

Miron CZERNIEC\*, Jerzy KIEŁBIŃSKI\*\*

## **METODA OBLICZENIOWA TRWAŁOŚCI PRZEKŁADNI ŚLIMAKOWEJ ZE ŚLIMAKIEM EWOLWENTOWYM**

### **CALCULATION METHOD LONGEVITY OF WORM GEAR WITH EVOLVENTARY WORM**

#### **Słowa kluczowe:**

przekładnia ślimakowa ze ślimakiem ewolwentowym, metoda obliczeniowa, trwałość

#### **Key words:**

worm gear with evolventary worm, calculation method, longevity

#### **Streszczenie**

Przedstawiono autorską metodę badania zużywania przekładni ślimakowych ze ślimakiem ewolwentowym. W wyniku rozwiązania numerycznego określono charakter zależności trwałości przekładni od zużycia liniowego zębów ślimacz-

---

\* Politechnika Lubelska, Wydział Mechaniczny, Instytut Technologicznych Systemów Informacyjnych, ul. Nadbystrzycka 36, 20-618 Lublin, tel.: (81) 538-42-76, e-mail: m.czemiec@pollub.pl

\*\* Emeryt – tel.: (81) 443-00-74, e-mail: jotkajot56@wp.pl

nicy. Ustalono prawidłowości zmiany zużycia zębów ślimacznicy wzdłuż zarysu, maksymalnych nacisków stykowych, prędkości poślizgu itp. Przebadano wpływ modułu oraz wskaźnika średnicowego na wskazane parametry.

## WPROWADZENIE

Spośród przekładni mechanicznych przekładnie ślimakowe znajdują różnorakie i szerokie zastosowanie w budowie maszyn. Należą do grupy przekładni zębatych o osiach wchrowatych i ich cechą jest występowanie w zazębieniu tarcia ślizgowego. Spośród kilku rodzajów ślimaków stosowanych w tych przekładniach najbardziej znane są przekładnie ze ślimakiem Archimedesesa oraz ślimakiem ewolwentowym. W literaturze brak jest metod obliczeniowych szacowania trwałości przekładni uwzględniających zużycie powierzchni zęba wzdłuż jego zarysu i oceny stopnia zużycia stopy i głowy zęba. Autorzy niniejszego artykułu opracowali wcześniej metodę obliczeniową uwzględniającą wspomniane aspekty dla przekładni ze ślimakiem Archimedesesa [L. 1]. Metoda ta, jak i przedstawiona niżej dla przekładni ze ślimakiem ewolwentowym, została oparta na badaniach własnych kinetyki zużywania materiałów w warunkach tarcia ślizgowego [L. 2, 3] oraz oszacowania trwałości ewolwentowych przekładni walcowych [L. 3, 4].

## FUNKCJA ZUŻYCIA LINIOWEGO ZĘBÓW ŚLIMACZNICY

Funkcja określająca zużycie liniowe zębów ślimacznicy w trakcie pojedynczego zazębienia ma postać [L. 1]

$$h'_{2j} = \frac{v_j t'_j \left( f p_{j\max}^{(w)} \right)^{m_2}}{C_2 (\tau_{s_2})^{m_2}} \quad (1)$$

gdzie:  $t'_j = 2b_j / v_j$  – czas styku elementów zazębienia w  $j$ -tym punkcie na drodze tarcia o długości  $2b_j$ ,

$2b_j^{(w)} = 2,256 \sqrt{\Theta N' \rho_j / bw}$  – szerokość pola styku według wzoru Hertza,

$v_j$  – prędkość poślizgu w punkcie  $j$  zazębienia na wysokości zwojów ślimaka,

$f$  – współczynnik tarcia ślizgowego,

$C, m$  – wskaźniki odporności na zużycie materiałów w wybranej parze oraz warunkach zużywania, określane w wyniku badań doświadczalnych zgodnie z metodyką [L. 2],

$p_j$  – maksymalne naciski stykowe obliczane według wzoru Hertza:

$$p_{j\max}^{(w)} = 0,564 \sqrt{N' / w \theta \rho_j b} \quad (2)$$

gdzie:  $N'$  – siła międzyzębna,  
 $w$  – liczba par zębów uczestniczących jednocześnie w zazębieniu (przenoszeniu obciążenia),  $\theta = (1 - \mu_1^2) / E_1 + (1 - \mu_2^2) / E_2$  – moduł Kirchoffa,  
 $\mu_k, E_k$  – odpowiednio współczynnik Poissona oraz moduł Younga materiałów kół zębatach,  
 $b$  – szerokość ślimacznicy,  
 $\rho_j$  – zastępczy promień krzywizny w punkcie  $j$  zazębienia:

$$\rho_j = \frac{\rho_{1j} \rho_{2j}}{\rho_{1j} + \rho_{2j}} \quad (3)$$

Promienie krzywizny zarysów zębów w punkcie przyporu dla zwojów ślimaka  $\rho_{1j}$  oraz zębów ślimacznicy  $\rho_{2j}$  określają odpowiednio wzory:

$$\rho_{1j} = - \frac{r_b \operatorname{tg} \alpha_{cj}}{\cos^3 \alpha_{pxj} \operatorname{tg} \gamma_b \cos^2 (\alpha_{cj} + \varepsilon_j)},$$

$$\rho_{2j} = \frac{\rho_{1j} r_2 \sin \alpha_{pxj} + \rho_{1j} e_{\rho Aj} - e_{\rho Aj}^2}{r_2 \sin \alpha_{pxj} + \rho_{1j} - e_{\rho Aj}} \quad (4)$$

Współrzędna  $x$  wzdłuż wysokości zwoju ślimaka zmienia się w granicach  $x_A < x < x_B$ . Odpowiednio (**Rys. 1**)

$$x_A = r_{f1} + 0,2m, \quad x_B = r_{a1} \quad (5)$$

Odcinek zazębienia  $[x_A, x_B]$  należy rozdzielić proporcjonalnie na mniejsze odcinki:

$$x_A = j_A = j_1, \quad x_2 = j_2, \quad x_3 = j_3, \quad \dots, \quad x_B = j_n = j_B.$$

Zużycie zębów ślimacznicy w ciągu jednej godziny oblicza się według wyrazu:

$$\bar{h}_{2j} = 60n_2h'_{2j}, \quad n_2 = n_1 / u \quad (6)$$

gdzie:  $n_2$  – liczba obrotów ślimacznicy na minutę.

Trwałość zazębienia  $t_*$  przekładni dla wybranego zużycia dopuszczalnego  $h_{2*}$  zębów ślimacznicy określa się według wzoru:

$$t_* = \left( h_{2*} / \bar{h}_{2j} \right) \quad (7)$$

Siłę międzyzębną określa niżej podany wzór:

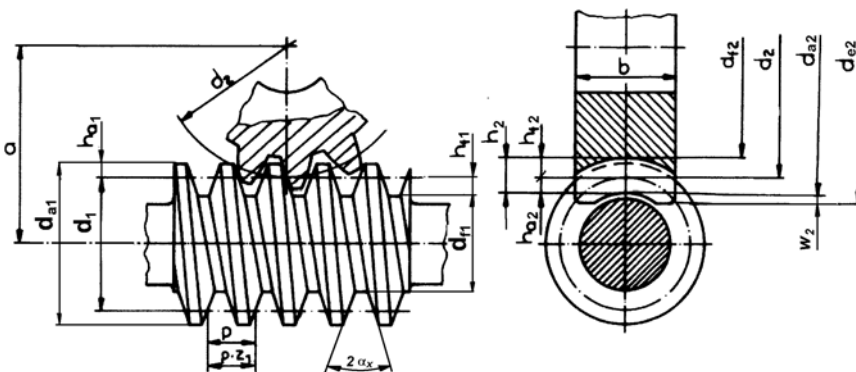
$$N' = \frac{2T}{d_1 \cos \alpha_{pxj} \sin(\gamma + \rho')} \quad (8)$$

gdzie:  $T = 9550 \cdot 10^3 (N / n)$  – moment obrotowy obciążający wał ślimaka,

$\rho' = \arctg (f / \cos \alpha)$  – pozorny kąt tarcia,

$N$  – moc przenoszona przez przekładnię.

## ZALEŻNOŚCI GEOMETRYCZNE W PRZEKŁADNI



Rys. 1. Przekładnia ślimakowa

Fig. 1. Worm gear

$$r_{f_1} = 0,5(d_1 - 2h_{f_1}), \quad h_{f_1} = 1,2m \text{ (dla } \gamma \leq 15^\circ), \quad h_{f_1} = 1,2m_n \text{ (dla } \gamma > 15^\circ);$$

$$\operatorname{tg} \gamma = mz_1 / d_1,$$

$$d_1 = qm;$$

$$r_{a_1} = 0,5(d_1 + 2h_{a_1}), \quad h_{a_1} = m \text{ (dla } \gamma \leq 15^\circ), \quad h_{a_1} = m_n \text{ (dla } \gamma > 15^\circ);$$

$$r_2 = 0,5z_2m, \quad r_2 = 0,5d_2,$$

$$z_2 = uz_1, \quad q = 2(1 + \sqrt{z_2});$$

$$r_b = 0,5d_1 \cos \alpha_c,$$

$$\operatorname{tg} \alpha_c = \operatorname{tg} \alpha_n / \sin \gamma, \quad \alpha_n = \alpha = 20^\circ,$$

$$\alpha_{cj} = \operatorname{arctg} \frac{\sqrt{x^2 - r_b^2}}{r_b}, \quad \alpha_{pxj} = \operatorname{arctg} \left( -\operatorname{tg} \gamma_b \frac{\sqrt{x^2 - r_b^2}}{x} \right),$$

$$\operatorname{tg} \gamma_b = \frac{mz_j}{d_1 \cos \alpha_c}, \quad \varepsilon_j^0 = \frac{180}{\pi} \frac{\sqrt{x^2 - r_b^2}}{r_b},$$

$$e_{pAj} = \frac{r_1 - x}{\sin \alpha_{pxj}}, \quad r_1 = 0,5d_1, \quad b = 2m\sqrt{q+1},$$

- gdzie:  $r_{f_1}$  – promień koła stóp zwojów ślimaka,  
 $d_1$  – średnica podziałowa ślimaka,  
 $h_{f_1}$  – wysokość stopy zwoju ślimaka,  
 $m$  – moduł osiowy zazębienia,  
 $m_n = m \cos \gamma$  – moduł normalny zazębienia,  
 $\gamma$  – kąt wzniosu linii śrubowej zwojów ślimaka na walcu podziałowym,  
 $z_1$  – liczba zwojów (zębów) ślimaka,  
 $q$  – wskaźnik średnicowy,  
 $r_{a_1} = d_{a_1} / 2$  – promień koła głów zwojów ślimaka,  
 $d_{f_1}$  – średnica stóp zwojów ślimaka,  
 $h_{a_1}$  – wysokość głowy zwoju ślimaka,  
 $h_2$  – wysokość zęba ślimacznicy,  
 $h_{a_2}$  – wysokość głowy zębów ślimacznicy,

- $h_{f_2}$  – wysokość stóp zębów ślimacznicy,  
 $d_2$  – średnica podziałowa ślimacznicy,  
 $z_2$  – liczba zębów ślimacznicy,  
 $u$  – liczba przełożenia przekładni,  
 $\alpha = 20^\circ$  – nominalny kąt przyporu,  
 $r_b$  – promień walca zasadniczego zwojów ślimaka,  
 $\alpha_c$  – czołowy kąt przyporu,  
 $\alpha_{cj}$  – czołowy kąt przyporu w punkcie  $j$ ,  
 $\gamma_b$  – kąt wzniosu linii śrubowej zwojów ślimaka na walcu zasadniczym,  
 $\varepsilon$  – współrzędna kątowa dla kroku  $j$ ,  
 $e_{pA}$  – odległość punktu  $j$  od punktu przyporu.

## PRĘDKOŚĆ POŚLIZGU W ZAZĘBIENIU

Sumaryczna prędkość poślizgu w zazębieniu

$$v_j = \sqrt{(v'_j)^2 + (v''_j)^2} \quad (9)$$

gdzie:  $v'_j$  – prędkość poślizgu wskutek ruchu obrotowego ślimaka (składowa śrubowa),

$v''_j$  – prędkość punktu przyporu wzdłuż zarysu zęba (składowa prędkości poślizgu wynikająca z obtaczania zębów).

Odpowiednio [L. 1]

$$v'_j = \frac{\omega_1 x}{\cos \gamma_A}, \quad v''_j = e_{pAj} \omega_2 \quad (9)$$

gdzie:  $\operatorname{tg} \gamma_A = m z_1 / 2x$ ,

$\omega_1 = \pi n_1 / 30$  – prędkość kątowa ślimaka,

$\omega_2 = \omega_1 / u$  – prędkość kątowa ślimacznicy,

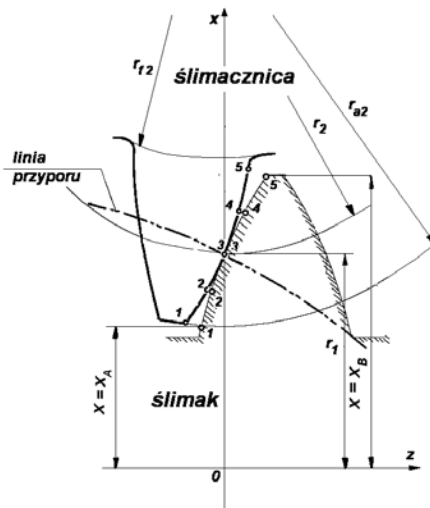
$n_1$  – liczba obrotów ślimaka.

## ROZWIĄZANIE NUMERYCZNE ZAGADNIENIA

Obliczenia numeryczne trwałości przekładni  $t_*$  zostały przeprowadzone dla dopuszczalnego zużycia liniowego zębów ślimacznicy  $h_{2*} = 0,5$  mm. Ponadto przebadano przypadki zazębienia dwu- oraz trójparowego ( $w = 2$  oraz  $w = 3$ ). Obliczenia przeprowadzone zostały przy wykorzystaniu programu opracowanego przez autorów, który umożliwia określanie zużycia liniowego powierzchni zęba w dowolnych punktach jego zarysu.

Do obliczeń numerycznych wybrane zostały następujące parametry dynamiczne, kinematyczne i geometryczne:  $N = 3,5$  kW,  $n_1 = 1410$  obr/min,  $m = 4, 5, 6$  mm,  $z_1 = 2$ ,  $u = 25, 5$ ,  $f = 0,05$ ,  $q = 8, 10, 12$ ; ślimak – stal 45 hartowana (HRC 50), dla której  $E_1 = 2,1 \times 10^5$  MPa,  $\mu_1 = 0,3$ ; wieniec ślimacznicy – brąz CuSn6Zn6Pb6, dla której  $E_2 = 1,1 \times 10^5$  MPa,  $\mu_2 = 0,34$ ;  $C_2 = 7,6 \times 10^6$ ,  $m_2 = 0,88$ ;  $\tau_{s2} = 75$  MPa.

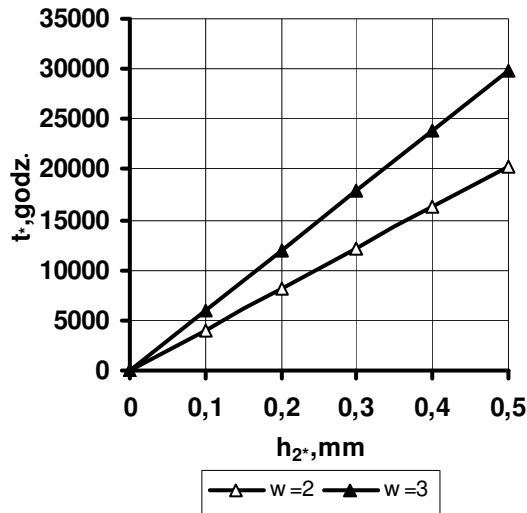
Na osi poziomej wykresów (poza **Rys. 2** i **Rys. 7**) oznaczone są kolejne punkty przyporu  $j$  położone na zarysie zęba ślimacznicy (**Rys. 2**). Odpowiadające im punkty na zarysie zęba ślimaka mają współrzędne  $x$  podane niżej. I tak: w przypadku  $j = 1 \rightarrow x = x_A = 18$  mm (wejście w zazębienie),  $j = 2 \rightarrow x = 20$  mm,  $j = 3 \rightarrow x = 22$  mm,  $j = 4 \rightarrow x = 24$  mm,  $j = 5 \rightarrow x = x_B = 26$  mm (wyjście z zazębienia).



**Rys. 2.** Położenie punktów styku na zarysach zębów ślimaka i ślimacznicy

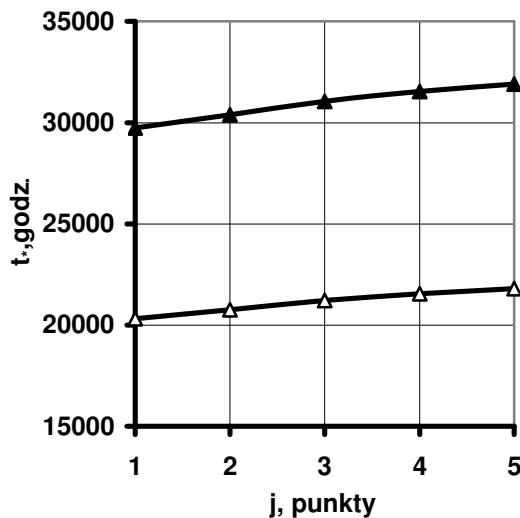
Fig. 2. The position of contact points on the profiles of worm and cogs wheel

Wyniki obliczeń są podane na **Rys. 3–11**. Do prezentacji wyników obliczeń przedstawionych na **Rys. 3–6** wybrany moduł  $m = 6$  mm oraz wskaźnik średnicowy  $q = 8$ . Legendy na **Rys. 4–6** są identyczne z **Rys. 3**.



**Rys. 3.** Minimalna trwałość zębów ślimacznicy

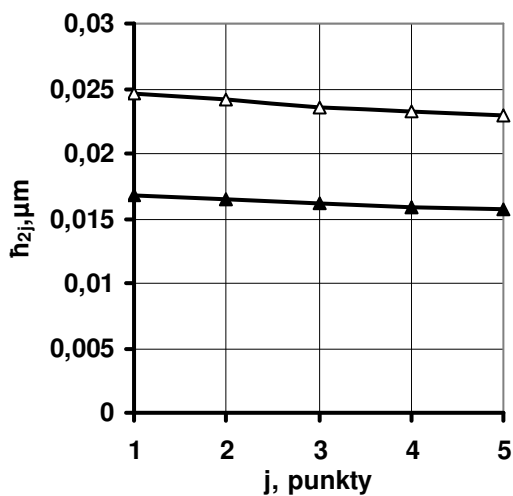
Fig. 3. Minimal longevity of cogs wheel



**Rys. 4.** Trwałość zębów ślimacznicy wzdłuż zarysu

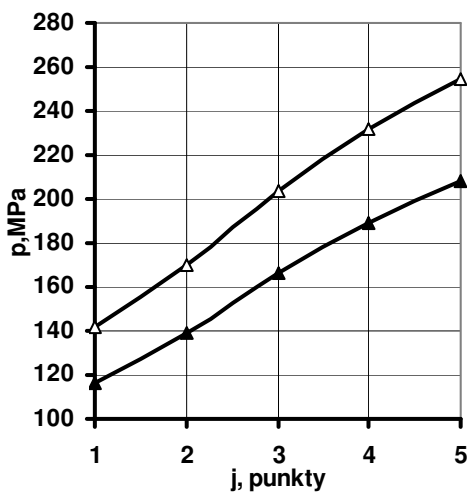
Fig. 4. Longevity of cogs wheel along profile





Rys. 5. Zużycie liniowe powierzchni zarysu zęba w ciągu 1 godziny

Fig. 5. Linear wear of profile surface of cog during 1 hour work

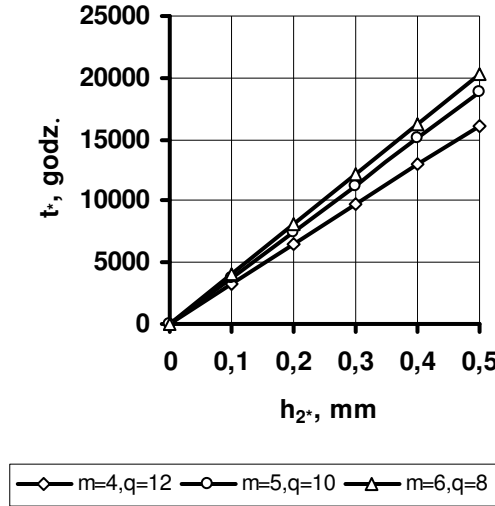


Rys. 6. Maksymalne naciski stykowe

Fig. 6. Maximal contact pressures

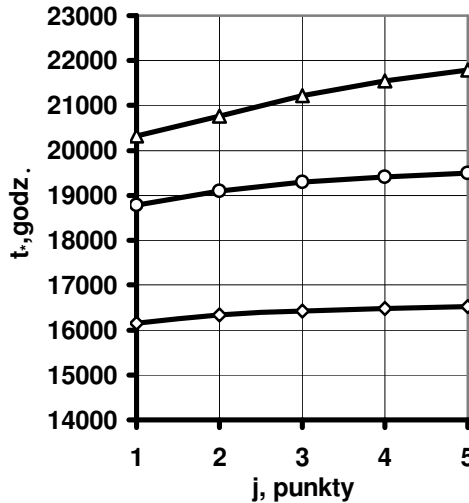
Trwałość zębów liniowo zależy od zużycia. Zużycie zębów ślimacznicy nieznacznie zmniejsza się od ich głowy ku stopie. Natomiast maksymalne naciski stykowe osiągają wartości największych przy stopie zębów.

Na Rys. 7–12 podano wyniki badań wpływu modułu przekładni  $m$  oraz wskaźnika średnicowego  $q$  na trwałość, zużycie, naciski stykowe, zastępczy promień krzywizny, prędkość poślizgu. Legendy na Rys. 8–12 są identyczne z Rys. 7.



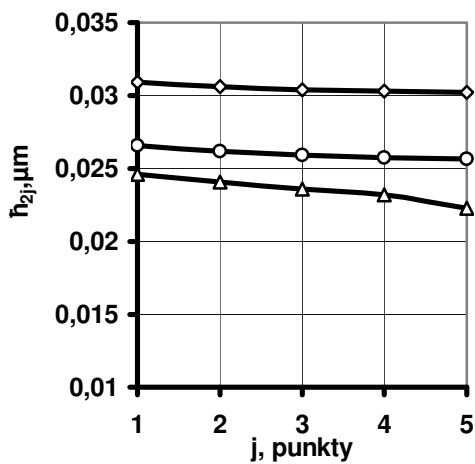
Rys. 7. Minimalna trwałość zębów ślimacznicy

Fig. 7. Minimal longevity of cogs wheel



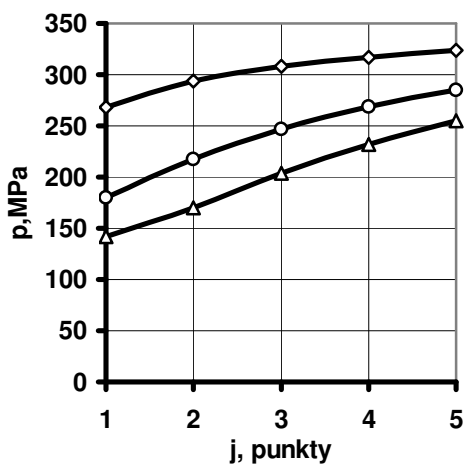
Rys. 8. Trwałość zębów ślimacznicy wzdłuż zarysu

Fig. 8. Longevity of cogs wheel along profile



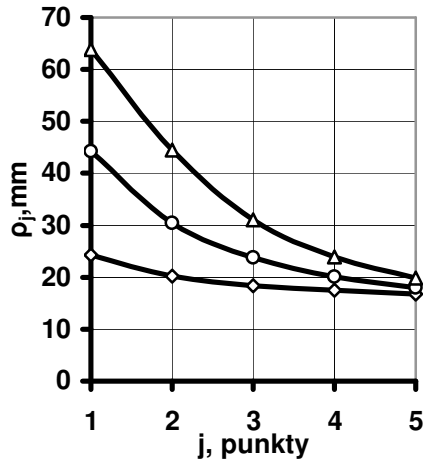
Rys. 9. Zużycie liniowe powierzchni zarysu zęba w ciągu 1 godziny

Fig. 9. Linear wear of profile surface of cog during 1 hour work

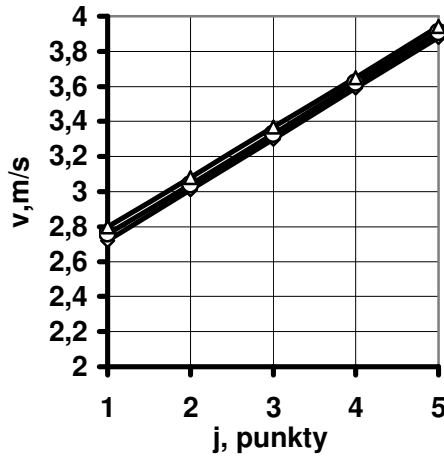


Rys. 10. Maksymalne naciski stykowe

Fig. 10. Maximal contact pressures



**Rys. 11.** Zastępczy promień krzywizny współpracujących zarysów  
 Fig. 11. Summary radius of flexure of cogs interacting profiles



**Rys. 12.** Prędkość poślizgu w zazębieniu przekładni  
 Fig. 12. Sliding velocity in gear hooking

## WNIOSKI

1. Trwałość zębów ślimacznicy zwiększa się wprost proporcjonalnie do ich dopuszczalnego zużycia  $h_{2*}$  (**Rys. 3**).
2. Minimalna trwałość zębów ślimacznicy występuje na wejściu w zazębienie czyli przy ich głowie (**Rys. 4**).

3. Zużycie zębów ślimacznicy maleje w nieznacznym stopniu w kierunku od głowy ku stopie zęba (**Rys. 5**).
4. W przypadku zazębienia trójparowego trwałość wzrasta prawie o 50% w stosunku do zazębienia dwuparowego (**Rys. 4**), a zużycie maleje około 50% (**Rys. 5**).
5. Obserwuje się wzrost maksymalnych nacisków stykowych w miarę wchodzenia zębów ślimacznicy w zazębienie. Największe ich wartości występują przy wyjściu zęba z zazębienia (**Rys. 6**).
6. Wpływ wartości modułu  $m$  i wskaźnika średnicowego  $q$  ustalano dla zbliżonych wartości średnicy podziałowej ślimaka  $d_1 = m q = 48...50$  mm.
7. Wzrost modułu przy jednoczesnym zmniejszeniu wskaźnika średnicowego powoduje odpowiednio:
  - zwiększenie trwałości zębów ślimacznicy (**Rys. 7, 8**),
  - zmniejszenie zużycia (**Rys. 9**),
  - obniżenie poziomu maksymalnych nacisków stykowych (**Rys. 10**),
  - zwiększenie zastępczego promienia krzywizny zarysów – bardzo znaczące na wejściu w zazębienie oraz nieznaczące na wyjściu z zazębienia (**Rys. 11**),
  - nieznaczną zmianę prędkości poślizgu we wszystkich punktach zazębienia (**Rys. 12**).

## LITERATURA

1. Czerniec M., Kiełbiński J.: Metoda badania przekładni ślimakowej ze ślimakiem Archimedesza. Tribologia №3, (2009), s. 31–40.
2. Czerniec M.: Wytrzymałość stykowo-tarciowa oraz trwałość systemów tribotechnicznych ślizgowych. Wyd. Politechniki Lubelskiej, 2000.
3. Czerniec M., Kiełbiński J.: Prognozowanie trwałości tribologicznej kół zębatych walcowych ewolwentowych. Wyd. Politechniki Lubelskiej, 2003.
4. Czerniec M., Kiełbiński J.: Analiza wpływu pochylenia linii zębów w przekładni walcowej ewolwentowej na zużycie, naciski stykowe oraz prędkość poślizgu. Tribologia №5, (2008), s. 21–30.

## Summary

**The author's investigation method of kinetics wear of worm gear with evolventary worm has been presented. As a result of quantitative solution the character of dependence of gear longevity from linear wear of worm wheel has been defined. Regularity changes of cogs wear along profiles, maximal contact pressures, sliding velocity etc have been established. An influence of module and average coefficient on parameter of coefficient has been investigated.**