Igor OHIRKO, Igor ZANIEWSKI, Olga OGIRKO

MODELOWANIE I SYMULACJA W NAUKACH EKONOMICZNYCH

Celem pracy było określenie roli i miejsca modelowanie i symulacji w naukach ekonomicznych. Matematyczna gospodarka to jest zestaw metod matematycznych, pozwalających przedstawić teorie i przeanalizować problemy w gospodarce. To zaprzecza, że matematyka nie pozwala ekonomii sformować znaczące, testowane propozycje. Mowa matematyki pozwala ekonomistom konkretyzować, pozytywne wymogi o spornych czy dokładnych tematach, które były by niemożliwe bez matematyki. Dużo co teorii z ekonomicznej jest teraz obecne w terminach matematycznych modeli ekonomicznych.

WPROWADZENIE

Ekonomia matematyczna to kierunek w ekonomii zajmujący się badaniem szeroko pojętych zjawisk gospodarczych przy użyciu zaawansowanych technik matematycznych, tj. analiza szeregów czasowych czy programowanie dynamiczne. Współczesna ekonomia głównie nurtowa w coraz większej mierze odwołuje się do tych metod, niemniej podział na matematyczny i instytucjonalny nurt w ekonomii jest wciąż widoczny. Jednymi z podstawowych zagadnień ekonomii matematycznej są modele wzrostu gospodarczego oraz poszukiwań pracy. Dla większości ludzi ekonomia, z racji liczb, kojarzy się z matematyką i po części z tego właśnie powodu nie zamierzają mieć z nią do czynienia. Jednak, tak jak znajomość matematyki na pewno przydaje się w codziennym życiu, tak również i ekonomia nie jest nauką oderwaną od rzeczywistości [7].

Potocznie pod pojęciem model rozumiemy przedstawienie danego obiektu, czy tez zjawiska w uproszczonej postaci w stosunku do rzeczywistej. W nauce jest to celowe uproszczenie rzeczywistości, polegające na pominięciu cech i szczegółów nieistotnych z punktu widzenia celu modelowania [12].

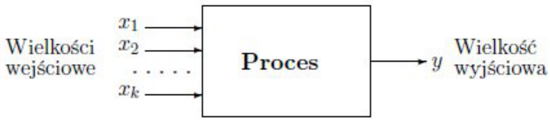
Przyczyną tworzenia modeli jest nie tylko chęć poznania rzeczywistości, praw nią rządzących, ale także zbadanie możliwości wpływania na otaczające nas zjawiska, badanie zjawisk w innych warunkach i w przyszłości [1].

Celem pracy było określenie roli i miejsca modelowanie i symulacji w naukach ekonomicznych.

1. TYPY MODELI

Można wyróżnić m.in. następujące typy modeli:
- o podobieństwie kinetycznym
- o podobieństwie geometrycznym np. makiety, mapy
- o podobieństwie dynamicznym – stosowane w tunelach aerodynamicznych
- tworzone przez analogie – hydrauliczno- elektryczne
- matematyczne.

Model matematyczny to zbiór symboli oraz relacji matematycznych wraz z bezwzględnie ścisłymi zasadami operowania nimi. Symbole i relacje odnoszą się do konkretnych elementów rzeczywistości, którą badamy (Rys.1). Model opisuje dane zjawisko za pomocą zmiennych, których wartości mogą należeć do różnorodnych wartości np. liczb całkowitych, rzeczywistych, wartości logicznych itp. Modelowanie matematyczne to dziedzina, której zadaniem jest opisanie zjawisk w języku matematyki oraz logiki formalnej [5-19].



Rys. 1. *Schemat modelu [8]*

Modelowanie matematyczne polega na użyciu języka matematyki w celu opisania jakiegoś układu np. biologicznego, elektrycznego, termodynamicznego, ekonomicznego, wykorzystywane są przy optymalizacji warunków pracy, prognozowaniu pogody. Modelowanie matematyczne ma zastosowanie w wielu dziedzinach życia, głownie w tych, w których jest powtarzalność lub podobieństwo zdarzeń., czyli w naukach ekonomicznych, przyrodniczych, społecznych, medycznych. Przy użyciu modelowania matematycznego wnioski będą zgodne z rzeczywistością pod warunkiem, że sformułowanie wejściowe było poprawne , założenia poprawne oraz dokładne z punktu widzenia celu, jaki badacz zakłada. Jeśli początkowe hipotezy będą fałszywe, to nie osiągniemy poprawnych wyników [3].

Modele matematyczne są klasyfikowane według różnych kryteriów, na przykład:

1. Ze względu na postać związków przedstawionych w modelu:
- liniowe – gdy wszystkie operatory (operacje algebraiczne, operatory różniczkowe, zależności funkcyjne itp.) są liniowe,
- nieliniowe -gdy chociaż jeden operator nie jest liniowy.

Zakwalifikowanie do liniowych lub nieliniowych jest zależne od kontekstu. Z zasady dotyczy wielkości wejściowych, natomiast w przypadku analizy regresji model liniowy oznacza liniowość względem parametrów, zaś nieliniowa może być odpowiedź układu .

2. Ze względu na czas:
- statyczne –nie uwzględnia się zmian wartości w czasie, z zasady wykorzystywane są równania algebraiczne.
- dynamiczne - czas jest wartością wejściową, często wykorzystujemy równania różniczkowe.

Z zasady wszystkie modele rzeczywiste mają charakter dynamiczny. Modelem statycznym można się zadowolić, gdy stosujemy uproszczenie w sytuacji, gdy badamy stany równowagi.

3. Ze względu na związek przyczynowo- skutkowy:
- deterministyczne- odpowiedź jest jednoznacznie określona dla każdego zbioru wartości wejściowych. Obowiązuje związek przyczynowo- skutkowy, czyli dane zjawisko w sposób jednoznaczny wywołuje i wpływa na inne.
- stochastyczne - odpowiedź ma charakter losowy. Podają wyniki z określeniem prawdopodobieństwa. Najczęściej stosowane są

w biologii, rolnictwie, ekonometrii, czyli w dziedzinach, w których trudno określić jednoznacznie związek przyczynowo- skutkowy [11].

4. Ze względu na etap tworzenia modelu:
- wstępny-tworzony, gdy nie znamy jeszcze wszystkich podstawowych mechanizmów procesu. Jego istota polega na wskazaniu jakie dane musimy jeszcze uzyskać
- ogólny – zawiera już wszystkie znane badaczowi zależności i procesy, ale techniczne posługiwanie się nim jest skomplikowane
- sumaryczny – ostateczna forma symulacji komputerowej. Jest wykorzystywana praktycznie.

2. ETAPY MODELOWANIA

Określimy pięć etapy modelowania: sformułowanie celu modelowania; wybranie kategorii modelu oraz określenie jego struktury; identyfikacja parametrów modelu; algorytmizacja modelu; zweryfikowanie wyników (Rys.2).

2.1. Sformułowanie celów modelowania

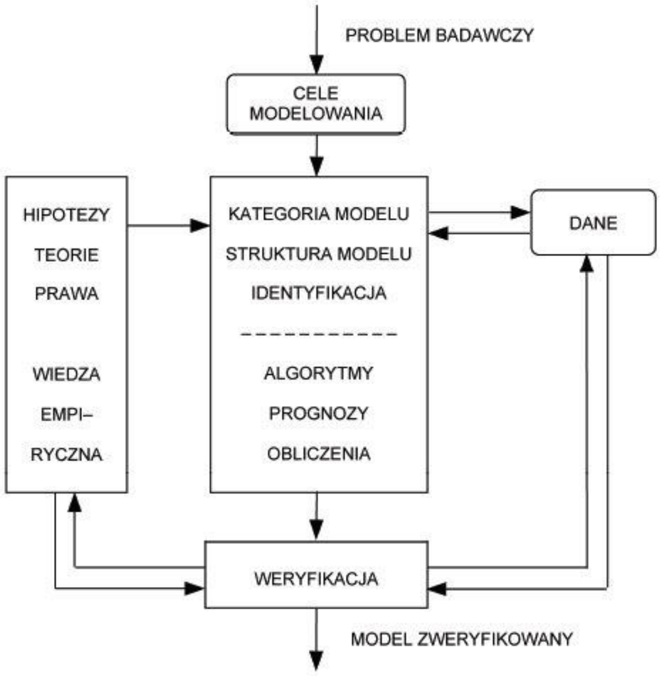
Formułując cel modelowania należy pamiętać, że jest proces ukierunkowany celowo. Znaczy to , że tworzony model ma mieć konkretne zastosowanie. W przypadku badań systemowych nadrzędnym celem jest stworzenie narzędzi, które pozwolą przewidzieć, jak zachowa się badany system w innych warunkach niż istniejące aktualnie. Gdyby nie modele w celu sprawdzenia zachowania się obiektu w zmieniających się warunkach należałoby eksperymentować na rzeczywistym systemie, co jest bardzo kosztowne i czasochłonne, a często wręcz niemożliwe do przeprowadzenia. Z tego wynika, ze najważniejsze znaczenie mają modele, przy pomocy których można zbadać zachowanie się systemów, które jeszcze nie istnieją i systemów, mających działać w różnorodnych warunkach, w których do tej pory nie występowały.

2.2. Wybór kategorii modelu oraz określenie jego struktury

Etap ten nazywany jest modelowaniem właściwym. W tym etapie należy przetworzyć całą istotną dla celów modelowania wiedzę o badanym systemie w zbiór relacji matematyczno- logicznych. Należy pamiętać, że modele matematyczne muszą spełniać dwa podstawowe wymagania: łatwości użytkowania zgodnie z jego przeznaczenie oraz zgodności z modelowanym systemem odnośnie zależności, które interesują badacza. Często wymagania te mogą być sprzeczne. Należy na tym etapie poszukać kompromisu między nadmiernym uproszczeniem modelu, co może prowadzić do błędnych wniosków a stworzeniem modelu zbyt skomplikowanego, co utrudnia jego stworzenie. W tym etapie należy też rozwiązać problem istotności, czyli wyboru hipotez istotnych, od tych które należy odrzucić.

2.3. Identyfikacja parametrów modelu

Ma na celu doświadczalne ustalenie wartości, których wprowadzenie do modelu umożliwi wykonanie potrzebnych obliczeń.



Rys 2. *Etapy budowy modelu matematycznego*

Rozróżniamy dwa podstawowe typy wartości liczbowych:
- parametry – współczynniki na stałe ujęte w algorytmie i programie komputerowym, może ich być od kilku do kilkudziesięciu w zależności od stopnia skomplikowania modelu. Określają np. dynamikę przemian .
- dane- określają warunki zewnętrzne modelowanego obiektu, np. temperatura.

Z zasady teoretyczna wiedza nie jest wystarczająca, by nadać modelowi postać, która umożliwi wykonanie obliczeń. Często nie są znane wszystkie wartości liczbowe niektórych parametrów modelu. W takich sytuacjach dokonuje się ich szacunku na podstawie innych ustalonych parametrów. Proces ten nazywany jest estymacją, a oszacowane statystycznie wartości nazywamy estymatorami. Proces identyfikacji parametrów połączony z ich estymacją to tzw. kalibracja modelu. Ma zapewnić zgodność predykatywną modelu w warunkach odmiennych od tych, w których został opracowany.

Identyfikacja może być bierna lub czynna.

Identyfikacja bierna ma na celu wyznaczenie postaci i parametrów modelu poprzez zgromadzenie danych podczas standardowego działania systemu, które poddawane są opracowaniu statystycznemu.

Identyfikacja czynna jest droższa i bardziej pracochłonna niż bierna, a niekiedy niemożliwa do przeprowadzenia. Polega ona na przeprowadzeniu eksperymentów, których wyniki zostaną zastosowane do określenia modelu.

2.4. Algorytmizacja modelu

Jest to proces budowy konkretnego algorytmu. Pod pojęciem algorytmu rozumiemy uporządkowany i skończony ciąg jasno sprecyzowanych czynności, które są niezbędne do wykonania zadania. Poprawnie zbudowany algorytm można wykorzystać do rozwiązywania podobnych zadań.

Algorytm musi spełniać trzy podstawowe zasady:

1. Liczba operacji jest wielkością skończoną – policzalna liczba operacji wynika z faktu, że przy użyciu algorytmu podczas realizacji zadania po wykonaniu odpowiedniej ilości czynności musi nastąpić jego pomyślne zakończenie. Liczba operacji jest różna w zależności od złożoności modelu.

2. Operacje muszą być zrozumiałe i wykonalne dla realizatora – istotne jest poznanie potencjalnych użytkowników, gdyż każdy posiada inny zasób wiedzy.
3. Poprawna kolejność wykonywania poszczególnych operacji- wynika z logiki odwzorowywanego procesu.

Algorytmy mają różny stopień złożoności, z tego punktu widzenia wyróżniamy:

- algorytmy proste – poszczególne instrukcje realizowane są tylko raz i wykonywane jedna po drugiej.
- algorytmy złożone - możliwe są alternatywne rozwiązania w zależności od spełnienia określonych warunków.
- algorytmy cykliczne czyli rekurencyjne- charakteryzują się powtarzaniem sekwencji operacji.
- algorytmy mieszane- występuje jednocześnie rekurencyjność oraz algorytmy złożone.

2.5. Zweryfikowanie wyników

Weryfikacja jest to porównanie wyników modelowania ze stanem rzeczywistym pod kątem zgodności z badaniami doświadczalnymi i wiedzą teoretyczną. Faza ta jest ściśle powiązana z każdym z poprzednich etapów budowy modelu, a zatem powinna odbywać się we wszystkich etapach , nie tylko po ukończeniu całego procesu. Struktura modelu, czyli wewnętrzne powiązania miedzy elementami modelu i modelem a rzeczywistością. Ma ona zapewnić zgodność modelowanych powiązań z istniejącymi w rzeczywistości i jednocześnie być przyjazna (łatwa w obsłudze) dla użytkownika.

Wyróżniamy trzy aspekty zgodności wyników modelowania z rzeczywistością:

- zgodność heurystyczna –sprawdzana jest wartość naukowa, poprzez ocenę przydatności modelu do weryfikacji hipotez, interpretacji zjawisk i formułowania zadań badawczych;
- zgodność pragmatyczna- jest oceniana poprzez porównanie wyników modelowania z wielkościami doświadczalnymi. Istotna jest w tym obszarze zgodność predykatywna- bada się ją poprzez wprowadzenie do modelu parametrów z innego okresu czasu lub warunków;
- zgodność strukturalna- sprawdzana jest możliwość zastosowania modelu do imitacji istniejących w rzeczywistości mechanizmów. Jest szczególnie ważna w przypadku modelowania zjawisk przyrodniczych.

W przypadku deterministycznych dynamicznych modeli miarami dopasowania są współczynniki regresji równania i determinacji, najlepiej gdy są bliskie jedności. Z powyższego wynika, że budowa modelu ma charakter iteracyjny. Tworząc strukturę modelu musimy zwracać uwagę na to, jakie dane są dostępne, jakie mamy możliwości obliczeniowe. Stwierdzenie np. że nie mamy odpowiednich danych wymaga powrotu do poprzedniego etapu.

3. MODELOWANIE MATEMATYCZNE W EKONOMII

Dzięki matematyce uczymy się logicznego myślenia co nam pomaga w podejmowaniu przyszłych decyzji. W jakich, codziennych lub przynajmniej częstych, sytuacjach może nam się przydać wiedza ekonomiczna? Otóż z regułami ekonomii mamy do czynienia, wykonując jakąkolwiek operację gospodarczą. Wcale nie musimy przy tym prowadzić działalności gospodarczej, wystarczy przejść się do sklepu i cokolwiek tam kupić, aby tym samym zawrzeć umowę kupna – sprzedaży. Ważną część wiedzy ekonomicznej stanowią również kwestie związane z finansami. Powinniśmy tym samym wiedzieć, czym jest procent składany, jak naliczane są odsetki od kredytów, jaki produkt bankowy można uznać za najbardziej korzystny [2, 4].

Do wszystkiego w życiu codziennym:

- ekonomii własnego gospodarstwa domowego,
- w informatyce,
- obliczanie , kosztów, budżetów,
- obliczanie podatków dochodowych,
- wyliczanie stuprocentowych w kredytach udzielanych przez banki,
- przeliczanie ciężaru na objętość w przepisach kulinarnych itp.,
- obliczenia procentowe z uwzględnieniem operacji bankowych,
- inwestycje, planowanie remontów,
- ekonomika obliczeń przy działaniach na ułamkach zwykłych,
- różne operacje bankowe,
- do dokonywania różnego rodzaju obliczeń, porównań, zestawień czy obliczeń statystycznych zestawionych w formie tabelarycznej lub słupkowej przy pomocy programu Excel,
- w rachunkowości: obliczanie wynagrodzeń pracowniczych, kosztów finansowych zakładu pracy, księgi podatkowe, bilanse księgowe,
- ustalanie wyniku finansowego metodą statyczną,
- wyceny aktywów i kapitałów z uwzględnieniem amortyzacji danego środka,
- obliczanie inwestycji długoterminowych,
- prowadzenie różnych statystyk.

Decyzje gospodarcze należą do tych, których konsekwencje rozpatrujemy w kategoriach zysków i strat, dlatego zanim je podejmiemy dokonujemy analizy sytuacji, ustalamy kryteria wyboru decyzji i poszukujemy rozwiązań optymalnych. Pomocne wówczas okazują się metody badań ilościowych prawidłowości występujących w zjawiskach ekonomicznych, które można byłoby najogólniej nazwać ekonometrią. W badaniach ekonomicznych wykorzystywane są różnorodne metody, wypracowane przez wiele dyscyplin matematyki, przede wszystkim analizę matematyczna, algebrę liniową, rachunek prawdopodobieństwa, statystykę matematyczną, programowanie matematyczne, badania operacyjne, teorię procesów stochastycznych, równania różniczkowe i różnicowe, stochastyczne równania różniczkowe, analizę funkcjonalną, teorię grafów [5, 10]. Modelowanie matematyczne obecne jest w makro i mikroekonomii, zarządzaniu przedsiębiorstwem, marketingu, logistyce ekonomicznej, ekonomice transportu, zarządzaniu regionalnym, finansach, bankowości i ubezpieczeniach.

3.1. Metody aktuarialne

Dział matematyki stosowanej obejmujący zagadnienia m.in. rachunku prawdopodobieństwa, statystyki, matematyki finansowej, metod numerycznych i koncentrujący się na zastosowaniach w dziedzinie ubezpieczeń nazywamy matematyką aktuarialną. Osoba zajmująca się zawodowo matematyką ubezpieczeniową jest nazywana aktuariuszem. Osoba taka w firmie ubezpieczeniowej odpowiada za wycenę zobowiązań wobec klientów oraz konstrukcję produktów tak, by oczekiwany poziom rezerw oraz strumień przyszłych przepływów pieniężnych zabezpieczył pokrycie tych zobowiązań. Istotą i celem systemu ubezpieczeniowego jest redukcja negatywnych skutków wynikających ze zdarzeń losowych. Nic dziwnego, że rachunek prawdopodobieństwa pełni podstawową rolą w konstruowaniu matematycznych modeli użytecznych w ubezpieczeniach. Statystyka matematyczna jest z kolei podstawowym narzędziem identyfikacji tych modeli, czyli dopasowania parametrów modeli do rzeczywistości. Jednymi z podstawowych zagadnień ekonomii matematycznej są modele wzrostu gospodarczego i ryzyka [4].

3.2. Modele probabilistyczne

Ryzyko ma charakter losowy. Zmienna losowa X (ryzyko), opisuje ryzyko ubezpieczeniowe. Wartości szkód są zwykle opisywane za pomocą ciągłych zmiennych losowych, liczby szkód przez zmienne losowe dyskretne, a momenty występowania szkód przez zmienne losowe ciągłe lub dyskretne.

Charakterystyki ryzyka ubezpieczeniowego:

Wartość oczekiwana $E(X) < \infty$.

Wariancja, odchylenie standardowe $V(X)$.

Mediana *Me*, kwantyle Q_1, Q_3.

Współczynnik skośności.

Procesy stochastyczne opisują zmianę ryzyka w czasie. Oznaczenie: X_t dla czasu ciągłego, X_n dla dyskretnego.

Indywidualny model ryzyka polega po prostu na tym, że szkody związane z poszczególnymi polisami opisuje się jako niezależne, nieujemne zmienne losowe. Oczywiście, zakonie o niezależności jest pewnym uproszczeniem, ale w modelowaniu matematycznym tego rodzaju idealizacje sį nieuniknione. Głównym obiektem zainteresowania jest suma szkód w portfelu polis i jej rozkład prawdopodobieństwa. W rozważanym modelu ten rozkład jest splotem rozkładów pojedynczych składników. Indywidualny model ryzyka. *S* = *Sn* = *Xn i*=1 *Xi* , gdzie *X1, . . . , Xn* są niezależnymi zmiennymi losowymi i *Xi* > 0; *Xi* oznacza szkody związane z *i*-tą polisą, *S* oznacza sumę szkód w rozważanym portfelu. Podkreślimy jeszcze, że omawiany model opisuje straty w ustalonym okresie (powiedzmy w ciągu roku) i wobec tego nie ma tu potrzeby jawnego uwzględniania czasu pojawiania się poszczególnych szkód [11].

4. PROGNOZOWANIE W EKONOMII

W ujęciu potocznym prognozowanie to przewidywanie przyszłości oparte na naukowych podstawach. Przedmiotem prognozy mogą być zjawiska społeczne, gospodarcze, procesy demograficzne itp. Nie ma jednoznacznej definicji prognozowania. Według A. Filasiewicza prognozowanie to oparte na naukowych podstawach przewidywanie przebiegu i stanu przyszłych zdarzeń. Na kształtowanie się procesów wywierają wpływ czynniki zewnętrzne i wewnętrzne. Czynniki egzogeniczne, to te na które nie ma się wpływu i podczas prognozowania należy traktować je jako zewnętrzne ograniczenia, natomiast czynniki endogeniczne mogą być kształtowane przez zainteresowane osoby [6].

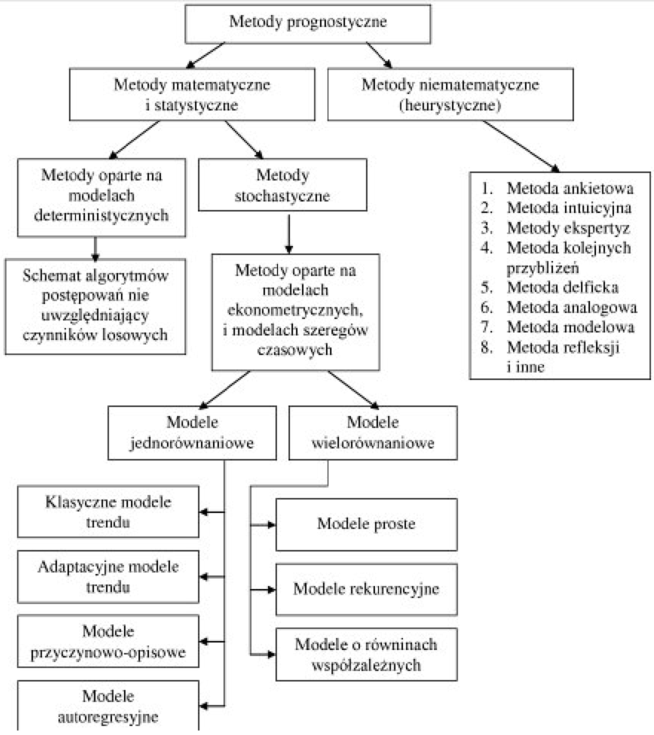
Prognozowanie jest szczególnie przydatne w procesach decyzyjnych. Mają za zadania zmniejszyć lukę informacyjną, by zmniejszyć ryzyko. W prognozowaniu stosuje się różne metody. Metoda − to sposób przetwarzania danych w prognozę (Rys. 4).

Szeregiem czasowym nazywamy ciąg następujących po sobie obserwacji pokazujący kształtowanie się danego zjawiska w ustalonym przedziale czasu. Z zasady szeregi czasowe to rezultat złożenia się kilku różnych składników. Złożona struktura szeregu często utrudnia poprawne modelowanie orz prognozowanie przyszłych wartości. Nie zawsze pojedynczy model prawidłowo odzwierciedla zmiany w kształtowaniu się składowych systemu. Należy pamiętać, że prognozowanie na podstawie szeregów czasowych jest podejściem niestrukturalnym - to znaczy, że zakłada, iż przeszłość prognozowanej zmiennej zawiera pełną informację o mechanizmie wpływającym na jej przyszłe wartości. Modele niestrukturalne to modele tworzone bez zaplecza wiedzy ekonomicznej.

Zanim proces konstrukcji modelu prognostycznego należy sprawdzić, czy szereg czasowy może służyć jako podstawa do prognozowania. Może zdarzyć się, że udział przypadkowej składowej jest tak istotny, że żadna metoda statystyczna nie da poprawnych rezultatów badań. W związku z tym należy sprawdzić, czy rozkład danej cechy nie charakteryzuje się za dużym zróżnicowanie zmienności.

O nadmiernych zróżnicowaniu badanej zbiorowości świadczy wartość tego współczynnika większa od 50%.

Budowa modelu jest wynikiem kompromisu między zbytnim uproszczeniem rzeczywistości a jej uszczegółowieniem. Należy pamiętać, że proste modele są bardziej zrozumiałe, tańsze i łatwiejsze do testowania.



Rys. 4. Metody prognostyczne

Główne cele analizy szeregów czasowych to:

- wykrycie natury badanego zjawiska reprezentowanego przez ciąg obserwacji
- prognozowanie, czyli przewidywanie przyszłych wartości.

W każdym szeregu można wyodrębnić kilka podstawowych składowych, które są wynikiem wpływu różnych czynników na badane zjawisko. Są to składowe systematyczne, czyli:

- tendencja rozwojowa – trend- jest to długookresowa tendencja rozwojowa, skłonność do jednokierunkowych zmian, jest konsekwencją działania stałego zestawu czynników,
- wahania cykliczne- związane są zazwyczaj z cyklem koniunkturalnym gospodarki, są to rytmiczne, długofalowe wahania wokół tendencji rozwojowej,
- wahania sezonowe- to wahania wokół trendu w okresie do jednego roku, zazwyczaj powtarzają się w ciągu roku w tym samym czasie.

Oraz składowa przypadkowa-część resztkowa - tzw. Biały szum, przypadkowe wahania nie dające się wyjaśnić i nie podlegające kontroli.

Szeregi czasowe ulegają zmianom regularnym będącym efektem działania trendu i zmienności nieregularnej wywołanej działaniem reszt. W związku z tym składowe szeregu powiązane są związkiem:

- addytywnym- efekty sezonowe polegające za zmianie wartości obserwowanego zjawiska w okresach tego samego typu np. wiosną w przybliżeniu o jednakową wartość przez cały obserwowany okres. Przyjmuje się założenie, że w tym przypadku wskaźnik addytywny dodaje się do wartości trendu,
- multiplikatywny- efekty sezonowe są w przybliżeniu stałe w procentowym ujęciu w stosunku do wartości zjawiska [9].

Model klasyczny zakłada tendencję rozwojową badanego zjawiska. Klasyczny szereg czasowy można przedstawić w postaci formalnego modelu (Tab. 1).

Model addytywny:

$$y_t := F(t) + S(t) + C(t) + \epsilon(t) \quad (1)$$

i model multiplikatywny

$$y_t := F(t)\, S(t) C(t)\, \epsilon(t), \quad (2)$$

gdzie:
t - czas,
y_t - wartość zmiennej objaśnianej opisującej określone zjawisko w chwili t,
F (t) - funkcja czasu opisująca tendencje rozwojową lub funkcja stała opisująca stały poziom zmiennej prognozowanej,
S (t) - funkcja czasu opisująca wahania sezonowe,
C (t)- funkcja czasu opisująca wahania cykliczne,
ϵ *(t)*- funkcja czasu opisująca składową przypadkową − zmienna losowa.

W klasycznych modelach zakłada się, że postać analitycznej funkcji trendu jest stała.

***Tab. 1**. Najczęściej spotykane klasyczne modele trendu*

Model	Postać matematyczna
trend liniowy	$y_t=\alpha_0+\alpha_1 t+u_t$
trend kwadratowy	$y_t=\alpha_0+\alpha_1 t+\alpha_2 t^2+u_t$
trend wielomianowy trzeciego stopnia	$y_t=\alpha_0+\alpha_1 t+\alpha_2 t^2+\alpha_3 t^3+u_t$
trend hiperboliczny	$y_t=\alpha_0+\alpha_1 t^{-1}+u_t$
trend logarytmiczny	$y_t=\alpha_0+\alpha_1 lnt+u_t$
trend potęgowy	$y_t=\alpha_0 * t^{\alpha 1} * e^{ut}$
trend wykładniczy	$y_t=\alpha_0 * \alpha_1^{t} * e^{ut}$

Doboru odpowiedniej funkcji dokonuje się na podstawie tzw. identyfikacji trendu. Pomocna jest graficzna prezentacja wartości analizowanych wielkości. Następnie należy przeprowadzić estymację parametrów modelu prognostycznego. Proces ten polega na oszacowaniu wartości parametrów, przy których model jest najlepiej dopasowany do danych empirycznych. Najczęściej stosowana jest klasyczna metoda najmniejszych kwadratów.

Nieodłącznym elementem gospodarki rynkowej jest ryzyko. Towarzyszy ono każdej działalności człowieka. Wobec tego konieczna staje się umiejętność identyfikacji, pomiaru a następnie kontroli i zabezpieczania się przed występującym zagrożeniem. Szczególnie ważna dla managerów przedsiębiorstw, albowiem nieodpowiednio podjęta decyzja może skutkować pojawieniem się niepożądanych skutków, tj. poniesieniem bardzo wysokich strat.

Ekonomia matematyczna stanowi również uzupełnienie innych obszarów nauki, między innymi: statystyki, ekonometrii, prognozowania, badań operacyjnych.

Interpretacja algebraiczna:

Załóżmy, że zmienia się cena dobra X. Algebraiczne dochód konsumenta przed zmianą ceny zapisujemy jako:

$$m = p_x \times x + p_y \times y \quad (3)$$

Dochód, jaki konsument musiałby osiągać, aby po zmianie ceny mógł nabyć początkowy koszyk dóbr to:

$$m' = p'_x \times x + p_y \times y \quad (4)$$

Zmianę dochodu „kompensującą" konsumentowi zmianę ceny zapisujemy jako:

$$m' - m = x\left(p'_x - p_x\right); \quad (5)$$

$$\Delta m = x \times \Delta p_x, \quad (6)$$

gdzie m - dochód, m' - dochód zmieniony, p_x - pierwotna cena dobra x, p'_x - nowa cena dobra x, p_y - cena dobra y, *x* -ilość dobra *x, y* - ilość dobra y

Efekt substytucyjny obliczamy ze wzoru:

$$\Delta x_s = x\left(m', p'_x\right) - x(m, p_x). \quad (7)$$

Efekt dochodowy obrazuje wpływ zmiany ceny produktu na zmianę zgłaszanego zapotrzebowania na ten produkt, a spowodowanego zmianą siły nabywczej dochodu konsumenta. Obniżenie ceny zwiększa dochód konsumenta, a tym samym umożliwia mu zakup większej ilości każdego produktu. Podwyższenie ceny tymczasem powoduje spadek możliwej do zakupienia ilości produktów, spowodowany zmniejszeniem siły nabywczej dochodu.

WNIOSKI

Model jest pojęciem bardzo ogólnym, używanym w różnych dziedzinach. Celem tworzenia wszelkich modeli jest dążenie do zrozumienia otaczającej nas rzeczywistości, a także do uzyskania pomocy w uporaniu się z jej niezwykłą złożonością. Matematyczna gospodarka to jest zestaw metod matematycznych, pozwalających przedstawić teorie i przeanalizować problemy w gospodarce. To zaprzecza, że matematyka nie pozwala ekonomii sformować znaczące, testowane propozycje. Mowa matematyki pozwala ekonomistom konkretyzować, pozytywne wymogi o spornych czy dokładnych tematach, które były by niemożliwe bez matematyki. Dużo co teorii z ekonomicznej jest teraz obecne w terminach matematycznych modeli ekonomicznych.

BIBLIOGRAFIA

1. TOKARSKI T.: Ekonomia matematyczna. Modele mikroekonomiczne. WNT, Warszawa 2011.
2. H.U. GERBER: Life insurance mathematics. Springer-Verlag, Berlin 1990.
3. BEGG D., FISCHER S., DORNBUSCH R.: Mikroekonomia. Polskie Wydawnictwo Ekonomiczne, Warszawa 2007.
4. KACZMAREK T.T.: Ryzyko i zarządzanie ryzykiem. Wydawnictwo Difin, Warszawa 2006.
5. KULAPA W.: Matematyczne aspekty ekonomii. Wydawnictwo Uniwersytetu Kardynała Stefana Wyszyńskiego, Warszawa, 2008.
6. KORDZIKOWSKI H.: Umowa ubezpieczenia życiowego. Faktor, Wrocław 1999.
7. RONKA-CHMIELOWIEC W.: Ryzyko w ubezpieczeniach-metody oceny. AE, Wrocław 1997.
8. SANGOWSKI T.: Ubezpieczenia gospodarcze. Poltext, Warszawa 1998.
9. BEDNARSKI T.: Elementy matematyki w naukach ekonomicznych. Oficyna Ekonomiczna, Warszawa 2004.
10. KANAS S.: Podstawy ekonomii matematycznej. Wyd. PWN, Warszawa 2011.
11. PANEK E.: Ekonomia matematyczna. Akademia Ekonomiczna, Poznań 2003.
12. TARCZYŃSKI W., MOJSIEWICZ M.: Zarządzanie ryzykiem. Polskie wydawnictwo ekonomiczne, Warszawa 2001.

Modelling and simulation in the ecomomic sciences

The aim of the research was to define a role and a place of modelling and simulation in the economic sciences. Mathematical economics is the application of mathematical methods to represent theories and analyze problems in economics. It is argued that mathematics allows economists to form meaningful, testable propositions about wide-ranging and complex subjects which could less easily be expressed informally. The language of mathematics allows economists to make specific, positive claims about controversial or contentious subjects that would be impossible without mathematics. Much of economic theory is currently presented in terms of mathematical economic models, a set of stylized and simplified mathematical relationships asserted to clarify assumptions and implications.

Autorzy:
Igor Ohirko - Uniwersytet Technologiczno-Humanistyczny im. Kazimierza Pułaskiego w Radomiu,
Igor Zaniewski - Uniwersytet Technologiczno-Humanistyczny im. Kazimierza Pułaskiego w Radomiu,
Olga Ogirko - Państwowy Uniwersytet Spraw Wewnętrznych we Lwowie