Zbigniew Świątnicki

Racjonalizacja przepływu towarów w sieci transportowej z wykorzystaniem algorytmów mrówkowych

JEL: O18 DOI: 10.24136/atest.2019.085
Data zgłoszenia: 15.12.2018 Data akceptacji: 08.02.2019

Artykuł poświęcony jest problemowi przepływu dóbr w sieci transportowej ładunkowej. Zastosowano do tego celu algorytmy mrówkowe. Zbudowano model optymalizacyjny oparty na problemie kwadratowego przydziału. Wybrano 8 różnych algorytmów mrówkowych. Przedstawiono i omówiono uzyskane wyniki zastosowania algorytmów mrówkowych do rozwiązywania problemu racjonalizacji kosztu przepływu dóbr.

Słowa kluczowe: optymalizacja, problem kwadratowego przydziału, alokacja zasobów, algorytm mrówkowy, logistyka

Wstęp

Problem kwadratowego przydziału (Quadratic Assignment Problem - QAS) polega na przypisaniu zbioru obiektów do zbioru lokalizacji, przy czym dane mamy odległości między lokalizacjami i przepływ między obiektami, a celem jest takie przyporządkowanie, aby całkowity koszt przepływu był jak najmniejszy.

Reprezentacja grafu

Graf reprezentuje wszystkie lokalizacje i obiekty i jest to graf pełny. Prawidłowe rozwiązanie to zbiór *n* par krawędzi (*i, j*) pomiędzy obiektami i lokalizacjami, gdzie każdy obiekt jest przyporządkowany do dokładnie jednej lokalizacji.

Wartość heurystyczna i konstruowanie rozwiązań

Tworzymy dwa wektory: *d* i *f* gdzie *i*-ty element d_i oznacza sumę wszystkich odległości z lokalizacji *i* do pozostałych lokalizacji, z kolei f_i oznacza sumę przepływów między *i*-tym obiektem i pozostałymi obiektami.

Oczywiście, im niższa wartość d_i tym wyższa powinna być wartość heurystyczna, stąd przyjmujemy ją jako:

$$\eta_{ij} = {}^{1}/_{d_i}.$$

Podczas poszukiwania rozwiązania najpierw sortujemy malejąco wektor sum przepływów *f*, a następnie w każdym kroku *k* konstruowania rozwiązania bierzemy kolejny *i*-ty obiekt i przypisujemy go do ciągle nie zajętej lokalizacji *j*. Dzięki temu najpierw zostaną przyporządkowane obiekty o największym przepływie do, najprawdopodobniej, najbardziej korzystnych lokalizacji.

1 Proponowana metoda optymalizacji przydziału

Obserwacje zachowań stadnych owadów zostały przeniesione w wymiar abstrakcyjny – zbudowano modele symulacyjne systemów mrówkowych. W 1992 roku Marco Dorigo w swojej pracy doktorskiej opisał system mrówkowy (*Ant System*).

Wirtualne (symulowane) mrówki różnią się od naturalnego pierwowzoru tym, że:

- Czas w świecie mrówek wirtualnych nie jest ciągły, a dyskretny.
- Mrówki posiadają pamięć, w której zapamiętują np. odwiedzone przez siebie wierzchołki, bądź krawędzie (w zależności od problemu).
- Mrówki sztuczne posiadają „wzrok" umożliwiający im określenie odległości do najbliższego wierzchołka.
- Feromon w świecie mrówek wirtualnych nie musi być rozkładany ciągle, a w rozmaity sposób, np. dopiero po znalezieniu pełnego rozwiązania – w zależności od zastosowanego algorytmu i jego implementacji

Odnajdowanie drogi przez algorytm mrówkowy można w najprostszy sposób przedstawić następująco:

- Wybierz (w taki sam sposób dla wszystkich mrówek) wierzchołek początkowy.
- Użyj feromonu i wartości heurystycznych do zbudowania drogi poprzez dodawanie kolejnych krawędzi/wierzchołków do drogi, zgodnie z naturą rozwiązywanego problemu.
- Po znalezieniu drogi rozłóż feromon zgodnie z regułami danego algorytmu.
- Powtarzaj czynności aż do spełnienia kryterium stopu[1].

Większość algorytmów mrówkowych stanowią modyfikacje pierwszego z nich – *Ant System* Marco Dorigo. Podstawowa różnica między algorytmami to sposób, w jaki określana jest ilość i miejsce rozkładania feromonu.

Kluczem do sukcesu jest komunikacja między mrówkami. Podczas marszu z mrowiska do źródeł pożywienia i z powrotem, mrówki rozkładają na ziemi substancje zapachową zwaną *feromonem*, tworząc tym samym *ścieżki feromonowe* [1], [2]. Mrówki potrafią wyczuć feromon i mają tendencję do wybierania z większym prawdopodobieństwem drogi oznaczonej większą ilością feromonu. Jest to rodzaj komunikacji pośredniej zwanej inaczej *stygmergią* [2].

1.1 Wykorzystane algorytmy mrówkowe

Do porównań zostały wytypowane poniższe algorytmy mrówkowe.

Trzy odmiany systemu mrówkowego (AS)

- Density Ant System (DAS) (gęstościowy),
- Quantity Ant System (QAS) (jakościowy),
- Cycle Ant System (CAS) (cykliczny).

W algorytmach gęstościowym i ilościowym feromon jest rozmieszczany zaraz po pokonaniu gałęzi z wierzchołka do kolejnego wierzchołka. Natomiast w algorytmie cyklicznym dodawanie feromonu następuje dopiero po skonstruowaniu całego rozwiązania, a ilość dodawanego feromonu uzależniona jest od jakości uzyskanego wyniku.

- Elitist Ant System (EAS).

To modyfikacja pierwotnego algorytmu mrówkowego, gdzie nadawana jest duża waga najlepszemu znalezionemu dotąd rozwiązaniu i na takiej ścieżce rozściela się dużą ilość feromonu.

- Max-Min Ant System (MMAS).

MAX-MIN Ant System MMAS) wprowadził cztery podstawowe modyfikacje w stosunku do pierwotnego AS:

- Silnie eksploruje się najlepsze rozwiązanie: tylko najlepsza w danej iteracji, lub najlepsza w ogóle, mrówka jest upoważniona do pozostawienia feromonu.

[1] Na przykład, upływ przewidzianego czasu obliczeń, wykonana ustalona liczba iteracji, uzyskanie określonej poprawy rozwiązania.

  - Wprowadza się limity możliwych wartości feromonu na łukach. Oznacza to, że mamy dwie, graniczne wartości limitów feromonu – górną (τ_{max}) i dolną (τ_{min}).
  - Początkowe wartości feromonów są ustalane na poziomie górnej granicy (τ_{max}). W połączeniu z powolnym parowaniem feromonu powoduje to wydłużenie eksploracji, co służy lepszym jej efektom.
  - Jeśli podczas działania algorytmu dojdzie do stagnacji – algorytm zatrzyma się w martwym punkcie – algorytm jest reinicjowany (wartości ilości feromonów na ścieżkach są ustalane na nowo).
- Rank-Based Ant System (AS_{rank}).

Każda mrówka pozostawia tym większą porcję feromonu, im wyższa jest jej pozycja rankingowa (biorąc pod uwagę jakość znalezionego przez nią rozwiązania).

- Ant Colony System (ACS).

Ant Colony System wprowadza kilka zmian w stosunku do standardowego AS:

  - O wiele lepiej wykorzystuje doświadczenie mrówek zdobyte podczas szukania, poprzez bardziej agresywne zasady wyboru drogi
  - Feromon paruje i jest odkładany tylko na krawędziach należących do najlepszej drogi
  - Za każdym razem, gdy dana krawędź jest używana, usuwana jest z niej część feromonu. Powoduje to, wzrost eksploracji alternatywnych ścieżek.
- Ant-Q (AQ).

Jest to algorytm podobny do ACS. Inaczej w nim jest nanoszona początkowa ilość feromonu.

Powyższe algorytmy zastosowano do rozwiązywania zdefiniowanego problemu optymalizacji przydziału.

2 Kryteria oceny skuteczności algorytmów mrówkowych

Próbując porównać ze sobą algorytmy mrówkowe, stajemy przed dylematem: czy bardziej skuteczny jest algorytm, który znajduje jakościowo lepsze rozwiązanie, czy może ten, który odnajduje rozwiązanie gorsze, ale za to w krótkim czasie?

Oczywistym jest, że istotne są oba aspekty – zarówno jakość uzyskanego rozwiązania, jak i czas, który był potrzebny do uzyskania tego rozwiązania. Najlepszym algorytmem byłby zatem taki, który uzyskiwałby idealne rozwiązanie w błyskawicznym czasie. W rzeczywistości musimy zdecydować się na kompromis.

Aby zmierzyć skuteczność algorytmów można użyć następujących miar:

- **Jakość znalezionego rozwiązania** – czyli wartość funkcji oceny najlepszego, znalezionego przez algorytm, rozwiązania przybliżonego. Miara ta jest stosowana w zasadzie zawsze, gdy mowa jest o ocenie skuteczności algorytmu i jest to w pełni uzasadnione.
- **Koszt znalezienia najlepszego rozwiązania** - czyli liczba iteracji, bądź czas procesora potrzebny do uzyskania najlepszego rozwiązania. Oczywiście im algorytm krótszy – tym lepszy.

Ponieważ zdarzają się sytuacje, gdy potrzebne jest rozwiązanie o zadanej jakości, bądź dysponujemy określonym czasem na jego uzyskania, dwie powyższe miary są często poszerzane o dodatkowe:

- **Koszt znalezienia rozwiązania o zadanej jakości** – liczba iteracji, bądź czas procesora, jakie są potrzebne do uzyskania rozwiązania o z góry zadanej jakości. W sytuacji gdy algorytm nie jest w stanie uzyskać rozwiązania o zadanej jakości, wartość tej miary przyjmuje się jako nieskończoność.
- **Jakość uzyskanego rozwiązania po zadanej ilości iteracji** – czyli ocena najlepszego znalezionego rozwiązania, po wykonaniu przez algorytm zadanej liczby iteracji, bądź po upływie zadanego czasu.

W przypadku algorytmów populacyjnych, jakim jest również system mrówkowy, często oprócz najlepszego rozwiązania wprowadza się jeszcze ocenę:

- **Średnie rozwiązanie** - czyli średnia arytmetyczna ocen wszystkich odnalezionych rozwiązań. Miara ta jest bardziej adekwatna niż najlepsze uzyskane rozwiązanie, gdyż algorytmy często zupełnie przypadkowo mogą znaleźć rozwiązanie dobre, a tymczasem badania większości populacji odbywa się gdzieś na uboczu obszaru rozwiązań, daleko poza obszarem rozwiązań suboptymalnych.

Czasami wyniki są uzyskiwane w pierwszej iteracji, a w innych przypadkach - algorytm przeszukuje przestrzeń rozwiązań bardzo długo. Dlatego jakość rozwiązania i szybkość jego uzyskania to za mało, aby ocenić właściwości algorytmów. Niektóre algorytmy mogą odnajdować rozwiązania szybko, ale w zasadzie z przypadkową dokładnością (różną w kolejnych próbach), inne mogą działać dłużej, ale znalezione rozwiązania mogą być zawsze zbliżonej jakości (wyższa stabilność). Aby ocenić takie cechy algorytmów można użyć dwóch pojęć:

- **Intensyfikacja** – inaczej eksploatacja. Jest to pojęcie określające zdolność algorytmu do efektywnego badania obszaru poszukiwań i znajdowania rozwiązań o wysokiej jakości w zawężonym przedziale poszukiwania.
- **Dywersyfikacja** – inaczej eksploracja. Czyli zdolność algorytmu do przechodzenia do niezbadanych obszarów poszukiwań.

W ocenie skuteczności algorytmów trzeba uwzględnić zarówno intensyfikację, jak i dywersyfikację:

- **Liczba kroków pomiędzy lokalnymi minimami** – określa ilość czasu niezbędną do przejścia od jednego suboptymalnego rozwiązania do innego. Często algorytmy heurystyczne utykają w optimum lokalnym, ale potrafią je opuścić w poszukiwaniu optimum globalnego. Miara ta określa ile kroków algorytm potrzebuje do takiego przejścia. Oczywiście, im liczba mniejsza tym dywersyfikacja wyższa.
- **Liczba powtórzeń podczas poszukiwania** – określa czy algorytm wykonuje cykle – czy powraca do odwiedzonych już obszarów poszukiwań. Wysoka wartość tego parametru oznacza wysoką dywersyfikacja. Natomiast niska wartość świadczy o wysokiej intensyfikacji.

Pomocną miarą skuteczności algorytmów mrówkowych jest **entropia**. Opisuje ona dokładność pokrycia przeszukiwanej przestrzeni rozwiązań przez uzyskane do tej chwili rozwiązania. Przyjmuje wartości z zakresu $\langle 0|1\rangle$. Jest maksymalna, gdy prawdopodobieństwo zajść zdarzeń jest takie samo. Przyjmuje wartość 0, gdy prawdopodobieństwo zajścia jakiegoś zdarzenia wynosi 1.

W ogólnej postaci entropię rozpatrujemy jako zależność:

$$H(x) = \sum_{i=1}^{p} p(i) log_r \frac{1}{p(i)} = -\sum_{i=1}^{n} p(i) log_r p(i), \quad (3.3)$$

gdzie:

$p(i)$ - prawdopodobieństwo zajścia zdarzenia i.

Oczywiście, im wyższa wartość entropii, tym dywersyfikacja algorytmu jest wyższa: dla wartości 1 rozwiązania pokrywają równomiernie całą przestrzeń poszukiwań, z kolei dla 0 – sprowadzają się do jednego rozwiązania.

3 Porównanie skuteczności algorytmów mrówkowych

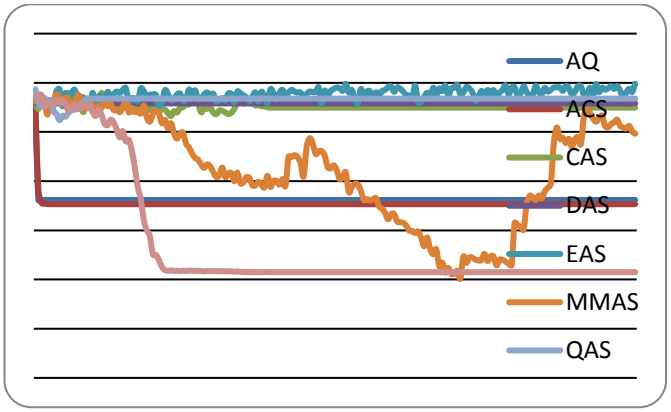
3.1 Jakość uzyskanego najlepszego rozwiązania

W problemie kwadratowego przydziału różnice skuteczności między różnymi algorytmami są istotne. „Zwycięzcą" okazał się algorytm MMAS, a drugie i trzecie miejsce zajęły, odpowiednio, AS_{rank} i EAS. Najgorsze (i to istotnie) są cztery algorytmy: QAS, DAS, ACS i AQ.

Tab. 1. Najlepsze wyniki algorytmów dla problemu kwadratowego przydziału

Lp.	Nazwa algorytmu	Jakość uzyskanego rozwiązania
1	Density Ant System	57.096
2	Quantity Ant System	52.629
3	Ant-Q System	53.235
4	Ant Colony System	53.062
5	Cycle Ant System	50.882
6	Elitist Ant System	50.636
7	Rank-Based Ant System	49.964
8	Max-Min Ant System	49.376

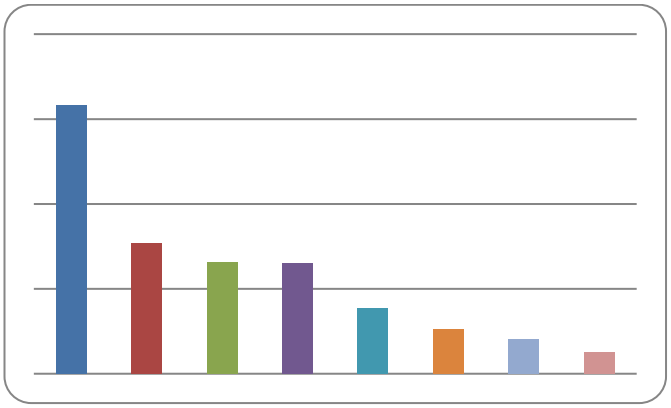
Zauważyć należy, że rozwiązanie uzyskane przez algorytm AS_{rank} powstało już w 35. Iteracji. Algorytm MMAS uzyskał dużo słabsze rozwiązania.. Jednak zarówno algorytm MMAS, jak i algorytm EAS polepszały swoje wyniki do, mniej więcej, 180. iteracji, a dopiero potem następowała ich stabilizacja. Natomiast algorytm AS_{rank} po 35. iteracji nie poprawiał już rozwiązań.



Rys. 1. Średnie wyniki osiągnięte przez poszczególne algorytmy [4]

3.2 Czas uzyskania najlepszego rozwiązania

Najwięcej czasu na wyszukiwanie rozwiązania potrzebuje algorytm MMAS – średnio aż 16 sekund (rys. 2). Nie ma w tym nic dziwnego – wykonać on musi pełne 200 iteracji, a inne algorytmy mogą wcześniej przerwać działanie.



Rys. 2. Średnie czasy wykonywania poszczególnych algorytmów [4]

Algorytm EAS znajduje rozwiązanie w czasie o połowę krótszym. Najszybszy jest algorytm ACS. Dzieje się tak zapewne dlatego, że zarówno odkładanie, jak i parowanie feromonu przebiega tylko na najlepszej drodze znalezionej do tej pory.

Warto zauważyć, że algorytm, który jest w pierwszej trójce najlepszych – AS_{rank} – na rozwiązanie problemu potrzebuje średnio zaledwie 2 sekundy, a jakość jego wyników jest na poziomie algorytmu EAS, który potrzebuje aż czterokrotnie więcej czasu.

3.3. Wnioski

Niewątpliwie najlepszej jakości wyniki uzyskuje algorytm MMAS. Jeśli mamy zatem wystarczającą ilość czasu, aby go uruchomić – będzie to algorytm najlepszy. Jeśli jednak zależy nam na szybkości – najlepszy okaże się algorytm AS_{rank}, który uzyskuje niemalże tak samo dobre wyniki jak MMAS, ale w o wiele krótszym czasie.

Absolutnie nieskuteczne są algorytmy QAS, DAS, Ant-Q i ACS.

3.4. Uzasadnienie uzyskanych wyników

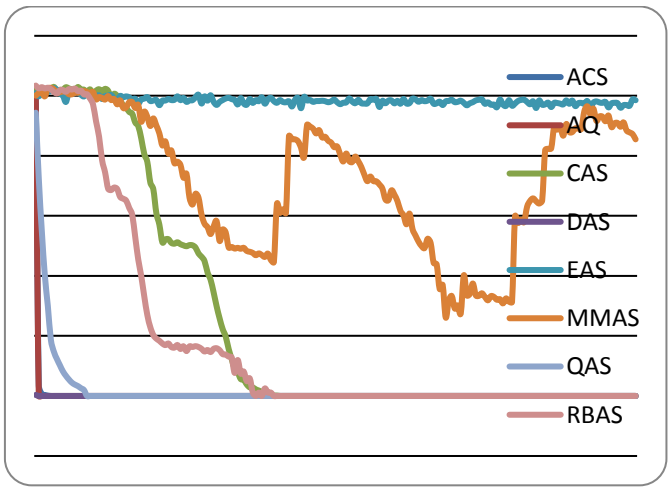
Na rysunku 1. można zaobserwować, że najszybciej ku najlepszemu rozwiązaniu kieruje się algorytm AS_{rank}. Początkowe rozwiązania uzyskane przez MMAS nie są najlepsze, ale dzięki możliwości reinicjalizacji, kolejne przewyższają już te odnalezione przez algorytm AS_{rank}.

Ciekawym zjawiskiem jest też to, że jakość rozwiązań algorytmu CAS oscyluje aż do około 80. iteracji, po czym stabilizują się na rozwiązaniu **nienajlepszym**. Oznacza to, że klasyczne nanoszenie feromonu może nie być najlepszym sposobem.

3.5. Ocena entropii

Zwyczajowo przeszukiwanie przestrzeni rozwiązań przez algorytm MMAS trwa nieprzerwanie. Ciekawe efekty przynosi jednak przyjrzenie się wykresom algorytmów AS_{rank} i CAS.

Algorytm AS_{rank} przeszukuje graf do 80 iteracji, podczas gdy nie uzyskuje poprawy od iteracji ok. 65. Przy czym ostatnie przeszukiwania są mocno zawężone – entropia jest niższa niż 0,05. Jest to mocno intuicyjne: algorytm jest znalazł najlepsze rozwiązanie, ale szuka jeszcze w jego pobliżu być może lepszych opcji.



Rys. 3. Wykres entropii algorytmów dla problemu kwadratowego przydziału

Z kolei algorytm CAS, pomimo braku poprawy od 40 iteracj,i przeszukuje graf jeszcze dosyć intensywnie. Skutkuje to tym, że średnie rozwiązanie uzyskane przez ten algorytm ustala się powyżej najlepszego.

Podsumowanie

Przedstawione wyniki badań wskazują na użyteczność algorytmów mrówkowych w optymalizacji przydziału. Co prawda, algorytmy mrówkowe nie dają gwarancji uzyskania rozwiązania optymalnego,

to jednak zapewniają otrzymanie rozwiązania suboptymalnego (racjonalnego). W sytuacji, gdzie dysponujemy ograniczonym czasem na rozwiązanie problemu optymalizacyjnego, gwarancja zakończenia działania algorytmu i uzyskania racjonalnego, dopuszczalnego rozwiązania, stanowi atrakcyjną alternatywę dla prowadzenia długotrwałych obliczeń i znalezienia rozwiązania niewiele lepszego.

Bibliografia:

1. Boryczka U., Algorytmy optymalizacji mrowiskowej, Wydawnictwo Uniwersytetu Śląskiego, Katowice 2006
2. Dorigo M., Stutzle T., Ant Colony Optimization, Massachusetts Institute of Technology, London 2004
3. Dorigo., Maniezzo V., Colorni A., The Ant System: Optimization by a Colony of Cooperating Agents, IEEE Transactions on Systems, 1996
4. Krajewski T., Porównanie skuteczności wybranych algorytmów mrówkowych, Politechnika Łódzka, Łódź, 2007
5. Mills P., Monitors for GLS and other Meta-heuristics", Department of Computer Science, University of Essex, 2000

Rationalization of the goods flow in a transport network with the use of ant systems

The article is devoted to the problem of the flow of goods in the transport network. Ante algorithms have been used for this purpose. An optimization model based on the problem (Quadratic Assignment Problem - QAS) was built. Eight different ant algorithms were selected. The results of the application of ant algorithms for solving the problem of the flow of goods rationalization are presented and discussed.

Key words: optimization, Quadratic Assignment Problem (QAS), resources allocation, ant system, logistics

Autor:

dr hab. inż. **Zbigniew Świątnicki** – Lotnicza Akademia Wojskowa, Wydział Bezpieczeństwa Narodowego i Logistyki, Instytut Logistyki i Organizacji Transportu, z.swiatnicki@wsosp.pl