

Zygmunt Lech WARSZA¹, Adam IDŹKOWSKI²

¹ PRZEMYSŁOWY INSTYTUT AUTOMATYKI I POMIARÓW, Warszawa

² POLITECHNIKA BIAŁOSTOCKA, WYDZIAŁ ELEKTRYCZNY

Opisy dokładności układu oczka 4R zasilanego klasycznie oraz dwuprądowo jako przetwornika rezystancji w pomiarach dwuparametrowych (2D)

Doc. dr inż. Zygmunt Lech WARSZA

Studia 1959, doktorat 1967 i praca 1960-70 na Wydz. Elektrycznym Politechniki Warszawskiej oraz w Instytucie Elektrotechniki 1958-63. Docent od 1970. Zorganizował i prowadził: Wydział Transportu Pol. Świętokrzyskiej 1970-76, Ośrodek Aparatury Pomiarowej IMGW 1978-81, Zakład Techniki Pomiarowej Instytutu Chemii Przemysłowej 1983-91. Obecnie: główny specjalista w Przemysłowym Instytucie Automatyki i Pomiarów PIAP Warszawa. Autor około 160 publikacji, 4 monografii, kilku-dziesięciu prac badawczych.



e-mail: zlw@op.pl

Dr inż. Adam IDŹKOWSKI

Ukończył studia magisterskie w 2001 r. na kierunku elektronika i telekomunikacja na Wydziale Elektrycznym Politechniki Białostockiej. W 2013 r. uzyskał tytuł doktora w dyscyplinie elektrotechnika, specjalność metrologia i systemy pomiarowe. Jest adiunktem w Katedrze Elektrotechniki Teoretycznej i Metrologii. Jego zainteresowania obejmują komputerowe systemy pomiarowe, mostki pomiarowe, inżynierię biomedyczną. Jest autorem (współautorem) 45 publikacji.



e-mail: a.idzkowski@pb.edu.pl

Streszczenie

Rozpatrzono zastosowania układu czterech rezystancji (4R) połączonych w oczko w pomiarach dwuparametrowych (2D) jako przetwornika różnych kombinacji przyrostów tych rezystancji na dwa napięcia wyjściowe, jako odchyłowego mostka sensorowego przy zasilaniu klasycznym, prądowym lub napięciowym oraz przy zasilaniu niekonwencjonalnym dwuprądowym - równoległe do ramion przeciwnych. Podano zracjonalizowane iloczynowe postacie funkcji rozwarciowych współczynników przetwarzania tych układów oraz wzory dla propagacji ich błędów przy dowolnych przyrostach rezystancji ramion układu z wyodrębnieniem składników dla stanu początkowego i dla funkcji przetwarzania. Jako przykład, przy obu rodzajach zasilania prądowego układu 4R o jednakowych rezystancjach początkowych, przedstawiono i porównano przebiegi funkcji błędów granicznych dla względnych zmian dwu sąsiednich rezystancji.

Słowa kluczowe: przetwornik, mostek rezystancyjny, błąd, niepewność.

Description of the accuracy of conventional and double current supplied 4R mesh circuit as resistance converter in 2D measurements

Abstract

The single mesh circuit of arbitrary variable four arm resistances (4R), as primary converter of different combinations of their increments to two output voltages is considered. This 4R circuit can be supplied conventionally from current or voltage source as the deflection sensor bridge or supplied unconventionally by two current sources parallel to opposite arms. Functions of circuit transfer coefficients in 2D measurements by both type of supply and input resistance in rationalized forms for the unloaded outputs are given. Their error propagation formulas and limit errors in rationalized double component forms for zero error and increment error are found. As the example, limit errors of 4R circuit of similar initial resistances and of two arbitrary changed adjacent arms as functions of related resistance increments for both types of current supply, are presented in figures and compared.

Keywords: converter, resistance bridge, accuracy, error, uncertainty.

1. Wstęp

Czujniki rezystancyjne są najbardziej rozpowszechnionymi analogowymi czujnikami parametrycznymi. Wymagają one przetwarzania jednego lub kilku skojarzonych ze sobą przyrostów rezystancji czujnika na sygnał w postaci napięcia lub prądu, który następnie można przetworzyć na postać cyfrową [1-2]. W pomiarach jednoparametrowych z czujnikami rezystancyjnymi, jako przetworniki służące do wytworzenia i wstępnego analogowego kondycjonowania sygnałów na wejściu toru pomiarowego stosuje się niezrównoważone mostki rezystancyjne, omówione szczegółowo w [3]. Przy odpowiednio sprzężonych przyrostach rezystancji w dwu, lub czterech ramionach, ich charakterystyka jest

liniowa. Mostki te są preferowane w pomiarach dynamicznych, gdyż przenoszą szerokie pasmo częstotliwości i nawet przy dużych zmianach rezystancji ramion napięcie wyjściowe nie nasycy się.

Występuje też w praktyce konieczność pomiaru dwu wielkości (2D), które wpływają równocześnie, ale w różny sposób, na parametry kilku elementów czujnika. Umożliwiają to układy, na których zaciskach mierzy się dwa różne parametry, bądź kolejno, bądź równocześnie na dwu wyjściach, np. mostki kaskadowe [4] oraz mostki dwuprądowo zasilane niekonwencjonalnie (2J) i o przełączanym źródle (2xJ) [3], omówione szczegółowo w [4].

Do opisu dokładności urządzeń pomiarowych, jako miary stosuje się błędy systematyczne i błędy graniczne dla najgorszego ich przypadku oraz błędy przypadkowe, zaś do opisu dokładności wyniku pomiarów zestawem przyrządów - niepewność rozszerzoną. Wyznacza się ją według Przewodnika GUM ISO. W tej analizie wymagane jest też oszacowanie niepewności typu B przetwornika wejściowego na podstawie jego błędów granicznych.

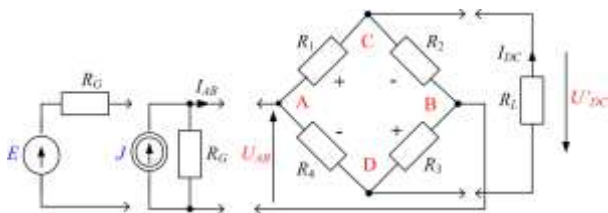
W literaturze rozpatruje się zwykle dokładność układów pomiarowych tylko z poszczególnymi rodzajami czujników i dla pomiarów pojedynczej wielkości (1D) [1, 2]. W niniejszej pracy wykorzystano opis ogólny dla dowolnych przyrostów względnych rezystancji czujnika o jednym, dwu- i czterech elementach zmiennych jako gałęziach jednooczkowego układu 4R [4]. Jako miary dokładności współczynników przetwarzania tego układu podane są błędy bieżące i graniczne w funkcji dowolnych wartości przyrostów jego rezystancji i ich miar dokładności dla jednej (1D) lub dwu (2D) mierzonych równocześnie wielkości i różnych sposobów zasilania: klasycznego, tj. tak jak mostków - dołączonego do przekątnej układu 4R, oraz niekonwencjonalnego - z dwu jednakowych źródeł prądowych dołączonych równoległe do gałęzi przeciwnych (układ 2J), lub jednego przełączanego źródła (2xJ) [3], (4). Miary dokładności obu rodzajów układu przedstawione są w postaci dwuskładnikowej [5-6], tj. podobnie jak dla woltomierzy cyfrowych,

2. Mostek rezystancyjny jako przetwornik R/U w pomiarach dwuparametrowych

Na rys. 1 podano schemat rezystancyjnego jednooczkowego układu 4R pracującego jako czwórnik typu X, czyli jako klasyczny niezrównoważony czteroramienny mostek rezystancyjny (4R). Układ ten przetwarza kombinację przyrostów rezystancji gałęzi R_i na napięcie U'_{DC} . Również jego rezystancja wejściowa R_{AB} i wyjściowa R_{CD} zależą od tych przyrostów.

Dla idealnego zasilania prądowego $I_{AB}=J$, ($R_G \rightarrow \infty$), lub napięciowego $U_{AB}=E$, ($R_G=0$) i przy $R_L \rightarrow \infty$ w tabeli 1 przedstawiono wzory dla rozwarciowych współczynników przetwarzania r_{21} i k_{21} tego układu przy dowolnych zmianach rezystancji $R_i=R_{i0}(1+\varepsilon_i)$, jego ramion (gdzie $i = 1, 2, 3, 4$) [4]. Znamionowe wartości początkowe R_{i0} tych rezystancji spełniają warunek równowagi ukła-

du $U_{DC}^{\prime} = 0$. Gdy jedna lub kilka rezystancji ramion mostka są elementami czujnika zależnymi od wielkości mierzonej, to przy stałym zasilaniu układ z rys. 1 jest przetwornikiem kombinacji ich przyrostów na wyjściowe napięcie rozwarciowe U_{DC}^{∞} .



Rys. 1. Układ jednooczkowy 4R zasilany klasycznie - po przekątnej, czyli niezrównoważony mostek klasyczny, jako przetwornik zmian rezystancji R_i na napięcie U_{DC}^{∞}

Fig. 1. Wheatstone bridge supplied by current or voltage source

Tab. 1. Rozwarcie współczynniki przetwarzania r_{21} i k_{21} oraz rezystancja wejściowa R_{AB}^{∞} mostka klasycznego zasilanego prądowo i napięciowo

Tab. 1. Open-circuit transfer functions r_{21} , k_{21} , and input resistance R_{AB}^{∞} of the 4R bridge supplied by current or voltage source in classic way

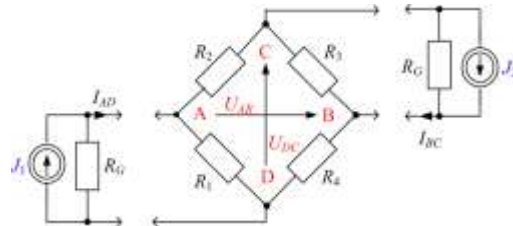
Zasilanie prądowe J , ($R_G \rightarrow \infty$)	
$U_{DC} \rightarrow U_{DC}^{\infty} = I_{AB} r_{21}$	
$r_{21} \equiv \frac{U_{DC}^{\infty}}{I_{AB}} = \frac{R_1 R_3 - R_2 R_4}{\sum R_i} \equiv t_0 f(\epsilon_i)$	
$t_0 \equiv \frac{m n R_{10}}{(1+m)(1+n)}$	$f(\epsilon_i) = \frac{\Delta L(\epsilon_i)}{1 + \epsilon_{\Sigma R}} \quad \epsilon_{\Sigma R} = \frac{\epsilon_1 + m \epsilon_2 + n(\epsilon_4 + m \epsilon_3)}{(1+m)(1+n)} \quad m, n > 0$
Zasilanie napięciowe E , ($R_G=0$)	
$U_{DC}^{\prime} \rightarrow U_{DC}^{\infty} = U_{AB} k_{21}$	
$k_{21} \equiv \frac{U_{DC}^{\infty}}{U_{AB}} = \frac{R_1 R_3 - R_2 R_4}{(R_1 + R_2)(R_3 + R_4)} \equiv k_0 f_E(\epsilon_i)$	
$k_0 \equiv \frac{m}{(1+m)^2}$	$f_E(\epsilon_i) \equiv \frac{\Delta L(\epsilon_i)}{(1+\epsilon_{12})(1+\epsilon_{34})} \quad \epsilon_{12} \equiv \frac{\epsilon_1 + m \epsilon_2}{1+m} \quad \epsilon_{34} \equiv \frac{\epsilon_4 + m \epsilon_3}{1+m} \quad m > 0$
Warunek równowagi: $R_{10} R_{30} = R_{20} R_{40}$	
gdzie: $R_i = R_{i0}(1+\epsilon_i)$, $R_{20} = m R_{10}$, $R_{40} = n R_{10}$, $R_{30} = m n R_{10}$	
$\epsilon_i = [\epsilon_1, \epsilon_2, \epsilon_3, \epsilon_4]^T$, $\Delta L(\epsilon_i) = \epsilon_1 - \epsilon_2 + \epsilon_3 - \epsilon_4 + \epsilon_1 \epsilon_3 - \epsilon_2 \epsilon_4$	
Rezystancja wejściowa rozwarciowa R_{AB}^{∞}	
jej wartość początkowa R_{AB0} i przyrost względny ϵ_{AB} :	
$R_{AB}^{\infty} = \frac{(R_1 + R_2)(R_4 + R_3)}{\sum R_i} = R_{AB0}(1 + \epsilon_{AB})$	
$R_{AB} = R_{10} \frac{(1+m)n}{1+n}$,	$\epsilon_{AB} = \frac{1}{1 + \epsilon_{\Sigma R}(\epsilon_i)} \left(\frac{n \epsilon_{12} + \epsilon_{43}}{1+n} + \epsilon_{12} \epsilon_{43} \right)$

W pomiarach dwuparametrowych (2D) można też ponadto zmierzyć zmiany wejściowego napięcia U_{AB} dla zasilania prądowego J , lub prądu I_{AB} dla zasilania napięciowego E , spowodowane przyrostem rezystancji wejściowej R_{AB}^{∞} . Wymaga to rozbudowy podstawowego układu 4R, np. do postaci mostka kaskadowego (mostek w mostku). Aby tego uniknąć zaproponowano rozwiązanie alternatywne [3] poprzez zmianę sposobu zasilania układu 4R.

3. Układ 4R zasilany z dwóch źródeł prądowych jako przetwornik R/U

Na rys. 2 przedstawiono ideę jednooczkowego układu 4R o zasilaniu niekonwencjonalnym - dwuprądowym, podaną przez jednego z autorów [3, 4]. Dla tego typu układów zaproponowano nazwę mostek dwuprądowy i symbol 2J. Ma on dwa wyjścia napięciowe U_{AB} , U_{CD} . W Tabeli 2 podano wzory dla przypadku, gdy prądy źródeł zasilających są jednakowe i wynoszą $J_1 = J_2 = J$.

Rozwarcie współczynniki przetwarzania (r_{AB} , r_{CD}) różnie zależą od rezystancji układu 4R. Ich warunki równowagi - to równość iloczynów rezystancji ramion przyległych do wyjścia.



Rys. 2. Zasada działania dwuwyjściowego przetwornika rezystancji - układ jednooczkowy 4R niekonwencjonalnie zasilany z dwu jednakowych źródeł prądowych $J_1 = J_2 = J$, nazwany mostkiem dwuprądowym (2J)

Fig. 2. Idea of two output resistance converter - 4R single mesh circuit unconventionally supplied by two current sources - named as double bridge (2J)

Tab. 2. Rozwarcie współczynniki przetwarzania r_{AB} , r_{CD} mostka dwuprądowego (dla $J_1 = J_2 = J$, $R_G \rightarrow \infty$, $R_L \rightarrow \infty$)

Tab. 2. Open-circuit transfer functions r_{AB} , r_{CD} of the unconventionally supplied 4R circuit (if $J_1 = J_2 = J$, $R_G \rightarrow \infty$, $R_L \rightarrow \infty$)

Zasilanie dwuprądowe 2J, ($R_G \rightarrow \infty$)	
Warunki równowagi:	
a) nierównocześnie	
$r_{AB0} = 0$ $R_{10} \cdot R_{40} = R_{20} \cdot R_{30}$	lub $r_{CD0} = 0$ $R_{10} \cdot R_{20} = R_{30} \cdot R_{40}$
$R_{30} = (m/n) R_{10}$	dla $R_{20} = m R_{10}$, $R_{40} = n R_{10}$ $R_{30} = (n/m) R_{10}$
b) równocześnie: dla $n=1/m$	
$R_{20} = m R_{10}$, $R_{40} = (1/m) R_{10}$ $R_{30} = R_{10}$	
$r_{AB} \equiv \frac{U_{AB}}{J} = \frac{R_1 R_3 - R_2 R_4}{\sum R_i} \equiv r_0' f'(\epsilon_i)$	
$t_0' \equiv \frac{m n R_{10}}{(m+n)(1+m)}$	$f'(\epsilon_i) = \frac{\Delta L'(\epsilon_i)}{1 + \epsilon'_{\Sigma R}} \quad \epsilon'_{\Sigma R} = \frac{m(m \epsilon_2 + \epsilon_1) + n(m \epsilon_4 + \epsilon_3)}{(m+n)(1+m)}$
$\Delta L'(\epsilon_i) = \epsilon_1 - \epsilon_2 - \epsilon_3 + \epsilon_4 + \epsilon_1 \epsilon_4 - \epsilon_2 \epsilon_3 \quad m, n > 0$	
$r_{CD} \equiv \frac{U_{CD}}{J} = \frac{R_1 R_2 - R_3 R_4}{\sum R_i} \equiv r_0'' f''(\epsilon_i)$	
$t_0'' \equiv \frac{m n R_{10}}{(m+n)(1+n)}$	$f''(\epsilon_i) = \frac{\Delta L''(\epsilon_i)}{1 + \epsilon''_{\Sigma R}} \quad \epsilon''_{\Sigma R} = \frac{m(n \epsilon_2 + \epsilon_3) + n(n \epsilon_4 + \epsilon_1)}{(m+n)(1+n)}$
$\Delta L''(\epsilon_i) = \epsilon_1 + \epsilon_2 - \epsilon_3 - \epsilon_4 + \epsilon_1 \epsilon_2 - \epsilon_3 \epsilon_4 \quad m, n > 0$	

Jeśli wszystkie rezystancje początkowe R_{i0} są jednakowe, to równowaga zachodzi zarówno w mostku przy zasilaniu klasycznym, jak i dla obu przekątnych mostka 2J z rys. 2 przy zasilaniu z dwu jednakowych źródeł prądowych $J_1 = J_2 = J$, lub też przy przełączeniu pojedynczego źródła J między przeciwległymi ramionami mostka - dla sumy napięć na każdej z przekątnych. W pomiarach dwuparametrowych (2D) wykorzystuje się napięcia obu przekątnych jako różne funkcje przyrostów rezystancji ramion układu 4R. Układ 2J został zweryfikowany eksperymentalnie [7].

4. Dokładność mostków 4R o jednakowych rezystancjach R_{i0}

Względny błąd bieżący δ_{Ri} rezystancji $R_i = R_{i0}(1+\epsilon_i)$ czujnika można przedstawić za pomocą błędów początkowego δ_{i0} (dla nominalnej wartości R_{i0}) oraz względnego błęd δ_{ϵ_i} przyrostu ϵ_i jako

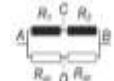
$$\delta_{Ri} \equiv \frac{\Delta_i}{R_i} = \delta_{i0} + \frac{\Delta_{\epsilon_i}}{1 + \epsilon_i} = \delta_{i0} + \frac{\epsilon_i}{1 + \epsilon_i} \delta_{\epsilon_i}, \quad (1)$$

$$\delta_{r_{21}} \equiv \delta_{210} + f(\epsilon_i) \cdot \delta_{r_{21r}} \quad (2)$$

Stąd, dla współczynnika przetwarzania r_{21} mostka 4R z tab. 1 wynikają błędy bieżące oraz nierówności dla błędów granicznych $|\delta r_{21}|$ i niepewności standardowych $\bar{\delta}_{r_{21}}$ [4-6].

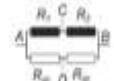
Tab. 3. Błędy bieżące i graniczne rozwarciowych współczynników przetwarzania r_{21} , k_{21} i rezystancji wejściowej R_{AB}^{∞} układu 4R zasilanego klasycznie prądowo lub napięciowo

Tab. 3. Running and limited errors of the transfer functions r_{21} , k_{21} and input resistance R_{AB}^{∞} of the classical 4R bridge supplied by current or voltage source

Zmienne R_1, R_2  $R_1=R_{10}(1+\epsilon_1)$ $R_2=R_{10}(1+\epsilon_2)$ $R_3=R_4=R_{10}$ $R_{10}R_{30}=R_{20}R_{40}$ $r_{21}=R_{10}\frac{\epsilon_1+\epsilon_2}{4+\epsilon_1+\epsilon_2}$ $k_{21}=\frac{\epsilon_1\epsilon_2}{2(1+\epsilon_1\epsilon_2)}$ $\epsilon_{AB}=\frac{\epsilon_1+\epsilon_2}{4+\epsilon_1+\epsilon_2}$ $\epsilon_1>\epsilon_2; (\epsilon_1, \epsilon_2)\geq 1$	błędy rezystancji dowolne		J
	$ \delta_{r_{21}} = \frac{1}{(1+0,25(\epsilon_1+\epsilon_2))^2} [(1+\epsilon_1)(1+0,5\epsilon_2)\delta_{10} - (1+\epsilon_2)(1+0,5\epsilon_1)\delta_{20} - (1+\epsilon_1)(1+0,25(\epsilon_1+\epsilon_2)) - 0,25(\epsilon_1-\epsilon_2)] \delta_m + (1+\epsilon_2)(1+0,25(\epsilon_1+\epsilon_2)) + 0,25(\epsilon_1-\epsilon_2) \delta_m + (1+0,5\epsilon_2)\epsilon_1\delta_{11} - (1+0,5\epsilon_1)\epsilon_2\delta_{22}$		$\delta_{r_{21r}} = \frac{1}{(1+0,25(\epsilon_1+\epsilon_2))(\epsilon_1-\epsilon_2)} [0,5\epsilon_1(1+\epsilon_2)\delta_{10} - 0,5\epsilon_2(1+\epsilon_1)\delta_{20} + 0,5\epsilon_1(1+0,5(\epsilon_1+\epsilon_2))\delta_{30} - 0,5\epsilon_2(1+0,5(\epsilon_1+\epsilon_2))\delta_{40} + (1+0,5\epsilon_1)(1+0,5\epsilon_2)\delta_m + (1+0,5\epsilon_2)\epsilon_1\delta_{11} - (1+0,5\epsilon_1)\epsilon_2\delta_{22}]$
$ \delta_{r_{21}} = \frac{1}{(1+0,25(\epsilon_1+\epsilon_2))} [(4+3(\epsilon_1+\epsilon_2)+\epsilon_1\epsilon_2+0,25(\epsilon_1+\epsilon_2)^2) \delta_0 + (\epsilon_1 + \epsilon_2 + \epsilon_1\epsilon_2) \delta_1]$		$ \delta_{r_{21r}} = \frac{1}{(1+0,25(\epsilon_1+\epsilon_2)) \epsilon_1-\epsilon_2 } [(\epsilon_1 + \epsilon_2 +\epsilon_1\epsilon_2+0,25(\epsilon_1+\epsilon_2)^2) \delta_0 + (\epsilon_1 + \epsilon_2 + \epsilon_1\epsilon_2) \delta_1]$	
błędy R_i dowolne		E	
$\delta_{r_{21}} = \frac{-(1+\epsilon_1)(1+\epsilon_2)}{(1+0,5(\epsilon_1+\epsilon_2))^2} [(\delta_{10}-\delta_{20}) + (1+0,5(\epsilon_1+\epsilon_2))\epsilon_1\delta_{11} - (1+0,5(\epsilon_1+\epsilon_2))\epsilon_2\delta_{22}] + \delta_{30} - \delta_{40}$		$\delta_{r_{21r}} = \frac{1}{(1+0,5(\epsilon_1+\epsilon_2))(\epsilon_1-\epsilon_2)} [0,25(\epsilon_1+\epsilon_2)^2(\delta_{30}-\delta_{40}) + (1+\epsilon_1)(1+0,5(\epsilon_1+\epsilon_2))\epsilon_1\delta_{11} - (1+\epsilon_2)(1+0,5(\epsilon_1+\epsilon_2))\epsilon_2\delta_{22}]$	
$ \delta_{r_{21}} = \frac{2(1+\epsilon_1)(1+\epsilon_2)}{(1+0,5(\epsilon_1+\epsilon_2))^2} [\delta_0 + 1+0,5(\epsilon_1+\epsilon_2) \Delta_1] + 2 \delta_0 $		$ \delta_{r_{21r}} = \frac{1}{(1+0,5(\epsilon_1+\epsilon_2)) \epsilon_1-\epsilon_2 } [0,5(\epsilon_1+\epsilon_2)^2 \delta_0 + 2(1+\epsilon_1)(1+0,5(\epsilon_1+\epsilon_2)) \Delta_2]$	
błędy R_i dowolne		R_{AB}	
$R_{AB}^{\infty} = R_{AB0}(1+\epsilon_{AB}) = R_{10} [1 + \frac{0,25(\epsilon_1+\epsilon_2)}{1+0,25(\epsilon_1+\epsilon_2)}]$		$ \delta_{R_{AB}} = \delta_{R_{AB0}} + \frac{\epsilon_{AB}}{1+\epsilon_{AB}} \delta_{\epsilon_{AB}} $	
$ \delta_{R_{AB}} = 0,25 \sum_{i=1}^4 \delta_{R_i} + \frac{0,25(\epsilon_1+\epsilon_2)}{1+0,25(\epsilon_1+\epsilon_2)} \left[\frac{\epsilon_1}{ \epsilon_1+\epsilon_2 } \delta_{\epsilon_1} + \frac{\epsilon_2}{ \epsilon_1+\epsilon_2 } \delta_{\epsilon_2} \right]$		$R_{AB0} = R_{10}, \quad \delta_{\epsilon_{AB}} = \frac{0,5(\epsilon_1+\epsilon_2)}{1+0,25(\epsilon_1+\epsilon_2)} \delta_{\epsilon} $ $ \delta_{R_{AB0}} = \delta_0 $	

Tab. 4. Błędy bieżące i graniczne rozwarciowych współczynników przetwarzania r_{AB} i r_{CD} układu 4R zasilanego niekonwencjonalnie dwuprądowo

Tab. 4. Running and limit errors of the transfer functions r_{AB} i r_{CD} of the unconventionally supplied 4R circuit

Zmienne R_1, R_2  $R_1=R_{10}(1+\epsilon_1)$ $R_2=R_{10}(1+\epsilon_2)$ $R_3=R_4=R_{10}$ $r_{AB} = R_{10}\frac{\epsilon_1\epsilon_2}{4+\epsilon_1+\epsilon_2}$ $r_{CD} = R_{10}\frac{\epsilon_1+\epsilon_2}{4+\epsilon_1+\epsilon_2}$ $\epsilon_1>\epsilon_2; \epsilon_1, \epsilon_2\geq 1$	błędy R_i dowolne		$2J$
	$\delta_{r_{AB}} = \frac{1}{(1+0,25(\epsilon_1+\epsilon_2))^2} [(1+\epsilon_1)(1+0,5\epsilon_2)\delta_{10} - (1+\epsilon_2)(1+0,5\epsilon_1)\delta_{20} - (1+\epsilon_1)(1+0,25(\epsilon_1+\epsilon_2)) - 0,25(\epsilon_1-\epsilon_2)] \delta_m + (1+\epsilon_2)(1+0,25(\epsilon_1+\epsilon_2)) + 0,25(\epsilon_1-\epsilon_2) \delta_m + (1+0,5\epsilon_2)\epsilon_1\delta_{11} - (1+0,5\epsilon_1)\epsilon_2\delta_{22}$		$\delta_{r_{ABr}} = \frac{1}{(1+0,25(\epsilon_1+\epsilon_2))(\epsilon_1-\epsilon_2)} [0,5\epsilon_1(1+\epsilon_2)\delta_{10} - 0,5\epsilon_2(1+\epsilon_1)\delta_{20} - 0,5\epsilon_1(1+0,5(\epsilon_1+\epsilon_2))\delta_{30} + 0,5\epsilon_2(1+0,5(\epsilon_1+\epsilon_2))\delta_{40} + (1+0,5\epsilon_1)(1+0,5\epsilon_2)\delta_m + (1+0,5\epsilon_2)\epsilon_1\delta_{11} - (1+0,5\epsilon_1)\epsilon_2\delta_{22}]$
$ \delta_{r_{AB}} = \frac{1}{(1+0,25(\epsilon_1+\epsilon_2))} [(4+3(\epsilon_1+\epsilon_2)+\epsilon_1\epsilon_2+0,25(\epsilon_1+\epsilon_2)^2) \delta_0 + (\epsilon_1 + \epsilon_2 + \epsilon_1\epsilon_2) \delta_1]$		$ \delta_{r_{ABr}} = \frac{1}{(1+0,25(\epsilon_1+\epsilon_2)) \epsilon_1-\epsilon_2 } [(\epsilon_1 + \epsilon_2 +\epsilon_1\epsilon_2+0,25(\epsilon_1+\epsilon_2)^2) \delta_0 + (\epsilon_1 + \epsilon_2 + \epsilon_1\epsilon_2) \delta_1]$	
błędy R_i dowolne		E	
$\delta_{r_{CD}} = \frac{1}{(1+0,25(\epsilon_1+\epsilon_2))^2} [(1+\epsilon_1)(1+\epsilon_2+0,25(\epsilon_1+\epsilon_2))\delta_{10} + \frac{\epsilon_1}{1+\epsilon_1}\delta_{11} + (1+\epsilon_2)(1+\epsilon_1+0,25\epsilon_2(\epsilon_1+\epsilon_2))\delta_{20} + \frac{\epsilon_2}{1+\epsilon_2}\delta_{22} - (1+0,5(\epsilon_1+\epsilon_2))(\delta_{30}+\delta_{40})]$		$\delta_{r_{CDr}} = \frac{1}{(1+0,25(\epsilon_1+\epsilon_2))(\epsilon_1+\epsilon_2)} [(0,5(\epsilon_1+\epsilon_2)+\epsilon_1\epsilon_2)\delta_{10} + (0,5(\epsilon_1+\epsilon_2)+\epsilon_1\epsilon_2)\delta_{20} + (1+\epsilon_2)\epsilon_1\delta_{11} + (1+\epsilon_1)\epsilon_2\delta_{22}]$	
$ \delta_{r_{CD}} = \frac{1}{(1+0,25(\epsilon_1+\epsilon_2))^2} [(4+3(\epsilon_1+\epsilon_2)+2\epsilon_1\epsilon_2+0,5\epsilon_2(\epsilon_1+\epsilon_2)+0,25(\epsilon_1+\epsilon_2)^2) \delta_0 + (\epsilon_1 + \epsilon_2 + \epsilon_1\epsilon_2) \delta_1]$		$ \delta_{r_{CDr}} = \frac{1}{(1+0,25(\epsilon_1+\epsilon_2)) \epsilon_1+\epsilon_2 } (\epsilon_1 + \epsilon_2 +2 \epsilon_1\epsilon_2) (\delta_0 + \delta_1)$	

$$|\delta_{r_{21}}| \leq |\delta_{210}| + |f(\epsilon_i)| |\delta_{r_{21r}}| \quad (3)$$

$$\bar{\delta}_{r_{21}} < \sqrt{\bar{\delta}_{210}^2 + f^2(\epsilon_i) \bar{\delta}_{r_{21r}}^2} < \bar{\delta}_{210} + |f(\epsilon_i)| \bar{\delta}_{r_{21r}} \quad (4)$$

gdzie: $|\delta_{210}| \equiv \frac{|\Delta_{r_{210}}|}{t_0} \leq |\delta_{10}| + |\delta_{20}| + |\delta_{30}| + |\delta_{40}|$ - błąd graniczny zera

przetwornika; $|\delta_{r_{21r}}| = \sum_{i=1}^4 |w'_{r_{i0}}| |\delta_{i0}| + \sum_{i=1}^4 |w'_{r_{\epsilon i}}| |\delta_{\epsilon i}|$ - względny błąd

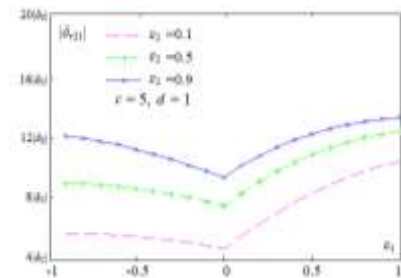
graniczny przyrostu $r_{21} - r_{210}$ współczynnika r_{21} .

Dla parametrów r_{AB} , r_{CD} mostka 2J oraz ich przyrostów $r_{AB} - r_{AB0}$, $r_{CD} - r_{CD0}$, w podobny sposób jak dla r_{21} określa się błędy bieżące względne odniesione do wartości r_{AB} i r_{CD} oraz błędy bezwzględne:

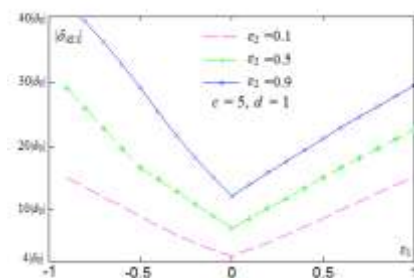
$$\delta_{r_{ABr}} \equiv \frac{\Delta_{r_{AB}} - \Delta_{r_{AB0}}}{r_{AB}} = \frac{t_0' \delta_{r_{AB}} - t_0' (\delta_{10} - \delta_{20} - \delta_{30} + \delta_{40})}{t_0' f'(\epsilon_i)} = \frac{\delta_{r_{AB}} - (\delta_{10} - \delta_{20} - \delta_{30} + \delta_{40})}{f'(\epsilon_i)}, \quad \Delta_{r_{AB}} = t_0' \delta_{210}' + r_{AB} \delta_{r_{ABr}}, \quad (5a,b)$$

$$\delta_{r_{CDr}} \equiv \frac{\Delta_{r_{CD}} - \Delta_{r_{CD0}}}{r_{CD}} = \frac{\delta_{r_{CD}} - (\delta_{10} + \delta_{20} - \delta_{30} - \delta_{40})}{f''(\epsilon_i)}, \quad \Delta_{r_{CD}} = t_0'' \delta_{210}'' + r_{CD} \delta_{r_{CDr}}. \quad (6a,b)$$

Błędy bieżące i graniczne dla układu mostka 4R o jednakowych R_{10} i z czujnikiem różnicowym o dwu różnych przyrostach ϵ_1, ϵ_2 podano w Tab. 3, a dla mostka 2J (lub 2xJ) z takim samym czujnikiem - w Tab. 4. Wzory te umożliwiają wyznaczenie przebiegów błędów granicznych i na ich podstawie niepewności typu B dla obu rodzajów zasilania mostka przy jego stosowaniu w pomiarach jednej oraz dwu wielkości (2D), np. X_1, X_2 w przypadku gdy $\epsilon_1 = \epsilon_A(X_1) + \epsilon_B(X_2), \epsilon_2 = -\epsilon_A(X_1) + \epsilon_B(X_2)$.



Rys. 3. Przebiegi błędu granicznego $|\delta_{r_{21}}|$ współczynnika przetwarzania r_{21} ($|\delta_{10}|=|\delta_{20}|=|\delta_{30}|=|\delta_{40}|=|\delta_0|$, mostek klasyczny zasilany prądowo J)
Fig. 3. Limit error $|\delta_{r_{21}}|$ of the open-circuit 4R bridge of equal all arm initial resistances $4R_{10}$ ($|\delta_{10}|=|\delta_{20}|=|\delta_{30}|=|\delta_{40}|=|\delta_0|$, current supply J)



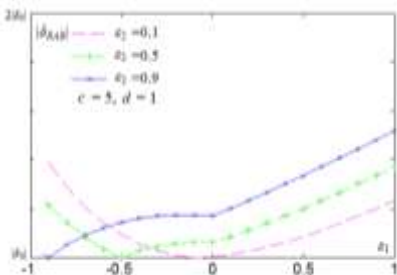
Rys. 4. Przebiegi błędu granicznego $|\delta_{k_{21}}|$ współczynnika przetwarzania k_{21} ($|\delta_{10}|=|\delta_{20}|=|\delta_{30}|=|\delta_{40}|=|\delta_0|$, mostek klasyczny zasilany napięciowo E)
Fig. 4. Limit error $|\delta_{k_{21}}|$ of the open-circuit 4R bridge of equal all arm initial resistances $4R_{10}$ ($|\delta_{10}|=|\delta_{20}|=|\delta_{30}|=|\delta_{40}|=|\delta_0|$, voltage supply E)

Na rys. 3-7 przedstawiono kilka przykładów przebiegów błędów granicznych współczynników przetwarzania $|\delta_{r_{21}}|, |\delta_{r_{AB}}|, |\delta_{r_{CD}}|$ oraz rezystancji wejściowej $|\delta_{R_{AB}}|$. Przebiegi te przedstawio-

no w funkcji względnego przyrostu rezystancji ε_1 . Przyrost drugiego czujnika ε_2 przyjęto jako parametr. Ponadto założono:

$$c = \frac{|\delta_{\varepsilon_1}|}{|\delta_0|} = 5, \quad d = \frac{|\delta_{\varepsilon_2}|}{|\delta_{\varepsilon_1}|} = 1. \quad (7a,b)$$

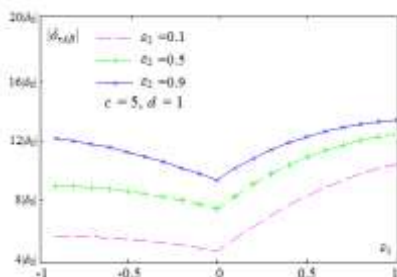
Z porównania rys. 3 i rys. 4 wynika, że błędy graniczne współczynnika przetwarzania k_{21} (dla zasilania napięciowego) przy założonych takich samych wartościach parametrów osiągają wyższe wartości niż dla współczynnika r_{21} (zasilanie prądowe).



Rys. 5. Przebiegi błędów granicznych $|\delta_{R_{AB}}|$ rezystancji wejściowej R_{AB}^{∞} mostka $4R_{10}$ ($|\delta_{10}|=|\delta_{20}|=|\delta_{30}|=|\delta_{40}|=|\delta_0|$)

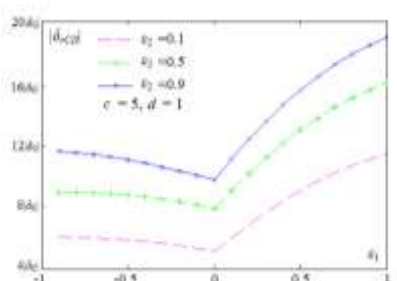
Fig. 5. Limit error $|\delta_{R_{AB}}|$ of the open-circuit 4R bridge of equal all arm initial resistances $4R_{10}$ ($|\delta_{10}|=|\delta_{20}|=|\delta_{30}|=|\delta_{40}|=|\delta_0|$)

Przy sprzężonych wartościach przyrostów rezystancji czujników ($\varepsilon_1 = -\varepsilon_2$) błąd graniczny rezystancji wejściowej R_{AB} osiąga minimum i wynosi $|\delta_0|$ (rys. 5). Poza tym błędy graniczne R_{AB} osiągają co najmniej 4-krotnie niższe wartości niż błędy r_{21} , r_{AB} czy r_{CD} dla tych samych wartości parametrów.



Rys. 6. Przebiegi błędów granicznych współczynnika $|\delta_{r_{AB}}|$ ($|\delta_{10}|=|\delta_{20}|=|\delta_{30}|=|\delta_{40}|=|\delta_0|$), układ mostka dwuprądowego o zasilaniu $J_1=J_2=J$

Fig. 6. Limit error $|\delta_{r_{AB}}|$ of the open-circuit 4R bridge of equal all arm initial resistances $4R_{10}$ ($|\delta_{10}|=|\delta_{20}|=|\delta_{30}|=|\delta_{40}|=|\delta_0|$), double current supply $J_1=J_2=J$



Rys. 7. Przebiegi błędów granicznych współczynnika $|\delta_{r_{CD}}|$ ($|\delta_{10}|=|\delta_{20}|=|\delta_{30}|=|\delta_{40}|=|\delta_0|$), mostek dwuprądowy zasilany $J_1=J_2=J$

Fig. 7. Limit error $|\delta_{r_{CD}}|$ of the open-circuit 4R bridge of equal all arm initial resistances $4R_{10}$ ($|\delta_{10}|=|\delta_{20}|=|\delta_{30}|=|\delta_{40}|=|\delta_0|$), double current supply $J_1=J_2=J$

Przebiegi błędów granicznych współczynników przetwarzania r_{AB} i r_{CD} mostka dwuprądowego różnią się (rys. 6 i 7). Wynika to stąd, że wzory na r_{AB} i r_{CD} w funkcji ε_1 i ε_2 są inne i świadczą to o asymetrii obu wyjść.

5. Podsumowanie i wnioski

Podano podstawowe wzory dla rozwarciowych funkcji przetwarzania oraz rezystancji wejściowej (tab. 1 i 2) rezystancyjnego układu jednooczkowego 4R pracującego jako przetwornik rezystancji na dwa napięcia, przy zasilaniu klasycznym - prądowym lub napięciowym jego przekątnej (mostek odchyłowy) oraz niekonwencjonalnym - dwuprądowym - równoległe do ramion przeciwnych.

Współczynniki przetwarzania we wszystkich przypadkach są różnymi funkcjami przyrostów względnych rezystancji gałęzi układu 4R. Przy stabilnym zasilaniu, każdy z układów może być przetwornikiem przyrostu bądź pojedynczej rezystancji czujnika na napięcie wyjściowe (pomiar 1D), bądź przetwarzać różniące się przyrosty względne kilku jego rezystancji na zmiany dwu napięć na zaciskach zewnętrznych (pomiar 2D).

Dla mostka zasilanego jednoprządowo mierzy się napięcie wyjściowe i zmianę rezystancji wejściowej R_{AB} (tabela 1), a przy zasilaniu dwuprądowym - napięcia na obu przekątnych (tab. 2). Podano też wzory dla błędów bieżących i granicznych tych parametrów (tab. 3 i 4).

Przebiegi funkcji według wzorów z tab. 2 i 4 dla mostka o jednakowych rezystancjach początkowych R_{10} zasilanego dwuprządowo można porównywać z podanymi w [6] przykładami przebiegów błędów granicznych dla takiego mostka 4R zasilanego konwencjonalnie. Jeśli np. przyrosty ε_1 i ε_2 rezystancji czujnika o dwu elementach zależą w różny, ale znany sposób, od dwu wielkości to wielkości te można mierzyć równocześnie.

Niepewności typu B współczynników przetwarzania dla obu rozpatrywanych rodzajów analogowych przetworników przyrostów rezystancji uzyskuje się z podanych w tej pracy wzorów dla błędów bieżących i granicznych [8]. W analizie należy założyć równomierny rozkład wartości błędów poszczególnych rezystancji układu. W pomiarach dwuparametrowych, przy dalszym łącznym przetwarzaniu obu sygnałów wyjściowych należy uwzględnić, że ich błędy graniczne są ze sobą powiązane, a niepewności typu B ze sobą skorelowane. Szczegółowe ujęcie tego zagadnienia będzie tematem innej publikacji.

6. Literatura

- [1] Reverter F., Jordana J., Gasulla M., Pallás-Areny R.: Accuracy and resolution of direct resistive sensor-to-microcontroller interfaces, *Sensors and Actuators A-physical*, vol. 121, no. 1, 2005, pp. 78-87.
- [2] Reverter F., Casas O.: Interfacing differential resistive sensors to microcontrollers: a direct approach, *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement* 58 (10) (2009), pp. 3405-3410.
- [3] Warsza Z. L.: Bridges Supplied by Two Current Sources – New Tool for Impedance Measurements and Signal Conditioning, *Proc. of IMEKO-TC 7 Symposium, Cracow, University of Technology June 2002*, s. 231–236.
- [4] [Warsza Z. L.: Immitancyjne układy czterobiegunowe [4T] w pomiarach wieloparametrowych. Monografia. PIAP Warszawa 2004.
- [5] Warsza Z. L.: Nowy opis miar dokładności mostków sensorowych o dużych zmianach rezystancji. *Pomiary Automatyka Kontrola (PAK)* nr 5/2010, s. 457–463.
- [6] Warsza Z. L.: Miary dokładności układu mostka o dużych zmianach rezystancji w ujęciu dwuskładnikowym. *Przegląd Elektrotechniczny - Electrical Review* nr 10/2009, s. 171-176.
- [7] Idźkowski A.: Konstrukcja i ocena przydatności pomiarowych mostków dwuprądowych DC. Rozprawa doktorska. Politechnika Białostocka, Wydział Elektryczny, 2012.
- [8] Warsza Z. L., Idźkowski A.: Przebiegi błędów granicznych i niepewności mostków jako przetworników zmian rezystancji czujnika na napięcie. *Pomiary Automatyka Kontrola (PAK)* nr 6/2013, s. 548–553.