

Wacław GAWĘDZKI

AGH AKADEMIA GÓRNICZO-HUTNICZA, KATEDRA METROLOGII I ELEKTRONIKI,
Al. Mickiewicza 30, 30-059 Kraków

Modelowanie obrazów modułów krótkookresowej transformaty Fouriera sygnałów odkształceń i drgań rurociągu oraz podłoża funkcją Gaussa

Dr inż. Wacław GAWĘDZKI

Ukończył studia na kierunku Elektrotechnika w Akademii Górniczo-Hutniczej w roku 1979 w zakresie automatyki i metrologii elektrycznej. W roku 1988 uzyskał stopień doktora nauk technicznych w zakresie elektrotechniki. Zajmuje się zagadnieniami związanymi z pomiarami wielkości nieelektrycznych, właściwościami dynamicznymi aparatury pomiarowej, problematyką kalibracji i auto-kalibracji torów pomiarowych oraz kompresji sygnałów pomiarowych.



e-mail: waga@agh.edu.pl

Streszczenie

Przedmiotem artykułu jest przedstawienie metody modelowania obrazów modułów krótkookresowej transformaty Fouriera sygnałów odkształceń i drgań rurociągu oraz drgań podłoża funkcją Gaussa. Zaproponowano model będący złożeniem dwuwymiarowych funkcji Gaussa. Przedstawiono przykład modelowania niestacjonarnych sygnałów odkształceń i drgań rurociągów wywołanych drganiami parasejsmicznymi gruntu. Pokazano sposób interpretacji zjawisk przy założeniu losowego charakteru parametrów modelu, wykorzystano przy tym twierdzenie Bayesa i określono rozkłady a'posteriori poszczególnych składowych modelu.

Słowa kluczowe: drgania parasejsmiczne gruntu, odkształcenia rurociągów, analiza czasowo-częstotliwościowa, modelowanie obrazów.

Modeling of images of STFT transform modules of deformation, pipeline vibration and ground signals using the Gauss function

Abstract

Research on influences of ground vibrations in connection with static loads acting on pipelines is necessary for evaluating the level of safety risk for pipelines constructed on areas of instable ground (mining and traffic terrains, etc.). Dynamic loads can be a cause of a low-cycle fatigue, which can often result in a development and propagation of microcracks and, in turn, pipeline breakdowns. The aim of the paper is to develop a model of images of STFT transform modules of deformation, pipeline vibrations and ground signals using the Gauss function. For analysis of non-stationary seismic phenomena, the method of time-frequency, short-time Fourier transform has been used (STFT). The method has been proposed for modeling the obtained time-frequency images by a mixture of two-dimensional Gaussian functions. On the basis of the developed model and the values of ground vibration parameters obtained in the course of monitoring, it will be possible to determine the values of dynamic strain and stresses of a pipeline. In the case of pipelines placed in the ground, monitoring of ground vibrations is easier and less expensive and sometimes even possible to be realised in comparison to monitoring of pipeline deformations.

Keywords: ground paraseismic vibrations, pipelines deformations, time-frequency transform, image modeling.

1. Wprowadzenie

Budowa i eksploatacja rurociągów na terenach o niestabilnym podłożu należy do bardzo złożonych problemów technicznych, niosących duże zagrożenia dla użytkowników [5, 6]. Niezawodność i bezpieczeństwo eksploatacji budowli liniowych na terenach górniczych jest uzależnione od ruchów deformowanego podłoża na skutek tworzenia się tzw. górniczych niecek obniżeniowych, a także uskoków, wstrząsów i tąpnięć. Zagadnieniami tej problematyki objęte są obiekty, które znajdują się w zasięgu prowadzonych prac wydobywczych górnictwa węglowego, rudnego, skalnego, siarkowego i solnego. Ze względu na podobną specyfikę

pracy do tej grupy można także włączyć rurociągi pracujące w niestabilnych warunkach, czyli przy zmiennym ciśnieniu transportowanego medium, poddane wpływom drgań komunikacyjnych, a także rurociągi budowane na terenach bagnistych i układane na dnach zbiorników wodnych. Zapewnienie wysokiego poziomu bezpieczeństwa i niezawodności rurociągów powoduje konieczność stosowania skutecznych metod badawczych umożliwiających analizę wpływu drgań podłoża na odkształcenia rurociągów. Nieregularne i najczęściej o losowym przebiegu obciążenia dynamiczne mogą być bowiem przyczyną niskocyklowego zmęczenia materiału, czego skutkiem może być rozwój i propagacja mikropęknięć prowadzących do awarii rurociągu. Z drugiej strony przenoszone na grunt i rurociąg drgania pochodzące od wstrząsów wpływają na zmiany wartości sił tarcia, powodując zmienność obciążenia zewnętrznego konstrukcji.

Przedmiotem artykułu jest przedstawienie metody modelowania obrazów modułów krótkookresowej transformaty Fouriera sygnałów odkształceń i drgań rurociągu oraz drgań podłoża funkcją Gaussa. Modelowanie obrazów transformat sygnałów jest etapem w budowie modelu dynamicznego oddziaływania drgań podłoża na odkształcenia rurociągów. Na podstawie modelu oddziaływania oraz na podstawie otrzymywanych w wyniku monitoringu wartości parametrów drgań rurociągu i podłoża, możliwe będzie określanie wartości odkształceń oraz naprężeń dynamicznych, na podstawie których wyznaczane są parametry wytrzymałościowe rurociągu. W przypadku rurociągów posadowionych w gruncie, monitorowanie drgań podłoża jest dużo prostsze i tańsze, a czasami wręcz w ogóle możliwe w realizacji, niż monitorowanie odkształceń rurociągu. W celu stworzenia podstaw budowy modelu, opracowano procedurę, która służy do analizy obrazów otrzymanych w wyniku analizy czasowo-częstotliwościowych transformat sygnałów drgań i odkształceń rurociągu oraz gruntu.

2. Przebieg eksperymentów terenowych

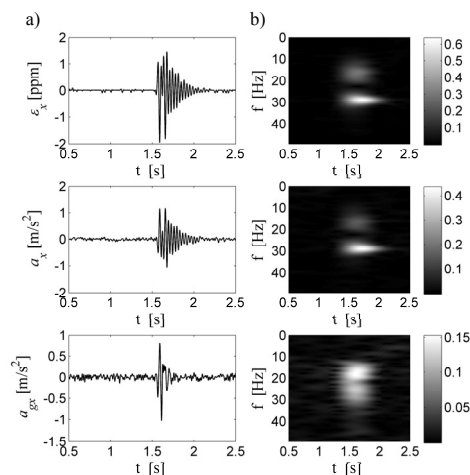
Celem przeprowadzonych eksperymentalnych badań terenowych było określenie wpływu drgań gruntu na odkształcenia rurociągu [3, 4, 6]. W związku z tym wywoływano w trakcie eksperymentów drgania gruntu o charakterze impulsowym, które można interpretować jako fale parasejsmiczne pochodzenia górniczego, zrzucając w zadanej odległości od osi rurociągu, z wysokości 3m obiekt o masie 1200kg. Wymuszenia udarowe zadawane były w wybranym punkcie w sąsiedztwie rurociągu, przy czym odległość miejsca zadawania udaru od rurociągu ulegała zmianie dla kolejnych eksperymentów. Układ współrzędnych zdefiniowano w odniesieniu do osi rurociągu w taki sposób, że oś z skierowana jest prostopadle do osi rurociągu oraz do powierzchni ziemi, oś x skierowana jest prostopadle do osi rurociągu i równoległa do powierzchni ziemi, natomiast oś y skierowana jest zgodnie z osią rurociągu. Osie tworzą trójkę prawoskrętną wektorów.

W wyniku oddziaływania wymuszonych drgań na podłożu otaczające rurociąg zmierzono i zarejestrowano sygnały dynamicznych odkształceń rurociągu, oraz przyspieszeń drgań gruntu i gazociągu. Na rys. 1a pokazano, dla przykładowo wybranej osi x, sygnały odkształcenia rurociągu $\epsilon_x(t)$, przyspieszenia drgań rurociągu $a_x(t)$, oraz przyspieszenia drgań gruntu $a_g(t)$. Ze względu na wygodę prezentacji odkształcenia wyrażono w częściach milionowych ppm, zamiast w typowo stosowanych częściach tysięcznych ‰.

3. Analiza STFT danych pomiarowych

Dla zarejestrowanych sygnałów odkształceń i przyspieszeń drgań, wyznaczono widma częstotliwościowe za pomocą krótko-

czasowej transformaty Fouriera STFT, wykorzystując w tym celu oprogramowanie Matlab & Simulink [3, 4, 7]. Skorzystano z funkcji spectrogram pakietu Matlab, w którym przyjęto standardowo stosowane okno Hanninga. Wszystkie sygnały zostały wstępnie poddane operacji odfiltrowania zakłóceń i usunięcia składowej stałej. Jak widać na podstawie wstępnych wyników, czułość zastosowanych akcelerometrów przy niskich częstotliwościach drgań gruntu jest zbyt mała i zdecydowanie lepszym rozwiązaniem będzie zastosowanie w dalszych planowanych eksperymentach geofonów, służących do pomiarów prędkości drgań.



Rys. 1. Przykładowe sygnały zarejestrowane w osi x: a) przebiegi czasowe odkształcenia rurociągu $\varepsilon_x(t)$, przyspieszenia drgań rurociągu $a_x(t)$, oraz przyspieszenia drgań gruntu $a_{gx}(t)$, b) moduły transformat STFT sygnałów

Na rys. 1b przedstawiono moduły transformat STFT analizowanych sygnałów, przy zastosowaniu funkcji wizualizacyjnej imagesc pakietu Matlab, natomiast na rys. 2 pokazano ich trójwymiarowe obrazy, przy czym przyjęto oznaczenia modułów transformat:

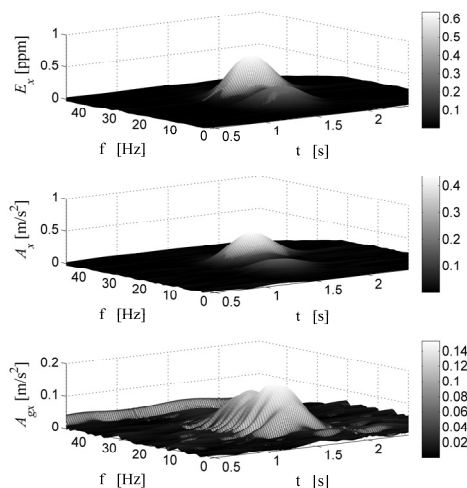
$$\begin{aligned} E_x(f, t) &\equiv |STFT\{\varepsilon_x(t)\}| \\ A_x(f, t) &\equiv |STFT\{a_x(t)\}| \\ A_{gx}(f, t) &\equiv |STFT\{a_{gx}(t)\}| \end{aligned} \quad (1)$$

Na przedstawionych na rys. 1b i 2 obrazach łatwo zauważyć występowanie dwóch wyraźnie dominujących maksimów dla modułów transformat $E_x(f, t)$ i $A_x(f, t)$, natomiast dla $A_{gx}(f, t)$ występujące dwa maksima nie mają już tak wyraźnie dominującego charakteru. Wynika to z fizycznej natury zjawiska rozchodzenia się fali parasejsmicznej w gruncie, któremu towarzyszy rozproszenie widma częstotliwościowego przyspieszeń drgań. W celu precyzyjnego określenia dominujących częstotliwości, dla których moduły transformat sygnałów drgań i odkształceń wywołanych falami parasejsmicznymi, jak również sposobów oddziaływania drgań gruntu na rurociąg, dla modułów transformat sygnałów (1) opracowano model parametryczny.

4. Modelowanie obrazów modułów STFT

Kształt obrazów wskazuje, że dla celów modelowania dobrze winna nadawać się dwuwymiarowa funkcja Gaussa. Ponieważ funkcja Gaussa ma charakter jedno-modalny, a w ogólnym przypadku na obrazach może występować większa liczba maksimów (na przykładowych obrazach występują dwa), przyjęto strukturę modelu \mathcal{M} w postaci kompozycji K dwuwymiarowych funkcji Gaussa \mathcal{N} [1]:

$$\mathcal{M}(\mathbf{v}) = \sum_{k=1}^K \alpha_k \mathcal{N}(\mathbf{v} | \boldsymbol{\mu}_k, \boldsymbol{\Sigma}_k), \quad (2)$$



Rys. 2. Trójwymiarowy obraz modułów transformat STFT dla przykładowych sygnałów zarejestrowanych w osi x, które prezentowane są na rys. 1

Fig. 2. Three-dimensional image of STFT transform modulus for exemplary signals registered in the x axis, which are presented in Fig. 1

gdzie każda dwuwymiarowa składowa funkcja Gaussa \mathcal{N} zmiennej wektorowej \mathbf{v} ma postać [1]:

$$\mathcal{N}(\mathbf{v} | \boldsymbol{\mu}_k, \boldsymbol{\Sigma}_k) = \frac{1}{2\pi \cdot |\boldsymbol{\Sigma}_k|^{1/2}} \cdot \exp\left\{-\frac{1}{2} \cdot (\mathbf{v} - \boldsymbol{\mu}_k)^T \boldsymbol{\Sigma}_k^{-1} (\mathbf{v} - \boldsymbol{\mu}_k)\right\}, \quad (3)$$

przy czym:

$$\mathbf{v} = \begin{bmatrix} f \\ t \end{bmatrix}. \quad (4)$$

Będące parametrami modelu parametry funkcji Gaussa, wartość centralna $\boldsymbol{\mu}_k$ oraz macierz kowariancji $\boldsymbol{\Sigma}_k$ mają postać:

$$\boldsymbol{\mu}_k = \begin{bmatrix} f_k \\ t_k \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{\Sigma}_k = \begin{bmatrix} \sigma_{f_k}^2 & \rho_k \cdot \sigma_{f_k} \sigma_{t_k} \\ \rho_k \cdot \sigma_{f_k} \sigma_{t_k} & \sigma_{t_k}^2 \end{bmatrix}, \quad (5)$$

gdzie wartości centralne k -tej funkcji Gaussa określają współrzędne częstotliwości f_k i czasu t_k , dla których osiągnięta jest jej wartość maksymalna, σ_{f_k} oraz σ_{t_k} są miarą szerokości funkcji Gaussa w kierunkach osi f i t , natomiast współczynnik ρ_k jest miarą korelacji pomiędzy zmiennymi f i t , i wprowadza dodatkowy stopień swobody, umożliwiającą realizację obrotu funkcji Gaussa w układzie współrzędnych $f \times t$. Każda k -ta funkcja Gaussa \mathcal{N} opisywana jest przez pięć parametrów oraz dodatkowo przyporządkowany jest jej szósty parametr w modelu (2), tzw. współczynnik złożenia α_k dla każdej z K funkcji Gaussa. W celu estymacji wartości parametrów modelu opracowano w środowisku Matlab oprogramowanie bazujące na procedurze optymalizacyjnej funkcji wielu zmiennych z ograniczeniami [7], w której parametry funkcji Gaussa (3) dobierane są w procesie optymalizacji według kryterium błędu średniokwadratowego dla modelowanego obrazu, np. dla $E_x(f, t)$ (1), spełnione winno być równanie:

$$\begin{aligned} (f_k, t_k, \sigma_{f_k}, \sigma_{t_k}, \rho_k, \alpha_k) &= \arg \left\{ \min_{f, t} \int (E_x(f, t) - \mathcal{M}(f, t))^2 df dt \right\}, \quad (6) \\ \text{dla } k &= 1 \dots K \end{aligned}$$

Należy podkreślić, że wyznaczane parametry funkcji Gaussa nie są w tym miejscu interpretowane w sensie statystycznym, lecz jako parametry funkcji aproksymującej.

Większość zarejestrowanych w wyniku eksperymentów sygnałów zawiera w obrazach modułów transformat STFT dwa maksima, tak jak zaprezentowane na rys. 1 i 2 obrazy modułów trans-

format E_x , A_x , A_{gx} dla przykładowych sygnałów zarejestrowanych w osi x , stąd w badaniach symulacyjnych przyjęto model złożony z dwóch dwuwymiarowych funkcji Gaussa ($K=2$).

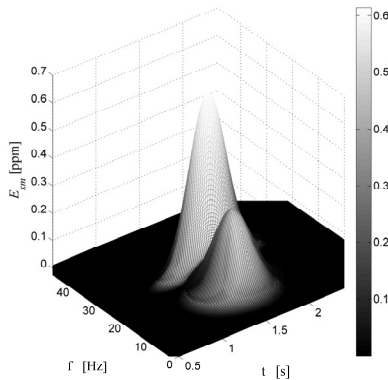
Na rys. 2 zaprezentowano trójwymiarowe obrazy modułów transformat STFT dla przykładowych sygnałów zarejestrowanych w osi x , zgodnie z (1): sygnału odkształcenia rurociągu $E_x(f,t)$, sygnału przyspieszenia drgań rurociągu $A_x(f,t)$ oraz sygnału przyspieszenia drgań gruntu $A_{gx}(f,t)$. Na rys. 3, 4 oraz 5 przedstawiono trójwymiarowe modele obrazów modułów transformat STFT zgodnie z (2) i (3): $E_{xm}(f,t)$, $A_{xm}(f,t)$ oraz $A_{gx}(f,t)$, dla przykładowych sygnałów z rys. 2, otrzymane w wyniku przeprowadzonych aproksymacji. W przypadku potrzeby uwzględnienia w modelu większej liczby maksimum w obrazach modułów transformat, łączna liczba parametrów będzie wynosiła $6K$.

Względny błąd niedopasowania modelu zdefiniowano w postaci:

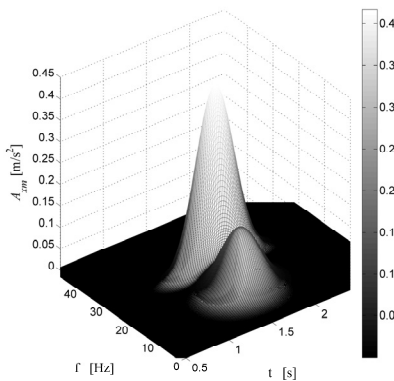
$$\delta = \frac{|E_x(f,t) - E_{xm}(f,t)|}{\max_{f,t} E_{xm}(f,t)} \cdot 100\% \quad (7)$$

Wyznaczone histogramy wyrażonego w procentach względnego błędu (7) niedopasowania modeli dla modułów transformat: $E_{xm}(f,t)$, $A_{xm}(f,t)$ wykazały błędy na poziomie do 5%, natomiast dla modelu $A_{gx}(f,t)$ na poziomie do 10% dla 90% wystąpień.

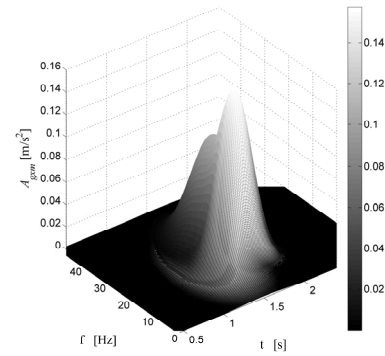
Na rysunku 6 przedstawiono przykładowe przekroje obrazów trójwymiarowych $E_x(f,t)$ i jego modelu $E_{xm}(f,t)$ dla ustalonego czasu t , oraz ustalonej częstotliwości f , dla których osiągnięta jest maksymalna wartość modułu transformaty.



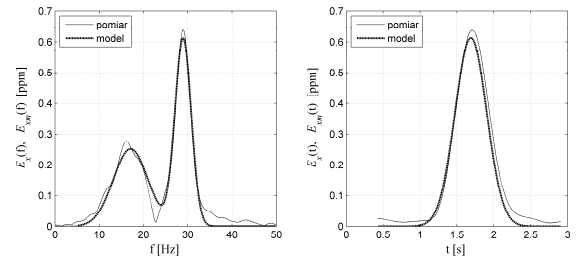
Rys. 3. Model obrazu modułu transformaty $E_{xm}(f,t)$ zgodnie z (2), sygnału odkształcenia rurociągu zarejestrowanego w osi x
Fig. 3. Model of $E_{xm}(f,t)$ image of STFT transform module in accordance with (2) of strain signal recorded in the x axis.



Rys. 4. Model obrazu modułu transformaty $A_{xm}(f,t)$ zgodnie z (2), sygnału przyspieszenia drgań rurociągu zarejestrowanego w osi x
Fig. 4. Model of $A_{xm}(f,t)$ image of STFT transform module in accordance with (2) of pipeline acceleration signal recorded in the x axis



Rys. 5. Model obrazu modułu transformaty $A_{gx}(f,t)$ zgodnie z (2), sygnału przyspieszenia drgań gruntu zarejestrowanego w osi x
Fig. 5. Model of $A_{gx}(f,t)$ image of STFT transform module in accordance with (2) of ground vibration acceleration signal recorded in the x axis



Rys. 6. Przekroje trójwymiarowego obrazu $E_x(f,t)$ oraz jego modelu $E_{xm}(f,t)$ (rys. 3) dla: a) ustalonego czasu t , b) ustalonej częstotliwości f , dla których osiągnięta jest maksymalna wartość modułu transformaty
Fig. 6. Cross-sections by three-dimensional image $E_x(f,t)$ and its model $E_{xm}(f,t)$ (Fig.3) for: a) fixed time t , b) fixed frequency f , for which the maximum value of $E_{xm}(f,t)$ is achieved

5. Analiza modelu

Przedstawiony za pomocą zależności (2) model przyjęto w postaci nieznormalizowanej ze względu na α_k (znormalizowane są natomiast indywidualne składowe funkcje Gaussa) i wyraża on wartości przetwarzanych amplitud sygnałów w oryginalnych jednostkach fizycznych. Znormalizowaną postać współczynników złożenia modelu α_k zdefiniowano następująco:

$$\mathcal{M}_u(\mathbf{v}) = \frac{\sum_{k=1}^K \alpha_k \mathcal{N}(\mathbf{v}|\boldsymbol{\mu}_k, \boldsymbol{\Sigma}_k)}{\max_{f,t} \mathcal{M}(f,t)} = \sum_{k=1}^K \pi_k \mathcal{N}(\mathbf{v}|\boldsymbol{\mu}_k, \boldsymbol{\Sigma}_k) \quad (8)$$

Uwzględniając fakt, iż modelowane obrazy modułów $\mathcal{M}_u(\mathbf{v})$ przyjmują wyłącznie wartości nieujemne, i funkcje Gaussa przyjmują również wartości nieujemne ($\mathcal{N}(\mathbf{v}|\boldsymbol{\mu}_k, \boldsymbol{\Sigma}_k) \geq 0$), łatwo wykazać, że wartości unormowane współczynników złożenia π_k spełniają warunki [1]:

$$\sum_{k=1}^K \pi_k = 1 \quad \text{oraz} \quad 0 \leq \pi_k \leq 1, \quad (9)$$

co jest równoznaczne ze spełnianiem przez nie warunków prawdopodobieństwa.

Zapis matematyczny (8) unormowanego modelu $\mathcal{M}_u(\mathbf{v})$ jest równoważny zapisowi rozkładu granicznego [1] przy założeniu losowego charakteru zjawisk i parametrów:

$$p(\mathbf{v}) = \sum_{k=1}^K p(k)p(\mathbf{v}|k), \quad (10)$$

w którym:

$$\pi_k = p(k) \quad (11)$$

pełni rolę prawdopodobieństwa a priori k -tej składowej modelu, natomiast rozkład normalny:

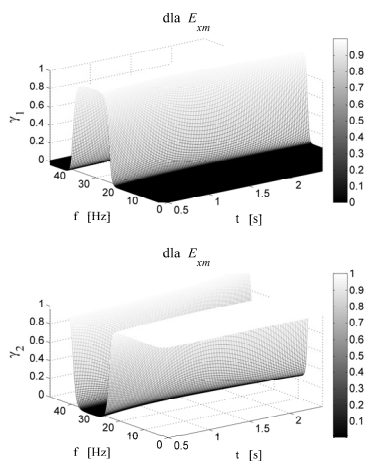
$$\mathcal{N}(\mathbf{v}|\boldsymbol{\mu}_k, \boldsymbol{\Sigma}_k) = p(\mathbf{v}|k), \quad (12)$$

spełnia rolę warunkowego rozkładu gęstości \mathbf{v} względem k . Wykorzystując twierdzenie Bayesa można wyznaczyć rozkład a posteriori $\gamma_k(\mathbf{v})$ względem składowej k :

$$\gamma_k(\mathbf{v}) \equiv p(k|\mathbf{v}) = \frac{p(k)p(\mathbf{v}|k)}{\sum_l p(l)p(\mathbf{v}|l)}, \quad (13)$$

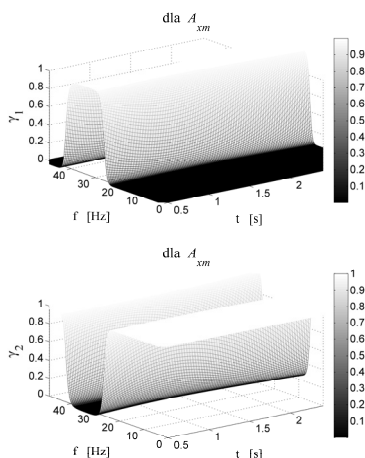
a po uwzględnieniu (11) i (12) w (13) rozkład a posteriori przyjmuje postać [1]:

$$\gamma_k(\mathbf{v}) = \frac{\pi_k \cdot \mathcal{N}(\mathbf{v}|\boldsymbol{\mu}_k, \boldsymbol{\Sigma}_k)}{\sum_l \pi_l \mathcal{N}(\mathbf{v}|\boldsymbol{\mu}_l, \boldsymbol{\Sigma}_l)}. \quad (14)$$



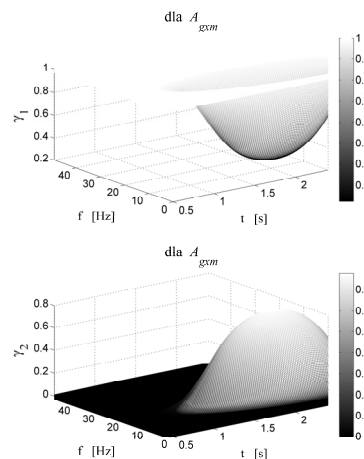
Rys. 7. Rozkład a posteriori γ (zgodnie z (14)) prawdopodobieństwa dla modelu $M_u(f,t)$ (8) obrazu $E_{xm}(f,t)$ odkształcenia zarejestrowanego w osi x : a) dla składowej $k=1$, b) dla składowej $k=2$

Fig. 7. Posterior probability γ (in accordance with (14)) for model $M_u(f,t)$ (8) of $E_{xm}(f,t)$ image of STFT transform of strain signal recorded in the x axis: a) for $k=1$ component, b) for $k=2$ component



Rys. 8. Rozkład a posteriori γ (zgodnie z (14)) prawdopodobieństwa dla modelu $M_u(f,t)$ (8) obrazu $A_{xm}(f,t)$ przyspieszenia rurociągu zarejestrowanego w osi x : a) dla składowej $k=1$, b) dla składowej $k=2$

Fig. 8. Posterior probability γ (in accordance with (14)) for model $M_u(f,t)$ (8) of $A_{xm}(f,t)$ image of STFT transform of pipeline acceleration signal recorded in the x axis: a) for $k=1$ component, b) for $k=2$ component



Rys. 9. Rozkład a posteriori γ (zgodnie z (14)) prawdopodobieństwa dla modelu $M_u(f,t)$ (8) obrazu $A_{gxm}(f,t)$ przyspieszenia gruntu zarejestrowanego w osi x : a) dla składowej $k=1$, b) dla składowej $k=2$

Fig. 9. Posterior probability γ (in accordance with (14)) for model $M_u(f,t)$ (8) of $A_{gxm}(f,t)$ image of STFT transform of ground acceleration signal recorded in the x axis module: a) for $k=1$ component, b) for $k=2$ component

Rozkład a posteriori $\gamma_k(\mathbf{v})$ gęstości prawdopodobieństwa (rys. 7-9) może być rozpatrywany w sensie odpowiedzialności (ang. *responsibility*) k -tej składowej modelu za wyjaśnienie obserwowanej zmiennej \mathbf{v} . Inaczej wniosek ten można sformułować poprzez pojęcie udziału k -tej składowej unormowanej postaci modelu względem pełnego modelu $M_u(\mathbf{v})$ (8).

6. Wnioski

W artykule zaprezentowano metodę modelowania obrazów modułów krótkookresowej transformaty Fouriera sygnałów odkształceń i drgań rurociągu oraz podłoża funkcją Gaussa. Przyjęto model w postaci kompozycji dwuwymiarowych funkcji Gaussa. Przedstawiono przykład zastosowania opracowanego modelu do analizy niestacjonarnych sygnałów odkształceń rurociągu wywołanych drganiami parasejsmicznymi gruntu. Pokazano sposób interpretacji zjawisk przy założeniu losowego charakteru parametrów modelu, wykorzystano przy tym twierdzenie Bayesa i określono rozkłady a posteriori poszczególnych składowych modelu. Działania te są etapem w budowie modelu dynamicznego oddziaływania drgań podłoża na odkształcenia rurociągu.

7. Literatura

- [1] Bishop Ch. M.: Pattern recognition and machine learning. Springer 2006.
- [2] Hoggar S.G.: Mathematics of digital images. Cambridge University Press 2006.
- [3] Gawędzki W.: Analiza wpływu drgań gruntu na odkształcenia rurociągu w warunkach ich dodatkowego obciążenia statycznego, *Pomiary, Automatyka, Kontrola*, vol. 56 nr 8, 2010, s. 879–882.
- [4] Gawędzki W.: Modelowanie sygnałów drgań oraz odkształceń rurociągu wywołanych oddziaływaniami parasejsmicznymi gruntu. Materiały XVIII Symposium „Modelowanie i symulacja systemów pomiarowych”, Wydawnictwo KM AGH, AGH Akademia Górniczo-Hutnicza, Kraków 2011, s.167–174.
- [5] Gawędzki W. Tamowski J.: Badania wpływu drgań komunikacyjnych na obciążony gazociąg stalowy, *Problemy Eksploatacji*, nr 3, 2009, s. 65–74.
- [6] Tarnowski J. i inni: Optymalizacja metod obliczeniowych oraz modernizacja technologii budowy i systemu eksploatacji sieci gazowych na terenach szkód górniczych w aspekcie bezpieczeństwa użytkownika, *Sprawozdanie z Projektu Badawczego KBN Nr 9T12A04812*, AGH Kraków, 2000.
- [7] MATLAB & SIMULINK for Windows – User’s Guide The MathWorks, Inc