

ZŁOŻONOŚĆ PÓLGRUP CHARAKTERYSTYCZNYCH ILOCZYNÓW PROSTYCH „G” AUTOMATÓW ASYNCHRONICZNYCH SILNIE SPÓJNYCH

W artykule przedstawiono i przeprowadzono dowód na wyznaczenie złożoności półgrup charakterystycznych iloczynów prostych „G” automatów deterministycznych skończonych asynchronicznych silnie spójnych DFASC2 (deterministic finite asynchronous strongly connected). Półgrupa charakterystyczna jest szczególnie istotnym pojęciem w teorii automatów; jest nośnikiem ważnych informacji i określa zdolność do przetwarzania informacji. Ma to bezpośrednio ważne konsekwencje praktyczne w sferze projektowania optymalnych układów logicznych. Iloczyn prosty automatów można uważać za realizację – odpowiednio równoległych obliczeń.

WSTĘP

Rozwój teorii automatów był stymulowany przez dwie uzupełniające się tendencje:

- konstruowanie modeli bliżej związanych ze współczesnym sprzętem i oprogramowaniem,
- znajdowanie poprawnych narzędzi matematycznych (języka matematycznego), w którym można wyrazić procesy obliczeniowe o dużej różnorodności.

Od wielu lat jesteśmy świadkami intensywnego rozwoju teorii automatów, szczególnie

algebraicznej teorii automatów rozwijanej na gruncie teorii półgrup. Definicja relacji równoważności Myhill'a na zbiorze stanów automatu oraz półgrup charakterystycznych automatu pozwoliły wydobyć zeń możliwości obliczeniowe.

W ogólnym przypadku półgrupa charakterystyczna posiada elementów dlatego interesujące jest pokazanie klasy automatów, które posiadają wielomianową zależność liczby elementów półgrupy charakterystycznej od liczby stanów [4].

Przed rokiem 1980 w układach sterujących automatyki oprócz komputerów i mikroprocesorów dominowały układy małej i średniej skali integracji. W układach małej i średniej skali integracji teoria automatów stanowiła wystarczające narzędzie do analizy ich pracy. Budowane w późniejszym okresie sterowniki przemysłowe były realizowane z wykorzystaniem mikroprocesorów, dla których analiza pracy z wykorzystaniem teorii automatów stanowiło problem skomplikowany, wręcz niemożliwy.

Rozwój układów automatyki wymaga stosowanie nowych rozwiązań mikroprocesorów, układów wejść i wyjść oraz układów komunikacyjnych. Wymagania takie spełniają budowane po 2000r. mikrosystemy cyfrowe integrujące w jednej strukturze m.in. blok sprzętowy i rdzeń mikroprocesorowy. Mikrosystemy cyfrowe umożliwiają programowanie w oparciu o zaimplementowane bloki funkcjonalne wejść i wyjść oraz funkcje przejścia. Umożliwia to tworzenie programu (np. dla mikrosystemu cyfrowego CYPRESS program PSoC Express) w oparciu o sporządzony wcześniej graf automatu [4].

1. ROZWAŻANIA WPROWADZAJĄCE

Grupoidem nazywamy parę uporządkowaną (S, \circ) gdzie: S – niepusty zbiór, (\circ) – operacja binarna na zbiorze stanów S . Operacją binarną na zbiorze S nazywamy przekształcenie niepustego podzbioru zbioru $(S \times S)$ w zbiór S . Binarną operację (\circ) na zbiorze S nazywamy łączną (asocjatywną), jeśli $a \circ (b \circ c) = (a \circ b) \circ c$ dla wszystkich $a, b, c \in S$. Półgrupą, nazywamy taki grupoid (S, \circ) , w którym operacja (\circ) jest asocjatywna. Niech Σ będzie dowolnym zbiorem niepustym. Zbiór Σ będziemy nazywali alfabetem, a jego elementy literami. Słowem x w alfabecie Σ nazywamy dowolny ciąg liter alfabetu napisanych obok siebie, a długością słowa (oznaczoną przez $|x|$) nazywamy liczbę tych liter σ .

Skończonym automatem zdeterminowanym bez wyjść nazywamy uporządkowaną trójkę (S, Σ, M) , gdzie:

S – skończony, niepusty zbiór stanów

Σ – skończony, niepusty zbiór wejść

$M : S \times \Sigma \rightarrow S$: jest funkcją przejść.

Symbolem Σ^+ oznaczać będziemy przeliczalny nieskończony zbiór ciągów o skończonej długości, utworzony z elementów zbioru Σ . Zbiór Σ^+ razem z operacją konkatencji (operacja połączenia dwóch słów, polegająca na napisaniu ich obok siebie w celu otrzymania nowego słowa), tworzy półgrupę wolną zwaną półgrupą wejściową. Symbolem Σ^* oznaczać będziemy monoid wejściowy, czyli $\Sigma^* = \Sigma^+ \cup \lambda$ gdzie λ , jest ciągiem pustym.

Funkcję M rozszerzamy do obszaru określoności $S \times \Sigma^+$ w podany poniżej sposób. Niech: $M(s, x)$ będzie zdefiniowane, wtedy:

$$M(s, x\sigma) = M(M(s, x), \sigma)$$

dla każdego $s \in S, x \in \Sigma^+, \sigma \in \Sigma$

Na zbiorze Σ^* zdefiniujemy relację:

$$xRy \text{ wtedy i tylko wtedy, gdy } \forall_{s \in S} M(s, x) = M(s, y).$$

R jest relacją równoważności (relacja Myhilla). Klasę równoważności zawierającą element $x \in \Sigma^*$ oznaczamy będziemy \bar{x} , a zbiór wszystkich klas równoważności oznaczamy będziemy \bar{I} . Zbiór \bar{I} łącznie z operacją (\circ) gdzie $\bar{x} \circ \bar{y} = \overline{xy}$, tworzy półgrupę (odpowiednio monoid), zwaną półgrupą charakterystyczną (odpowiednio monoidem charakterystycznym). Półgrupę charakterystyczną automatu A oznaczamy będziemy $\bar{I}(A)$.

Dla każdego $x \in \Sigma^*$ definiujemy przekształcenie f_x zbioru S w siebie gdzie:

$f_x(s) = M(s, x)$ dla każdego S . Przekształcenie f_x jest implikowane przez x .

Automat $A = (S, \Sigma, M)$ jest silnie spójny wtedy i tylko wtedy, jeśli dla każdej pary (s_1, s_2) stanów automatu A istnieje element x z półgrupy wejściowej taki, że:

$$M(s_1, x) = s_2.$$

Automat $A = (S, \Sigma, M)$ będziemy nazywać asynchronicznym wtedy i tylko wtedy gdy, dla każdego $s \in S$ i $\sigma \in \Sigma$ zachodzi $M(s, \sigma) = M(s, \sigma\sigma)$.

iloczyn prosty „G” automatów

$$A_1 = (A_1 S, \Sigma, A_1 M), A_2 = (A_2 S, \Sigma, A_2 M), \dots, A_g = (A_g S, \Sigma, A_g M)$$

jest „G” uporządkowanie

$$A_1 \times A_2 \times \dots \times A_g = (A_1 \times A_2 \times \dots \times A_g S, \Sigma, A_1 \times A_2 \times \dots \times A_g M)$$

gdzie: $A_1 \times A_2 \times \dots \times A_g S = A_1 S \times A_2 S \times \dots \times A_g S$ i

$$A_1 \times A_2 \times \dots \times A_g M: A_1 \times A_2 \times \dots \times A_g S \times \Sigma \rightarrow A_1 \times A_2 \times \dots \times A_g S$$

Dla ułatwienia dalszych opisów oznaczymy jako;

$$A_1 \times A_2 \times \dots \times A_g S = {}^h S; \quad A_1 \times A_2 \times \dots \times A_g M = {}^h M$$

Dla każdego $s \in A_1 \times A_2 \times \dots \times A_g S$ i $\sigma \in \Sigma$ funkcja przejść jest zdefiniowana jak następuje:

$${}^h M((A_1 s, A_2 s, \dots, A_g s), \sigma) = (A_1 M(A_1 s, \sigma), A_2 M(A_2 s, \sigma), \dots, A_g M(A_g s, \sigma))$$

Dla wszystkich przedstawionych rozważań $\Sigma = \{\sigma_0, \sigma_1\}$,

wprowadzamy $x_0 = \sigma_0 \sigma_1$ i $x_1 = \sigma_1 \sigma_0$, dla których

$$f_{x_0} = f_{\sigma_1}(f_{\sigma_0}), \quad f_{x_1} = f_{\sigma_0}(f_{\sigma_1}).$$

Dla dowolnego $x \in \Sigma^*$ definiujemy przekształcenie $f_x: S \xrightarrow{w} S$ określone jak następuje: $\forall_{s \in S} f_x(s) = M(s, x)$, gdzie: dla $x = x' \sigma$ mamy $\forall_{s \in S} f_x(s) = f_{x'}(s) = f_{\sigma}(f_{x'}(s))$.

2. ZŁOŻONOŚĆ PÓLGRUP CHARAKTERYSTYCZNYCH ILOCZYNÓW PROSTYCH „G” AUTOMATÓW ASYNCHRONICZNYCH SILNIE SPÓJNYCH Z KLASY DFASC₂

Twierdzenie 1

Niech $A_1 \times A_2 \times \dots \times A_g = ({}^h S, \Sigma, {}^h M)$ będzie iloczynem prostym skończonej liczby automatów asynchronicznych silnie spójnych z klasy DFASC₂, takimi że:

g - liczba wszystkich automatów $A_1 \times A_2 \times \dots \times A_g$;

m, n, ..., c - liczba stanów w poszczególnych automatach

$A_1 \times A_2 \times \dots \times A_g$;

g, m, n, ..., c = 2, 3, ...

Wtedy półgrupa charakterystyczna $\bar{I}(A_1 \times A_2 \times \dots \times A_g)$

iloczynu prostego automatów $A_1 \times A_2 \times \dots \times A_g$ ma własność

$$\text{card}(\bar{I}(A_1 \times A_2 \times \dots \times A_g)) = 2[m, n, \dots, c] \quad (1)$$

gdzie:

$[m, n, \dots, c]$ najmniejsza wspólna wielokrotność liczb naturalnych;

$m > n > \dots > c$ $\text{card}(A_1 S) = m > 2$;

$\text{card}(A_2 S) = n > 2, \dots, \text{card}(A_g S) = c > 2$;

$\text{card}(\Sigma) = 2$ dwuliterowy alfabet wejściowy $\Sigma = \{\sigma_0, \sigma_1\}$;

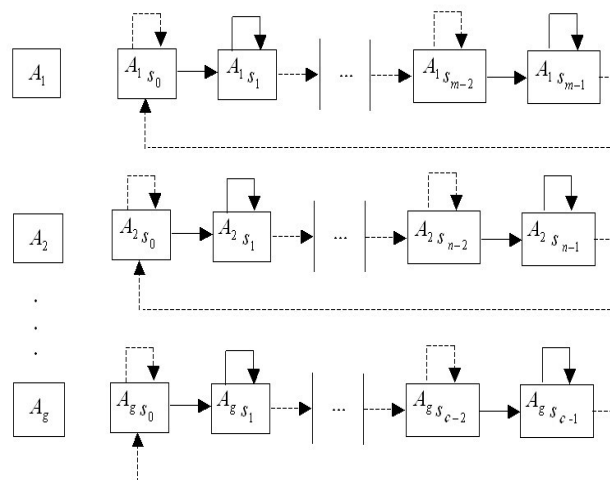
$x_0 = \sigma_0 \sigma_1$; $x_1 = \sigma_1 \sigma_0$

Dowód

$$A_1 S = \{A_1 s_0, A_1 s_1, \dots, A_1 s_{m-2}, A_1 s_{m-1}\},$$

$$A_2 S = \{A_2 s_0, A_2 s_1, \dots, A_2 s_{n-2}, A_2 s_{n-1}\}, \dots,$$

$$A_g S = \{A_g s_0, A_g s_1, \dots, A_g s_{c-2}, A_g s_{c-1}\}.$$



Rys.1. Automaty A_1, A_2, \dots, A_g z klasy DFASC₂.

Na rys. 1 przedstawiono automaty A_1, A_2, \dots, A_g z klasy $DFASC_2$. Iloczyn prosty zbiorów stanów

${}^h S = A_1 S \times A_2 S \times \dots \times A_g S$ wynosi:

$${}^h S = \left\{ \begin{array}{l} (A_1 s_0, A_2 s_0), (A_1 s_0, A_2 s_1), \dots, (A_1 s_0, A_2 s_{n-2}), \\ (A_1 s_0, A_2 s_{n-1}), \dots, (A_1 s_0, A_g s_0), (A_1 s_0, A_g s_1), \dots, \\ (A_1 s_0, A_g s_{c-2}), (A_1 s_0, A_g s_{c-1}) \\ (A_1 s_1, A_2 s_0), (A_1 s_1, A_2 s_1), \dots, (A_1 s_1, A_2 s_{n-2}), \\ (A_1 s_1, A_2 s_{n-1}), \dots, (A_1 s_1, A_g s_0), (A_1 s_1, A_g s_1), \dots, \\ (A_1 s_1, A_g s_{c-2}), (A_1 s_1, A_g s_{c-1}), \dots, \\ (A_1 s_{m-2}, A_2 s_0), (A_1 s_{m-2}, A_2 s_1), \dots, (A_1 s_{m-2}, A_2 s_{n-2}), \\ (A_1 s_{m-2}, A_2 s_{n-1}), \dots, (A_1 s_{m-2}, A_g s_0), (A_1 s_{m-2}, A_g s_1), \dots, \\ (A_1 s_{m-2}, A_g s_{c-2}), (A_1 s_{m-2}, A_g s_{c-1}) \\ (A_1 s_{m-1}, A_2 s_0), (A_1 s_{m-1}, A_2 s_1), \dots, (A_1 s_{m-1}, A_2 s_{n-2}), \\ (A_1 s_{m-1}, A_2 s_{n-1}), \dots, (A_1 s_{m-1}, A_g s_0), (A_1 s_{m-1}, A_g s_1), \dots, \\ (A_1 s_{m-1}, A_g s_{c-2}), (A_1 s_{m-1}, A_g s_{c-1}) \end{array} \right\}$$

Po przekształceniu zbioru ${}^h S$ uporządkowanych par stanów automatów pod wpływem litery σ_0 otrzymujemy przekształcenia:

$${}^h f_{\sigma_0} = \left\{ \begin{array}{l} (A_1 s_1, A_2 s_1), (A_1 s_1, A_2 s_1), \dots, (A_1 s_1, A_2 s_{n-1}), \\ (A_1 s_1, A_2 s_{n-1}), \dots, (A_1 s_1, A_g s_1), (A_1 s_1, A_g s_1), \dots, \\ (A_1 s_1, A_g s_{c-1}), (A_1 s_1, A_g s_{c-1}) \\ (A_1 s_1, A_2 s_1), (A_1 s_1, A_2 s_1), \dots, (A_1 s_1, A_2 s_{n-1}), \\ (A_1 s_1, A_2 s_{n-1}), \dots, (A_1 s_1, A_g s_1), (A_1 s_1, A_g s_1), \dots, \\ (A_1 s_1, A_g s_{c-1}), (A_1 s_1, A_g s_{c-1}) \\ (A_1 s_{m-1}, A_2 s_1), (A_1 s_{m-1}, A_2 s_1), \dots, (A_1 s_{m-1}, A_2 s_{n-1}), \\ (A_1 s_{m-1}, A_2 s_{n-1}), \dots, (A_1 s_{m-1}, A_g s_1), (A_1 s_{m-1}, A_g s_1), \dots, \\ (A_1 s_{m-1}, A_g s_{c-1}), (A_1 s_{m-1}, A_g s_{c-1}) \\ (A_1 s_{m-1}, A_2 s_1), (A_1 s_{m-1}, A_2 s_1), \dots, (A_1 s_{m-1}, A_2 s_{n-1}), \\ (A_1 s_{m-1}, A_2 s_{n-1}), (A_1 s_{m-1}, A_g s_1), (A_1 s_{m-1}, A_g s_1), \dots, \\ (A_1 s_{m-1}, A_g s_{c-1}), (A_1 s_{m-1}, A_g s_{c-1}) \end{array} \right\}$$

Po przekształceniu zbioru uporządkowanych par stanów automatów pod wpływem litery x_0 otrzymujemy przekształcenia:

$${}^h f_{x_0} = \left\{ \begin{array}{l} (A_1 s_2, A_2 s_2), (A_1 s_2, A_2 s_2), \dots, (A_1 s_2, A_2 s_0), \\ (A_1 s_2, A_2 s_0), \dots, (A_1 s_2, A_g s_2), (A_1 s_2, A_g s_2), \dots, \\ (A_1 s_2, A_g s_0), (A_1 s_2, A_g s_0) \\ (A_1 s_2, A_2 s_2), (A_1 s_2, A_2 s_2), \dots, (A_1 s_2, A_2 s_0), \\ (A_1 s_2, A_2 s_0), \dots, (A_1 s_2, A_g s_2), (A_1 s_2, A_g s_2), \dots, \\ (A_1 s_2, A_g s_0), (A_1 s_2, A_g s_0) \\ (A_1 s_0, A_2 s_2), (A_1 s_0, A_2 s_2), \dots, (A_1 s_0, A_2 s_0), \\ (A_1 s_0, A_2 s_0), \dots, (A_1 s_0, A_g s_2), (A_1 s_0, A_g s_2), \dots, \\ (A_1 s_0, A_g s_0), (A_1 s_2, A_g s_0) \\ (A_1 s_0, A_2 s_2), (A_1 s_0, A_2 s_2), \dots, (A_1 s_0, A_2 s_0), \\ (A_1 s_0, A_2 s_0), (A_1 s_0, A_g s_2), (A_1 s_0, A_g s_2), \dots, \\ (A_1 s_0, A_g s_0), (A_1 s_0, A_g s_0) \end{array} \right\}$$

W pracach [1,3] przedstawiono nowy sposób wyznaczania najmniejszej wspólnej wielokrotności liczb naturalnych

$$d_0 = m - k_0 n; \quad b_0 = n - d_0;$$

$$n = \frac{m - d_0}{k_0}$$

$$k_0 = \frac{m}{n} \text{ - całkowita wielokrotność liczby } n, \text{ w } m;$$

$$d_1 = m - b_0 - k_0 n; \quad b_1 = n - d_1$$

·
·
·

$$d_{w-2} = m - b_{w-3} - k_0 n; \quad b_{w-2} = n - d_{w-2}$$

$$d_{w-1} = m - b_{w-2} - k_0 n = 0$$

Wtedy najmniejsza wspólna wielokrotność liczb naturalnych m, n wynosi $[m, n] = w m$

Po przekształceniu uporządkowanych par stanów ${}^h S$ rozpoczynając od litery σ_0 otrzymujemy po $\frac{wm}{2}$ przekształceniach słowa $x_0 = \sigma_0 \sigma_1$ następujące przekształcenia;

$${}^h f_{x_0^2}^{[wm]} = \left(\begin{array}{l} \left(A_1 S_{\frac{wm}{2}}, A_2 S_{\frac{wm}{2}} \right), \left(A_1 S_{\frac{wm}{2}}, A_2 S_{\frac{wm}{2}} \right), \dots, \\ \left(A_1 S_{\frac{wm}{2}}, A_2 S_{\frac{wm}{2}-2} \right), \left(A_1 S_{\frac{wm}{2}}, A_2 S_{\frac{wm}{2}-2} \right), \dots, \\ \left(A_1 S_{\frac{wm}{2}}, A_g S_{\frac{wm}{2}} \right), \left(A_1 S_{\frac{wm}{2}}, A_g S_{\frac{wm}{2}} \right), \dots, \\ \left(A_1 S_{\frac{wm}{2}}, A_g S_{\frac{wm}{2}-2} \right), \left(A_1 S_{\frac{wm}{2}}, A_g S_{\frac{wm}{2}-2} \right) \\ \left(A_1 S_{\frac{wm}{2}}, A_2 S_{\frac{wm}{2}} \right), \left(A_1 S_{\frac{wm}{2}}, A_2 S_{\frac{wm}{2}} \right), \dots, \\ \left(A_1 S_{\frac{wm}{2}}, A_2 S_{\frac{wm}{2}-2} \right), \left(A_1 S_{\frac{wm}{2}}, A_2 S_{\frac{wm}{2}-2} \right), \dots, \\ \left(A_1 S_{\frac{wm}{2}}, A_g S_{\frac{wm}{2}} \right), \left(A_1 S_{\frac{wm}{2}}, A_g S_{\frac{wm}{2}} \right), \dots, \\ \left(A_1 S_{\frac{wm}{2}}, A_g S_{\frac{wm}{2}-2} \right), \left(A_1 S_{\frac{wm}{2}}, A_g S_{\frac{wm}{2}-2} \right) \\ \left(A_1 S_{\frac{wm}{2}-2}, A_2 S_{\frac{wm}{2}} \right), \left(A_1 S_{\frac{wm}{2}-2}, A_2 S_{\frac{wm}{2}} \right), \dots, \\ \left(A_1 S_{\frac{wm}{2}-2}, A_2 S_{\frac{wm}{2}-2} \right), \left(A_1 S_{\frac{wm}{2}-2}, A_2 S_{\frac{wm}{2}-2} \right), \dots, \\ \left(A_1 S_{\frac{wm}{2}-2}, A_g S_{\frac{wm}{2}} \right), \left(A_1 S_{\frac{wm}{2}-2}, A_g S_{\frac{wm}{2}} \right), \dots, \\ \left(A_1 S_{\frac{wm}{2}-2}, A_g S_{\frac{wm}{2}-2} \right), \left(A_1 S_{\frac{wm}{2}-2}, A_g S_{\frac{wm}{2}-2} \right) \\ \left(A_1 S_{\frac{wm}{2}-2}, A_2 S_{\frac{wm}{2}} \right), \left(A_1 S_{\frac{wm}{2}-2}, A_2 S_{\frac{wm}{2}} \right), \dots, \\ \left(A_1 S_{\frac{wm}{2}-2}, A_2 S_{\frac{wm}{2}-2} \right), \left(A_1 S_{\frac{wm}{2}-2}, A_2 S_{\frac{wm}{2}-2} \right), \dots, \\ \left(A_1 S_{\frac{wm}{2}-2}, A_g S_{\frac{wm}{2}} \right), \left(A_1 S_{\frac{wm}{2}-2}, A_g S_{\frac{wm}{2}} \right), \dots, \\ \left(A_1 S_{\frac{wm}{2}-2}, A_g S_{\frac{wm}{2}-2} \right), \left(A_1 S_{\frac{wm}{2}-2}, A_g S_{\frac{wm}{2}-2} \right) \end{array} \right)$$

W przypadku trzech liczb naturalnych m_0, m_1, m_2 [1,3] wyznaczanie NWW $[m_0, m_1, m_2]$ odbywa się w sposób sekwencyjny $[[m_0, m_1], m_2]$. Wyznaczamy $[m_0, m_1] = p$ i dalej

$[p, m_2]$. W tym przypadku wyznaczamy nowe k_1 . Wtedy k_1 oznacza całkowitą wielokrotność liczby p w m_2 dla $m_2 > p$ lub m_2 w p gdy $p > m_2$

Dla większej ilości liczb obliczenia wykonujemy sekwencyjnie;

$$[m_0, m_1] = a_1$$

$$[a_1, m_2] = a_2$$

.

.

.

$$[a_{g-1}, m_g] = a_g$$

$$\text{Zatem; } [m_0, m_1, \dots, m_g] = a_g$$

Dla automatów A_1, A_2, \dots, A_g

m liczba stanów w automacie A_1

n liczba stanów w automacie A_2

.

.

.

c liczba stanów w automacie A_g

Korzystając z algorytmu wyznaczeniu NWW [1,3] dla dowolnej ilości uporządkowanych par stanów A_1, A_2, \dots, A_g przedstawionych w tw.1 możemy napisać że:

$${}^h f_{\sigma_0 x_0^2}^{[m,n,\dots,c]} = {}^h f_{\sigma_0}$$

Analogicznie wyznaczamy półgrupę charakterystyczną iloczynu prostego automatów z klasy $DFASC_2$ rozpoczynając przekształcenia od litery σ_1 . Wtedy korzystając z powyższego algorytmu możemy napisać że półgrupa charakterystyczna $\overline{I(A_1 \times A_2, \dots, \times A_g)}$ iloczynu prostej automatów $A_1 \times A_2 \times, \dots, \times A_g$ wynosi

$$\text{card}(\overline{I(A_1 \times A_2, \dots, \times A_g)}) = 2[m, n, \dots, c].$$

Zatem otrzymujemy wzór (1)

PODSUMOWANIE

Definicje relacji równoważności Myhilla na zbiorze stanów automatu oraz półgrupy charakterystycznej automatu pozwoliły wydożyć zeń możliwości obliczeniowe. Tak więc na automat spojrzeć można zarówno pod kątem widzenia systemu algebraicznego o charakterze strukturalno – językowym, jak i modelu obliczeń.

Wziąwszy pod uwagę, iż półgrupa charakterystyczna określa zdolność do przetwarzania informacji, iloczyn prosty automatów można uważać za realizację – odpowiednio równoległych obliczeń, Wykorzystując teorię automatów możemy oszacować lub obliczyć złożoność półgrup charakterystycznych automatów. Ma to istotny wpływ na oszacowanie złożoności programów i czasu wizualizacji stanów automatu. Od wielu lat jesteśmy świadkami intensywnego rozwoju teorii automatów, szczególnie algebraicznej teorii automatów rozwijanej na gruncie teorii półgrup. Dekompozycja półgrup pozwala wprowadzić pojęcie automatów nieredukowalnych, z których można złożyć wszystkie pozostałe automaty.

BIBLIOGRAFIA

1. Bocian S., A new method of calculating the smallest common multiple, w : Computational Topology and Geometry and Computation in Teaching Mathematics, pod red. Eladio Dominquez Murillo, Antonio Quintero Toscano, Jose Luis Vincente Cordoba, Universidad de Sevilla 1987 s. 25 - 41.
2. Bocian S. , Złożoność półgrupy charakterystycznej sumy prostej i iloczynu prostego automatów asynchronicznych silnie spójnych, TRANSCOMP – XIV INTERNATIONAL CONFERENCE COMPUTER SYSTEMS AIDED SCIENCES, INDUSTRY AND TRANSPORT (Logistyka 6/2010), Zakopane 2010.
3. Bocian S., Nowy sposób wyznaczania najmniejszej wspólnej wielokrotności (NWW) liczb naturalnych. Interpretacja graficzna, wizualizacja oraz programy w języku BASIC i C++ TRANSCOMP – XVI INTERNATIONAL CONFERENCE COMPUTER SYSTEMS AIDED SCIENCES, INDUSTRY AND TRANSPORT (Technika Transportu Szynowego-TTS, 9/2012), Zakopane 2012.
4. Bocian S., Inteligentne podsystemy mechatroniczne w badaniach i sterowaniu pojazdów szynowych, (Monografia) Poznań 2012 r.

Complexity of characteristic semi – groups of „G” direct sums of the strongly connected asynchronous automatons

The paper presents the assumption and the evidence is carried out of the direct product complexity of characteristic semi – groups of any numbers „G” of deterministic, finite, asynchronous, highly consistent DFASC2 automata. The characteristic semi – group is the particularly essential conception in the automaton theory; it is the carrier of the important information and define the ability to information processing. It has the direct weighty consequences that are practical in the designing domain of the optimum logic circuits. The direct product of automatons can be considered as the realization – the parallel calculations accordingly.

Autorzy:

dr inż. **Stanisław Bocian** – Instytut Pojazdów Szynowych „TABOR” w Poznaniu.