



Niektóre własności sieci procesorów o łagodnej degradacji i strukturze logicznej typu graf Petersena

ŁUKASZ STRZELECKI

Wojskowa Akademia Techniczna, Wydział Cybernetyki, Instytut Teleinformatyki i Automatyki,
00-908 Warszawa, ul. gen. S. Kaliskiego 2, l.strzelecki@ita.wat.edu.pl

Streszczenie. W artykule przedstawiono wyniki badań niektórych własności sieci procesorów o łagodnej degradacji i strukturze logicznej typu graf Petersena, przy czym szczególną uwagę poświęcono charakterystyce degradacji tego typu struktur oraz sposobie wyznaczania dla nich najtańszych struktur diagnozowania metodami MM i PMC.

Słowa kluczowe: diagnostyka systemowa, model MM, model PMC, graf Petersena

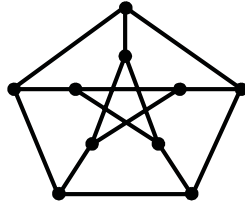
DOI: 10.5604/12345865.1186324

1. Wprowadzenie

Sieci procesorów o łagodnej degradacji wykorzystywane są głównie w trudno dostępnych systemach czasu rzeczywistego (SCR), od których wymaga się wysokiej wiarygodności wyniku przetwarzania danych na (możliwie) każdym etapie życia sieci. Problematyka ta stanowi przedmiot intensywnych badań, o czym świadczą liczne i aktualne publikacje dotyczące zarówno jej aspektów teoretycznych [15], jak i praktycznych [14, 16]. Przyjmuje się, że komunikacja między węzłami jest bezbłędna, natomiast przy odpowiednio częstym diagnozowaniu niezdatności w sieci procesorów występują pojedynczo. Ponadto węzły niezdatne nie podlegają autonaprawie (ani wymianie), zaś dostęp do nich jest blokowany.

Rozpatrywana w artykule struktura logiczna pierwotnej (niezdegradowanej) sieci procesorów jest grafem Petersena, czyli grafem regularnym stopnia trzeciego, którego obraz został przedstawiony na rysunku 1.1. Przedmiotowy graf posiada szereg użytecznych własności (m.in. jest symetryczny, trójspójny, posiada łańcuch

Hamiltona), które mogą zostać wykorzystane podczas projektowania struktur diagnozowania na każdym etapie życia sieci procesorów, co powoduje, że wartość rozważenia jest wykorzystanie go (jako pierwotnej struktury logicznej) podczas projektowania sieci procesorów o łagodnej degradacji.



Rys. 1.1. Obraz grafu Petersena

Strukturą logiczną sieci zdegradowanej jest najbardziej liczna składowa spójności powstała po wyeliminowaniu z sieci węzłów niezdatnych, zaś stopniem degradacji nazywana jest różnica między liczbą procesorów sieci pierwotnej i zdegradowanej. W artykule rozważa się diagnozowanie sieci procesorów przy wykorzystaniu metody prób porównawczych MM [6] oraz metody opiniowania diagnostycznego PMC [8], przy czym zakłada się, że sieć nie może być dalej eksploatowana, jeśli uszkodzeniu uległ taki procesor, który może nie zostać zlokalizowany (przy wykorzystaniu metody MM i PMC).

Celem artykułu jest wyznaczenie uogólnionego kosztu najtańszych struktur diagnozowania typu MM i PMC (jeśli struktura logiczna nie jest 1-diagnozowalna metodą MM) dla struktur logicznych powstających podczas stopniowej degradacji sieci pierwotnej.

Artykuł składa się z pięciu części oraz podsumowania. W części drugiej przytoczono podstawowe określenia i własności rozważanych struktur diagnozowania. W części trzeciej zaprezentowano interpretację uogólnionego kosztu struktur diagnozowania. Część czwarta została poświęcona charakterystyce degradacji rozważanej sieci procesorów, natomiast część piąta — wyznaczaniu najtańszych struktur diagnozowania dla sieci roboczych, które mogą powstać podczas łagodnej degradacji sieci pierwotnej. W podsumowaniu sformułowano wnioski wynikające z wyników badań przedstawionych w artykule oraz wskazano oryginalne rezultaty wykonanych prac.

2. Podstawowe określenia i własności

Niech G^P oznacza graf zwykły, który jest grafem Petersena, a $\check{G}(G^P)$ oraz $\check{\check{G}}(\check{G}^P)$ odpowiednio zbiór spójnych oraz zbiór spójnych etykietowanych podgrafów grafu G^P .

Struktura logiczna $G \in \tilde{G}(G^P)$ ($G = \langle E, U \rangle$, E — zbiór procesorów sieci, U — zbiór dwukierunkowych linii transmisji danych) sieci procesorów jest t -diagnozowalna, jeżeli umożliwia zlokalizowanie wszystkich niezdatnych węzłów, pod warunkiem, że jest ich nie więcej niż t .

Niech $\Psi(G)$ oznacza zbiór prób porównawczych dla sieci o strukturze logicznej G , $E(\psi)$ — zbiór procesorów uczestniczących w próbie porównawczej $\psi \in \Psi(G)$, $K(\psi)$ — komparator próby ψ , a $P(\psi)$ — parę porównawczą próby ψ . Mówimy, że zbiór $\Psi' \subseteq \Psi(G)$ jest *pokryciem zbioru węzłów struktury logicznej G* , jeżeli $\bigcup_{\psi \in \Psi'} P(\psi) = E(G)$.

Strukturą *diagnozowania porównawczego* sieci procesorów G nazywamy taką dwójkę uporządkowaną $\langle G, \Psi' \rangle$ ($\Psi' \subseteq \Psi(G)$), że zbiór prób porównawczych Ψ' jest pokryciem sieci procesorów G , czyli $\{P(\psi) : \psi \in \Psi'\} = E(G)$.

Warunkiem koniecznym [6], aby struktura logiczna $G \in \tilde{G}(G^P)$ była t -diagnozowalną metodą porównawczą, jest:

$$\left(|E(G)| \geq 2t + 1 \right) \wedge \left(|E(e)| \geq t \ (e \in E) \right), \quad (2.1)$$

gdzie: $E(e)$ — zbiór węzłów przyległych do węzła e . Natomiast warunkiem wystarczającym [9], aby struktura logiczna G była t -diagnozowalna za pomocą zbioru prób porównawczych $\Psi' \subseteq \Psi(G)$, jest:

$$\forall_{s \in \{0, \dots, t-1\}} \forall_{E' \subset E(G) : |E'| = |E(G)| - 2 \cdot t + s} : |T(E')| > s, \quad (2.2)$$

gdzie

$$T(E') = \left\{ e \in E(G) \setminus E' : \exists_{\psi \in \Psi'} : |P(\psi) \cap \{e\}| = |K(\psi) \cap E'| = |P(\psi) \cap E'| = 1 \right\}.$$

Strukturą *opiniowania diagnostycznego* (strukturą OD) sieci procesorów G nazywamy *graf opiniowania diagnostycznego* $\tilde{G}(G)$, który jest unigrafem skierowanym bez pętli, a jego łuki przedstawiają opiniowania.

Wiadomo [8], że jeśli graf $\tilde{G}(G)$ jest t -diagnozowalny, to:

$$\left(|E(\tilde{G}(G))| \geq 2 \cdot t + 1 \right) \wedge \left(\forall_{e \in E(\tilde{G}(G))} : \mu^-(e) \geq t \right), \quad (2.3)$$

gdzie $\mu^-(e)$ oznacza stopień wejściowy węzła e . Natomiast graf $\tilde{G}(G)$ jest t -diagnozowalny wtedy i tylko wtedy [1], gdy spełniona jest dla niego zależność (2.3) oraz

$$\forall_{s \in \{0, \dots, t-1\}} \forall_{E' \subset E(\tilde{G}(G)) : |E'| = |E(\tilde{G}(G))| - 2 \cdot t + s} : |\Gamma(E')| > s, \quad (2.4)$$

gdzie $\Gamma(E')$ oznacza zbiór następników zbioru E' takich, że $\Gamma(E') \cap E' = \emptyset$.

3. Uogólniony koszt struktur diagnozowania

Testy kontrolne zlecane poszczególnym procesorom (przez węzły opiniujące bądź będące komparatorami) są specjalnie dobranymi zadaniami funkcjonalnymi, a ich skuteczność kontrolna jest wprost proporcjonalna do stopnia pokrycia (możliwych) niezdatności procesora przez określone (zlecone) zadanie funkcjonalne. Zwróćmy uwagę, że (w praktyce) wymaganie wysokiej skuteczności kontrolnej (zadań funkcjonalnych) implikuje brak możliwości równoległego wykonywania zadań przez jeden procesor, bowiem oznaczałoby to, że te same jego elementy (na przykład rejestry) muszą być jednocześnie wykorzystywane w różnych zadaniach funkcjonalnych (co nie jest możliwe). Z tego powodu proces diagnozowania sieci procesorów podzielony jest na etapy, przy czym podczas każdego etapu jest realizowana maksymalna liczba takich opiniowań lub prób porównawczych, które są względem siebie rozłączne, to znaczy nie wykorzystują tych samych procesorów.

Niech $\eta^p(\langle G, \Psi' \rangle)$ i κ^p oznaczają odpowiednio najmniej liczny podział zbioru prób porównawczych $\Psi' \subseteq \Psi(G)$ na podzbiory rozłącznych względem siebie prób porównawczych oraz uogólniony koszt realizacji pojedynczej próby porównawczej.

Niech $\eta^o(\vec{G}(G))$ i κ^o oznaczają odpowiednio najmniej liczny podział zbioru łuków $U(\vec{G}(G))$ na podzbiory odpowiadające rozłącznym względem siebie opiniowaniem oraz uogólniony koszt realizacji pojedynczego opiniowania.

Zatem uogólniony koszt procesu diagnozowania sieci procesorów o strukturze logicznej G metodą prób porównawczych jest równy:

$$K^p(\langle G, \Psi' \rangle) = \kappa^p \cdot |\eta^p(\langle G, \Psi' \rangle)|, \quad (3.1)$$

zaś metodą opiniowania diagnostycznego odpowiednio:

$$K^o(\vec{G}(G)) = \kappa^o \cdot |\eta^o(\vec{G}(G))| \quad (3.2)$$

przy założeniu, że rozłączne względem siebie opiniowania/próby porównawcze mogą być realizowane jednocześnie¹.

Zwróćmy uwagę, że przy diagnozowaniu metodą MM wynik próby porównawczej uzależniony jest jedynie od rezultatu porównania przez komparator wyników uzyskanych przez węzły pary porównawczej, natomiast przy diagnozowaniu metodą OD węzeł opiniujący musi posiadać zbiór wyników wzorcowych, z którymi

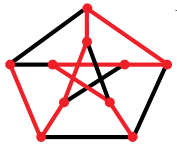



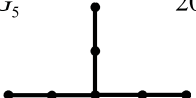








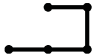



¹ Zaproponowany sposób wyznaczania uogólnionego kosztu procesu diagnozowania jest uzasadniony m.in. w przypadku, gdy kosztem jest czas realizacji próby porównawczej/opiniowania, zaś nierozłączne próby porównawcze/opiniowania nie mogą być wykonywane jednocześnie.

porównuje wynik uzyskany przez węzeł testowany. Z tego względu w praktyce tańsza jest aplikacja (sprzętowa) systemów samodiagnostycznych wykorzystujących metodę porównawczą, a zatem są to systemy pożądane.

4. Charakterystyka degradacji sieci procesorów

Podczas analizy własności struktur roboczych rozważanej sieci procesorów korzystna jest znajomość zbioru struktur logicznych $\check{G}(G^P)$, a także sposobu stwierdzania izomorfizmu struktur $\{G', G''\} \subset \check{G}(G^P)$.

Niech $\vec{V}(G) = \langle |E(e)| : e \in E(G) \rangle$. Ze względu na niewielką liczebność zbioru $\check{G}(G^P)$ można pokazać wprost, że dla $\{G', G''\} \subset \check{G}(G^P)$ spełniona jest zależność $(\vec{V}(G') = \vec{V}(G'')) \Rightarrow (G' \cong G'')$. Podaną zależność można wykorzystać m.in. do komputerowo wspomaganego wyznaczenia liczebności etykietowanych struktur

 <p>$\vec{V}(G_1) = \langle 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3 \rangle$</p>	 <p>$\vec{V}(G_2) = \langle 3, 3, 3, 3, 3, 3, 2, 2, 2 \rangle$</p>	 <p>$\vec{V}(G_3) = \langle 3, 3, 3, 3, 2, 2, 2, 2, 2 \rangle$</p>	 <p>$\vec{V}(G_4) = \langle 3, 3, 3, 2, 2, 2, 2, 2, 1 \rangle$</p>
 <p>$\vec{V}(G_5) = \langle 3, 2, 2, 2, 1, 1, 1 \rangle$</p>	 <p>$\vec{V}(G_6) = \langle 3, 3, 2, 2, 2, 2, 2 \rangle$</p>	 <p>$\vec{V}(G_7) = \langle 3, 3, 2, 2, 2, 1, 1 \rangle$</p>	 <p>$\vec{V}(G_8) = \langle 3, 2, 2, 1, 1, 1 \rangle$</p>
 <p>$\vec{V}(G_9) = \langle 3, 2, 2, 2, 2, 1 \rangle$</p>	 <p>$\vec{V}(G_{10}) = \langle 3, 3, 1, 1, 1, 1 \rangle$</p>	 <p>$\vec{V}(G_{11}) = \langle 2, 2, 2, 2, 2, 2 \rangle$</p>	 <p>$\vec{V}(G_{12}) = \langle 2, 2, 2, 2, 2 \rangle$</p>
 <p>$\vec{V}(G_{13}) = \langle 3, 2, 1, 1, 1 \rangle$</p>	 <p>$\vec{V}(G_{14}) = \langle 2, 2, 2, 1, 1 \rangle$</p>	 <p>$\vec{V}(G_{15}) = \langle 3, 1, 1, 1 \rangle$</p>	 <p>$\vec{V}(G_{16}) = \langle 2, 2, 1, 1 \rangle$</p>
 <p>$\vec{V}(G_{17}) = \langle 2, 1, 1 \rangle$</p>			

Rys. 4.1 Obrazy struktur logicznych należących do zbioru $\check{G}(G^P)$

logicznych. Zadanie to zostało wykonane — na rysunku 4.1 przedstawiono obrazy struktur logicznych należących do zbioru $\tilde{G}(G^P)$ wraz z liczbą odpowiadających im struktur etykietowanych.

Korzystając z przedstawionego sposobu rozstrzygnięcia o izomorfizmie struktur logicznych należących do zbioru $\tilde{G}(G^P)$ (oraz przy wykorzystaniu programu komputerowego), wyznaczono również charakterystykę degradacji rozważanej sieci procesorów. W tabeli 4.1 zostały zestawione częstości zdarzeń polegających na tym, że po wystąpieniu niezdatności w sieci $G' \in \tilde{G}(G^P)$ nową siecią roboczą będzie $G'' \in \tilde{G}(G^P)$.

TABELA 4.1

Charakterystyka degradacji rozważanej sieci procesorów²

$G' \backslash G''$	G_2	G_3	G_4	G_5	G_6	G_7	G_8	G_9	G_{10}	G_{11}	G_{12}	G_{13}	G_{14}	G_{15}	G_{16}	G_{17}	X
G_1	1																
G_2		0,33	0,66														
G_3					0,5	0,5											
G_4				0,25	0,125	0,5				0,125							
G_5							0,429						0,429				0,143
G_6							0,286	0,571		0,143							
G_7							0,286	0,286	0,143				0,286				
G_8												0,333	0,167		0,333		0,167
G_9											0,167	0,333	0,333		0,167		
G_{10}												0,667				0,333	
G_{11}													1				
G_{12}															1		
G_{13}														0,2	0,4	0,2	0,2
G_{14}															0,4	0,4	0,2
G_{15}																0,75	0,25
G_{16}																0,5	0,5

Przedstawiona powyżej charakterystyka degradacji daje pogląd odnośnie do możliwości wystąpienia konkretnej sekwencji degradacji (do kolejnych struktur roboczych) struktury pierwotnej przy uszkodzeniu poszczególnych jej węzłów, a zatem ma istotne znaczenie w przypadku projektowania i eksploatacji systemów (teleinformatycznych) wykorzystujących sieci procesorów o strukturze logicznej typu graf Petersena.

² X oznacza strukturę logiczną, która nie jest 1-diagnozowalna za pomocą metod MM i PMC.

5. Wyznaczanie najtańszych struktur diagnozowania

5.1. Wyznaczanie najtańszych struktur typu MM

Sposób zdefiniowania uogólnionego kosztu struktur diagnozowania umożliwia przedstawienie zadania wyznaczania struktury najtańszej jako problemu odpowiedniego nieklasycznego pokolorowania struktury logicznej łańcuchami o długości równej 2 (które odpowiadają próbom porównawczym), przy uwzględnieniu restrykcji wynikających z zależności 2.1 i 2.2. Taka metoda wyznaczania struktur najtańszych została dokładnie omówiona w [11] dla przypadku sieci procesorów typu sześcian 4-wymiarowy.

W dalszej części tego rozdziału rozważymy takie własności struktur logicznych, które umożliwią wyznaczenie najtańszych struktur diagnozowania porównawczego.

Własność 5.1. Struktura logiczna $G \in \tilde{G}(G^P)$ 1-diagnozowalna metodą prób porównawczych jest rzędu co najmniej piątego.

Lemat 5.1. Sieć procesorów G nie jest 1-diagnozowalna za pomocą zbioru prób porównawczych $\Psi' \subseteq \Psi$, jeśli $|K(\Psi')| \leq 2$ ($K(\Psi')$ — zbiór komparatorów prób porównawczych należących do zbioru Ψ').

Dowód. Jeśli liczba komparatorów w zbiorze prób porównawczych jest nie większa niż 1, to struktura nie jest 1-diagnozowalna, gdyż zbiór prób porównawczych Ψ' nie jest pokryciem węzłów struktury logicznej. Natomiast gdy liczba komparatorów jest równa 2, to takie zbiory E' i E'' , że $E' = \{e'\}$, $E'' = \{e''\}$, $(\{e', e''\} = K(\Psi'))$, są nierozróżnialne. ■

Twierdzenie 5.1. Sieć procesorów rzędu co najmniej 6. o strukturze logicznej G jest 1-diagnozowalna za pomocą zbioru prób porównawczych $\Psi' \subseteq \Psi(G)$, jeśli

$$\left(|K(\Psi')| > 2\right) \wedge \left[\forall_{\psi \in \Psi'} \exists_{\psi' \in \Psi'} : |P(\psi) \cap P(\psi')| = 1\right]. \quad (5.1)$$

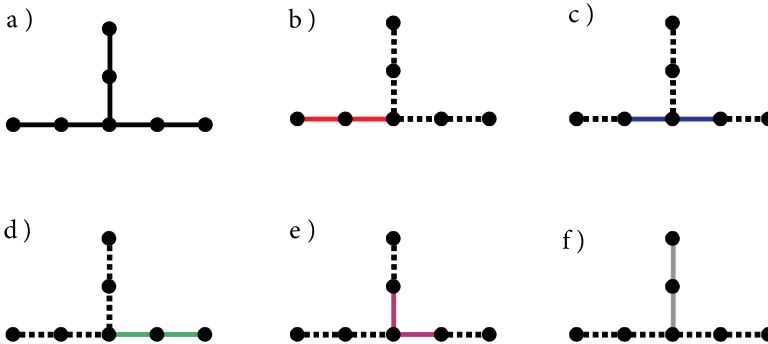
Dowód. Jeśli liczba komparatorów jest nie większa niż 2, to struktura logiczna nie jest 1-diagnozowalna za pomocą zbioru prób porównawczych $\Psi' \subseteq \Psi(G)$ (lemat 5.1). Załóżmy, że istnieje taka 1-diagnozowalna struktura $\langle G, \Psi' \rangle$ ($\Psi' \subseteq \Psi(G)$), dla której $|K(\Psi')| > 2$, lecz nie jest spełniona zależność $\forall_{\psi \in \Psi'} \exists_{\psi' \in \Psi'} : |P(\psi) \cap P(\psi')| = 1$. W takim przypadku $\exists_{\psi \in \Psi'} : P(\psi) = \{e', e''\} : |K(\Psi', e')| = |K(\Psi', e'')| = 1$ i zbiory $E' = \{e'\}$ i $E'' = \{e''\}$ nie są rozróżnialne, co przeczy założeniu, że struktura jest 1-diagnozowalna. ■

Z twierdzenia 5.1 i własności 5.1 wynika:

Własność 5.2. Struktury logiczne G_{10} , G_{12} , G_{13} , G_{14} , G_{15} , G_{16} , G_{17} nie są 1-diagnozowalne metodą porównawczą.

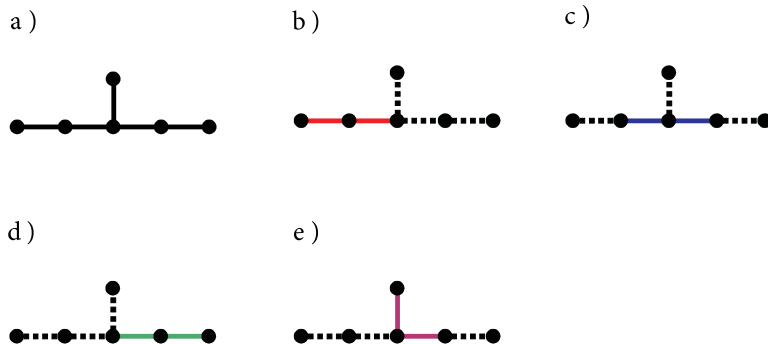
Własność 5.3. [11] Koszt najtańszej 1-diagnozowalnej struktury porównawczej dla struktury logicznej o co najmniej sześciu węzłach, która ma łańcuch Hamiltona, jest równy 3. Wynika to z tego, że łańcuch o długości nie mniejszej niż 5 jest strukturą 1-diagnozowalną metodą porównawczą MM, zaś do jego pokolorowania (łańcuchami o długości równej 2) wystarczają trzy kolory.

Własność 5.4. [11] Koszt najtańszej 1-diagnozowalnej struktury porównawczej dla struktury logicznej G_5 jest równy 5, co zostało pokazane wprost na rysunku 5.1.



Rys. 5.1. a) Obraz struktury logicznej G_5 ; b), c), d), e), f) Suma obrazów b), c), d), e), f) jest obrazem pokolorowania struktury logicznej G_5

Własność 5.5. [11] Koszt najtańszej 1-diagnozowalnej struktury porównawczej dla struktury logicznej G_8 jest równy 4, co zostało pokazane wprost na rysunku 5.2.



Rys. 5.2. a) Obraz struktury logicznej G_8 ; b), c), d), e) Suma obrazów b), c), d), e) jest obrazem pokolorowania struktury logicznej G_8

Własność 5.6. Koszt najtańszej 1-diagnozowalnej struktury porównawczej dla struktury logicznej G_{12} jest równy 4, gdyż cztery kolory są konieczne do takiego pokolorowania grafu G_4 (łańcuchami o długości równej 2), aby spełniona była zależność 5.1.

Z własności 5.1-5.6 jednoznacznie wynika koszt najtańszych 1-diagnozowalnych struktur metody MM dla wszystkich struktur logicznych należących do zbioru $\tilde{G}(G^P)$. Zauważmy, że najtańsze struktury diagnozowania dla struktur logicznych G_5 i G_8 zostały podane w [11], a najtańszą strukturą diagnozowania dla struktury logicznej G_{12} jest taka, w której cztery węzły są komparatorami. W pozostałych przypadkach najtańszą strukturą diagnozowania można wyznaczyć poprzez wyznaczenie łańcucha Hamiltona w strukturze logicznej, co wynika z własności 5.3 i zostało opisane w [11] (na obrazach struktur logicznych przedstawionych na rysunku 4.1 kolorem czerwonym zostały zaznaczone łańcuchy Hamiltona).

Do wyznaczenia w grafie $G \in \tilde{G}(G^P)$ łańcucha Hamiltona można wykorzystać zaproponowany w [11] algorytm heurystyczny, który został przytoczony poniżej.

Niech waga $w(e)$ węzła $e \in E(G)$ będzie zdefiniowana następująco:

$$w(e) = \begin{cases} 5 & \text{jeżeli } |E(e)| = 1 \\ 5 & \text{jeżeli } \exists_{e' \in E(e)} : |E(e')| = 1 \\ |E(e)| & \text{w p.p.} \end{cases}$$

Krok 1. Wybieramy węzeł o najniższym stopniu.

Krok 2. Wybieramy taki dwuelementowy łańcuch, którego biegunem początkowym jest bieżący (wybrany) węzeł i dla którego suma wag węzłów do niego należących jest najmniejsza. Jeśli (minimalna) suma wag węzłów jest taka sama dla więcej niż jednego łańcucha, to wybieramy ten łańcuch, którego węzeł niebędący biegunem jest najniższego stopnia. Następnie usuwamy krawędzie incydentne z węzłami wybranego łańcucha poza krawędziami incydentnymi z biegunem końcowym łańcucha i ponawiamy krok (od bieguna końcowego wybranego łańcucha) do momentu, gdy nie będzie można wskazać kolejnego dwuelementowego łańcucha.

Krok 3. Jeśli węzeł wybrany w kroku 1 jest stopnia różnego od zera, to ponawiamy krok 2, począwszy od tego węzła.

Krok 4. Łańcuchy wybierane w kroku 2 są składowymi łańcucha w grafie G . Jeśli do bieguna początkowego tego łańcucha jest przyległy (w grafie G) węzeł wiszący, to dodajemy go do łańcucha. Analogiczną operację wykonujemy dla bieguna końcowego.

Koniec algorytmu.

5.2. Wyznaczanie najtańszych struktur typu PMC

Najtańsze struktury diagnozowania typu PMC dla struktur logicznych należących do zbioru $\tilde{G}(G^P)$ można wyznaczyć w taki sposób krawędziowo kolorując graf opiniowania diagnostycznego, aby spełnione były zależności 2.3 oraz 2.4, co zostało pokazane w [11]. Poniżej podane zostały własności, które ułatwią wyznaczenie najtańszych struktur opiniowania diagnostycznego.

Własność 5.7. Dla każdej struktury logicznej $G \in \tilde{G}(G^P)$, dla której spełniona jest zależność $|E(G)| \geq 3$, istnieje 1-diagnozowalna struktura OD.

Własność 5.8. [12] Każdy graf G , który jest 1-diagnozowalny metodą opiniowania diagnostycznego, ma co najmniej jedną składową silnej spójności.

Własność 5.9. [12] Składowa silnej spójności struktury 1-diagnozowalnej metodą PMC jest rzędu co najmniej trzeciego.

Własność 5.10. Koszt najtańszej struktury diagnozowania typu PMC jest równy co najmniej 2.

Własność 5.11. Koszt najtańszej 1-diagnozowalnej struktury typu PMC dla struktury logicznej, która jest grafem Hamiltona i ma parzystą liczbę węzłów, jest równy 2, bowiem indeks chromatyczny cyklu skierowanego o parzystej liczbie węzłów jest równy 2.

Własność 5.12. Koszt najtańszej 1-diagnozowalnej struktury typu PMC dla struktury logicznej, która jest grafem Hamiltona i ma nieparzystą liczbę węzłów, jest równy 3, bowiem indeks chromatyczny cyklu skierowanego o nieparzystej liczbie węzłów jest równy 3.

Zwróćmy uwagę, że do wyznaczenia cyklu obejmującego wszystkie węzły grafu można wykorzystać metodę macierzową zaproponowaną w [13].

Z badań przedstawionych w [11] wynika:

Własność 5.13. Koszt najtańszej 1-diagnozowalnej struktury typu PMC dla struktury logicznej $G \in \tilde{G}(G^P)$, która jest drzewem, z wyjątkiem struktury logicznej G_{15} , jest równy 4
oraz

Własność 5.14. [11] Koszt najtańszej 1-diagnozowalnej struktury typu PMC dla struktury logicznej G_{15} jest równy 5.

Rozważmy taką strukturę logiczną $G \in \tilde{G}(G^P)$, która jest cyklem o nieparzystej liczbie węzłów. Wiadomo (własność 5.12), że jej koszt jest równy 3. Zwróćmy uwagę, że koszt takiego nadgrafu G' grafu G , że każda składowa spójności grafu $G' \setminus G$ jest łańcuchem, również jest równy 3. Jest tak dlatego, że do pokolorowania łuków odpowiadających opiniowaniu węzłów zbioru $E(G' \setminus G)$ można wykorzystać te same kolory, którymi został pokolorowany graf G .

Rozpatrzmy taką strukturę logiczną $G \in \tilde{G}(G^P)$, która jest cyklem o parzystej liczbie węzłów. Jej koszt jest równy 3, natomiast koszt takiego nadgrafu G' grafu G , że każda składowa spójności grafu $G' \setminus G$ jest łańcuchem, jest równy 3. Jest tak z tego powodu, że do pokolorowania łuków odpowiadających opiniowaniu węzłów zbioru $E(G' \setminus G)$ trzeba wykorzystać o jeden kolor więcej niż do pokolorowania łuków grafu $\tilde{G}(G)$.

Zauważmy, że każda struktura logiczna $G \in \tilde{G}(G^P)$, która nie jest grafem Hamiltona i nie jest drzewem, ma taki graf częściowy, który ma taki cykl $G^\ominus(G)$, że wszystkie składowe spójności grafu $G \setminus G^\ominus(G)$.

Z powyższego wynika

Własność 5.15. Koszt najtańszej 1-diagnozowalnej struktury typu PMC dla struktury logicznej $G \in \tilde{G}(G^P)$, która nie jest grafem Hamiltona i nie jest drzewem, jest równy 3.

Własności 5.7-5.15 umożliwiają wyznaczenie najtańszych struktur diagnozowania typu PMC (oraz ich kosztu) dla struktur logicznych należących do zbioru $\tilde{G}(G^P)$.

5.3. Zestawienie kosztu najtańszych struktur diagnozowania

Badania przedstawione w poprzednich rozdziałach umożliwiły wyznaczenie najtańszych struktur diagnozowania obu rozpatrywanych metod (dla krotności diagnostycznej równej 1) dla struktur logicznych rozważanego typu. W tabeli 5.2 zostały zestawione koszty najtańszych struktur 1-diagnozowalnych metod MM i PMC dla struktur logicznych należących do zbioru $\tilde{G}(G^P)$.

TABELA 5.2

Uogólniony koszt najtańszych struktur diagnozowania

	G_1	G_2	G_3	G_4	G_5	G_6	G_7	G_8	G_9
MM	3	3	3	3	5	3	3	4	3
PMC	3	3	2	3	4	3	3	4	3

	G_{10}	G_{11}	G_{12}	G_{13}	G_{14}	G_{15}	G_{16}	G_{17}
MM	—	3	4	—	—	—	—	—
PMC	4	2	3	4	4	5	4	4

6. Podsumowanie

Celem artykułu było wyznaczenie uogólnionego kosztu najtańszych struktur diagnozowania typu MM i PMC (dla krotności diagnostycznej równej 1) dla struktur logicznych powstających podczas stopniowej degradacji sieci pierwotnej będącej grafem Petersena. Zgodnie z wiedzą autora do czasu publikacji tego artykułu analogiczne prace nie zostały przeprowadzone. Przedmiotowe zadanie zostało zrealizowane przy wykorzystaniu metod kolorowania grafów. Podczas prac wyznaczono wszystkie struktury logiczne rozważanego typu, a także (w punkcie 5) wyznaczono najtańsze struktury diagnozowania odpowiednio typu MM oraz typu PMC. Uogólniony koszt wyznaczonych struktur diagnozowania został przedstawiony w tabeli 5.2.

W artykule zamieszczono wyznaczone (przy wykorzystaniu programu komputerowego) liczebności struktur etykietowanych rozważanego typu, a także charakterystykę degradacji sieci pierwotnej (w tabeli 4.1).

Wykazano, że do diagnozowania sieci roboczych rzędu równego co najmniej 5 (z wyjątkiem trzech) można wykorzystywać metodę porównawczą. Ponadto koszt struktur opiniowania diagnostycznego jest niższy (od kosztu struktur metody porównawczej) jedynie dla czterech struktur logicznych — G_3 , G_5 , G_{11} , G_{12} (których obrazy zostały zamieszczone na rysunku 4.1). Prawdopodobieństwo, że wymienione struktury logiczne będą sieciami roboczymi, wynosi odpowiednio 0,33, 0,165, 0,112 i 0,045.

Źródło finansowania: środki własne.

Artykuł wpłynął do redakcji 8.12.2014 r. Zweryfikowaną wersję po recenzjach otrzymano 14.09.2015 r.

LITERATURA

- [1] HAKIMI S.L., AMIN A.T., *Characterization of Connection Assignment of Diagnosable Systems*, IEEE Trans. Comput., vol. 23, no. 1, 1974, 86-88.
- [2] KULESZA R., *Podstawy diagnostyki sieci logicznych i komputerowych*, Instytut Automatyki i Robotyki, Wydział Cybernetyki Wojskowej Akademii Technicznej, Warszawa, 2000, 222.
- [3] KULESZA R., ZIELIŃSKI Z., *Wnikliwość diagnozowania sieci procesorów metodą porównawczą*, [w:] *Systemy czasu rzeczywistego. Postępy badań i zastosowania*, Warszawa, WKŁ, 2009, 199-210.
- [4] KULESZA R., ZIELIŃSKI Z., *Diagnosis resolution of processors' network using the comparison method*, Przegląd Elektrotechniczny (Electrical Review), no. 9, 2010, 157-162.
- [5] KULESZA R., ZIELIŃSKI Z., *The life period of the hypercube processors' network diagnosed with the use of the comparison method*, Monographs On System Dependability, Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej, 2010.
- [6] MAENG J., MALEK M., *A Comparison Connection Assignment for Self-Diagnosis of Multiprocessor Systems*, Digest Int'l Symp. FTC, 1981, 173-175.
- [7] MALEK M., *A Comparison Connection Assignment for Diagnosis of Multiprocessor Systems*, Proc. Seventh Int'l Symp. Computer Architecture, 1980, 31-35.

- [8] PREPARATA F.P., METZE G., CHIEN R.T., *On the Connection Assignment Problem of Diagnosable Systems*, IEEE Trans. Comput., vol. 6, 1967.
- [9] SENGUPTA A., DAHBURA A.T., *On Self-Diagnosable Multiprocessor Systems: Diagnosis by the Comparison Approach*, IEEE Trans. Comput., vol. 41, no. 11, Nov. 1992, 1386-1396.
- [10] SOMANI A.K., PELEG O., *On Diagnosability of Large Fault Sets in Regular Topology-Based Computer Systems*, IEEE Trans. Comput., vol. 45, no. 8, 1996, 892-903.
- [11] STRZELECKI Ł., *Metody projektowania najtańszych t-diagnozowalnych struktur diagnostyki systemowej dla sieci procesorów typu binarnego sześcianu 4-wymiarowego*, Instytut Teleinformatyki i Automatyki, Wydział Cybernetyki, Wojskowa Akademia Techniczna, Warszawa, 2012.
- [12] KULESZA R., *Niekóre własności 1-diagnozowalnych struktur typu PMC*, Biuletyn Instytutu Automatyki i Robotyki, nr 18, 2003, 3-18.
- [13] CHUDZIKIEWICZ J., *Sieci komputerowe o strukturze logicznej typu hipersześcianu*, Instytut Automatyki i Robotyki, Wydział Cybernetyki, Wojskowa Akademia Techniczna, Warszawa, 2002.
- [14] ARCIUCH A., *Techniczne aspekty diagnozowania sieci procesorów o łagodnej degradacji typu sześcian 4-wymiarowy metodą prób porównawczych*, Przegląd Teleinformatyczny, nr 2, 2013, 3-11.
- [15] ZIELIŃSKI Z., *Podstawy diagnostyki systemowej sieci procesorów o łagodnej degradacji i strukturze hipersześcianu*, Instytut Teleinformatyki i Automatyki, Wydział Cybernetyki, Wojskowa Akademia Techniczna, Warszawa, 2012.
- [16] MALINOWSKI T., ARCIUCH A., *The procedure for monitoring and maintaining a network of distributed resources*, Annals of Computer Science and Information Systems, vol. 2, Proceedings of the FedCSIS 2014, pp. 947-954, DOI: 10.15439/2014F159.

Ł. STRZELECKI

Some properties of processors' network with mild degradation and logical structure of Petersen graph type

Abstract. The article presents the results of some properties of the processors' network with mild degradation and logical structure of Petersen graph type, with special attention being paid to the characteristics of degradation of such structures and the manner of determining for them the cheapest structures in accordance with MM model and PMC model.

Keywords: system level diagnosis, MM model, PMC model, Petersen graph

DOI: 10.5604/12345865.1186324

