

DYNAMIKA PIŁ TAŚMOWYCH

Streszczenie

W artykule przeanalizowane zostały zagadnienia związane z dynamiką i statecznością pił taśmowych do drewna. Analiza przy użyciu metody elementów skończonych (MES) porównana została z rezultatami uzyskanymi z równania struny znajdującej się w ruchu wzdłużnym. W obydwu analizach uwzględniona została zależność częstości własnych od napięcia wstępnego piły taśmowej. Badany był wpływ długości czynnej, pola przekroju, napięcia wstępnego oraz prędkości skrawania na częstości własne piły taśmowej.

Z przeprowadzonych analiz wynika, że wzrost długości czynnej piły taśmowej (od koła prowadzącego do koła prowadzonego) oraz wzrost prędkości skrawania prowadzi do pogorszenia się stateczności piły taśmowej, co sprzyja wchodzeniu jej w rezonans. Wzrost napięcia wstępnego powoduje poprawę stateczności.

Analiza wykazała także, że przy małych prędkościach skrawania (około 30 m/s) można korzystać z analizy MES dla piły taśmowej nieruchomej. Dla większych prędkości (np. 80 m/s) widoczny staje się wpływ prędkości skrawania na częstości własne piły taśmowej.

Rezultaty analiz mogą zostać wykorzystane podczas projektowania pilarek taśmowych oraz przy doborze odpowiednich brzeszczotów pił dla danych warunków pracy. Problemem w źle skonfigurowanych pilarkach jest powstawanie na przecinanych powierzchniach charakterystycznego wzoru (ang. washboarding patterns) wynikającego z drgań piły taśmowej.

WSTĘP

Wśród tematyki poruszanej w pracach z inżynierii pił taśmowych bardzo dużą uwagę poświęca się dynamice pił taśmowych [1, 2, 3, 5, 6, 7, 8, 9, 12, 13]. Współczesne prace dotyczą często monitorowania i sterowania drganiami brzeszczotów pił [2, 13].

W artykule [4] badana była stateczność pił taśmowych. Zarówno analiza w oparciu o metodę elementów skończonych (MES) przeprowadzona w programie MSC Marc, jak i analiza w oparciu o teorię zwłoczenia belek wykonane zostały przy założeniu braku napięcia wstępnego piły taśmowej. Takie podejście przyjęte zostało z powodu złego uwarunkowania modelu MES w przypadku wprowadzenia napięcia wstępnego podczas analizy stateczności (ang. buckling). Wartości krytycznych sił odporu powodujących utratę stateczności piły taśmowej są w pracy [4] zaniżone, ale mogą być użyte jako wytyczne przy cięciu pilami taśmowymi o małych wartościach napięcia wstępnego np. poniżej 30 MPa.

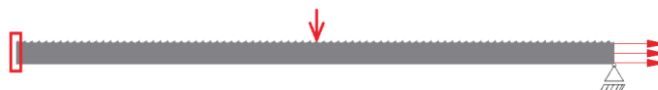
Z uwagi na ograniczenia zaistniałe w poprzednich analizach [4], w niniejszym artykule przeprowadzona została, przy użyciu programu Autodesk Simulation Mechanical, analiza modalna uwzględniająca usztywnienie siłą napinającą: *Natural Frequency (Modal) with Load Stiffening*.

1. ANALIZA MODALNA Z UWZGLĘDNIENIEM NAPIĘCIA WSTĘPNEGO PIŁY TAŚMOWEJ

Analizie poddana została piła taśmowa o grubości 0.9 mm, szerokości 40 mm oraz czynnej długości 1050 mm (odcinek między kołami prowadzącymi). Zgodnie z [10] szerokość piły taśmowej mierzona jest od jej grzbietu do linii wierzchołkowej zębów.

W programie Autodesk Simulation Mechanical wyznaczonych zostało 5 najniższych częstości drgań własnych oraz 6 częstości drgań własnych najbliższych częstości wymuszenia przy napięciu wstępnym piły taśmowej 160 MPa. Na rys. 2 i 3 przedstawione zostały obliczone postacie drgań własnych. Warunki brzegowe użyte w analizie modalnej uwzględniającej usztywnienie siłą napina-

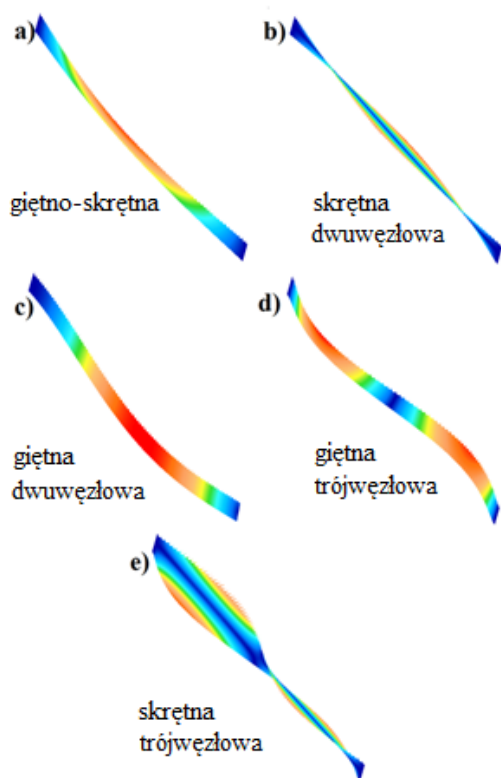
jącą (*Natural Frequency (Modal) with Load Stiffening*) pokazane zostały na rys. 1. Piła taśmowa ma swobodę rozciągania w kierunku wzdłużnym. Przemieszczenia na końcach, w kierunkach prostopadłych do grzbietu piły taśmowej są zablokowane. Czerwony prostokąt oznacza warunki brzegowe utwierdzenia, czerwona strzałka skierowana w dół – siłę odporu, a czerwone strzałki skierowane w prawo – siły napinające piłę taśmową.



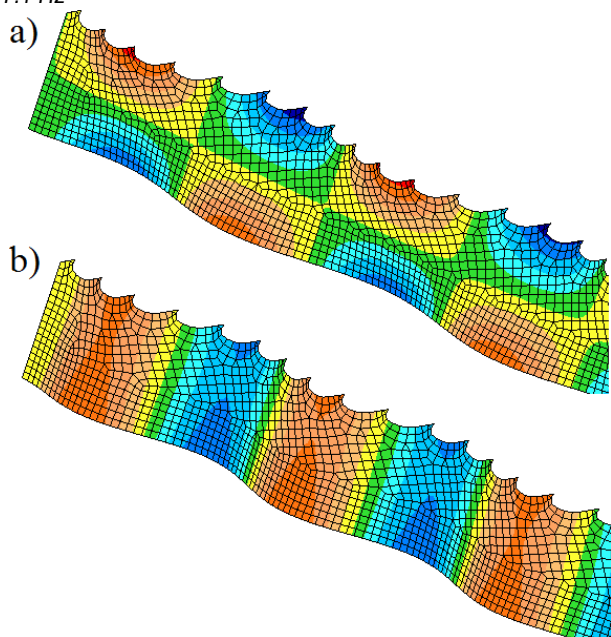
Rys. 1. Warunki brzegowe w analizie modalnej uwzględniającej usztywnienie siłą napinającą (ang. *Natural Frequency (Modal) with Load Stiffening*)

W analizie prędkość skrawania wynosi 30 m/s, podziałka piły taśmowej 12.5 mm, a częstość wymuszenia 2400 Hz. W tab. 1 przedstawione zostały prędkości skrawania odpowiadające sześciu częstościom własnym, najbliższym częstości wymuszenia 2400 Hz. Postacie drgań własnych odpowiadające częstościom 2366 Hz i 2443 Hz przedstawione zostały na rys. 3. Pozostałym częstościom przedstawionym w tab. 1 odpowiadają takie same postacie drgań jak przedstawione na rys. 3 różniące się jedynie liczbą węzłów (miejsc o zerowych przemieszczeniach).

Piła taśmowa przechodzi przez najniższe częstości drgań (przedstawione na rys. 2) w momencie rozruchu i hamowania. Trwa to krótko i z tego względu należy brać pod uwagę częstości najbliższe częstości wymuszenia w procesie ustalonym (nominalna prędkość taśmy), przedstawione w tab. 1.



Rys. 2. Podstawowe postacie drgań własnych i odpowiadające im częstotliwości drgań: a) 68.8 Hz, b) 90.2 Hz, c) 138.4 Hz, d) 138.4 Hz, e) 197.1 Hz

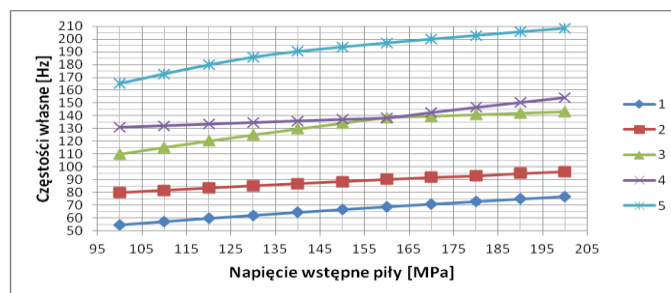


Rys. 3. Postacie drgań przy częstotliwościach własnych, najbliższych częstotliwości wymuszenia 2400 Hz: a) 2366 Hz, b) 2443 Hz

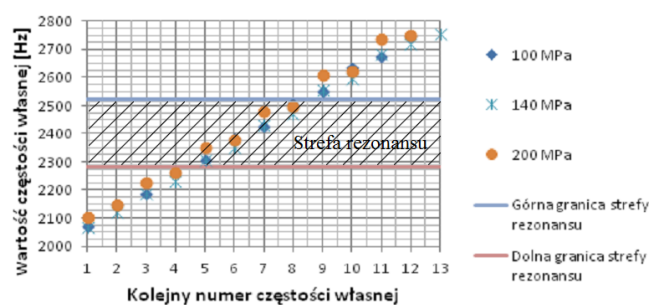
Tab. 1. Prędkości skrawania najbliższe częstotliwości wymuszenia 2400 Hz

Prędkość skrawania [m/s]	Częstość wymuszenia [Hz]
29.58	2366
30.54	2443
31.125	2490
32.06	2565
32.73	2618
33.63	2690

Pięć podstawowych częstości własnych wyznaczonych w zależności od napięcia wstępnego piły taśmowej przedstawione zostały na rys. 4. Na rys. 5 pokazane są częstości własne w strefie rezonansu, dla częstości wymuszenia 2400 Hz odpowiadającej prędkości skrawania 30 m/s przy podziale 12.5 mm.



Rys. 4. Pięć podstawowych częstości własnych w zależności od napięcia wstępnego piły taśmowej (numeracja kolejnych częstości po prawej)



Rys. 5. Częstości własne w strefie rezonansu 2280÷2520 Hz (częstość wymuszenia 2400 Hz), przy trzech poziomach napięcia wstępnego piły taśmowej

Zwiększając napięcie wstępne można uzyskać zbliżenie się do ostrego rezonansu (np. przy 6-tej częstości własnej) lub oddalenie się poza strefę (np. przy 9-tej częstości własnej). Podobne efekty można uzyskać zmniejszając napięcie wstępne.

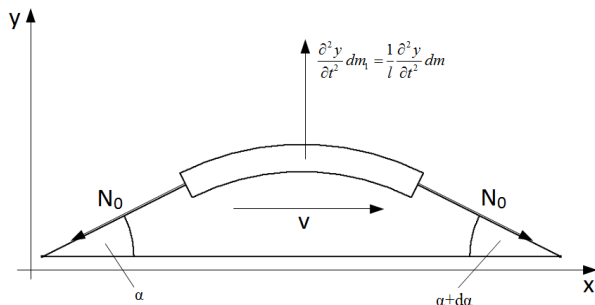
2. ANALIZA DYNAMICZNA W OPARCIU O RÓWNANIE STRUNY ZNAJDUJĄCEJ SIĘ W RUCHU WZDŁUŻNYM

Z uwagi na to, że przedstawione w poprzednich punktach rezultaty analiz dynamicznych przeprowadzonych z użyciem MES dotyczą piły taśmowej nie będącej w ruchu, wykonane zostały dodatkowo obliczenia z wykorzystaniem równania struny znajdującej się w ruchu wzdluznym (4). Równanie struny (1) z uwzględnieniem jej ruchu wzdluznego zostało zaproponowane w odniesieniu do pił taśmowych przez C. D. Mote, Jr. w pracy [7]. W niniejszej pracy wykorzystane zostało równanie struny (4), w którym pominięto sztywność giętną ($EI=0$). Uwzględnienie sztywności giętej w równaniu (1) powoduje, że nie ma ono rozwiązania analitycznego. Można je rozwiązać jedynie numerycznie. Jeśli grubość piły taśmowej jest mała, to można założyć, że jej sztywność giętna (EI) będzie pomijalnie mała. Wyłączenie sztywności giętej z równania (1) daje możliwość uzyskania rozwiązania analitycznego.

$$m \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial t^2} + 2mv \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial x \partial t} + [mv^2 - R(v,t)] \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial x^2} + EI \frac{\partial^4 y(x,t)}{\partial x^4} = 0 \quad (1)$$

gdzie: m – masa pily taśmowej na jednostkę długości, y – wychylenie poprzeczne pily taśmowej, x – wychylenie wzdłużne pily taśmowej, t – czas, v – stała prędkość ruchu pily taśmowej (prędkość skrawania), $R(v, t)$ – zależne od prędkości i czasu napięcie wzdłużne pily taśmowej, EI – sztywność giętna pily taśmowej.

Na podstawie równania (4) wyprowadzone zostało równanie (20). Z równania (20) wyznaczona została najniższa częstość własna w zależności od prędkości skrawania, wymiarów geometrycznych pily oraz od jej napięcia wstępnego. Jeśli wyznaczona częstość własna jest bliska zeru, to pila taśmowa traci stateczność. Układ sił działających na pilę taśmową w czasie ruchu wzdłużnego przedstawiony został na rys. 6.



Rys. 6. Siły działające na pilę taśmową, uwzględnione w równaniu drgań (4). N_0 – siła napinająca pilę taśmową, dm_1 – elementarna masa na jednostkę długości pily, dm – elementarna masa pily, v – prędkość liniowa pily (prędkość skrawania)

Korzystając z układu sił przedstawionego na rys. 6, można ułożyć równania (2), (3) i (4).

$$\frac{dy(x,t)}{dt} = \frac{\partial y(x,t)}{\partial t} + \frac{\partial y(x,t)}{\partial x} v, \quad (2)$$

$$\frac{d^2 y(x,t)}{dt^2} = \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial t^2} + 2v \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial x \partial t} + v^2 \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial x^2}, \quad (3)$$

$$\frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial t^2} + 2v \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial x \partial t} - \left(\frac{N_0}{m_1} - v^2 \right) \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial x^2} = 0, \quad (4)$$

gdzie: N_0 , m_1 , v – jak w objaśnieniach pod rys. 6, x , y , t – jak w objaśnieniach do równania (1).

Rozwiązanie równania (4) przewidywane jest w postaci (5):

$$y(x, t) = y_1(x) e^{i\omega t}, \quad (5)$$

gdzie: ω – podstawowa częstość własna.

Po podstawieniu równania (5) do równania (4) otrzymujemy równanie (6):

$$\frac{d^2 y_1(x)}{dx^2} - \frac{2v\omega i}{\left(\frac{N_0}{m_1} - v^2\right)} \frac{dy_1(x)}{dx} + \frac{\omega^2}{\left(\frac{N_0}{m_1} - v^2\right)} y_1(x). \quad (6)$$

Równaniem charakterystycznym równania (6) jest równanie (7):

$$\lambda^2 - bi\lambda + c = 0, \quad (7)$$

gdzie stałe b i c podane zostały w równaniach (8):

$$b = \frac{2v\omega}{\left(\frac{N_0}{m_1} - v^2\right)}, \quad c = \frac{\omega^2}{\left(\frac{N_0}{m_1} - v^2\right)}. \quad (8)$$

Rozwiązanie równania (6) ma postać (9):

$$y_1(x) = c_1 e^{\lambda_1 x} + c_2 e^{\lambda_2 x}, \quad (9)$$

gdzie λ_1 i λ_2 są pierwiastkami równania charakterystycznego (7), a c_1 i c_2 stałymi całkowania, x współrzędną położenia elementarnego odcinka pily taśmowej. Rozwiązanie (9) powinno spełniać warunki brzegowe $y_1(0)=0$ i $y_1(l)=0$, gdzie l jest długością pily taśmowej. Można zatem ułożyć równanie (10):

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ e^{\lambda_1 l} & e^{\lambda_2 l} \end{vmatrix} = 0, \quad (10)$$

$$e^{(\lambda_2 - \lambda_1)l} = 1, \quad (11)$$

$$(\lambda_2 - \lambda_1)l = 2\pi ni. \quad (12)$$

Pierwiastki równania charakterystycznego (7) można zapisać w postaci równań (13) i wynikających z nich równań (14).

$$\lambda_1 = \frac{ib + \sqrt{(ib)^2 - 4c}}{2}, \quad \lambda_2 = \frac{ib - \sqrt{(ib)^2 - 4c}}{2}, \quad (13)$$

$$\lambda_1 = i \frac{b + \sqrt{b^2 + 4c}}{2}, \quad \lambda_2 = i \frac{b - \sqrt{b^2 + 4c}}{2}. \quad (14)$$

Po podstawieniu (14) do (12) otrzymujemy równanie (15):

$$l\sqrt{b^2 + 4c} = 2\pi n. \quad (15)$$

Po podstawieniu stałych b i c , wyrażonych równaniami (8) do równania (15) otrzymujemy po przekształceniach (16) – (19) równanie (20).

$$\sqrt{\frac{4v^2\omega^2}{\left(\frac{N_0}{m_1} - v^2\right)^2} + \frac{4\omega^2}{\frac{N_0}{m_1} - v^2}} = \frac{2\pi n}{l} \quad (16)$$

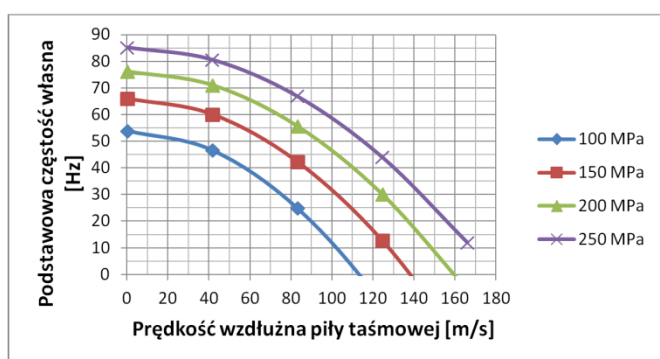
$$\frac{\sqrt{4v^2\omega^2 + 4\omega^2\left(\frac{N_0}{m_1} - v^2\right)}}{\frac{N_0}{m_1} - v^2} = \frac{2\pi n}{l} \quad (17)$$

$$\frac{2\omega\sqrt{v^2 + \frac{N_0}{m_1} - v^2}}{\frac{N_0}{m_1} - v^2} = \frac{2\pi n}{l} \quad (18)$$

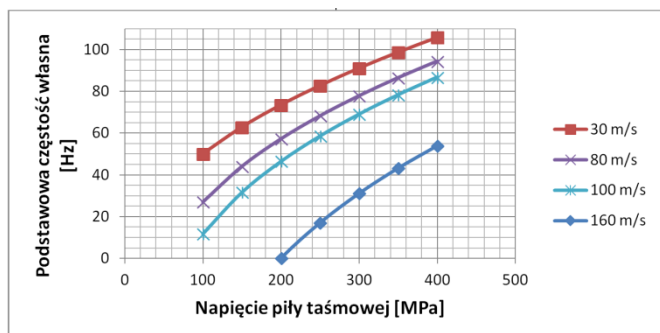
$$\omega = \frac{\pi n}{l} \frac{N_0 - v^2}{m_1} \sqrt{\frac{N_0}{m_1}} \quad (19)$$

$$\omega = \frac{\pi n}{l} \sqrt{\frac{N_0}{m_1}} \left(1 - \frac{v^2 m_1}{N_0}\right) \quad (20)$$

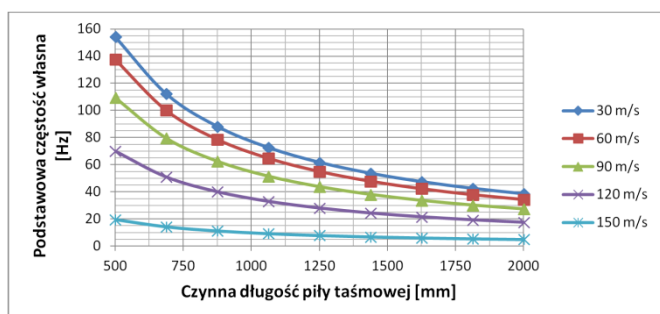
Na rys. 7 - 10 przedstawiona została najniższa częstość własna obliczona z równania (20) w zależności od wymiarów geometrycznych piły taśmowej oraz od jej napięcia wstępnego. Do obliczeń została wybrana piła o takich samych wymiarach geometrycznych (poza wymiarami uzmiennionymi), jak piła przeanalizowana przy użyciu MES w rozdziale 1. W obliczeniach przyjęto szerokość piły 36.1 mm, mierzoną od grzbietu do dna wrębu (całkowita szerokość piły analizowanej przy użyciu MES w poprzednim punkcie, mierzona od grzbietu do linii wierzchołkowej zębów wynosi 40 mm).



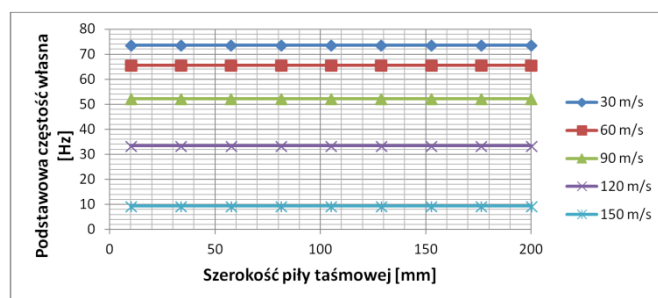
Rys. 7. Podstawowa częstość własna piły o długości 1.05 m, szerokości 36.1 mm i grubości 0.9 mm w zależności od prędkości wzdłużnej dla różnych wartości napięcia wstępnego



Rys. 8. Podstawowa częstość własna piły o długości 1.05 m, szerokości 36.1 mm i grubości 0.9 mm w zależności od napięcia wstępnego dla różnych wartości prędkości wzdłużnej

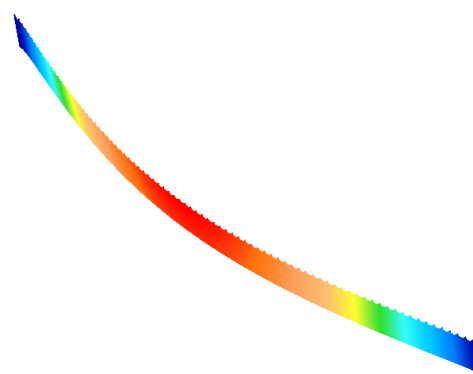


Rys. 9. Podstawowa częstość własna piły o szerokości 36.1 mm (mierzonej od grzbietu do dna wrębu) i grubości 0.9 mm w zależności od długości, dla różnych wartości prędkości wzdłużnej

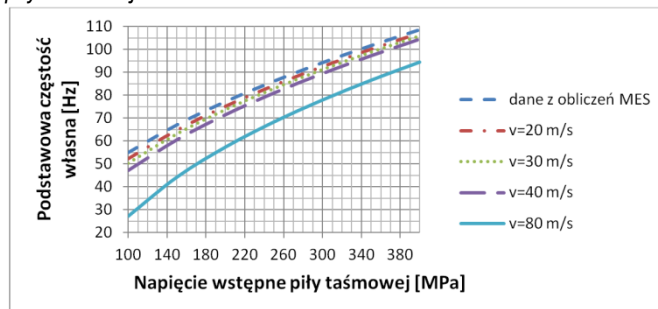


Rys. 10. Podstawowa częstość własna piły o długości 1.05 m i grubości 0.9 mm w zależności od szerokości, dla różnych wartości prędkości wzdłużnej

Rezultaty uzyskane z równania (20) porównane zostały z analizą MES „Natural frequencies with load stiffening” wykonaną w programie Autodesk Simulation Mechanical 2014. Różnice pomiędzy analizą wykonaną w rozdziale 1, a analizą przeprowadzoną w niniejszym rozdziale dotyczą zmiany warunków brzegowych. Najniższa częstość własna uzyskana dla różnych prędkości skrawania porównana została z modelem MES, w którym zastosowano jedynie warunki brzegowe utwierdzenia przedstawione na rys. 1 oraz zrezygnowano z obciążenia siłą odporu, pozostawiając jedynie siły powodujące napięcie wstępne taśmy. Porównanie najniższej częstości własnej uzyskanej w modelu nieruchomym MES piły taśmowej z najniższą częstością własną uzyskaną z równania (20) dla poszczególnych prędkości liniowych ruchu piły taśmowej: 20 m/s, 30 m/s, 40 m/s i 80 m/s, przedstawione zostały na rys. 12. Dane przedstawione na rys. 12 (zarówno w modelu MES, jak i obliczone ze wzoru (20)) uwzględniają różne wartości napięcia wstępnego piły taśmowej. Na rys. 11 przedstawiona jest pierwsza częstość własna wyznaczona w modelu MES piły taśmowej, będąca częstością drgań giętno-skrętnych.



Rys. 11. Pierwsza częstość drgań giętno-skrętnych w modelu MES piły taśmowej



Rys. 12. Podstawowa częstość własna piły taśmowej w nieruchomym modelu MES oraz obliczona ze wzoru (20) dla różnych prędkości wzdłużnych ruchu piły w zależności od napięcia wstępnego piły taśmowej

WNIOSKI

Porównanie obliczeń w oparciu o równanie drgań napiętej struny znajdującej się w ruchu wzdłużnym z obliczeniami MES wykazało, że dla pił pracujących przy prędkościach skrawania do 40 m/s nie jest konieczne uwzględnianie wpływu prędkości na podstawowe częstotliwości własne. W tym zakresie prędkości skrawania mogą być z powodzeniem stosowane obliczenia MES dla piły taśmowej nieruchomej. W pracy [1] zostało wykazane, że na podstawowe częstotliwości własne niewielki wpływ mają warunki brzegowe zamocowania czynnej części piły taśmowej.

Z rys. 7-10 widać, że stateczność piły taśmowej pogarsza się wraz ze wzrostem prędkości skrawania i długości czynnej piły, natomiast poprawia się przy wzroście napięcia wstępnego. Wg równania struny szerokość lub grubość piły taśmowej nie wpływa na stateczność przy założeniu, że napięcie wstępne jest stałe. W artykule [4] wykonano obliczenia stateczności piły taśmowej na podstawie teorii zwichrzenia belek, z której wynika istotny wpływ szerokości oraz grubości piły taśmowej na jej stateczność.

Analiza drgań pił taśmowych pod koniec lat 70-tych XX w. miała na celu poprawę prędkości cięcia drewna oraz redukcję strat materiału [12]. Obecnie dla poprawy prędkości skrawania konieczny jest rozwój inżynierii materiałowej, mający zapewnić lepszą trwałość pił taśmowych [11].

BIBLIOGRAFIA

- Anderson D. I., Natural frequency of lateral vibration of a multiple span moving bandsaw. Canada West. Forest Prod. Lab., January 1974
- Damaren C. J., Le-Ngoc L., Robust active vibration control of a bandsaw blade, J. Vibr. Acoust. 122 (1) (2000) pp. 69-76
- Gendraud P., Roux J. -C., Bergheau J. -M., Vibrations and stresses in band saws. A review of literature for application to the case of aluminum-cutting high-speed band saws, Journal of Materials Processing Technology 135 (2003) pp. 109-116
- Król R., Stateczność pił taśmowych do drewna, Zgłoszony do publikacji w czasopiśmie Logistyka
- Le-Ngoc L., McCallion H., Wide bandsaw blade under cutting conditions. Part I: Vibration of a plate moving in its plane, while subjected to tangential edge loading, J. Sound. Vibr. 186 (1) (1995), pp. 125-142
- Le-Ngoc L., McCallion H., Wide bandsaw blade under cutting conditions. Part II: Stability of a plate moving in its plane while subjected to parametric excitation, J. Sound. Vibr. 186 (1) (1995), pp. 143-162
- Mote C. D. Jr., Dynamic stability of axially moving materials. Shock & Vibration Digest Vol. 4, pp. 2-11, 1972
- Okai R., Kimura S., Yokochi H., Dynamic characteristics of the bandsaw I; self-excited vibration and washboarding during cutting, Journal of the Japan wood research society 42 (4) (1996), pp. 333-342
- Okai R., Kimura S., Yokochi H., Dynamic characteristics of the bandsaw III; effect of workpiece thickness and its position from the ground on self-excited vibration and washboarding during sawing, Journal of the Japan wood research society 42 (4) (1996), pp. 333-342
- Polski Komitet Normalizacyjny, PN-M-58765-01 Piły taśmowe do metali. Terminy i definicje, październik 1994
- SANDVIK STEEL, The Handbook. Production, use and maintenance of wood bandsaw blades. A manual from sandvik steel. AB Sandvik Steel, SE-811 81 Sandviken, Sweden, www.steel.sandvik.com, May 1999
- Ulsoy A. G., Mote C. D. Jr., Szymani R., Principal developments in band saw vibration and stability research, Holz als Roh- und Werkstoff Vol. 36 pp. 273-280, Springer-Verlag 1978
- Yang B., Mote C. D., Vibration control of bandsaws: theory and experiment, Wood Sci. Technol. 24 (4) (1990), pp. 355-373

DYNAMICS OF WOOD BANDSAW BLADES

Abstract

In this paper analysis of the wood bandsaw dynamics and stability was presented. The analysis of the bandsaw with the Finite Element Method (FEM) was compared to the analysis with the equation of the string in longitudinal movement. In both analyses the natural frequencies dependence from the initial tension of bandsaw was taken into account. Influence of the bandsaw length, cross-sectional area, initial tension and cutting speed on the natural frequencies of the bandsaw was examined.

Performed analyses showed that increase of the effective bandsaw length (from the guiding wheel to the guiding wheel) and increase of the cutting speed lead to deterioration of bandsaw stability, which favors entering bandsaw in resonance. Increase of initial tension gives better stability.

Analyses also showed that at low cutting speeds (up to 30 m/s) FEM can be used to determine natural frequencies of the stationary bandsaw. At the high cutting speeds (up to 80 m/s) influence of the cutting speed on the natural frequencies can't be ignored.

The results of analyses can be used in bandsaw machines design and in selection of the bandsaw blades appropriate to the cutting conditions. The problem in the improperly configured bandsaw machines is generation of the washboarding patterns on cut wood which are caused by the vibration of bandsaw blade.

Autor:

Roman Król - Uniwersytet Technologiczno-Humanistyczny im. Kazimierza Pułaskiego w Radomiu, Wydział Mechaniczny ul. Krasickiego 54, 26 600 Radom e mail: roman.krol@hotmail.com