

Application of the points and line methods of the theory of critical distances for fracture toughness estimation of steel using numerical and experimental approach

MICHAŁ PTAK*, MICHAŁ SMOLNICKI*, GRZEGORZ LESIUK**

* Politechnika Wrocławska, Wydział Mechaniczny, ul. Łukasiewicza 5, 50-370 Wrocław

** Politechnika Wrocławska, Wydział Mechaniczny, Katedra Mechaniki i Inżynierii Materiałowej
ul. Smoluchowskiego 25, 50-370 Wrocław

Abstract: The article presents the methodology of the Theory of Critical Distances applied for steel 42CrMo4(40HM). The following article demonstrate the use of FEM numerical simulations in an SIMULIA ABAQUS environment for determination of notch stress distribution in SENT (Single Edge Notched Tension) specimen along the notch axis with different configuration of root radius. In order to obtain correct values of the numerical simulation, static tensile test was carried out. In order to estimate basic material properties and strength leading to the rupture of the notched component sample, the point (PM) and line method (LM) were used. In the article, it was examined whether the characteristic length L is independent of the notch configuration. Based on the obtained results, experimental studies and numerical simulations have been designated critical loading conditions for the test material. Finally, it was calculated a critical value of K_{IC} . For 42CrMo4 steel, the critical distance L is equal 0,4mm with characteristic strength estimated on the level: 2250 MPa (for LM method 0,47, 1945MPa correspondingly).

Keywords: Theory of Critical Distances, Point Method, Line Method, Fracture Toughness

Zastosowanie metody punktowej oraz liniowej teorii krytycznych dystansów do wyznaczania odporności na pękanie stali z wykorzystaniem symulacji numerycznych i badań doświadczalnych

Streszczenie: Zagadnienia wyznaczania wytrzymałości elementów konstrukcyjnych poddanych działaniu koncentatorów naprężeń są istotne z punktu widzenia projektowania nowych konstrukcji, a także analizy już istniejących. Jedno z podejść teoretycznych określane mianem Teorii Krytycznych Dystansów pozwala na wyznaczanie stałych materiałowych związanych z procesem pękania. w artykule zaprezentowano metodę wyznaczania stałych Teorii Krytycznych Dystansów; dystansu krytycznego L i charakterystyczną wytrzymałość materiału σ_0 dla stali 42CrMo4 (40HM) przy użyciu Metody Punktowej (PM) i Metody Liniowej (LM). Przedstawiono wyniki badań doświadczalnych – rozciągania próbek z bocznym koncentratorem naprężeń o zróżnicowanym promieniu zaokrąglenia dna karbu oraz symulacji numerycznych w środowisku SIMULIA ABAQUS. Przeprowadzone analizy numeryczne pozwalają na uzyskanie dystrybucji naprężeń przed frontem szczeliny dla różnych konfiguracji geometrii karbów. Na tej podstawie dla badanego materiału wyznaczono dystans krytyczny L wynoszący dla metody punktowej 0,4 mm i odpowiadającą mu charakterystyczną wytrzymałość 2250 MPa (dla metody liniowej odpowiednio 0,47 mm i 1945 MPa).

Słowa kluczowe: Teoria Krytycznych Dystansów, Metoda Punktowa, Metoda Liniowa, wytrzymałość na pękanie

1. Wstęp

Śpiętrzenia naprężeń w konstrukcjach są ich naturalną cechą wywołaną czynnikami technologicznymi,

eksploatacyjnymi czy materiałowymi w przypadku nieciągłości wywołanych np. wtrąceniami niemetalicznymi. Wytrzymałość elementu konstrukcyjnego z karbem jest ważnym elementem prac inżynierskich

– szczególnie wtedy gdy mamy do czynienia z konstrukcją obciążoną cyklicznie. Jednymi z najbardziej znaczących prac w tym zakresie były prace Neubera [1] i Petersona [2], którzy zaproponowali efektywny opis naprężeniowo-odkształceniowy zagadnienia wpływu karbu. Dalsze rozszerzenie tej koncepcji nastąpiło w pracach Glinki [3, 4] w których uogólniono podejście Neubera-Petersona z wykorzystania parametru energetycznego. W przypadku rzeczywistych pęknięć zakłada się, że promień zaokrąglenia dąży do zera. Założenie to – zgodnie z teorią sprężystości – wprowadza osobliwość pola naprężeń w pobliżu wierzchołka szczeliny. W liniowo-sprężystej mechanice pęknięcia wielkością pozwalającą określić koncentrację naprężeń w pobliżu wierzchołka szczeliny jest współczynnik intensywności naprężeń K_I (w przypadku I sposobu obciążania szczeliny). Do pełnego opisu stanu naprężenia w obrębie miejsca potencjalnej propagacji pęknięcia należy znać związek funkcji naprężeń σ_{ij} z wartością współczynnika intensywności naprężeń. Jego krytyczną wartość K_{IC} wyznacza się na podstawie eksperymentów (np. w oparciu o postanowienia normy [5, 6]). Próby eksperymentalne polegają na przykładaniu narastającej siły quasistatycznej do standaryzowanej próbki określonej w normach międzynarodowych. Jednym z wymogów norm jest odpowiednia preparatyka próbek laboratoryjnych poprzez zastosowania procedury precrackingu – tj. poddania przygotowanych próbek obciążeniu zmęczeniowemu celem uzyskania promienia zaokrąglenia dna szczeliny zmęczeniowej dążącego do zera. Należy zauważyć, że uzyskiwane w próbie K_{IC} wyniki zakładają PSO (płaski stan odkształceń) a więc trójosiowość stanu naprężeń przed frontem szczeliny. W wielu rzeczywistych konstrukcjach taka sytuacja nie zawsze ma miejsce - co oznacza, że uzyskiwany wynik na drodze eksperymentalnej w postaci odporności na pęknięcie jest jedynie dolnym oszacowaniem tej wartości. Na tym tle, poszukiwania alternatywnych – uproszczonych metod analityczno-obliczeniowych są wysoce pożądane. Jedną z intensywnie rozwijanych metod jest Teoria Krytycznych Dystansów zaproponowana przez Taylora [7].

2. Teoria Krytycznych Dystansów

Teoria krytycznych dystansów opiera się na analizie sprężystej pola naprężeń w otoczeniu koncentratora oraz dwóch wielkościach związanych z wytrzymałością elementu konstrukcyjnego z karbem tj.: – krytycznego dystansu L oraz σ_0 – wytrzymałości właściwej. Postuluje się (m.in. w pracy [7]), że wielkości te mogą stanowić stałe materiałowe. Wyniki badań wykazują skuteczność tych metod dla różnych typów materiałów takich jak:

- ceramiki [7],

- metale [8],
- polimery (nawet dla rozstrzygnięcia zjawisk delaminacji) [9].

Należy zauważyć, że tylko dla materiałów bardzo kruchych (jak ceramiki) wartość σ_0 jest równa naprężeniom zrywającym σ_u . Wyróżniane są cztery techniki obliczeniowe w zakresie Teorii Krytycznych dystansów [10]:

- PM – metoda punktowa (ang. *Point Method*)
- LM – metoda liniowa (ang. *Line Method*)
- AM – metoda powierzchniowa (ang. *Area Method*)
- VM – metoda objętościowa (ang. *Volume Method*)

Ze względu na łatwość (i powszechność) implementacji tych metod podczas post-processingu symulacji numerycznych skupiono się na dwóch pierwszych metodach tj.:

- metoda punktowa, zakłada że pęknięcie następuje kiedy naprężenia osiągną wartość wytrzymałości właściwej σ_0 w odległości równej połowie krytycznego dystansu L . Warunek ten przedstawia równanie:

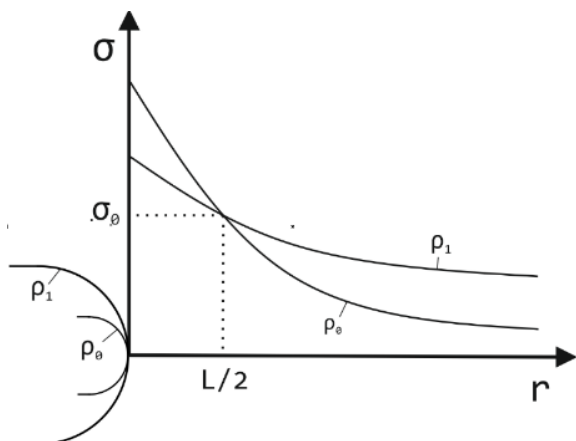
$$\sigma\left(\frac{L}{2}\right) = \sigma_0. \quad (1)$$

- metoda liniowa, zakłada że pęknięcie następuje kiedy uśrednione naprężenia, na odcinku długości równej krytycznemu dystansowi L , osiągną wartość wytrzymałości właściwej σ_0 :

$$\frac{1}{2L} \int_0^{2L} \sigma(r) dr = \sigma_0. \quad (2)$$

Należy zauważyć, że tylko dla materiałów bardzo kruchych (jak ceramiki) wartość σ_0 jest równa naprężeniom zrywającym σ_u . W przypadku materiałów cechujących się pewnym poziomem uplastycznienia istnieją pewne mechanizmy dyssypacyjne przed frontem szczeliny, dzięki którym wartości σ_0 są często znacznie wyższe niż ich wytrzymałość σ_u . Dlatego dla tego typu materiałów konieczne przeprowadzenie jest eksperymentu dla próbek o przynajmniej dwóch różniących się promieniach zaokrąglenia karbu. Sposób wyznaczania zarówno L jak i σ_0 przy użyciu pola naprężeń przed frontem szczeliny zaprezentowano na

rysunku 1. Dystans krytyczny który jest podstawowym parametrem tej metody w ujęciu mechaniki pękania przyjmuje postać opisaną równaniem (3) [11].



Rys. 1. - Sposób wyznaczania stałych materiałowych L i σ_0 przy użyciu dwóch próbek o różnych promieniach karbu

W powyższym równaniu K_{IC} to odporność na pękanie w najczęściej występującym stanie obciążenia płaskim stanie odkształcenia, σ_0 to charakterystyczna wartość wytrzymałości materiału, której wartość dąży z góry do wartości wytrzymałości na rozciąganie (R_m). Wartość σ_0 zbiega do wartości wytrzymałości na rozciąganie dla materiałów kruchych na poziomie zarówno mikro jak i makroskopowym. Wartość σ_0 odpowiada wartości naprężeń głównych w materiale podczas prostych prób obciążenia:

$$L = \frac{1}{\pi} \left(\frac{K_{IC}}{\sigma_0} \right)^2 \quad (3)$$

3. Stanowisko badawcze oraz procedura wyznaczania stałych Teorii Krytycznych Dystansów przy użyciu metod numerycznych

W celu wyznaczenia charakterystycznych wielkości materiałowych wprowadzanych przez Teorię Krytycznych Dystansów (TKD) zaprojektowano eksperyment zgodnie z podejściem zaproponowanym przez Taylora [10]. Polegał on na zerwaniu przygotowanych próbek o różnym promieniu zaokrąglenia karbu na maszynie wytrzymałościowej. Wykorzystano do tego celu maszynę wytrzymałościową MTS810 (zakres siłomierza 0-100kN) sterowaną przy pomocy kontrolera FlexTest i oprogramowania MPT. Na rysunku 2 przedstawiono próbkę zamocowaną w szczękach maszyny.

Przygotowano próbki o trzech różnych wartościach parametru ρ – dwie różne próbki są konieczne do wyznaczenia parametrów metody L i σ_0 , natomiast trzecia próbka posłużyła do walidacji wyznaczonych stałych materiałowych.

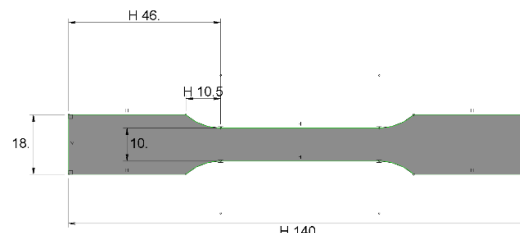


Rys. 2. Próbką testową w szczękach maszyny wytrzymałościowej MTS810

Na rysunkach 3 i 4 przedstawiono wygląd i wymiary przykładowej próbki (o najbardziej ostrym karbie).

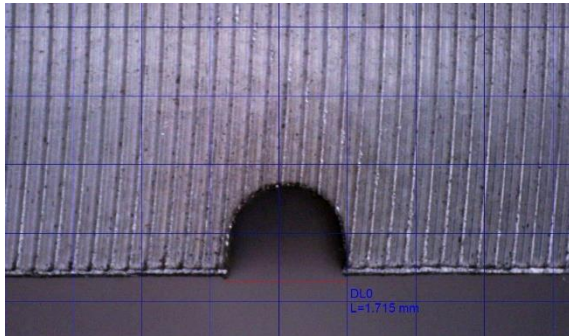


Rys. 3. Zdjęcie próbki o najbardziej ostrym karbie. Szerokość próbki wynosi 140 mm



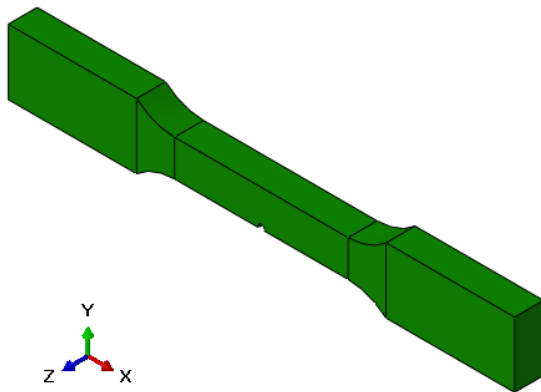
Rys. 4. Wymiary próbki poddanej badaniom. Grubość próbki wynosiła 8 mm

W celu odczytania rzeczywistych wymiarów próbki wykonano zdjęcia karbów przy pomocy mikroskopu cyfrowego DinoLite (zakres powiększeń 1x-150x). Przykładowe zdjęcie mikroskopowe w otoczeniu karbu pokazano na rysunku 5. Przeprowadzono po trzy próby dla każdego typu próbki w celu wyznaczenia siły zrywającej każdego typu próbki. Uzyskane krzywe przedstawiono poniżej na rys. 8- 10.

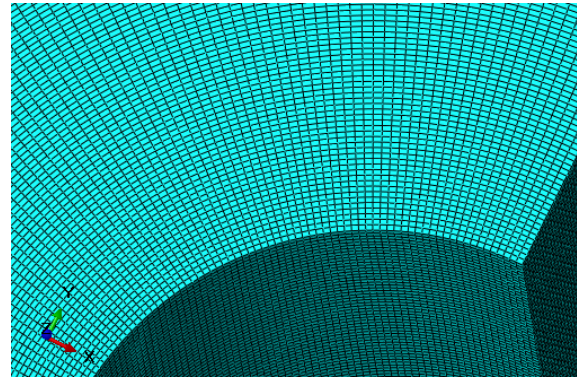


Rys 5. Zdjęcie karbu uzyskane przy użyciu mikroskopu cyfrowego. Widoczne ślady są efektem obróbki powierzchni próbek

Następnie utworzono model geometryczny próbek w środowisku ABAQUS. Model geometryczny próbki o największym promieniu dna karbu przedstawiono na rysunku 6. Należy nadmienić, że do analizy problemu konieczne jest wykonanie wysokiej jakości siatki strukturalnej z elementów o liniowej funkcji kształtu o znacznym zagęszczeniu w obrębie wierzchołka karbu (rysunek 7). Dlatego konieczne jest odpowiednie podzielenie modelu na fragmenty zwane partycjami. Ze względu na to, że spodziewane wartości L są rzędu dziesiątych części milimetra dokonano zagęszczenia siatki elementów skończonych w pobliżu wierzchołka karbu. Zastosowano elementy typu C3D8.



Rys 6. Model geometryczny próbki



Rys. 7 Model dyskretny otoczenia dna karbu

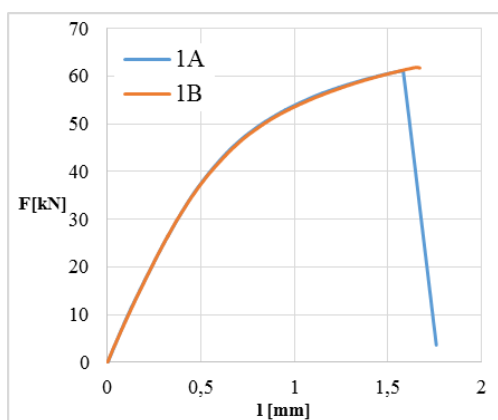
W kolejnym kroku odtworzono warunki przeprowadzenia próby rozciągania – przyjmując za warunki brzegowe odpowiednie utwierdzenia oraz siły używane w próbie rozciągania. Wykonanie symulacji umożliwia wyznaczenie pola naprężeń jakie występowało w próbce w chwili zerwania. Po wyznaczeniu przebiegu krzywych naprężeń w funkcji odległości od wierzchołka szczeliny dla przynajmniej dwóch różnych typów próbek możliwe jest odczytanie wartości $L i \sigma_0$. Krzywa uzyskana dla trzeciej próbki pozwala oszacować błąd metody. Możliwe jest również wyznaczenie punktu o współrzędnych $L i \sigma_0$ jako środka geometrycznego trzech punktów przecięcia powstających poprzez przecinanie się trzech krzywych wyznaczonych dla różnych promieni karbu. Taki sposób został też obrany w niniejszej pracy.

4. Wyniki symulacji numerycznych i badań eksperymentalnych

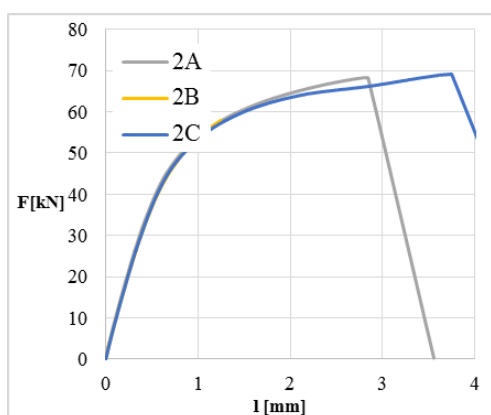
Na podstawie zdjęć wykonanych przy użyciu mikroskopu wyznaczono następujące wymiary:

- dla próbek z oznaczeniem 1 – promień karbu wyniósł 0,19 mm, natomiast wysokość karbu 1,5 mm;
- dla próbek z oznaczeniem 2 – promień karbu wyniósł 0,81 mm, natomiast wysokość karbu 1,27 mm;
- dla próbek z oznaczeniem 3 – promień karbu wyniósł 1,32 mm, wysokość również wyniosła 1,32 mm.

Na rysunkach 8, 9 oraz 10 przedstawiono wyniki badań eksperymentalnych – krzywe siły w funkcji przemieszczenia dla próbek oznaczanych numerami 1-3. w obrębie próbek o tym samym promieniu kolejne próby oznaczono literami.

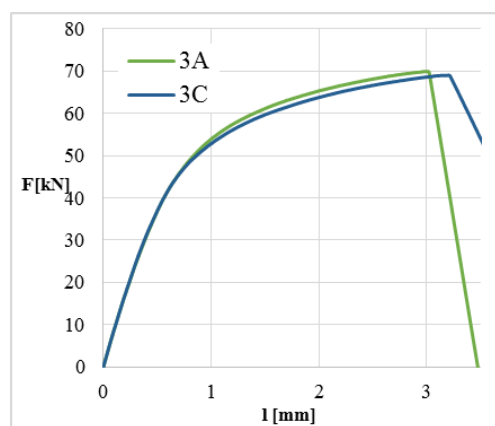


Rys. 8. Krzywe rozciągania dla próbek o promieniu dna karbu 0,19 mm

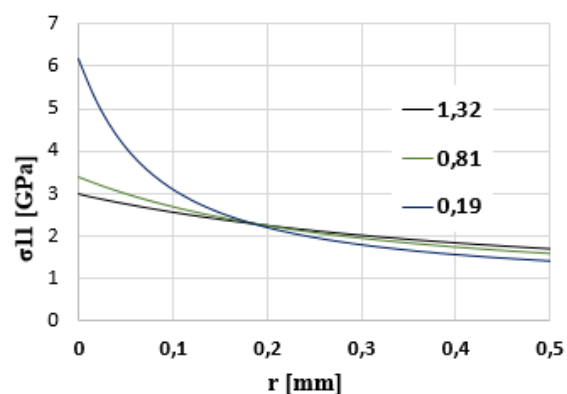


Rys. 9. Krzywe rozciągania dla próbek o promieniu dna karbu 0,81 mm

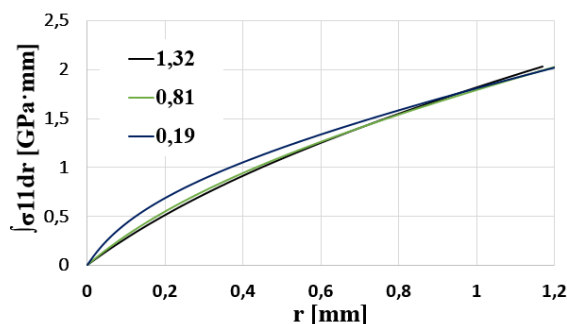
Na rysunku 11 zaprezentowano dystrybucję naprężeń głównych w funkcji odległości od wierzchołka szczeliny. Zgodnie z omówioną teorią punkt przecięcia krzywych (środek geometryczny trzech punktów przecięcia) wyznacza punkt o współrzędnych $(\frac{l}{2}, \sigma_0)$. Natomiast na rysunku 12 przedstawiono wartości całki z naprężenia po odległości od wierzchołka karbu w funkcji tejże odległości. Punkt przecięcia krzywych wyznacza punkt o wartości rzędnej równej $2L$.



Rys. 10. Krzywe rozciągania dla próbek o promieniu dna karbu 1,32 mm



Rys. 11. Dystrybucja naprężeń głównych w funkcji odległości od wierzchołka szczeliny



Rys. 12. rozkład całki z naprężenia po odległości od wierzchołka karbu w funkcji tejże odległości

5. Wnioski

Analizując wykresy przedstawione na rysunkach 11 i 12, po przybliżeniu obszaru przecinania się prostych można dokonać wyznaczenia trzech punktów przecięcia się prostych. Powstałe rozbieżności powodowane mogą być m.in. przez błędy rozwiązań numerycznych, pominięcie wad w mikrostrukturze materiału, pominięcia umocnienia fizycznego w materiale, a także możliwe błędy

pomiarowe. Następnie dokonano wyznaczenia środka ciężkości powstałego trójkąta. Punkt ten przyjęto jako określający dystans krytyczny. Po przyjęciu takiej metodologii uzyskano następujące rezultaty: $L_{PM} \approx 0.4 \text{ mm}$ oraz $L_{LM} \approx 0,47 \text{ mm}$. Odpowiadające im wartości charakterystycznej wytrzymałości to $\sigma_{0PM} = 2250 \text{ MPa}$ oraz $\sigma_{0LM} = 1945 \text{ MPa}$. Metoda liniowa w przypadku takiego zagadnienia może dawać bardziej wiarygodne wyniki i jest częściej stosowana do wyznaczania odporności na pękanie [12, 13, 14]. Na podstawie uzyskanych wyników dokonano wyznaczenia odporności na pękanie K_{IC} z zależności (4).

$$K_{IC} = \sqrt{\pi L} \cdot \sigma_0 \quad (4)$$

Uzyskano następujące wyniki: dla metody punktowej: $K_{IC} = 80 \text{ MPa} \cdot \sqrt{m}$ oraz dla metody punktowej: $K_{IC} = 70.4 \text{ MPa} \cdot \sqrt{m}$. Wyniki te odniesiono do orientacyjnych wartości odporności na pękanie dla płaskiego stanu odkształcenia który wynosi dla stali 40H - różniące się zawartością molibdenu w stosunku do 42CrMo4 (grubość 10mm – zbliżona do testowych próbek). Wobec braku danych literaturowych uzyskane wyniki w pracy [15] mogą stanowić pewien poziom odniesienia, mimo relatywnie większego poziomu uplastycznienia stali 40H w stosunku do stanu normalizowanego stali 42CrMo4. Uzyskane w pracy [15] wyniki w postaci krytycznych wartości całek $J - J_q$ (dla grubości 10mm) przekonwertowano na ekwiwalentną wartość K_{Jc} :

$$K_{Jc} = \sqrt{\frac{J-E}{1-v^2}} \quad (5)$$

Po przekonwertowaniu krytycznej wartości całki $J - J_q$ na ekwiwalentną wartość współczynnika intensywności naprężeń $K_{Jc} = 113,5 \text{ MPa} \cdot \sqrt{m}$. w świetle raportowanych wyników w pracy [10], rozbieżność na poziomie 18% nie odbiega od maksymalnych błędów (ok. 20%) szacowania odporności na pękanie tą metodą. Zaprezentowana metoda postępowania pozwala na relatywnie dobrą predykcję wartości K_{IC} wobec braku, której stoją często konstruktorzy i osoby związane z modelowaniem numerycznym. Należy także wskazać na możliwe dalsze prace analityczno-numeryczne, które pozwolą na jeszcze dokładniejsze dopasowanie prezentowanej metody obliczeniowej do warunków eksploatacyjnych przy obciążeniach wieloosiowych.

Podziękowania/Finansowanie

- 1) Prace eksperymentalne zostały sfinansowane ze środków Katedry Mechaniki i Inżynierii Materiałowej Politechniki Wrocławskiej.
- 2) Obliczenia zostały przeprowadzone dzięki grantowi obliczeniowemu WCSS grant nr 447.

Literatura / References

- [1] Neuber, H., Theory of notch stresses, Springer, Berlin, Niemcy, 1958.
- [2] Peterson, In Metal Fatigue, 293-306, 1959.
- [3] Glinka G. Energy density approaches to calculation of inelastic stress-strain near notches and cracks. Engng Fract Mech 1985;22(3):485-508.
- [4] Glinka G. Calculation of inelastic notch-tip strain-stress histories under cyclic loading. Engng Fract Mech 1985;22(5):839-5
- [5] ASTM E., Standard test method for measurement of fracture toughness., 1820-09e1, American Society for Testing and Materials, Philadelphia, Pa, USA, 2009
- [6] Standard test method for plane stress fracture toughness of metallic materials., ASTM E399-90, American Society of testing and Materials, USA
- [7] D. Taylor, Predicting the fracture strength of ceramic materials using the theory of critical distances, Engineering Fracture Mechanics, Volume 71, Issues 16-17, November 2004, Pages 2407-2416, ISSN 0013-7944
- [8] Susmel L., Taylor D. et. al., The Theory of Critical Distances and the estimation of notch fatigue limits: L, a0 and open notches, ICCES vol. 1. no.2, 2007
- [9] Zouhar M., Nahlik L., et al., The effect of critical distance on stability conditions for a crack at the interface between two polymer materials., Engineering MECHANICS, Vol. 19, 2012, No. 2/3
- [10] Taylor, D., The Theory of Critical Distances. A New Perspective in Fracture Mechanics, 1st ed., Elsevier BV, London, (2007)
- [11] Taylor D. Applications of the Theory of Critical Distances to the predictions of brittle fracture in metals and non-metals
- [12] Yin T., Tyas A., Plekhov O., Terekhina A., Susmel L., On the use of Theory of Critical Distances to estimate the dynamic strength of notched 6063-T5 aluminium alloy., Frattura ed Integrita Strutturale, 2014
- [13] Cicero S., Madrazo V., Carrascal I., Analysis of notch effect in PMMA using the Theory of Critical Distances, Engineering Fracture Mechanics, 2012
- [14] Cicero S., Madrazo V., Carrascal I., Estimation of Fracture Toughness by Testing Notch Fracture Specimens and Applying the Theory of Critical Distances, International Scholarly Research Network, 2012
- [15] Graba M., On problems with determining selected mechanical properties of 41Cr4 steel, MECHANIK NR 8-9/2016, DOI: 10.17814/mechanik.2016.8-9.331 (in Polish)