

Stanisław MIKULSKI*
Andrzej TOMCZEWSKI*

OCENA METOD WYZNACZANIA WSPÓLCZYNNIKÓW ROZKŁADU WEIBULLA W ZAGADNIENIACH ENERGETYKI WIATROWEJ

Artykuł przedstawia wyniki oceny przydatności metod wyznaczania wartości współczynników kształtu oraz skali dystrybucji Weibulla w zagadnieniach energetyki wiatrowej. Celem pracy jest ustalenie metody pozwalającej uzyskać maksymalną zgodność między energiami generowanymi przez określony typ turbiny wiatrowej i wyznaczonymi z wykorzystaniem pełnych danych pomiarowych oraz rozkładu Weibulla, którego postać ustalana jest na podstawie histogramu. Przebadano 6 metod: dwie klasyczne bazujące na funkcji Gamma Eulera oraz estymacji parametrycznej (metoda największej wiarygodności) oraz cztery wykorzystujące algorytmy optymalizacji deterministycznej i stochastycznej. Z zastosowaniem autorskiego oprogramowania przeprowadzono badania ustalając obok dokładności metod także czas ich realizacji.

SŁOWA KLUCZOWE: energetyka odnawialna, rozkład Weibulla, estymacja parametryczna, optymalizacja

1. WPROWADZENIE

Problematyka szacowania ilości energii elektrycznej produkowanej w nowych obiektach energetyki wiatrowej jest istotna szczególnie z punktu widzenia ekonomicznego uzasadnienia inwestycji. Uzyskanie najbardziej wiarygodnego wyniku wymaga wykonania pomiarów prędkości wiatru w lokalizacji przyszłej elektrowni z zastosowaniem specjalistycznego systemu pomiarowego w okresie nie krótszym od jednego roku. Koszt tego typu badań jest duży i w najwcześniejszej fazie projektu nie powinien stanowić istotnej przeszkody w jego realizacji.

Należy stwierdzić, że wstępny proces kontroli lokalizacji przyszłej elektrowni oraz ustalenie typu turbiny wiatrowej jaka powinna tam pracować wykonywać powinien tanie, ale jednocześnie możliwie skuteczne metody ustalania ilości generowanej energii elektrycznej. Spełniającymi powyższe cechy są metody symulacyjne, wykorzystujące niepełne dane pomiarowe lub ich uproszczoną formę, najczęściej w postaci histogramu prędkości wiatru [6, 7, 8].

* Politechnika Poznańska.

Warunki wietrzności w ustalonej lokalizacji są często podawane w postaci danych mniej dokładnych od zestawu pełnych pomiarów wykonanych zgodnie z zaleceniami [7]. Parametry te, z zastosowaniem odpowiednich metod obróbki, można efektywnie wykorzystać do szacowania przewidywanej ilości energii elektrycznej generowanej przez turbinę wiatrową. Nowoczesne metody analizy pozwalają na tyle zbliżyć się do wyniku uzyskanego z pełnych danych pomiarowych, że pomocne są w początkowej fazie projektowania elektrowni wiatrowej lub innego typu obliczeniach. Do wymienionych powyżej uproszczonych metod opisu warunków wietrzności należą: średnioroczna prędkość wiatru v_{avg} oraz histogram prędkości wiatru (zazwyczaj z szerokością przedziału o wartości 1 m/s) [6].

W związku ze stochastycznym charakterem zmian prędkości wiatru v_w w czasie parametr ten traktowany jest jako zmienna losowa, a do opisu analitycznego stosowana jest ciągła funkcja gęstości prawdopodobieństwa. Do matematycznego opisu zmian prędkości wiatru w czasie stosowany jest rozkład gęstości prawdopodobieństwa Weibulla, który z uwzględnieniem zerowej wartości współczynnika przesunięcia podany jest wzorem [1, 7]:

$$p(v_w) = \frac{k}{c} \cdot \left(\frac{v_w}{c}\right)^{k-1} \cdot e^{-\left(\frac{v_w}{c}\right)^k} \quad (1)$$

gdzie: $p(v_w)$ – prawdopodobieństwo wystąpienia prędkości wiatru v_w w okresie jednego roku, k – współczynnik kształtu w [m/s], c – współczynnik skali [–].

Rozkład Weibulla ma istotne znaczenie w energetyce wiatrowej, pozwala bowiem ustalić wartość oczekiwaną ilości energii elektrycznej generowanej przez określony typ turbiny [6]:

$$E(A) = T \int_0^{\infty} P(v_w) p_p(v_w) dv_w \quad (2)$$

gdzie: T – liczba godzin pracy turbiny dla rozpatrywanego okresu (dla okresu roku $T = 8760$ h), $P(v_w)$ – moc turbiny dla prędkości wiatru v_w zgodnie z krzywą mocy.

Poprawnie ustalona postać rozkładu (1) może być zastosowana również do wyznaczenia średniej mocy turbiny w okresie T :

$$\bar{P} = \int_0^{\infty} P(v_w) p_p(v_w) dv_w \quad (3)$$

która odniesiona do mocy znamionowej może być stosowana w analizie efektywności energetycznej różnych typów turbin wiatrowych pracujących we wspólnej lokalizacji geograficznej [6].

Istotnym zatem zagadnieniem jest wybór metody ustalania wartości współczynników rozkładu Weibulla na podstawie niepełnych danych pomiarowych gwarantującej najlepsze dopasowanie do rzeczywistych warunków wietrzności.

Efektywna metoda powinna dodatkowo skrócić obliczenia uzysku energetycznego w porównaniu z obliczeniami wykorzystującymi pełne dane pomiarowe, co ma szczególne znaczenia w złożonych zadaniach energetyki wiatrowej.

2. PRZEGLĄD METOD WYZNACZANIA PARAMETRÓW ROZKŁADU WEIBULLA W OBSZRZE ENERGETYKI WIATROWEJ

Do wyznaczenia parametrów rozkładu Weibulla, w zagadnieniach energetyki wiatrowej, stosowane są powszechnie dwie podstawowe metody: bazująca na zależności między poszukiwanymi parametrami, a prędkością średnioroczną wiatru oraz wykorzystująca estymację parametryczną [2].

Pierwsza z wymienionych metod wymaga przyjęcia współczynnika kształtu k rozkładu (1) o wartości literaturowej (zależna od bardzo ogólnej lokalizacji geograficznej) oraz skorzystania z zależności wiążącej prędkość średnioroczną wiatru ze współczynnikiem skali c oraz funkcją Gamma Eulera:

$$\bar{v}_w = \int_0^{\infty} v_w \cdot p(v) \cdot dv = c \cdot \Gamma\left(1 + \frac{1}{k}\right) \quad (4)$$

gdzie: k , c – parametry dystrybucji Weibulla, Γ – funkcja gamma Eulera zdefiniowana w postaci całki niewłaściwej:

$$\Gamma(x) = \int_0^{\infty} t^{x-1} e^{-t} dt, \quad \text{dla } x > 0 \text{ i } t \geq 1 \quad (5)$$

Wykorzystanie funkcji Γ w analizach numerycznych związane jest z zastosowaniem jej aproksymacji. Dwie najpopularniejsze metody wyznaczania przybliżonej wartości funkcji (5) stanowią: aproksymacja Lanczosa oraz formuła Stirlinga [4, 5]. W przypadku energetyki wiatrowej stosowana jest najczęściej aproksymacja Lanczosa obejmująca przypadek argumentów rzeczywistych nieujemnych, dla których wymieniona metoda daje dobre rezultaty (zadowalająca dokładność i szybkość obliczeń) [7]. Sam wybór jednego z parametrów jako wartości literaturowej wskazuje jednak podstawową wadę metody związaną ze zbyt dużym uogólnieniem w zakresie lokalizacji turbiny np. kraje Europy środkowo-wschodniej [10].

Zdecydowanie dokładniejszą metodą doboru parametrów ciągłych rozkładów prawdopodobieństwa jest metoda największej wiarygodności MLE (ang. *Maximum Likelihood Estimator*). Metoda zaimplementowana jest w wielu komercyjnych pakietach oprogramowania np. Matlab, Statistica itp. i wymaga dostępu do danych pomiarowych, których liczba może być jednak zdecydowanie mniejsza od liczby pomiarów pełnych.

Jeżeli znana jest realizacja x_1, x_2, \dots, x_N próby losowej X_1, X_2, \dots, X_N ze znanego rozkładu prawdopodobieństwa $f(x|\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_k)$, gdzie $\alpha = (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_k)$ jest wektorem parametrów rozkładu, to ustalić można tzw. funkcję wiarygodności parametrów rozkładu podaną zależnością [2, 7]:

$$L(\alpha|x) = L(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_k | x_1, x_2, \dots, x_N) = \prod_{i=1}^N f(x_i | \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_k) \quad (6)$$

Metoda polega na wyborze takich wartości wektora $\alpha = (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_k)$ parametrów, dla których funkcja wiarygodności przyjmuje wartości maksymalne. Warunkiem koniecznym ustalenia wartości estymatorów poszukiwanych parametrów rozkładu L jest rozwiązanie układu równań wiarygodności:

$$\frac{\partial}{\partial \alpha} \ln L(\alpha|x) = 0 \quad (7)$$

Jest to zatem zadanie maksymalizacji funkcji wiarygodności $L(\alpha|x)$, które ze względu na postać rozkładu $f(x|\alpha)$, sprowadzone jest zazwyczaj do analitycznie równoważnego procesu maksymalizacji jej logarytmu naturalnego ($\ln L(\alpha|x)$) [2]. W analizowanym przypadku realizacją próby losowej jest zbiór wartości pomiarowych prędkości wiatru (v_1, v_2, \dots, v_N), natomiast poszukiwane są estymatory parametrów kształtu k i skali c rozkładu Weibulla.

Wady pierwszej z metod, szczegółowa analiza zagadnienia, złożoność metody MLE oraz doświadczenia autorów doprowadziły do zainteresowania możliwością zastosowania, w zagadnieniu najlepszego dopasowania rozkładu Weibulla do histogramu prędkości wiatru, metod optymalizacyjnych. W związku z dużą różnorodnością tego typu metod badaniom podlegają algorytmy należące do grup: deterministycznej, stochastycznej oraz hybrydowej. Z pierwszej grupy do testów wykorzystana zostanie metoda przeszukiwania przedziałów [3], z drugiej klasyczna metoda Monte Carlo [9], trzecią reprezentować będą algorytmy łączące metodę Monte Carlo z przeszukiwaniem przedziałów oraz z metodą gradientową najszybszego spadku [3].

Przeszukiwanie przedziałów jest numeryczną metodą poszukiwania optimum dowolnej, w tym wielomodalnej, funkcji celu. Metoda polega na deterministycznym przeszukaniu przestrzeni rozwiązań X, która prowadzi do skończonej, ale dla zadań z wieloma zmiennymi decyzyjnymi bardzo dużej liczby testowanych wartości funkcji kryterialnej. Uzyskane rozwiązanie posiada dokładność, która jest funkcją przyjętego kroku przeszukiwania w kierunku każdej zmiennej decyzyjnej. Metoda jest czasochłonna, ale gwarantuje odnalezienie, z dokładnością do przyjętych kroków, optimum globalnego. Jej zastosowanie w analizowanym zagadnieniu jest możliwe ze względu na występowanie tylko dwóch zmiennych decyzyjnych oraz małej szerokości przedziałów zmiennych (zakres zmian współczynnika kształtu k i skali c zawiera się między wartością 1 a 10).

Szczególnie znaczenie w rozwiązywaniu zagadnień optymalizacji technicznej metodami deterministycznymi mają metody gradientowe. Wynika to przede wszystkim z szybszej zbieżności w porównaniu z wieloma metodami bezgradientowymi [3]. W przeprowadzonych badaniach wykorzystano metodę najszybszego spadku, w której od funkcji celu $J(\mathbf{x})$ wymagane jest, aby była klasy $C^1 \forall \mathbf{x} \in X \subset \mathbb{R}^n$, a nowy kierunek poszukiwań \mathbf{d}^k (dla k -tej iteracji) wyznacza wartość minus gradient $(-\nabla J(\mathbf{x})|_{\mathbf{x}})$ w punkcie \mathbf{x}^k . Poszukiwanie ekstremum w kierunku najszybszego spadku odbywa się zgodnie z zależnością [3, 7]:

$$\mathbf{x}^{(k+1)} = \mathbf{x}^{(k)} - \tau \nabla J(\mathbf{x}) \quad (8)$$

gdzie: τ – jest krokiem uzyskanym na drodze optymalizacji kierunkowej.

Metoda Monte Carlo jest stosowana w algorytmach wykorzystujących tzw. błędzenie losowe, np. w rozwiązywaniu zadań optymalizacji. Algorytm klasyczny poszukiwania ekstremum funkcji polega na losowym przeszukaniu przestrzeni rozwiązań X . Zależnie od założonej dokładności rozwiązań (lokalizacja ekstremum z ustaloną dokładnością), liczby zmiennych decyzyjnych oraz wartości prawdopodobieństwa uzyskania rozwiązania liczba realizowanych losowań n jest bardzo duża i wynosić może nawet setki tysięcy. Szybsze są sekwencyjne odmiany metody Monte Carlo, które stanowią probabilistyczną odmianę metody kolejnych przybliżeń poszukiwania ekstremum funkcji. W metodzie w sposób deterministyczny ustalana jest wielkość kolejnych podobszarów przestrzeni rozwiązań X , w których metodami stochastycznymi poszukiwane są nowe rozwiązania lepiej przybliżające ekstremum funkcji celu. Algorytmy sekwencyjne rozpoczyna się losowaniem n punktów z obszaru dopuszczalnego X , przy poszukiwaniu których spełniona musi zostać zależność [9]:

$$J(x_1) \leq J(x_2) \leq \dots \leq J(x_n) \quad (9)$$

Spełnienie warunku (9) wymaga wielu losowań, których liczba jest jednak zdecydowanie niższa od wymaganej w podstawowym wariacie metody Monte Carlo. Uzyskanie kolejnych punktów $(n+1, n+2, \dots)$, których ciąg nie pogarsza znalezionego rozwiązania optymalnego odbywa się z wykorzystaniem losowo ustalanego wektora przesunięcia ξ_n wyznaczanego zgodnie z regułą (dla poszukiwania maksimum) [9]:

$$\mathbf{x}_{n+1} = \begin{cases} \mathbf{x}_n & \text{przy } f(\mathbf{x}_n + \xi_n) \geq f(\mathbf{x}_n) \\ \mathbf{x}_n + \xi_n & \text{przy } f(\mathbf{x}_n + \xi_n) < f(\mathbf{x}_n) \end{cases} \quad (10)$$

Metoda sekwencyjna sprowadza się do generowania kolejnych rozwiązań w otoczeniu najlepszego znalezione do tej pory rozwiązania \mathbf{x}^* [9].

Algorytmy hybrydowe wymagają zastosowania co najmniej dwóch metod poszukiwania ekstremum funkcji celu w ramach jednego zadania obliczeniowego. Ich skuteczność w zadaniach z wielomodalną funkcją celu wynika zazwyczaj z łączenia cech metod stochastycznych (ustalenie podobszaru przestrzeni roz-

wiązań X_E , w którym położone jest ekstremum globalne) oraz deterministycznych (powtarzalność rozwiązania dla minimum lokalnego). W niniejszej pracy wykorzystano połączenie klasycznej metody Monte Carlo z metodą przeszukiwania zawężonych przedziałów zmiennych decyzyjnych oraz z metodą najszybszego spadku.

3. PRZYKŁADY OBLICZENIOWE

Przeprowadzone badania dotyczą oceny jakości sześciu, opisanych w rozdziale 2 pracy, metod wyznaczania współczynników dystrybucji Weibulla. W tym celu w języku C# (środowisko MS Visual Studio 2010) opracowano aplikację, w której zaimplementowano algorytmy: aproksymacji Lanczosa, MLE, optymalizacji deterministycznej metodą przeszukiwania przedziałów, podstawowy Monte Carlo (**MC**) oraz dwa hybrydowe – Monte Carlo z deterministycznym przeszukiwaniem otoczenia rozwiązania przybliżonego (**MC+PP**) oraz Monte Carlo z metodą najszybszego spadku (**MC+NS**).

Zgodnie z teorią metod optymalizacyjnych jakość rozwiązania, w tego typu zadaniach, podlega ocenie z zastosowaniem tzw. funkcji kryterialnej (funkcji celu). W rozpatrywanym zagadnieniu ustalono, że do oceny najlepszego dopasowania rozkładu Weibulla do znanego histogramu prędkości wiatru (dla okresu jednego roku) zastosowana zostanie funkcja celu o postaci:

$$f_c = \sum_{i=1}^N (p(i-0.5) - T_i)^2 \cdot (v_{p_{max}} - v_{T_{max}}) \quad (11)$$

gdzie: i – numer przedziału histogramu prędkości wiatru (o szerokości 1 m/s): $\langle i-1; i \rangle$, T_i – częstość wystąpienia prędkości wiatru dla i -tego przedziału (dane z histogramu), $p(i-0.5)$ – prawdopodobieństwo wystąpienia prędkości o wartości odpowiadającej środkowi przedziału histogramu wyznaczone z rozkładu Weibulla, $v_{p_{max}}$ – prędkość wiatru o największej wartości prawdopodobieństwa wystąpienia (na podstawie rozkładu Weibulla), $v_{T_{max}}$ – prędkość wiatru o największej częstości występowania (dane z histogramu).

W celu porównania wyników optymalizacji dla zaimplementowanych metod (przeszukiwanie przedziałów, **MC**, **MC+PP** oraz **MC+NS**) przyjęto jednakowy krok zmian współczynników k i c równy 0,01. Dalsze zmniejszanie kroku zmian współczynników nie powoduje istotnych różnic w wartościach przyjętej funkcji celu (10). Przy przyjęciu wymienionego kroku zmian parametrów k i c oraz rozpiętości przeszukiwanych przedziałów $k \in \langle 1; 10 \rangle$, $c \in \langle 1; 10 \rangle$ liczba wszystkich wartości funkcji celu (rozwiązań) wynosi 10^6 . Dla metody **MC** i metod hybrydowych ustalono liczbę losowań na $n = 40000$, która jest znacznie mniejsza od liczby wszystkich rozwiązań.

Błąd dopasowania rozkładu Weibulla do znanego histogramu wyznaczany jest z wykorzystaniem ilości energii elektrycznej generowanej przez określony

typ turbiny wiatrowej, wyznaczonej na podstawie dokładnych pomiarów prędkości wiatru (okres jednego roku, okres uśredniania prędkości wiatru równy 47 sekund). Energia ta przyjmowana jest dalej jako wartość odniesienia. W analizowanym przykładzie do obliczeń zastosowano dane turbiny Enercon E-44 o mocy 900 kW, której krzywą mocy, pomiędzy kolejnymi stabelaryzowanymi prędkościami, interpolowano liniowo. Błąd bezwzględny i względny metody odwzorowania ustalany jest z zastosowaniem zależności:

$$\delta = A_p - A_w \quad (12a)$$

$$\delta_{\%} = \frac{A_p - A_w}{A_p} \cdot 100\% \quad (12b)$$

gdzie: A_p – ilość energii generowanej przez przyjęty typ turbiny wiatrowej, wyliczona na podstawie pełnych danych pomiarowych prędkości wiatru z okresu jednego roku, A_w – ilość energii generowanej przez przyjęty typ turbiny wiatrowej, wyliczona na podstawie ustalonej postaci rozkładu Weibulla (dla okresu jednego roku).

Oprócz błędów badanych metod ustalono również czas ich numerycznej realizacji. Jest on istotnym kryterium wyboru najbardziej efektywnej metody doboru parametrów rozkładu Weibulla do znanego histogramu. Wszystkie obliczenia wykonano dla danych wiatrowych, ze wspólnej lokalizacji geograficznej, dla dwóch lat: 2008 i 2009.

Poniżej zamieszczono wyniki obliczeń parametrów k i c rozkładu Weibulla odpowiednio metodami podstawowymi (tabela 1) oraz optymalizacyjnymi (tabela 2). Obok wartości poszukiwanych współczynników zamieszczono wartości błędu bezwzględnego i procentowego metody (δ_w i $\delta_{w\%}$), czas obliczeń t_{obl} oraz wartości błędów bezwzględnego i procentowego (δ_h i $\delta_{h\%}$) przy wyznaczaniu energii na podstawie histogramu prędkości wiatru.

Ze względu na własności metod wykorzystujących elementy stochastyczne wyniki obliczeń ustalono jako wartości średnie parametrów z 20 uruchomień algorytmu. W każdym przypadku wykonano $n = 40000$ losowań.

Analizując jednocześnie dwa parametry badanych metod można zauważyć, że przy dobrej dokładności stosunkowo krótkimi czasami obliczeń charakteryzują się metody wykorzystujące algorytm Monte Carlo, szczególnie algorytm hybrydowy Monte Carlo z metodą najszybszego spadku. W związku z tym przeprowadzono rodzinę symulacji, której celem jest ustalenie wpływu liczby n losowań metody Monte Carlo na jakość ustalenia wartości parametrów rozkładu Weibulla. Wyniki dotyczą analizy prowadzonej dla danych z 2009 roku. Obliczenia powtarzano 20 razy a wyniki stanowią wartość średnią ze zrealizowanej próby.

Tabela 1. Wyniki obliczeń parametrów k i c rozkładu Weibulla z zastosowaniem metod podstawowych (z funkcją Γ , MLE oraz przeszukiwania przedziałów)

Parametr	Metoda z funkcją Γ		MLE		Przeszukiwanie przedziałów	
	Rok 2008	Rok 2009	Rok 2008	Rok 2009	Rok 2008	Rok 2009
k [m/s]	2,00	1,64	1,95	1,90	1,97	1,66
c [-]	4,98	4,49	4,94	4,65	4,95	4,34
A_w [MWh]	503,1	501,4	535,9	454,3	532,9	441,5
A_p [MWh]	542,7	467,1	542,7	467,1	542,7	467,1
A_h [MWh]	576,9	494,4	576,9	494,4	576,9	494,4
δ_w [MWh]	39,6	-34,3	6,8	12,8	9,8	25,6
$\delta_{w\%}$ [%]	7,3	-7,3	1,3	2,7	1,8	5,5
δ_h [MWh]	-34,2	-27,3	-34,2	-27,3	-34,2	-27,3
$\delta_{h\%}$ [%]	-6,3	-5,8	-6,3	-5,8	-6,3	-5,8
t_{obl} [ms]	47	46	5200	5150	39016	38813

Tabela 2. Wyniki obliczeń parametrów k i c rozkładu Weibulla z zastosowaniem metod stochastycznych i hybrydowych (Monte Carlo **MC**, Monte Carlo z przeszukiwaniem przedziałów **MC+PP** oraz Monte Carlo z metodą najszybszego spadku **MC+NS**)

Parametr	MC		MC + PP		MC + NS	
	Rok 2008	Rok 2009	Rok 2008	Rok 2009	Rok 2008	Rok 2009
k [m/s]	1,99	1,67	1,97	1,66	1,99	1,68
c [-]	4,98	4,34	4,95	4,34	4,99	4,36
A_w [MWh]	538,3	436,2	532,9	441,5	535,6	441,6
A_p [MWh]	542,7	467,1	542,7	467,1	542,7	467,1
A_h [MWh]	576,9	494,4	576,9	494,4	576,9	494,4
δ_w [MWh]	4,4	31,0	9,8	25,6	7,1	25,5
$\delta_{w\%}$ [%]	1,8	6,6	1,8	5,5	1,3	5,5
δ_h [MWh]	-34,2	-27,3	-34,2	-27,3	-34,2	-27,3
$\delta_{h\%}$ [%]	-6,3	-5,8	-6,3	-5,8	-6,3	-5,8
t_{obl} [ms]	1916	1894	2349	2279	1876	1850

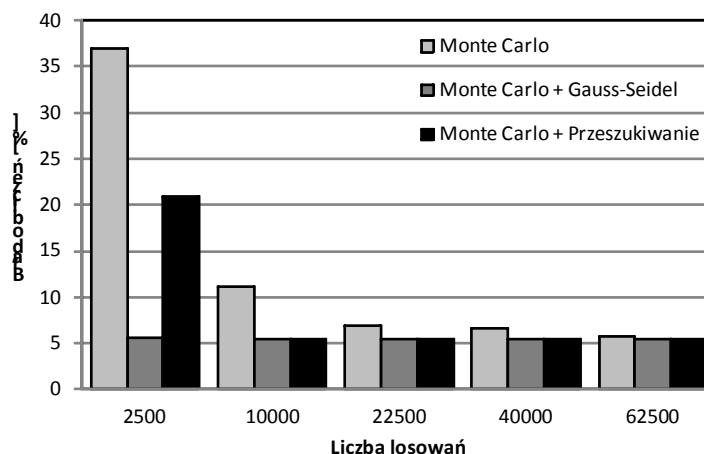
Tabela 3. Wpływ liczby losowań dla metod wykorzystujących elementy stochastyczne na błąd procentowy metod oraz czas obliczeń

Liczba losowań n	2500			1000			22500		
	MC	MC + PP	MC + GS	MC	MC + PP	MC + GS	MC	MC + PP	MC + GS
$\delta_{w\%}$ [%]	36,9	20,9	5,6	11,2	5,5	5,5	4,9	5,5	5,5
t_{obl} [ms]	115	560	199	467	922	486	1056	1529	1066

Tabela 3. c.d. Wpływ liczby losowań dla metod wykorzystujących elementy stochastyczne na błąd procentowy metod oraz czas obliczeń

Liczba losowań n	40000			62500			90000		
	MC	MC + PP	MC + GS	MC	MC + PP	MC + GS	MC	MC + PP	MC + GS
$\delta_w\%$ [%]	6,6	5,5	5,5	5,9	5,5	5,5	5,7	5,5	5,5
t_{obl} [ms]	1894	2279	1850	2892	3331	3013	4175	4575	4425

Na rysunku 1 zamieszczono wyniki błędu procentowego (12b) obliczeń ilości energii generowanej przez turbinę wiatrową dla metody Monte Carlo i metod hybrydowych stosowanych przy wyznaczaniu współczynników kształtu i skali rozkładu Weibulla, w funkcji liczby realizowanych losowań.



Rys. 1 Błąd metod optymalizacji stochastycznej w funkcji liczby losowań

5. PODSUMOWANIE

Przeprowadzone badania wykazały, że wykorzystanie metod optymalizacji przy poszukiwaniu współczynników rozkładu Weibulla najlepiej dopasowanego do znanego histogramu prędkości wiatru jest uzasadnione. Wynika to z: dokładności obliczeń ilości energii generowanej przez turbinę oraz czasów obliczeń, w odniesieniu do tzw. metod klasycznych (estymacja parametryczna, wykorzystanie funkcji Γ).

Największe błędy obliczeń ilości energii generowanej przez określony typ turbiny, na podstawie dopasowanego do zadanego histogramu rozkładu Weibulla daje metoda wykorzystująca funkcję Γ Eulera (5) – tabela 1. Bezwzględne

wartości błędu wynoszą dla niej ponad 7% i wynikają z przyjęcia jednego z parametrów rozkładu o wartości literaturowej obejmującej bardzo duży obszar geograficzny. Najmniejsze wartości błędów (dla danych z roku 2008 o wartości 1,3%, a dla danych z roku 2009 o wartości 2,3%) uzyskano wykorzystując metodę estymacji parametrycznej MLE – tabela 1. Pewną wadą metody jest czas obliczeń, który jest ponad 3-krotnie dłuższy od metod z elementami stochastycznymi. Przyjęta w ich przypadku liczba losowań $n = 40000$ została ustalona tak, aby jej dalszy wzrost nie powodował istotnych zmian w uzyskiwanej dokładności obliczeń.

Przy zastosowaniu algorytmów optymalizacyjnych z elementami stochastycznymi uzyskiwane błędy procentowe ilości energii generowanej przez turbinę wiatrową są niewiele większe od wyznaczonych z pomocą metody przeszukiwania przedziałów (metoda z dokładnością do kroku zmian parametrów k i c znajduje ekstremum globalne). Ich wartości bezwzględne dla danych z roku 2008 nie przekraczają 1,3%, a dla danych z roku 2009 nie przekraczają 6,6%. Czasy obliczeń są natomiast, przy przyjęciu ustalonej wcześniej liczby losowań równej $n = 40000$, kilkadziesiąt razy krótsze od metody przeszukiwania przedziałów.

W przypadku metod hybrydowych obserwowany jest efekt działania algorytmu deterministycznego. Od liczby losowań $n=10000$ następuje stabilizacja wartości rozwiązań, co wynika z odnajdowania silnego ekstremum lokalnego (zgodnie z ideą grupy metod zdeterminowanych). Szczegółowa analiza pojedynczych rozwiązań metody Monte Carlo pokazała, że obok rozwiązań o wiele gorszych (o większych błędach) od metody MLE znajdują się również rozwiązania o wiele lepsze – błędy procentowe na poziomie od 0,1% do 0,2%. Jest to związane ze specyfiką metod z elementami stochastycznymi.

LITERATURA

- [1] Dietrich E., Schulze A., Metody statystyczne w kwalifikacji środków pomiarowych maszyn i procesów produkcyjnych, Notika System, Warszawa 2000.
- [2] Hirose H., Maximum Likelihood Estimation in the 3-parameter Weibull Distribution. A Look through the Generalized Extreme-value Distribution, IEEE Transactions on Dielectrics and Electrical Insulation, 1996, Vol. 3, No. 1, s. 43 – 55.
- [3] Findeisen W., Szymanowski J., Wierzbicki A., Teoria i metody obliczeniowe optymalizacji. Wyd. 2, PWN, Warszawa 1980.
- [4] Feller, W., An Introduction to Probability Theory and Its Applications, Vol. 1, Wiley, 3rd ed., New York 1968.
- [5] Lanczos C., A precision approximation of the gamma function, Journal of the Society for Industrial and Applied Mathematics: Series B, Numerical Analysis, 1964, Vol. 1, s. 86 – 96.
- [6] Praca zbiorowa, Odnawialne i niekonwencjonalne źródła energii, Wydawnictwo Tarbonus, Kraków 2008.

- [7] Tomczewski A., Techniczno – ekonomiczne aspekty optymalizacji wybranych układów elektrycznych, Seria Rozprawy (nr 520), Wydawnictwo Politechniki Poznańskiej, Poznań 2014.
- [8] Tomczewski A., Operation of a Wind Turbine–Flywheel Energy Storage System under Conditions of Stochastic Change of Wind Energy, The Scientific World Journal, vol. 2014, Article ID 643769, 16 pages, 2014, doi:10.1155/2014/643769.
- [9] Zieliński R., Metody Monte Carlo, WNT, Warszawa 1970.
- [10] Lubośny Z., Farmy wiatrowe w systemie elektroenergetycznym, WNT, Warszawa 2009.

THE EVALUATION OF METHODS FOR DETERMINATION OF WEIBULL DISTRIBUTION COEFFICIENTS IN WIND ENERGY PROBLEMS

The article presents results of the usefulness evaluation for methods of scale and shape determination in Weibull distribution in wind Energy problems. The aim of paper is to establish method which would give maximal accordance between energy generated by defined wind turbine type and energy calculated with use of real data measurements and Weibull distribution, which shape is determined on basis of histogram. Studied were six methods: two classic based on Gamma-Euler function and parametric MLE estimation (Maximum Likelihood Estimation) and also four methods based on deterministic and stochastic optimization algorithms. With use of originally developed software, besides of algorithm accuracy, analysed was time of calculations.

(Received: 25. 02. 2016, revised: 2. 03. 2016)