

prof. dr inż. Jindřich Petruška, dr inż. Tomáš Návrat
Politechnika w Brnie, Wydział Budowy Maszyn, Republika Czeska
E-mail: petruska@fme.vutbr.cz

Modelowanie numeryczne procesów prostowania

Numerical modelling of straightening process

Streszczenie

Proces prostowania rolkami skośnymi prętów okrągłych jest symulowany przy użyciu FEM i wzoru Eulera dla przepływu materiału przez maszynę. Krzywe początkowo pręty obracając się wzdłuż własnej osi w miarę przesuwania wzdłuż skośnych rolek prostujących są poddawane działaniu pulsującego momentu zginającego przekraczającego ich granicę plastyczności. Opracowano specjalny program wykorzystując metodę elementów skończonych typu belka, wzór Eulera przepływu materiału przez rolki prostujące i iteracyjne rozwiązania nieliniowe dla zachowania się materiałów elastoplastycznych. Zaadaptowanie strategii metody Eulera umożliwia bardzo skuteczne bezpośrednie rozwiązanie problemu. Podstawowe charakterystyki procesów, takich jak obciążenie rolek, odkształcanie produktu, krzywizna i plastyczność, mogą być otrzymywane bardzo szybko po wprowadzeniu danych. Pozwala to na znalezienie niezbędnego rozstawienia rolek dla konkretnych wprowadzonych danych jako wyniku procesu optymalizacji iteratywnej. W niniejszym artykule są przedstawione i omówione przykłady takich działań łącznie z opracowanymi algorytmami.

Abstract

The process of cross roll straightening of circular bars is simulated using FEM and Eulerian scheme of material flow through the machine. Initially curved bar rotates along its axis as it progresses through laterally staggered rolls, being loaded by a fluctuating bending moment beyond its elastic limit. Special program was developed, based on a beam-type finite element, Eulerian scheme of material flow along the straightened bar and nonlinear iterative solution of the elasto-plastic material behavior. Adopted strategy of Eulerian description makes the direct solution of the problem very efficient. Basic process characteristics like roller loading, product deflection, curvature and plasticization can be thus obtained very quickly from input data. It makes possible to find necessary intermeshing of rollers for given input data as a result of an iterative optimization process. Examples of this procedure together with developed algorithm are presented and discussed in the paper.

Słowa kluczowe: prostowanie w walcierce z rolkami skośnymi, FEM, zaginanie plastyczne

Keywords: cross roll straightening, FEM, plastic bending

1. WPROWADZENIE

Prostowanie na rolkach skośnych jest procesem powtarzającego się zginania krzywych prętów okrągłych podczas ich obracania się dookoła wzdłużnej osi i przesuwania się poprzez maszynę do prostowania z pionowo rozstawionymi rolkami. Pręt jest obciążany pulsującym momentem zginającym przekraczającym granicę

1. INTRODUCTION

Cross roll straightening is a process of repeated bending of initially curved circular bar as it rotates along longitudinal axis and moves through straightening machine with vertically intermeshed rollers. The bar is loaded by a fluctuating bending moment beyond its elastic limit. The process leads to redistribution of residual stress

plastyczności. Ten proces ma na celu zmianę rozkładu naprężenia szcążkowego, które pomagają minimalizować końcową krzywiznę prostowanych prętów. Podstawowym problemem jest wybranie optymalnego rozstawienia rolek minimalizującego naprężenia szcążkowe i krzywiznę dla danych parametrów wejściowych – początkowa krzywizna pręta, średnica pręta, granica plastyczności i twardość materiału.

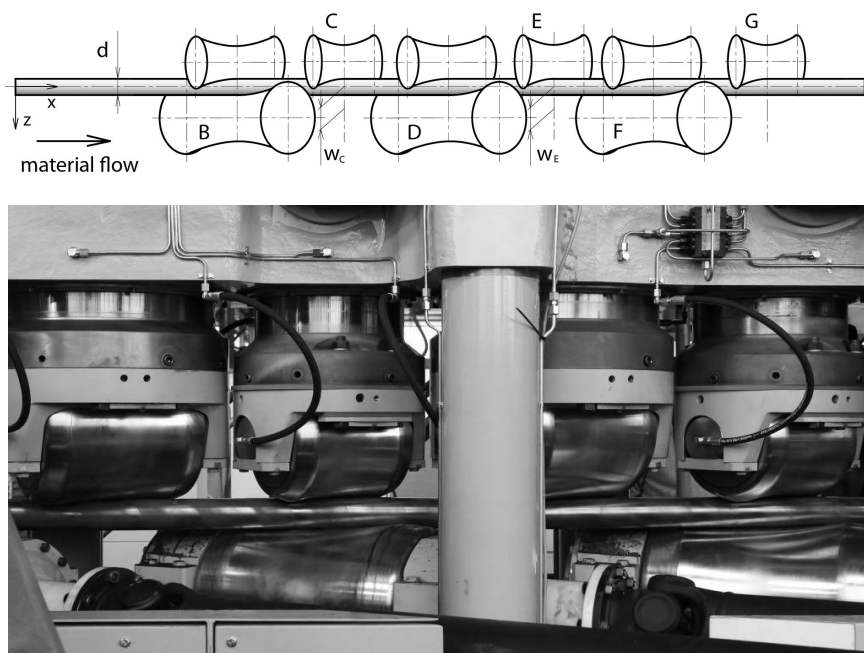
W czasach „przed-komputerowych” problem był rozwiązywany przy pomocy przybliżeń elementarną analizą połączonych z doświadczeniem praktycznym [1]. Z nadejściem komputerów i Metody Elementów Skończonych mogą być tworzone modele bardziej skomplikowane, biorące pod uwagę wiele zjawisk zachodzących podczas procesu prostowania na skośnych rolkach. Mimo wszystko ciągle pozostają ograniczenia w zastosowaniu standardowego oprogramowania FEM dla symulacji w praktyce przemysłowej, ponieważ może to trwać zbyt długo dla potrzeb procesu [2]. To właśnie jest powodem, dla którego stosuje się prostsze i szybsze modele obliczeniowe oparte na integracji krzywizny obrabianego produktu [3, 4, 5]. Jest to podejście odwrotne, wychodzące od zakładanej krzywizny wymagającej prostowania.

W niniejszym artykule sugerujemy podejście bezpośrednio, wychodzące od sugerowanego rozstawienia rolek. Skuteczność tego podejścia jest osiągnięta przez zastosowanie wzoru Eulera dla przepływu materiału przez maszynę prostującą. Użyto szybki algorytm dla wyliczenia krzywizny, momentu zginającego i nacisku rolek podczas prostowania pręta łącznie z pełną historią naprężeń/odkształceń w każdym punkcie materiału, rozkładu naprężenia szcążkowego i krzywizny końcowej. Program w MATLAB jest oparty na FEM z wykorzystaniem prostej belki. Jednocześnie z szybkim i pewnym bezpośrednim rozwiązaniem problemu można optymalnie nastawić rolki prostujące w powtarzalnym procesie. W niniejszym artykule przedstawiamy algorytm i nasze doświadczenie odnośnie jego stabilności i ogólnej skuteczności.

which is aimed at minimization of final curvature of straightened bar. The principal problem is to choose optimal roll intermeshing to minimize residual stress and curvature for given in-put parameters – initial bar curvature, its diameter, yield stress and material hardening.

In pre-computer times this problem was solved with the help of elementary analytical approaches combined with empirical experience [1]. With the advent of computers and the Finite Element Method, more complicated models can be created, taking into account many phenomena of the cross roll straightening process. Nevertheless, there are still limitations to apply standard FEM software for straightening simulation in the industrial practice as it may be extremely time demanding process [2]. This is the reason why simpler and quick computational models based on the integration of the curvature of the leveled product are used [3, 4, 5]. This is an inverse approach which starts from supposed curvature needed for straightening.

In this paper we suggest a direct approach, starting from the suggested roll intermeshing. Efficiency of this approach is secured by application of Eulerian description of material flow through the straightening machine. Fast algorithm is then used to evaluate curvature, bending moments and roll loadings along the straightened bar together with full stress/strain history in each material point, residual stress distribution and final curvature. The program in MATLAB is based on FEM using a simple beam element. With fast and reliable solution of the direct problem, optimal setting of the leveling rolls can be found in an iterative process. In the paper we present suggested algorithm and our experience with its stability and general efficiency.



Rys. 1. Schemat i rzeczywisty widok procesu prostowania
 Fig. 1. Schematic representation and real view of the leveling process

2. OPIS ALGORYTMU PROSTOWANIA

2. DESCRIPTION OF STRAIGHTENING ALGORITHM

2.1. Podstawowe założenia

2.1. Basic assumptions

Na rys. 1 przedstawiliśmy schematycznie 9-rolkową maszynę do prostowania. Obrabiany pręt przesuwa się przez maszynę od jej lewej strony, obracając się dookoła swojej osi wzdłużnej na rolkach pochylonych o 30° . Trzy dolne rolki podtrzymujące są rolkami napędowymi, zamocowanymi poziomo, natomiast trzy górne rolki C, E i G są nastawialne w celu uzyskania optymalnego zginania dla prostowania wyrobu.

In fig. 1 we show schematic representation of the 9-roller cross roll leveling machine. Material of the bar is moving through the machine from the left side, rotating along its longitudinal axis on rollers which are skewed by 30° . The three bottom supporting rollers are the driving rollers, vertically fixed, whereas the three top rollers C, E, G are adjustable to obtain optimal bending to straighten the product.

Algorytm jest oparty na kilku podstawowych założeniach:

The algorithm is based on several basic assumptions:

1. Odkształcenie pręta, nachylenie i krzywizna mogą być opisane przez teorię zginania belek z jednokierunkowym stanem naprężenia.
2. Pomiędzy rolkami a prętem występują punktowe miejsca styku o stałej podziałce.
3. Przyjmuje się stan ustalony o stałej wartości początkowej krzywizny pręta.
4. Model materiału jest charakteryzowany przez dwuliniową krzywą σ - ϵ z liniową częścią utwardzania plastycznego oraz regułą kinematyczną utwardzania.

1. The bar deflection, slope and curvature can be described by bending theory of beams with one dimensional state of stress.
2. Simple point contacts with fixed pitch exist between the rollers and the bar.
3. Stationary situation with constant value of input curvature of the bar is supposed.
4. Material model is characterized by bilinear σ - ϵ curve with linear elastic and linear plastic hardening part, and kinematic hardening rule.

Parametry wejściowe są przedstawione przez średnicę pręta d , moduł sprężystości E , granica plastyczności σ_y , utwardzanie E_T , krzywiznę początkową oraz przez poziome rozstawienie rolek nastawnych. Parametrami wyjściowymi są odchylenie, nachylenie i krzywizna wzdłuż pręta, rozkład momentu zginającego, siły ścinające i reakcja rolek oraz rozkład naprężeń osiowych, elastyczności, plastyczności i całkowitych naprężeń w każdym przekroju pręta, łącznie z naprężeniem szczałkowym i krzywizną na końcu (rys. 4, 5).

2.2. Dyskretyzacja FE

Algorytm jest oparty na iteracyjnym rozwiązaniu równania liniowego:

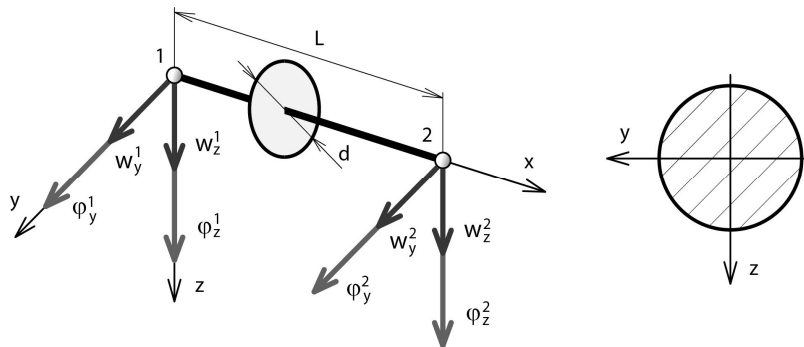
$$K_{T,i-1} \cdot \Delta U_i = R_{i-1} \quad (1)$$

$$U_i = \Delta U_i + U_{i-1} \quad (2)$$

gdzie K_T jest macierzą całkowitej sztywności stycznej element belki FE o dwóch węzłach [patrz rys. 2, poz. (6)] o czterech stopniach swobody, przesunięcie i odchylenie w płaszczyznach XY i XZ , w każdym węźle. R jest macierzą szczałkowych sił ścinających w węzłach oraz momentów zginających, U jest macierzą całkowitych przesunięć i odchyżeń. Element belki zgodnie z rys. 2 ma cztery stopnie swobody – dwa ugięcia w oraz dwa skręcania φ w każdej płaszczyźnie w macierzy δ_{XY} , δ_{XZ} .

$$\delta_{XY} = \begin{bmatrix} W_y^1 \\ \varphi_z^1 \\ W_y^2 \\ \varphi_z^2 \end{bmatrix}, \quad \varphi_{XZ} = \begin{bmatrix} W_z^1 \\ \varphi_y^1 \\ W_z^2 \\ \varphi_y^2 \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$\delta_{XY} = \begin{bmatrix} W_y^1 \\ \varphi_z^1 \\ W_y^2 \\ \varphi_z^2 \end{bmatrix}, \quad \varphi_{XZ} = \begin{bmatrix} W_z^1 \\ \varphi_y^1 \\ W_z^2 \\ \varphi_y^2 \end{bmatrix} \quad (3)$$



Rys. 2. Element belki
Fig. 2. Beam element

Input parameters are represented by the bar diameter d , modulus of elasticity E , yield stress σ_y , hardening E_T , input curvature and by vertical intermeshing of the adjustable rollers. Output parameters are the deflection, slope and curvature along the bar, distribution of bending moments, shear forces and roller reactions and distribution of axial stress, elastic, plastic and total strain in any cross section along the beam, including residual stress and curvature at the end (figs. 4, 5).

2.2. FE discretization

The algorithm is based on iterative solution of a linearized equation:

$$K_{T,i-1} \cdot \Delta U_i = R_{i-1} \quad (1)$$

$$U_i = \Delta U_i + U_{i-1} \quad (2)$$

where K_T is global tangential stiffness matrix composed of two-node FE beam elements [see fig. 2, ref. 96)] with four degrees of freedom, displacement and slope in planes XY and XZ , in each node. R is a matrix of residual nodal shear forces and bending moments, U global matrix of nodal displacements and slopes. The beam element according to fig. 2 has four degrees of freedom – two deflections w and two rotations φ for each plane in the matrix δ_{XY} , δ_{XZ} .

Ugięcie w_y, w_z jest następnie przybliżane przy pomocy funkcji trzeciego stopnia:

$$w_y(x) = N_{XY}^T \cdot \delta_{XY} \quad (4)$$

$$w_z(x) = N_{XZ}^T \cdot \delta_{XZ} \quad (4)$$

$$N_{XY} = \begin{bmatrix} N_1 \\ N_2 \\ N_3 \\ N_4 \end{bmatrix}, N_{XZ} = \begin{bmatrix} N_5 \\ N_6 \\ N_7 \\ N_8 \end{bmatrix} \quad (5)$$

Wyjaśnienie formuły N_1-N_8 jest podane w Załączniku.

Krzywizna każdego elementu jest następnie przybliżana przez:

$$k_{XY} = B_{XY}^T \cdot \delta_{XY} \quad (6)$$

$$k_{XZ} = B_{XZ}^T \cdot \delta_{XZ} \quad (6)$$

gdzie składniki B_{XY}, B_{XZ} :

$$B_{XY} = \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \\ B_3 \\ B_4 \end{bmatrix}, B_{XZ} = \begin{bmatrix} B_5 \\ B_6 \\ B_7 \\ B_8 \end{bmatrix} \quad (7)$$

podane w Załączniku są otrzymane jako druga pochodna N_1-N_8 .

Składnikami macierzy sztywności elementu w płaszczyznach XY i XZ są:

$$K_z = \frac{E \cdot J_z}{L^3} \begin{bmatrix} 12 & 6L & -12 & 6L \\ 6L & 4L^2 & -6L & 2L^2 \\ -12 & -6L & 12 & -6L \\ 6L & 2L^2 & -6L & 4L^2 \end{bmatrix} \quad (8)$$

$$K_y = \frac{E \cdot J_y}{L^3} \begin{bmatrix} 12 & -6L & -12 & -6L \\ -6L & 4L^2 & 6L & 2L^2 \\ -12 & 6L & 12 & 6L \\ -6L & 2L^2 & 6L & 4L^2 \end{bmatrix}$$

gdzie E jest modułem sprężystości wzdłużnej, J_y, J_z momentem bezwładności a L długością elementu.

Deflection w_y, w_z is then approximated with the help of cubic shape functions:

$$w_y(x) = N_{XY}^T \cdot \delta_{XY} \quad (4)$$

$$w_z(x) = N_{XZ}^T \cdot \delta_{XZ} \quad (4)$$

$$N_{XY} = \begin{bmatrix} N_1 \\ N_2 \\ N_3 \\ N_4 \end{bmatrix}, N_{XZ} = \begin{bmatrix} N_5 \\ N_6 \\ N_7 \\ N_8 \end{bmatrix} \quad (5)$$

Explicit form of N_1-N_8 is given in Appendix.

Curvature in each element is then approximated by:

$$k_{XY} = B_{XY}^T \cdot \delta_{XY} \quad (6)$$

$$k_{XZ} = B_{XZ}^T \cdot \delta_{XZ} \quad (6)$$

where components of B_{XY}, B_{XZ} :

$$B_{XY} = \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \\ B_3 \\ B_4 \end{bmatrix}, B_{XZ} = \begin{bmatrix} B_5 \\ B_6 \\ B_7 \\ B_8 \end{bmatrix} \quad (7)$$

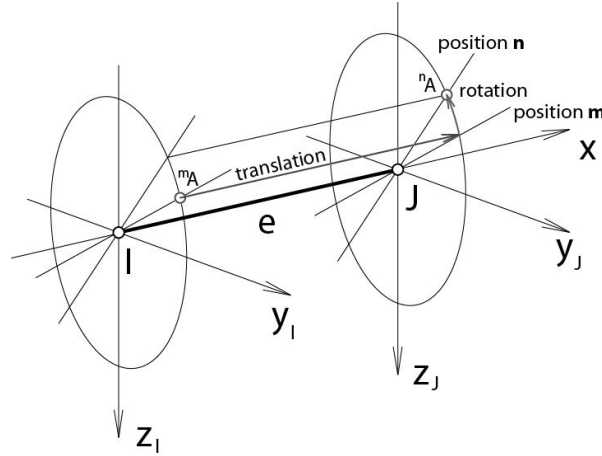
given in Appendix are obtained as second derivatives of N_1-N_8 .

Components of the element stiffness matrix in planes XY and XZ are then:

$$K_z = \frac{E \cdot J_z}{L^3} \begin{bmatrix} 12 & 6L & -12 & 6L \\ 6L & 4L^2 & -6L & 2L^2 \\ -12 & -6L & 12 & -6L \\ 6L & 2L^2 & -6L & 4L^2 \end{bmatrix} \quad (8)$$

$$K_y = \frac{E \cdot J_y}{L^3} \begin{bmatrix} 12 & -6L & -12 & -6L \\ -6L & 4L^2 & 6L & 2L^2 \\ -12 & 6L & 12 & 6L \\ -6L & 2L^2 & 6L & 4L^2 \end{bmatrix}$$

where E is the elastic modulus, J_y, J_z the area moment of inertia and L the element length.



Rys. 3. Przekrój pręta

Fig. 3. Cross section of the bar

2.3. Wzór Eulera przepływu materiałów

Do symulacji ruchu pręta wzdłuż maszyny do prostowania przyjęto wzór Eulera. Materiał przesuwa się wzdłuż elementu belki, która ma stałą pozycję w przestrzeni. Rozwinięcie odkształceń plastycznych połączone z historią rozkładu naprężeń w przekrojach pręta jest dokonywane przez siatkę punktów dyskretnych, jak pokazano w dolnej prawej części na rys. 3. Obecnie siatka jest gęsta i sekcja jest pokryta przez 3651 punktów. Historia jest zawsze śledzona od pierwszego węzła na lewym końcu pręta aż do ostatniego węzła na prawym końcu. W obrębie jednego elementu ruch każdego punktu A z położenia A^m do położenia A^n jest rozkładany na przesunięcie i obrót w odniesieniu do osi x (patrz rys. 3). Zmiana krzywizny w płaszczyznach XY i XZ podczas ruchu z węzła I do J elementu e jest ujęta równaniem:

$$\begin{aligned} {}^m\Delta k_{XY} &= {}^m k_{XY}^J - {}^m k_{XY}^I \\ {}^m\Delta k_{XZ} &= {}^m k_{XZ}^J - {}^m k_{XZ}^I \end{aligned} \quad (9)$$

gdzie ${}^m k_{XY}^I$, ${}^m k_{XY}^J$, ${}^m k_{XZ}^I$, ${}^m k_{XZ}^J$ są krzywiznami otrzymanymi z równania (6) w każdej iteracji. Następnie przyrost odkształcenia w każdym punkcie A przekroju, wywołany przez przesunięcie osiowe jest określany równaniem:

$$\Delta \varepsilon_{trans} = -{}^m\Delta k_{XY} \cdot {}^m y - {}^m\Delta k_{XZ} \cdot {}^m z \quad (10)$$

a przyrost odkształcenia spowodowany obrotem z położenia m do n jest określany równaniem:

2.3. Eulerian description of material flow

To simulate the movement of the bar through the leveling machine, Eulerian description is adopted. The material then moves through the beam elements, which have fixed positions in space. Development of the plastic deformation linked with the history of stress distribution over the bar cross section is detected over a mesh of discrete points as shown in the lower right part of fig. 3. Actually, the mesh is dense and the section is covered by 3651 points. The history is always tracked from the first node on the left end of the bar until the last node on the right end. Within one element, movement of each point A from position A^m to A^n is decomposed as a translation and rotation with respect to the axis x , see fig. 3. Change of curvature in the XY and XZ planes when moving from node I to J of the element e is:

$$\begin{aligned} {}^m\Delta k_{XY} &= {}^m k_{XY}^J - {}^m k_{XY}^I \\ {}^m\Delta k_{XZ} &= {}^m k_{XZ}^J - {}^m k_{XZ}^I \end{aligned} \quad (9)$$

where ${}^m k_{XY}^I$, ${}^m k_{XY}^J$, ${}^m k_{XZ}^I$, ${}^m k_{XZ}^J$ are the curvatures obtained from Eq. (6) in each iteration. Next, the strain increment in any point A of the cross section, caused by axial translation is obtained from:

$$\Delta \varepsilon_{trans} = -{}^m\Delta k_{XY} \cdot {}^m y - {}^m\Delta k_{XZ} \cdot {}^m z \quad (10)$$

and the strain increment caused by rotation from position m to n :

$$\Delta \varepsilon_{rot} = {}^n \varepsilon_J - {}^m \varepsilon_J \quad (11)$$

Gdzie ${}^n \varepsilon_J$ jest odkształceniem w położeniu A^n w węźle J :

$${}^n \varepsilon_J = -{}^n k_{XY}^J \cdot {}^n y - {}^n k_{XZ}^J \cdot {}^n z \quad (12)$$

a ${}^m \varepsilon_J$ jest odkształceniem w położeniu A^m w węźle J :

$${}^m \varepsilon_J = -{}^m k_{XY}^J \cdot {}^m y - {}^m k_{XZ}^J \cdot {}^m z \quad (13)$$

Całkowity przyrost odkształcenia wynosi:

$$\Delta \varepsilon = \Delta \varepsilon_{trans} + \Delta \varepsilon_{rot} \quad (14)$$

i naprężenie próbne:

$${}^n \sigma_J = {}^m \sigma_I + E \cdot \Delta \varepsilon \quad (15)$$

gdzie ${}^n \sigma_J$ jest naprężeniem w punkcie A^n w węźle J a ${}^m \sigma_I$ jest naprężeniem w punkcie A^m węzła I . Dla pierwszego węzła początkowy rozkład naprężeń połączony ze wstępną krzywizną pręta jest brany pod uwagę. Podobnie, stan ostatniego węzła jest brany pod uwagę do rozwiązania odpowiadającego następnie naprężeniom szczytkowym oraz krzywiznie pręta opuszczającego maszynę do prostowania.

2.4. Poprawka na zachowania elastoplastyczne

Poprawka naprężenia próbnego odpowiednio do własności plastycznych materiału łącznie z poprawką całkowitego odkształcenia elementów elastycznych i plastycznych jest dokonywana przez algorytm opublikowany w innym opracowaniu [6, 7]. Typowy rozkład naprężeń w przekrojach można zobaczyć na rys. 4.

Nieliniowy rozkład naprężeń pokazany na rys. 4 wynika z korekty momentu zginającego, który został zmodyfikowany zgodnie z:

$$M_z = \int_S \sigma \cdot y \, dS, \quad M_y = \int_S \sigma \cdot z \, dS \quad (16)$$

gdzie y, z są współrzędnymi poprzecznymi, a S polem przekroju. Uwzględniając zmodyfikowane momenty, równoważna macierz obciążenia węzłów w płaszczyznach XY, XZ jest łatwo przeliczana dla każdego elementu:

$$\begin{aligned} f_i^{XY} &= \int_0^L B(x)_{XY}^T \cdot M(x)_z \, dx \\ f_i^{XZ} &= \int_0^L B(x)_{XZ}^T \cdot M(x)_y \, dx \end{aligned} \quad (17)$$

$$\Delta \varepsilon_{rot} = {}^n \varepsilon_J - {}^m \varepsilon_J \quad (11)$$

Where ${}^n \varepsilon_J$ is strain in position A^n in node J :

$${}^n \varepsilon_J = -{}^n k_{XY}^J \cdot {}^n y - {}^n k_{XZ}^J \cdot {}^n z \quad (12)$$

and ${}^m \varepsilon_J$ is strain in position A^m in node J

$${}^m \varepsilon_J = -{}^m k_{XY}^J \cdot {}^m y - {}^m k_{XZ}^J \cdot {}^m z \quad (13)$$

Total strain increment is:

$$\Delta \varepsilon = \Delta \varepsilon_{trans} + \Delta \varepsilon_{rot} \quad (14)$$

and testing stress:

$${}^n \sigma_J = {}^m \sigma_I + E \cdot \Delta \varepsilon \quad (15)$$

where ${}^n \sigma_J$ is the stress in the point A^n in the node J and ${}^m \sigma_I$ is the stress in the point A^m in the node I . For the first node, the initial stress distribution connected with the initial curvature of the bar is taken into account. Similarly, the state in the last node for converged solution then corresponds to residual stress and curvature of the beam leaving the leveling machine.

2.4. Correction for elasto-plastic behaviour

Correction of the testing stress according to plastic behavior of material together with correct distribution of elastic and plastic component of total strain is realized by algorithm published elsewhere [6, 7]. Typical distribution of stress over the cross section can be seen in fig. 4.

Nonlinear distribution of stress according to Fig. 4 results in correction of bending moments, which are modified according to:

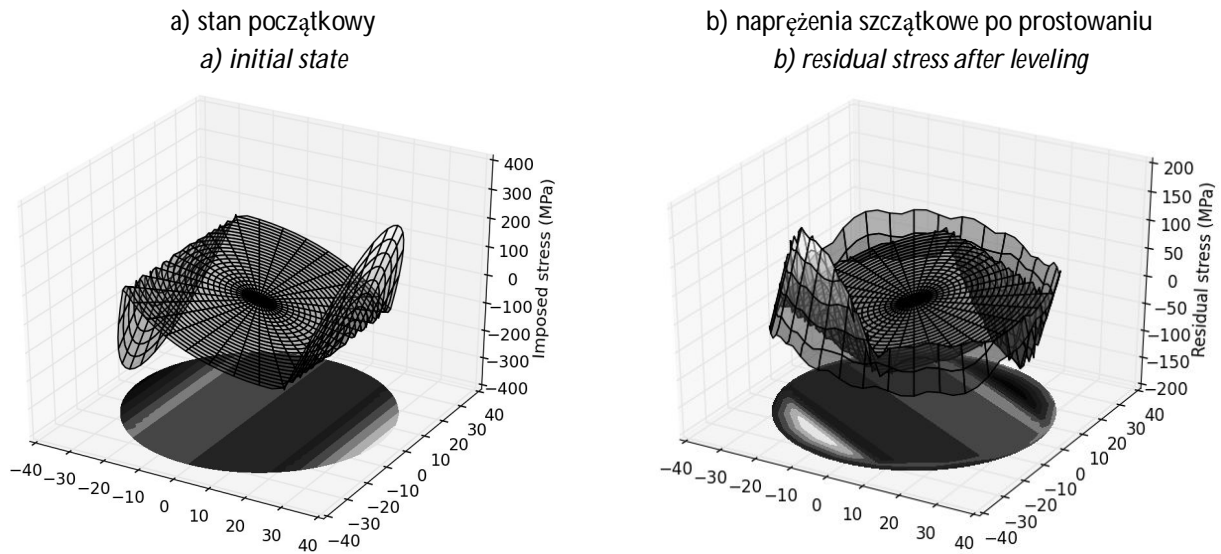
$$M_z = \int_S \sigma \cdot y \, dS, \quad M_y = \int_S \sigma \cdot z \, dS \quad (16)$$

where y, z are the transverse coordinates and S the cross section area. From the modified moments, equivalent nodal loading matrix in XY, XZ plane is easily computed for each element:

$$\begin{aligned} f_i^{XY} &= \int_0^L B(x)_{XY}^T \cdot M(x)_z \, dx \\ f_i^{XZ} &= \int_0^L B(x)_{XZ}^T \cdot M(x)_y \, dx \end{aligned} \quad (17)$$

gdzie B jest macierzą przybliżenia krzywizny zgodnie z równaniem (7), L jest długością elementu a $M_y(x)$, $M_z(x)$ jest liniowym przybliżeniem zmodyfikowanego momentu gnącego wzdłuż element skończonego, otrzymanym z wartości w węzłach I , J . Pełna macierz odpowiadająca obciążeniom węzła F_i jest otrzymywana następnie przez ujęcie wszystkich elementów skończonych i macierzy obciążeń szczytkowych dla następnej iteracji i wynosi $R_i = -F_i$.

where B are the curvature approximation matrices according to eq. (7), L is the element length and $M_y(x)$, $M_z(x)$ is a linear approximation of the modified bending moment along the finite element, obtained from the values in nodal points I , J . Global matrix of equivalent nodal loads F_i is then obtained by contributions from all finite elements and matrix of residual loads for the next iteration is $R_i = -F_i$.



Rys. 4. Rozkład naprężeń zginających σ
Fig. 4. Distribution of elastic plastic bending stress σ

W przypadku wzrastającego odkształcenia plastycznego, np. aktywnego obciążenia plastycznego musi być zmodyfikowana również macierz sztywności. Jest to wykonywane przez zmianę sztywności zginania zgodnie z:

$$\begin{aligned} EJ_{y,\text{modif}}^n &= \int_{\Omega} E_m(y, z) \cdot z^2 dS \\ EJ_{z,\text{modif}}^n &= \int_{\Omega} E_m(y, z) \cdot y^2 dS \end{aligned} \quad (18)$$

gdzie:

$$\begin{aligned} E_m &= E \cdot \left(1 - \frac{E}{E + H}\right) \\ H &= \frac{E \cdot E_T}{E - E_T} \end{aligned} \quad (19)$$

E , E_T są to moduł sprężystości i moduł twardości stycznej, szczegóły – patrz [7]. Sztywność zginania zmodyfikowana zgodnie z równaniem

In case of growing plastic strain, i.e. for active plastic loading, also the stiffness matrix must be modified. It is realized by changing the beam flexural rigidity according to:

$$\begin{aligned} EJ_{y,\text{modif}}^n &= \int_{\Omega} E_m(y, z) \cdot z^2 dS \\ EJ_{z,\text{modif}}^n &= \int_{\Omega} E_m(y, z) \cdot y^2 dS \end{aligned} \quad (18)$$

where:

$$\begin{aligned} E_m &= E \cdot \left(1 - \frac{E}{E + H}\right) \\ H &= \frac{E \cdot E_T}{E - E_T} \end{aligned} \quad (19)$$

E , E_T is the modulus of elasticity and tangential hardening modulus, respectively – see [7]. Modified flexural rigidity according to Eq. (18)

(18) wchodzi do macierzy sztywności [równanie (8)] każdego uplastycznianego elementu. W wyniku otrzymujemy nową macierz sztywności stycznej K_{Ti} przygotowaną do następnej iteracji.

Na koniec są sprawdzane kryteria zbieżności i procedura jest albo zatrzymana albo powtórzona od równania (1) z liczbą iteracji i zwiększoną o 1.

3. WYNIKI I DYSKUSJA

Przedstawiony powyżej algorytm był zaprogramowany w MATLAB i sprawdzony przez właściwe testy. Jego skuteczność została porównana z wymagającą pełnego czasu analizą FE oraz z prostym modelem analitycznym naszego partnera przemysłowego i osiągnięto zadowalające wyniki. Może być to zilustrowane przez przykłady odkształcenia okrągłych prętów o średnicy 70 mm o początkowych parametrach podanych w tab. 1. Materiał o granicy plastyczności 900 MPa przyjęto jako zachowujący się jak idealnie plastyczny bez utwardzania. Tylko rolki C i E zostały ustalone z rozstawieniem różnym od zera o tych samych wartościach, jakie są standardową praktyką naszego partnera przemysłowego. Rozstawienie rolek jest ustawione w wielkościach pomiędzy 5 a 8 mm dla późniejszego wykonania symulacji prostowania. Przyjęto również różne krzywizny początkowe prostowanych prętów oraz zależności pomiędzy tymi krzywiznami, przewidziane rozstawienie rolek oraz wynikowe krzywizny pokazano na rys. 5. Na tym samym rysunku pokazano maksymalne naprężenia szczątkowe pozostałe po prostowaniu. Jak można zobaczyć, dla każdej krzywizny początkowej jest inna minimalna krzywizna wyjściowa, odpowiadająca rozstawieniu rolek pomiędzy 6,6 a 7,2 mm.

Na rys. 6 pokazaliśmy ugięcia, pochylenia, krzywiznę i moment zginający wzdłuż długości prostowanego pręta. Te wyniki zostały otrzymane dla krzywizny początkowej $2.5E-5 \text{ mm}^{-1}$ i rozstawienia rolek 6,0 mm oraz odpowiadają dominującej płaszczyźnie prostowania XZ. Szczegóły rozkładu naprężeń szczątkowych w przekroju pręta o tych samych parametrach początkowych są pokazane na rys. 4. Rys. 4a pokazuje rozkład przed, a rys. 4b po procesie prostowania.

enters the stiffness matrix Eq. (8) of each plasticized element. It results in a new tangential stiffness matrix K_{Ti} prepared for the next iteration.

Finally, the convergence criteria are checked and the procedure is either stopped or returned back to Eq. (1) with iteration number i increased by one.

3. RESULTS AND DISCUSSION

The algorithm presented above was programmed in MATLAB and verified by specific tests. Its performance was compared with full time-consuming FE analysis and with simple analytical models of our industrial partner with acceptable results. It can be illustrated by the straightening examples of circular cross section bar with diameter of 70 mm with input parameters according to tab. 1. Material with yield stress 900 MPa is supposed to behave as ideally plastic without hardening. Only the rollers C and E have prescribed non-zero intermeshing with the same values, which is a standard practice of our industrial partner. The intermeshing is set to values between 5 and 8 mm for subsequent runs of straightening simulation. Different initial curvature of straightened bar was also supposed and the relation between initial curvature, prescribed intermeshing and resulting curvature is presented in fig. 5. In the same fig. 5, also the maximal residual stress after straightening is shown. As can be seen, for each input curvature there is a distinct minimum of output curvature, corresponding to roller intermeshing between 6.6 and 7.2 mm.

In fig. 6 we show the deflection, slope, curvature and bending moment along the length of the straightened bar. These results were obtained for input curvature $2.5E-5 \text{ mm}^{-1}$ and roller intermeshing 6.0 mm and correspond to the dominant straightening plane XZ. Detail of residual stress distribution over the bar cross section is given in fig. 4 for the same input parameters. Fig. 4a shows the distribution before and 4b after the straightening process.

Obtained results correspond to detailed FEM analysis realized by ANSYS, the solution procedure is stable and very fast in comparison to multipurpose FEM package. Presented example was

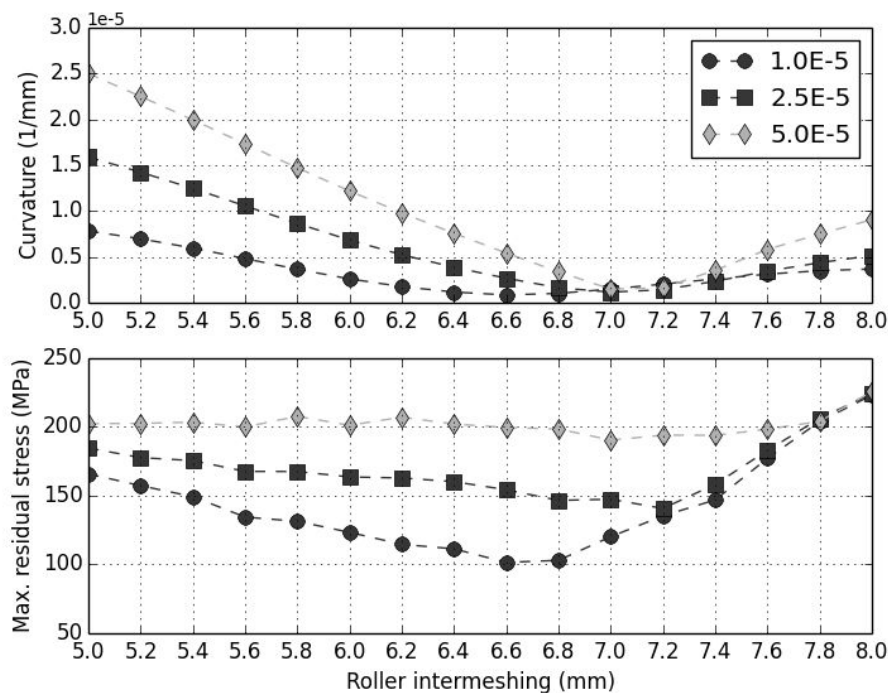
Otrzymane wyniki odpowiadają szczegółowej analizie FEM wykonanej przez ANSYS, procedura obliczeniowa jest stabilna i bardzo szybka w porównaniu z uniwersalnym pakietem FEM. Przedstawiany przykład był otrzymany w 20 iteracjach w całkowitym czasie 2 minut na standardowym PC. Te osiągnięcia łącznie z zastosowaniem przyjaznego interfejsu czynią nasz program idealnym narzędziem dla optymalizacji procesu prostowania.

solved in 20 iterations with total running time 2 min on a standard PC. This performance, together with user friendly interface makes our program an ideal tool for optimization of the leveling process.

Tab. 1. Parametry początkowe przykładu prostowania

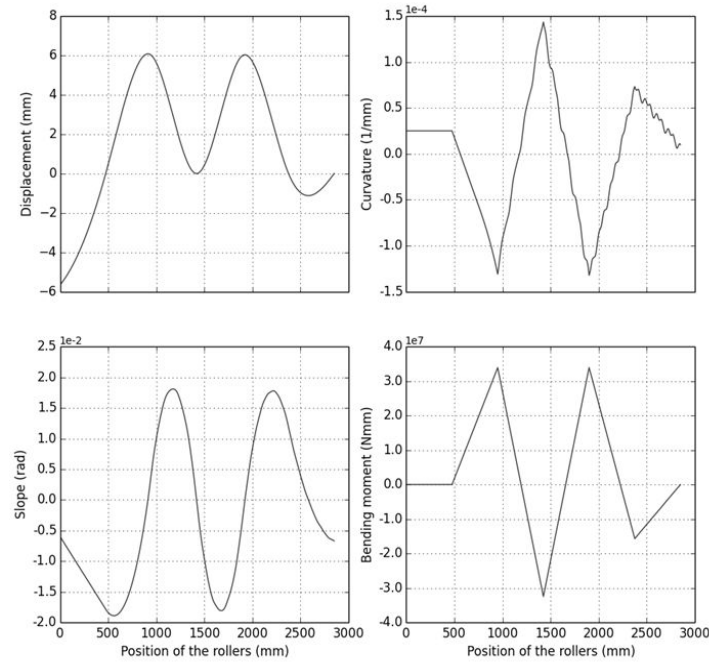
Tab. 1. Input parameters of straightening examples

Parametry / Parameters	Wartość / Value
Liczba rolek / Number of rollers	9
Odstęp pomiędzy rolkami (mm) / Distance between rollers (mm)	475
Granica plastyczności (MPa) / Yield stress (MPa)	900
Moduł Younga (MPa) / Young's modulus (MPa)	206 000
Średnica pręta (mm) / Diameter of the bar (mm)	70
Rolki (C, E) rozstaw (mm) / Roller (C, E) intermeshing (mm)	5–8
Krzywizna początkowa (mm^{-1}) / Initial curvature (mm^{-1})	1.0E-5
	2.5E-5
	5.0E-5



Rys. 5. Krzywizna wynikowa i naprężenia szczątkowe w funkcji różnych krzywizn początkowych oraz przewidzianego rozstawu rolek

Fig. 5. Resulting curvature and residual stress as a function of different input curvature and prescribed roller intermeshing



Rys. 6. Wyniki przykładowego testu dla krzywizny początkowej $2.5E-5 \text{ mm}^{-1}$ i rozstawienia rolek 6.0 mm: odchylenia, nachylenia, krzywizna i moment zginający wzdłuż prostowanego pręta
 Fig. 6. Results of the testing example for input curvature $2.5E-5 \text{ mm}^{-1}$ and roller intermeshing 6.0 mm: deflection, slope, curvature and bending moment along the straightened bar

4. WNIOSKI

Szybki algorytm dla symulacji numerycznej procesu prostowania rolkami skośnymi prętów okrągłych został opracowany i zaprogramowany w MATLAB. Jego efektywność jest oparta na oryginalnym zastosowaniu wzoru Eulera dla przepływu materiału przez strefę prostowania. Końcowe równania wykonano używając standardowej procedury FE dla elementu belki i nieliniowego rozwiązania iteracyjnego odkształceń elastoplastycznych pręta wykonanego przy użyciu schematu Newton-Rafsona. W porównaniu ze sprawdzonymi standardowymi programami handlowymi FEM nowy algorytm jest przyjaznym dla użytkownika, szybkim narzędziem do analizy problemów w praktyce przemysłowej, mającym zastosowanie dla optymalizacji schematów prostowania. Ten wynik pokazuje również korzystną perspektywę zastosowania tej samej strategii dla innych procesów prostowania takich, jak prostowanie płyt, prostowania naciąganiem cienkich blach, prostowania rur rolkami skośnymi itp. Dalsze doskonalenie algorytmu jest możliwe w różnych kierunkach. Najważniejszy jest wpływ sił ścinających na odkształ-

4. CONCLUSIONS

Fast algorithm for numerical simulation of cross roll leveling process of circular bars was developed and programmed in MATLAB. Its efficiency is based on a novel application of Eulerian description of material flow through the straightening zone. Final equations are completed using standard FE procedures for beam element and the nonlinear iterative solution of elasto-plastic deformation of the bar is realized by Newton-Raphson scheme. The results compared to standard commercial FEM programs proves, that the new algorithm is a user friendly and fast tool for analysis of practical industrial problems, applicable for engineering optimization of leveling schemes. The results also show a reasonable perspective to apply the same strategy for other straightening processes like plate leveling, tensile leveling of thin sheets, cross roll straightening of tubes, etc. Further improvements of the algorithm are possible in several directions, too. First, it is the influence of shear force to product deflection, which is important for thick products with small pitch of leveling rollers and which is just being implemented. Precise evaluation of position of the

cenia produktu, co jest istotne dla cienkich produktów z małym rozstawem rolek prostujących i dla właśnie uruchomionych. Dokładne oszacowanie punktów styku pomiędzy rolkami a produktem jest innym tematem, który może mieć wpływ na prawidłowość symulacji procesu. Również modele materiału mogą mieć zasadniczy wpływ, więc musi być włączone cykliczne utwardzanie/zmiękczenie plastyczne. Wszystkie wyżej wymienione udoskonalenia ogólnie spowalniają wydajność programu. Silny nacisk na użyteczność w zastosowaniach przemysłowych każe rozważyć wszelkie za i przeciw przed użyciem modeli symulacji wyższego stopnia w poszczególnych zastosowaniach.

Podziękowania

Niniejsze opracowanie jest wynikiem działalności naukowej i badawczej Centrum NETME, regionalnego centrum badawczo-rozwojowego, powstałego ze wsparciem finansowym Programu Operacyjnego Badania i Rozwój dla Innowacji w ramach projektu Centrum NETME (Nowe technologie dla technologii budowy maszyn), Reg. Nr CZ.1.05/2.1.00/01.0002 oraz w kolejnym etapie zrównoważonego rozwoju wspieranego przez NETME CENTRE PLUS (LO1202) ze środków finansowych Ministerstwa Edukacji, Młodzieży i Sportu w ramach „I Narodowego Programu Wspierania”.

contact point between the rollers and product is another topic which can be important for correct simulation of the process. Also the material models can have a substantial influence and cyclic hardening/softening plasticity will be incorporated. Nevertheless, all the improvements mentioned above generally slow down the program performance. Strong emphasis on efficient industrial applicability then makes us to consider pros and cons before using higher level simulation models in particular application circumstances.

Acknowledgements

This work is an output of research and scientific activities of NETME Centre, regional R&D centre built with the financial support from the Operational Programme Research and Development for Innovations within the project NETME Centre (New Technologies for Mechanical Engineering), Reg. No.CZ.1.05/2.1.00/01.0002 and, in the follow-up sustainability stage, supported through NETME CENTRE PLUS (LO1202) by financial means from the Ministry of Education, Youth and Sports under the „National Sustainability Programme I”.

LITERATURA / REFERENCES

- [1] Tokunaga H.: *On the Roller Straightener. Bul. JSME nr 15* (1961) s. 605–611.
- [2] Huh H., Heo J.H., Lee H.W.: *Optimization of a roller leveling process for Al7001T9 pipes with FEA and Taguchi method. Int. J. Mach. Tool. Manuf. nr 43* (2003) s. 345–350.
- [3] Nastran M., Kuzman K.: *Stabilisation of mechanical properties of the wire by roller straightening. J. Mat. Proc. Tech. nr 125–126* (2002) s. 711–719.
- [4] Doege E., Menz R., Huinink S.: *Analysis of the leveling process based upon an analytic forming model. Manuf. Technol. nr 51* (2002) 191–194.
- [5] Liu Z., Wang Y., Yan X.: *A new model for plate leveling process based on curvature integration method. Int. J. Mech. Sci. no 54* (2012) s. 213–224.
- [6] Cook R.D.: *Concepts and Applications of Finite Element Analysis*. J. Wiley 1981.
- [7] Owen D.R.J., Hinton E.: *Finite Elements in Plasticity*. Pineridge Press, Swansea 1980.

ZAŁĄCZNIK

Forma jawna funkcji kształtu elementu belki zgodnie z równaniem (5) jest dana przez:

$$N_1 = 1 - \frac{3x^2}{L^2} + \frac{3x^3}{L^3}$$

$$N_2 = x - \frac{2x^2}{L} + \frac{x^3}{L^2}$$

$$N_3 = \frac{3x^2}{L^2} - \frac{2x^3}{L^3}$$

$$N_4 = -\frac{x^2}{L} + \frac{x^3}{L^2}$$

$$N_5 = 1 - \frac{3x^2}{L^2} + \frac{3x^3}{L^3}$$

$$N_6 = -\left(x - \frac{2x^2}{L} + \frac{x^3}{L^2}\right)$$

$$N_7 = \frac{3x^2}{L^2} - \frac{2x^3}{L^3}$$

$$N_8 = -\left(-\frac{x^2}{L} + \frac{x^3}{L^2}\right)$$

gdzie L jest długością elementu. Funkcje kształtu przybliżające krzywiznę zgodnie z równaniem (7) są następnie dane przez:

$$B_1 = -\frac{6}{L^2} + \frac{12x}{L^3}$$

$$B_2 = -\frac{4}{L} + \frac{6x}{L^2}$$

$$B_3 = \frac{6}{L^2} - \frac{12x}{L^3}$$

$$B_4 = -\frac{2}{L} + \frac{6x}{L^2}$$

$$B_5 = -\frac{6}{L^2} + \frac{12x}{L^3}$$

$$B_6 = \frac{4}{L} - \frac{6x}{L^2}$$

$$B_7 = \frac{6}{L^2} - \frac{12x}{L^3}$$

$$B_8 = \frac{2}{L} - \frac{6x}{L^2}$$

APPENDIX

Explicit form of beam element shape functions according to Eq. (5) is given by:

$$N_1 = 1 - \frac{3x^2}{L^2} + \frac{3x^3}{L^3}$$

$$N_2 = x - \frac{2x^2}{L} + \frac{x^3}{L^2}$$

$$N_3 = \frac{3x^2}{L^2} - \frac{2x^3}{L^3}$$

$$N_4 = -\frac{x^2}{L} + \frac{x^3}{L^2}$$

$$N_5 = 1 - \frac{3x^2}{L^2} + \frac{3x^3}{L^3}$$

$$N_6 = -\left(x - \frac{2x^2}{L} + \frac{x^3}{L^2}\right)$$

$$N_7 = \frac{3x^2}{L^2} - \frac{2x^3}{L^3}$$

$$N_8 = -\left(-\frac{x^2}{L} + \frac{x^3}{L^2}\right)$$

where L is the element length. Shape functions approximating curvatures according to Eq. (7) are then given by:

$$B_1 = -\frac{6}{L^2} + \frac{12x}{L^3}$$

$$B_2 = -\frac{4}{L} + \frac{6x}{L^2}$$

$$B_3 = \frac{6}{L^2} - \frac{12x}{L^3}$$

$$B_4 = -\frac{2}{L} + \frac{6x}{L^2}$$

$$B_5 = -\frac{6}{L^2} + \frac{12x}{L^3}$$

$$B_6 = \frac{4}{L} - \frac{6x}{L^2}$$

$$B_7 = \frac{6}{L^2} - \frac{12x}{L^3}$$

$$B_8 = \frac{2}{L} - \frac{6x}{L^2}$$

