autorską metodę oceny zużycia oraz trwałości przekładni walcowych o zębach ewolwentowych z uwzględnieniem określonych warunków zazębienia oszacowano wpływ korekcji technologicznej na wytrzymałość kontaktową, zużycie oraz trwałość uzębienia. Ustalono, że naciski stykowe osiągają największe wartości na wejściu w zazębienie jednoparowe. Przy zastosowaniu korekcji uzębienia maksymalne naciski stykowe ulegają obniżeniu nawet o 14%.

Zużycie dopuszczalne h_{2*} powierzchni zębów koła zębatego występuje w różnych punktach zarysu zęba: w przypadku przykładni o zębach prostych niekorygowanych – w punkcie wejścia zębów w zazębienie jednoparowe, a przy zębach korygowanych i odpowiednio dużym współczynniku korekcji – na wyjściu z zazębienia jednoparowego. W przekładni walcowej z zębami skośnymi bez zastosowania korekcji dopuszczalne zużycie h_{2*} występuje w punkcie wejścia w zazębienie dwuparowe, a przy zębach korygowanych – na wejściu w zazębienie dwuparowe lub na wyjściu z zazębienia jednoparowego w zależności o wartości współczynników korekcji $x_1 = -x_2$.

Trwałość przekładni przy optymalnych wartościach $x_1 = -x_2$, ustalonych w wyniku badań, ulega podwyższeniu nawet o 1,66 razy. Wyniki badań przedstawiono w postaci graficznej.

WPROWADZENIE

W przekładniach walcowych o ewolwentowych zarysach zębów często stosuje się korekcję uzębienia w celu podwyższenia wytrzymałości kontaktowej oraz wytrzymałości na zginanie. Przy tym unika się podcięcia stopy zęba koła o małej liczbie zębów przy ich nacinaniu.

Badanie wpływu korekcji na wskazane parametry wytrzymałościowe częściowo przeprowadzono w pracach [L. 1–6] w przypadku różnych typów przekładni. Zwłaszcza w [L. 1] przedstawiono wpływ optymalizacji konturu wyjściowego oraz korekcji na naprężenia kontaktowe w środku zazębienia dla przekładni stożkowej o zębach kołowo-łukowych. W pracy [L. 2] dla przekładni walcowych o zębach prostych w oparciu o normę ISO 6636-2 wykazano, że dzięki zastosowaniu korekcji technologicznej występuje obniżenie zarówno naprężeń kontaktowych (do 15%), jak i naprężeń zginających (do 10%). W podobny sposób w [L. 3] przebadano walcową przekładnię o zębach skośnych – celem optymalizacji obu rodzajów naprężeń. W pracach [L. 4, 5] przeprowadzono analizę wskazanych naprężeń dla przekładni Power Shift z zębami korygowanymi z wykorzystaniem programu PRZEKŁADNIA, w wyniku której ustalono prawidłowości wpływu na nie modułu oraz współczynnika korekcji.

W pracy autorów niniejszej publikacji [L. 6] został zbadany wpływ korekcji technologicznej oraz konstrukcyjnej na naciski stykowe, zużycie zębów oraz trwałość przekładni walcowej o zębach prostych w przypadku zazębienia jednoparowego.

Należy podkreślić, że w literaturze brak jest badań wpływu korekcji na zużycie oraz trwałość przekładni zębatych w ujęciu przedstawionym przez autorów [L. 6–9], tj. analizy zużycia powierzchni zęba w trakcie zazębienia wzdłuż jego zarysu z uwzględnieniem parowości zazębienia.

W niniejszym artykule wykorzystano wspomnianą autorską metodę szacowania zużycia i trwałości walcowych przekładni zębatych o zębach korygowanych [L. 6] z podaniem sposobu określenia zmiany warunków współpracy zębów (kątowności przejścia od zazębienia dwuparowego do jednoparowego i do dwuparowego) oraz przedstawiono odpowiednie wyniki badań, wykorzystując opracowany program obliczeniowy.

METODA ROZWIĄZANIA ZAGADNIENIA

Na oszacowanie maksymalnych nacisków stykowych $p_{j\max}$ oraz szerokości pola styku $2b_j$ w j -tym punkcie zazębienia zastosowano wzory Hertza:

a) w przypadku niejednakowych materiałów kół:

$$p_{j\max} = 0,564\sqrt{N'/\theta\rho_j}, \quad 2b_j = 2,256\sqrt{\theta N'\rho_j} \quad (1)$$

b) w przypadku jednakowych materiałów kół:

$$p_{j\max} = 0,418\sqrt{N'E/\rho_j}, \quad 2b_j = 3,044\sqrt{N'\rho_j/E} \quad (2)$$

gdzie:

$$N' = N / l_{\min} w,$$

$$N = T_{nom} K_g / r_{wl} \cos \alpha_w - \text{siła międzyzębna [N]},$$

$$T_{nom} = 9550 P_g / n_1 - \text{nominalny moment obrotowy [Nm]},$$

$$r_{wl} - \text{promień toczny zębnika [mm]},$$

$$\alpha_w - \text{kątowność przyporu zazębienia korygowanego [rd]},$$

$$P_g - \text{moc na wale czynnym (zębniku) [kW]},$$

$$n_1 - \text{liczba obrotów wału czynnego [obr./s]},$$

$$K_g - \text{współczynnik dynamiczny, } \theta = (1 - \mu_1^2) / E_1 + (1 - \mu_2^2) / E_2,$$

- E, μ – moduły Younga oraz współczynniki Poissone'a materiałów kół zębatych [N/mm²],
 l_{\min} – minimalna długość linii styku [mm] [L. 8],
 w – liczba par zębów uczestniczących jednocześnie w przekazywaniu mocy,
 ρ_j – zredukowany promień krzywizny zarysów zębów [mm].

Zredukowany promień krzywizny zębów przekładni walcowej:

$$\rho_j = \frac{\rho_{1j}\rho_{2j}}{\rho_{1j} + \rho_{2j}}, \quad j = 0, 1, 2, 3, \dots, s \quad (3)$$

gdzie:

- ρ_{1j}, ρ_{2j} – odpowiednio promienie krzywizny bocznych zarysów zębów zębnika i koła zębatego,
 $j = 0, j = s$ odpowiadają pierwszemu oraz ostatniemu punktowi zazębienia zębów.

Odpowiednio wzory na promienie krzywizny zębów zębnika i koła zębatego o zarysach korygowanych przekładni walcowej w j -tym punkcie zazębienia mają postać [L. 7–9]:

$$\rho_j = \frac{\rho_{1j}\rho_{2j}}{\rho_{1j} + \rho_{2j}}, \quad \rho_{1j} = \frac{\rho_{t1j}}{\cos \beta_b}, \quad \rho_{2j} = \frac{\rho_{t2j}}{\cos \beta_b} \quad (4)$$

gdzie:

$$\beta_b = \arctg(\tg \beta \cos \alpha_t), \quad \alpha_t = \arctg\left(\frac{\tg \alpha}{\cos \beta}\right), \quad \rho_{t1j} = r_{b1} \tg \alpha_{t1j},$$

$$\rho_{t2j} = r_{w2} \sqrt{\left(\frac{r_{2j}}{r_{w2}}\right)^2 - \cos^2 \alpha_w},$$

Pozostałe wielkości geometryczne określające geometrię zazębienia:

$$\alpha_{t1j} = \arctg(\tg \alpha_{t10} + j \Delta \varphi), \quad \alpha_{t2j} = \arccos\left[\left(r_{2w} / r_{2j}\right) \cos \alpha_w\right],$$

$$\tg \alpha_{t10} = (1 + u) \tg \alpha_w - \frac{u}{\cos \alpha_w} \sqrt{\left(r_{20} / r_{w2}\right)^2 - \cos^2 \alpha_w},$$

$$\alpha_{t1s} = \arctg \sqrt{\left(r_{1s} / r_{w1}\right)^2 - \cos^2 \alpha_w},$$

$$r_{b1} = r_1 \cos \alpha_t, \quad r_1 = mz_1 / 2 \cos \beta, \quad r_{b2} = r_2 \cos \alpha_t, \quad r_2 = mz_2 / 2 \cos \beta,$$

$$r_{a2} = r_2 + m, \quad r_{20} = r_{a2} - r, \quad r = 0,2m, \quad a_w = (z_1 + z_2)m / 2 \cos \beta$$

$$r_{2j} = \sqrt{a_w^2 + r_{1j}^2 - 2a_w r_{1j} \cos(\alpha_w - \alpha_{t1j})}, \quad r_{1j} = r_{w1} \cos \alpha_w / \cos \alpha_{t1j},$$

gdzie:

- r_1, r_2 – odpowiednio promienie kół podziałowych zębnika oraz koła zębatego,
- r_{b1}, r_{b2} – promienie kół zasadniczych zębnika i koła zębatego,
- r_{a1}, r_{a2} – promienie kół wierzchołków zębów,
- r – promień zaokrąglenia wierzchołków zębów kół,
- u – liczba przełożenia,
- $\Delta\varphi$ – kąt pomiędzy punktem wejścia zębów w zazębienie (p. 0) a kolejnym wybranym punktem 1, 1 oraz 2 itd.),
- $\alpha = 20^\circ$ – kąt zazębienia,
- β – kąt pochylenia zębów,
- m – moduł zazębienia,
- z_1, z_2 – liczba zębów kół,
- α_t – czołowy kąt zazębienia,
- α_{t10} – kąt odpowiadający 1 punktowi linii przyporu,
- α_{t1s} – kąt odpowiadający położeniu ostatniego punktu zazębienia zębów zębnika na linii przyporu,
- $\alpha_{t20}, \alpha_{t2s}$ – kąty określające położenie pierwszego i ostatniego punktu zazębienia zęba koła zębatego na linii przyporu,
- a_w – między osiami.

Kąty przejścia od dwuparowego ($\Delta\varphi_{1F_2}$) do jednoparowego zazębienia oraz ponownie do dwuparowego ($\Delta\varphi_{1F_1}$) zazębienia w przekładni walcowej korygowanej o zębach skośnych są obliczane następująco:

$$\Delta\varphi_{1F_2} = \varphi_{10} - \varphi_{1F_2}, \quad \Delta\varphi_{1F_1} = \varphi_{10} + \varphi_{1F_1} \quad (5)$$

gdzie:

$$\varphi_{1F_2} = \tan \alpha_{F_2} - \tan \alpha_w, \quad \varphi_{1F_1} = \tan \alpha_{F_1} - \tan \alpha_w, \quad \varphi_{10} = \tan \alpha_{t10} - \tan \alpha_w;$$

$$\tan \alpha_{F_2} = \frac{r_{w1} \sin \alpha_w - (p_b - e_1) + 0.5b_w \operatorname{tg} \beta_b}{r_1 \cos \alpha},$$

$$\tan \alpha_{F_1} = \frac{r_{w1} \sin \alpha_w - (p_b - e_2) - 0.5b_w \operatorname{tg} \beta_b}{r_1 \cos \alpha};$$

$$p_b = \pi m \cos \alpha_w / \cos \beta - \text{podziałka uzębienia};$$

$$e_1 = \sqrt{r_{1s}^2 - r_{b1}^2} - r_{w1} \sin \alpha_w, \quad e_2 = \sqrt{r_{20}^2 - r_{b2}^2} - r_{w2} \sin \alpha_w;$$

b_w – szerokość zębniaka.

Odpowiednio w wyżej przedstawionych wzorach w przypadku korekcji technologicznej P – O należy uwzględnić parametry zazębienia korygowanego, a mianowicie promienie wierzchołków zębów:

$$r_{a1} = r_1 + (1 + x_1)m, \quad r_{a2} = r_2 + (1 + x_2)m \quad (6)$$

gdzie: $x_1 = -x_2$ – współczynniki przesunięcia zarysów.

Pozostałe parametry przekładni będą jak dla przekładni niekorygowanej o zębach skośnych, a mianowicie $r_{w1} = r_1$, $r_{w2} = r_2$, $\alpha_w = \alpha_t$.

Zużycie liniowe zębów przekładni w dowolnym punkcie j zarysu w ciągu czasu styku t'_j określane jest następującym wzorem [L. 7]:

$$h'_{kj} = \frac{v_j t'_j (fp_{j \max})^{m_k}}{C_k (0.35R_m)^{m_k}} \quad (7)$$

gdzie:

$v_j = v$ – prędkość poślizgu w kolejnych punktach j zarysów zębów [m/s],

$t'_j = 2b_j / v_0$ – czas kontaktu przy przemieszczaniu się punktu j styku zębów na szerokości pola ich styku wzdłuż zarysu [s],

$v_0 = \omega_1 r_1 \sin \alpha_t$ – prędkość przemieszczenia się punktu styku wzdłuż zarysu zęba [m/s],

ω_1	– prędkość kątowna zębownika [1/s],
$k = 1; 2$	– numeracja kół zębatych,
f	– współczynnik tarcia ślizgowego,
R_m	– doraźna wytrzymałość materiału przy rozciąganiu [N/mm ²],
C_k, m_k	– wskaźniki odporności na zużycie materiałów w parze tribologicznej [L. 7].

Zużycie zębów w ciągu określonego czasu t^* pracy obliczane jest według wzoru:

$$h_{kj} = 60n_k h'_{kj} t^* \quad (8)$$

gdzie: n_k – liczba obrotów kół zębatych.

Trwałość przekładni przy określonym granicznym zużyciu h_{k^*} kół:

$$t = h_{k^*} / \bar{h}_{kj} \quad (9)$$

gdzie: $\bar{h}_{kj} = 60n_k h'_{kj}$ – zużycie liniowe zębów w ciągu godziny.

Prędkość poślizgu w zazębieniu oblicza się według wzoru:

$$v_j = \omega_1 r_{b1} (tg\alpha_{t1j} - tg\alpha_{t2j}) \quad (10)$$

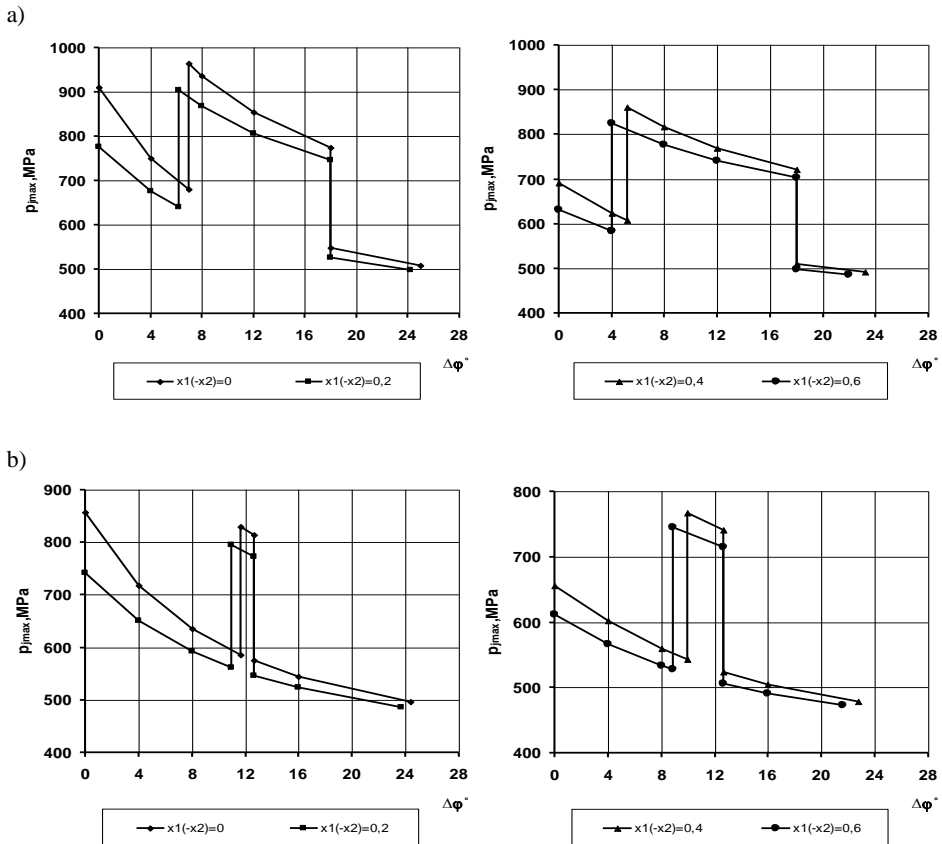
Przy rozwiązaniu zagadnienia założono, że:

- występuje dwu-, jedno-, dwuparowe zazębienie zębów,
- dynamika obciążenia określana jest przez współczynnik dynamiczności K_g ,
- maksymalne naciski stykowe $p_{j\max}$ w trakcie zużywania nie ulegają zmianie,
- zapewnia się smarowanie graniczne.

Dane do obliczeń: $z_1 = 20$; $z_2 = 80$; $m = 3$ mm; $u = 4$; $n_1 = 750$ obr./min; $P_g = 6$ kW; $f = 0,05$; $b = 30$ mm; $\beta = 0^\circ, 10^\circ$; $K_g = 1,6$; materiały kół zębatych: zębownik – stal 38HMJA (azotowanie), 58 HRC; $R_m = 1040$ MPa,

$C_1 = 3,5 \cdot 10^6$, $m_1 = 2$; koło zębate – stal 40H (hartowanie objętościowe), 53 HRC, $R_m = 981$ MPa, $C_2 = 0,17 \cdot 10^6$, $m_2 = 2,5$; $E = 2,1 \cdot 10^5$ MPa, $\mu = 0,3$; olej osiowy z dodatkiem przeciwzużyciowym o lepkości kinematycznej $\nu_{+50^\circ} \approx 15$ cSt; $h_{ks} = 0,5$ mm; krok $\Delta\varphi = 4^\circ$. Współczynniki korekcji P – O zębów oraz parametry geometryczne przekładni: $x_1 = -x_2 = 0; 0,2; 0,4; 0,6$; $a_w = 150$ mm.

Wyniki obliczeń są przedstawione na **Rys. 1–3**. Wyniki badań potwierdzają ogólną tendencję do obniżenia się maksymalnych nacisków stykowych (naprężeń kontaktowych) w miarę zwiększenia współczynników korekcji $x_1 = -x_2$ (**Rys. 1**).

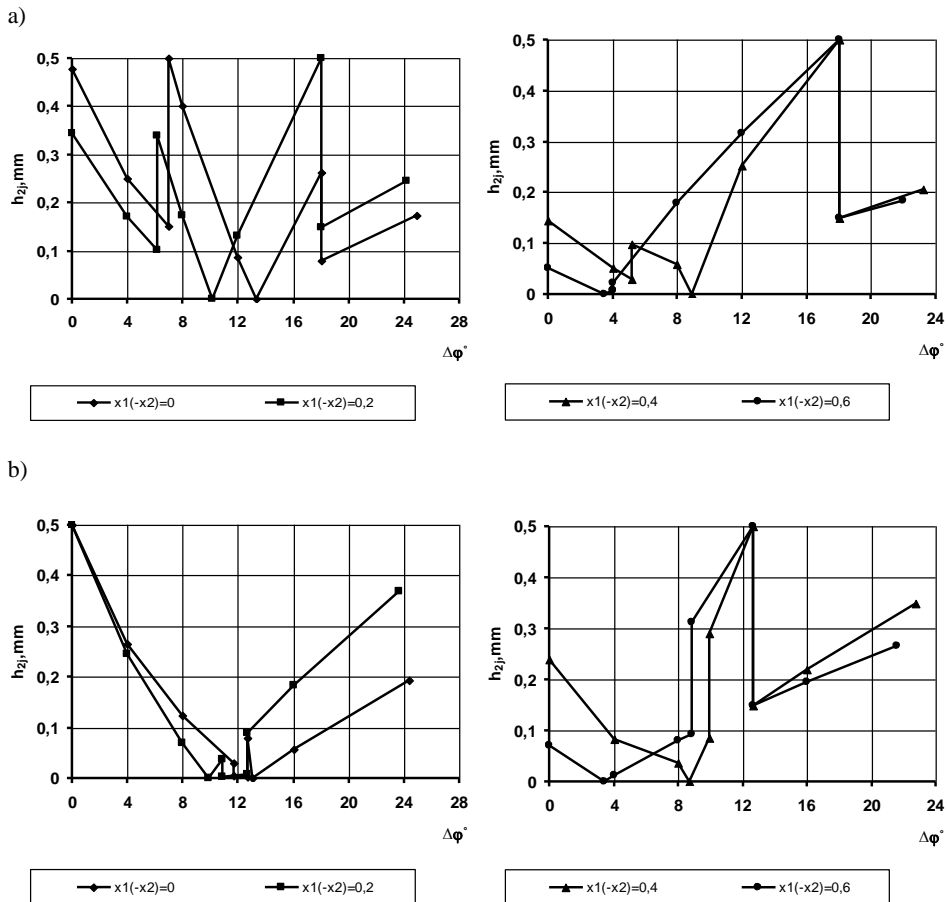


Rys. 1. Zmiana maksymalnych nacisków stykowych w wyniku korekcji zębów: a) $\beta = 0^\circ$, b) $\beta = 10^\circ$

Fig. 1. Change of maximal contact pressures in the result of teeth correction: a) $\beta = 0^\circ$, b) $\beta = 10^\circ$

Negatywnym skutkiem korekcji uzębienia jest zmniejszenie strefy dwuparowego zazębienia i to wyłącznie po stronie wejścia w zazębienie, co zwłaszcza w przypadku przekładni o zębach prostych jest niepożądane. Ustalono też, że wyjście z zazębienia jednoparowego odbywa się przy jednakowych kątach $\Delta\varphi_{1F_1} = 18^\circ$ niezależnie od wartości współczynników korekcji zębów. W punkcie przejścia z zazębienia dwuparowego $\Delta\varphi_{1F_2}$ (z lewej strony wykresów) w jednoparowe (**Rys. 1**) powstają największe naciski stykowe, których wartości w przypadku korekcji uzębienia można obliczyć wg przedstawionej wyżej metody uwzględniającej warunki zazębienia.

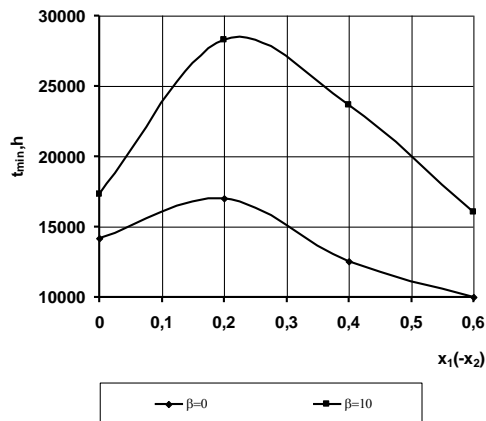
Na **Rys. 2** przedstawiono przebiegi zużycia zębów koła zębatego przy korekcji uzębienia.



Rys. 2. Zużycie liniowe zębów koła zębatego w przypadku korekcji: a) $\beta = 0^\circ$, b) $\beta = 10^\circ$
Fig. 2. Linear wear of gear teeth at the correction: a) $\beta = 0^\circ$, b) $\beta = 10^\circ$

W wyniku obliczeń ustalono, że przebiegi zużycia zębów zębnika są podobne, a ich zużycie jest około dwukrotnie mniejsze od zużycia zębów koła zębatego. Ustalono również, że w przypadku przekładni niekorygowanej zużycie dopuszczalne h_{2*} zębów koła zębatego ma miejsce na wejściu w zazębienie jednoparowe w p. F_2 . Korekcja P-O powoduje, że maksimum zużycia tych zębów występuje na wyjściu z zazębienia jednoparowego (**Rys. 2** p. F_1). Pochylenie zębów powoduje zmianę prawidłowości zużycia zębów, co przejawia się tym, że zużycie dopuszczalne h_{2*} występuje na wejściu w zazębienie dwuparowe (p. F_0), a w przypadku zwiększenia współczynników korekcji również na wyjściu z zazębienia jednoparowego (p. F_1).

Wyniki oszacowania minimalnej trwałości t_{\min} przekładni do osiągnięcia w wyżej określonych (**Rys. 2**) punktach styku zębów zużycia dopuszczalnego h_{2*} przedstawiono na **Rys. 3**.



Rys. 3. Wpływ korekcji zębów na trwałość przekładni

Fig. 3. Influence of teeth correction on gear durability

Można ogólnie stwierdzić, że optymalizacja współczynników korekcji uzębienia może w znaczącym stopniu podwyższyć trwałość przekładni zarówno kół zębatych z zębami prostymi, jak i skośnymi.

WNIOSKI

1. Wprowadzając korekcję w sposób istotny można wpływać na wartości nacisków stykowych i miejsce ich występowania. Dla przekładni niekorygowanej maksymalne naciski stykowe powstają na wejściu zębów w zazębienie dwuparowe i są tylko nieco większe niż w punkcie przejścia w zazębienie jednoparowe (p. $\Delta\phi_{1F_1}$).

Przy zastosowaniu korekcji następuje obniżenie wartości tych nacisków szczególnie na wejściu w zazębienie i maksimum nacisków przesuwają się do punktu $\Delta\phi_{1F_1}$.

2. Maksymalne naciski stykowe po wprowadzeniu korekcji uzębienia (technologicznej) można obniżyć nawet do 14%.
3. W przekładni zębatej walcowej o zębach prostych bez korekcji zużycie dopuszczalne h_{2*} osiągają zęby koła zębatego w punkcie wejścia w zazębienie jednoparowe (**Rys. 2a**). W przekładni o zębach ukośnych h_{2*} występuje w punkcie przejścia z zazębienia jednoparowego w dwuparowe (**Rys. 2b**).
4. Przy korekcji P-O (zęby proste) h_{2*} występuje na wyjściu z zazębienia jednoparowego (**Rys. 2a**). Natomiast przy zębach ukośnych h_{2*} wystąpi na wejściu w zazębienie dwuparowe, a przy większych wartościach $x_1 = -x_2$ – na wyjściu z zazębienia jednoparowego (**Rys. 2b**).
5. Największą trwałość przekładni uzyskuje się przy pewnych optymalnych wartościach współczynników korekcji (**Rys. 3**) Wzrost tej trwałości jest znaczny w porównaniu z przekładniami niekorygowanymi (nawet do 1,66 razy) w zależności od kąta β pochylenia zębów.

LITERATURA

1. Akimov V.V.: Initial contour optimization for bevel gears with circular teeth. J. of Mach. Manufacture and Reliability, 4/2008, p. 67–75.
2. Pasta A., Mariotti Virzi G.: Finite element method analysis of a spur gear with a corrected profile. J. Strain Analysis. 41/2007, p. 281–292.
3. Ulaga S.M., Ulbin M., Flasker J.: Contact problems of gears using Overhauser splines. Int. J. Mech. Sci, 41/1999, p. 385–395.
4. Zwolak J., Martyna M.: Analiza naprężeń kontaktowych i naprężeń zginających występujących w przekładniach zębatych power shift. Tribologia, 3/2011, s. 155–165.
5. Zwolak J., Wittek M.: Optymalizacja parametrów geometrycznych kół zębatych w aspekcie minimalizacji naprężeń kontaktowych. Tribologia, 6/2011, s. 283–291.
6. Czerniec M., Kielbiński J., Jarema R.: Oszacowanie wpływu korekcji zębów na zużycie, trwałość oraz wytrzymałość kontaktową ewolwentowych przekładni walcowych o zębach prostych. Tribologia, 3/2011, s. 17–30.
7. Czerniec M., Kielbiński J.: Prognozowanie trwałości tribologicznej kół zębatych walcowych ewolwentowych. Wyd. Politechniki Lubelskiej, 2003.
8. Chernets M.V., Yarema R.Ya., Chernets Yu.M.: A method for the evaluation of the influence of correction and wear of the teeth of a cylindrical gear on its durability and strength. Part 1. Service live and wear. Materials Science, 3/2012, p. 289–300.

9. Chernets M.V., Yarema R.Ya., Chernets Yu.M.: A method for the evaluation of the influence of correction and wear of the teeth of a cylindrical gear on its durability and strength. Part 2. Contact strength. Materials Science. 6/2012, p. 752–756.

Summary

Based on author's method of evaluation of wear and durability of cylindrical gearings with involute teeth, taking into account engagement conditions, the influence of technological correction on contact strength, wear, and durability has been investigated. It has been established that, generally, the highest contact pressures appear at the entrance into single-tooth engagement. At the engagement correction, maximal contact pressures decrease by a maximum 14%. The permissible wear of gear teeth h_{2*} is reached in different contact points: In spur gears, it is reached at the absence of correction in the point of teeth entrance into single-tooth engagement, and, in case of their correlation, it is reached at the exit of single-tooth engagement; in the gear with helical non-correlated teeth, the h_{2*} value would be reached in the point of teeth entrance into double-tooth engagement, and, in case of correlated engagement, it is reached at the entrance into double-tooth engagement or at the exit of single-tooth engagement, depending on the values of correction coefficients $x_1 = -x_2$. Gear durability at the optimal coefficients of $x_1 = -x_2$, determined in the process of investigation, increase up to 1.66 times. Results of the investigation are presented graphically.