



## Badanie modalne zamodelowanego elementu metalowego o strukturze kratownicowej

Mariusz Żółtowski<sup>1</sup>, Katarzyna Jeleniewicz<sup>2</sup>

### STRESZCZENIE:

Współczesne konstrukcje kratownicowe są projektowane, aby sprostały wymogom wytrzymałościowym niezagrażającym bezpieczeństwu ich użytkowania. Może to spowodować fakt, że wpływ drgań na konstrukcję kratownicową narażoną na działanie sił poziomych, jak też sił poprzecznych spowodowanych działaniem wiatru może być niebezpieczny dla bezpiecznego użytkowania (np.: konstrukcje mostowe). Uznając potrzebę doskonalenia oceny ich stanu, jak również współczynników bezpieczeństwa, wykonano badania destrukcji zamodelowanego elementu przęsła mostowego za pomocą metody teoretycznej analizy modalnej.

### SŁOWA KLUCZOWE:

analiza modalna; częstość drgań własnych; diagram stabilizacyjny; drgania konstrukcji

## 1. Wprowadzenie

Podstawowym kryterium stosowanym w projektowaniu współczesnych konstrukcji kratownicowych są ich własności dynamiczne. Mają one wpływ na występowanie drgań układu, emitowany hałas, wytrzymałość zmęczeniową, jak również stabilność konstrukcji. Analizy własności dynamicznych w większości przypadków spotykanych w praktyce dokonuje się analizy zachowania się modelu konstrukcji [1, 2].

Dynamika to dział zajmujący się ruchem ciał z uwzględnieniem przyczyn powodujących ten ruch. Jest ona więc nauką o drganiach konstrukcji, geometrycznie niezmiennych, o zachowawczej postaci równowagi. Celem jej jest określenie odpowiedzi konstrukcji (przemieszczenia, naprężenia) poddanej działaniu dowolnego obciążenia dynamicznego. Obciążenie dynamiczne jest obciążeniem, którego wartość, kierunek, zwrot lub miejsce przyłożenia są zmienne w czasie [3-6].

Podstawowe problemy występujące na etapie projektowania konstrukcji to między innymi:

- opracowanie statycznych i dynamicznych obciążeń działających na poszczególne węzły i elementy konstrukcji,
- ustalenie rozkładu naprężenia w charakterystycznych obszarach obliczanej konstrukcji,
- wybór najbardziej obciążonych elementów, oszacowanie ich wytrzymałości i trwałości (niezawodności działania).

Najtrudniejsze jest wyznaczenie przebiegu i charakteru zmian, a także wartości ekstremalnych obciążeń dynamicznych w projektowanej konstrukcji. Od dokładności wyznaczenia stanu obciążeń zależy poprawność obliczeń projektowych, a w ich rezultacie niezawodna praca oraz walory eksploatacyjne i koszt wytwarzania konstrukcji [7, 8].

Pierwszym krokiem podczas analizy dynamiki jest wyznaczenie częstości drgań własnych elementów konstrukcji (tzw. widmo drgań elementów lub zespołu). Można zaobserwować,

<sup>1</sup> Szkoła Główna Gospodarstwa Wiejskiego w Warszawie, e-mail: mariusz\_zoltowski@sggw.pl

<sup>2</sup> Szkoła Główna Gospodarstwa Wiejskiego w Warszawie, e-mail: katarzyna\_jeleniewicz@sggw.pl

iż drgania swobodne z tymi częstotliwościami w konstrukcji podlegają szybkiemu wytłumieniu. Zachodzi obawa o wzrost drgań w przypadku, gdzie zewnętrzne oddziaływania (deterministyczne lub losowe) w swojej strukturze będą zawierać także wymuszenia o częstotliwościach zbliżonych do częstości drgań własnych konstrukcji.

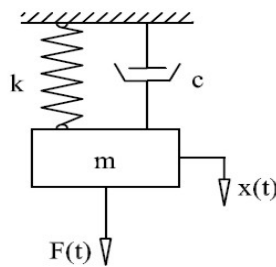
Najbardziej niekorzystne stany obciążeń dynamicznych i związane z tym ekstremalne wartości naprężeń powstają w obszarze drgań rezonansowych z najniższymi częstościami własnymi konstrukcji. Wysokie obciążenia dynamiczne mogą powstawać np. zarówno podczas szybkiej (skokowej) zmiany warunków otoczenia konstrukcji, oddziaływań klimatycznych, wiatru, temperatury, jak i przejeżdżających pojazdów. Zwykle zachodzące przy tym zmiany stanu obciążenia węzłów konstrukcji mają charakter procesów przejściowych o gasnącej amplitudzie.

Sygnał drganiowy jest podstawą badania destrukcji konstrukcji i elementów murowych, a wiele procedur pomocniczych dla rozwiązania postawionego zadania doskonali dziedzinę inżynierii drgań w budownictwie.

Drgania układu na skutek naruszenia położenia jego równowagi, który porusza się pod działaniem: sił sprężystych, ciężkości lub tarcia, nazywa się drganiami swobodnymi. W układach o jednym stopniu swobody naruszenie położenia punktu równowagi opisuje się warunkami początkowymi: początkowym położeniem  $x_0$  i początkową prędkością. Jeżeli układ posiada tylko jeden stopień swobody (jedna masa  $m$ ) i posiada liniowe charakterystyki sprężystości ( $k$ ) oraz tłumienia ( $c$ ) – rysunek 1, a działa na niego harmoniczna siła wymuszająca  $F(t)$ , to równanie jego ruchu jest wyrażone zależnością [9-11]:

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = F(t) \quad (1)$$

Jest opisana *równaniem drgań harmonicznym* albo równaniem drgań oscylatora harmonicznego.



Rys. 1. Układ o jednym stopniu swobody dla ruchu translacyjnego

Wynika z niego, iż drgania własne układu o jednym stopniu swobody są w zupełności określone przez częstość drgań własnych. Amplituda drgań zależy od warunków początkowych, natomiast częstości własne i okres drgań od nich nie zależą. Rozwiązanie tego równania (*przemieszczenie*) ma postać:

$$x = A \sin(\omega_0 t + \varphi) \quad (2)$$

Różniczkując to równanie, otrzymuje się *prędkość drgań*:

$$\dot{x} = A\omega_0 \cos(\omega_0 t + \varphi) \quad (3)$$

będącą również okresową funkcją czasu o tym samym okresie co przesunięcie. Z kolei różniczkując prędkość, otrzymuje się wartość *przyspieszenia drgań*:

$$\ddot{x} = -A\omega_0^2 \sin(\omega_0 t + \varphi) = -\omega_0^2 x \quad (4)$$

Jest ono okresową funkcją czasu o tym samym okresie, co przesunięcie i prędkość. Przyspieszenie jest proporcjonalne do przesunięcia i skierowane przeciwnie do przesunięcia.

Parametry  $a$ ,  $v$ ,  $x$  – czyli parametry procesu drganiowego, ukazują, że drgania dobrze opisują stan konstrukcji inżynierskich.

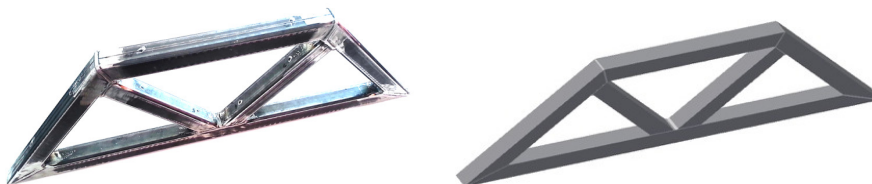
W zakresie niskich częstotliwości możliwe jest modelowanie konstrukcji budowlanych, układów dyskretnych o kilku stopniach swobody, a niejednokrotnie o jednym stopniu swobody. Liczba stopni swobody określa liczbę niezależnych współrzędnych, jakie należy wprowadzić dla jednoznacznego opisu ruchu układu (liczba stopni swobody jest równa liczbie mas w układzie).

## 2. Narzędzie analityczne w środowisku AUTODESK Inventor

Badania modalne mają na celu określenie właściwości dynamicznych elementów kratownicowych, aby wskazać ewentualne możliwości diagnozowania, a nawet modyfikacji tych właściwości za pomocą zmian konstrukcyjnych, co zapewniłoby wysoką jakość tych obiektów. Aby przeprowadzić analizę modalną konstrukcji kratownicowych, stworzono model trójwymiarowy wybranego jej elementu. Na konstrukcje kratownicowe składają się odpowiednie typy kształtowników lub profili powiązanych połączeniami rozłącznymi lub nierozłącznymi. Podobnie zrealizowano to w oprogramowaniu Inventor. Zamodelowano element konstrukcji kratownicowej, który powiązano za pomocą relacji geometrycznych, zgodnie z charakterem współpracy tych elementów. Etap obliczeniowy poprzedza:

- zdefiniowanie rodzaju podparcia badanej konstrukcji,
- konwersję więzów, które wynikają ze złożenia i sposobu połączenia poszczególnych elementów do postaci umożliwiającej określenie liczby postaci drgań.

W zależności od rodzaju połączenia występującego pomiędzy elementami zostały one zastąpione kontaktami tzw. związanymi dla połączeń nieruchomych i kontaktami typu sprężyna dla połączeń ruchomych. Kontakt związany jest równoznaczny ze spojeniem łączącym materiał takich jak np.: połączenia spawane. Natomiast kontakt zamodelowany jako sprężyna pozwala wprowadzić pomiędzy przylegające powierzchnie bezmasowego elementu sprężystego o współczynniku sztywności ustalany przez użytkownika. Podczas modelowania pomijane jest zjawisko tłumienia w przypadku połączeń ruchomych, co powoduje, że model jest znacznie uproszczony. Na rysunku 2 przedstawiono rzeczywisty i zamodelowany model konstrukcji poddany badaniom przy użyciu teoretycznej analizy modalnej.



Rys. 2. Model rzeczywisty i teoretyczny badanego elementu kratownicy

Tak stworzony element w środowisku Inventor poddaje się obliczeniom symulacyjnym, z których to generuje się raport. Raport zawiera informacje na temat analizowanego zadania oraz przedstawia w formie graficznej wyniki symulacji. Wyniki przedstawiane są w postaci map warstwicznych, które to graficznie przedstawiają postacie drgań swobodnych badanego układu razem z tablicą przedstawiającą wartości częstotliwości odpowiadających postaciom drgań.

## 3. Wyniki badań

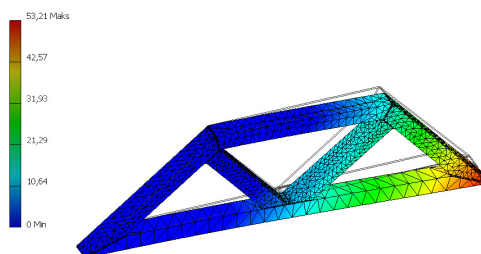
Podczas wykonania obliczeń teoretycznych z wykorzystaniem analizy modalnej [9, 12-14] wygenerowano charakterystyczne częstości drgań własnych dla badanego elementu, które zostały zestawione w tabeli 1. Podczas symulacji ograniczono liczbę wyznaczanych częstotliwości drgań własnych do 20.

**Tabela 1**

Wykaz wartości częstości drgań własnych wygenerowanych za pomocą teoretycznej analizy modalnej

F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7	F8	F9	F10
[Hz]	[Hz]	[Hz]	[Hz]	[Hz]	[Hz]	[Hz]	[Hz]	[Hz]	[Hz]
71,29	289,40	345,10	350,83	792,55	904,46	995,99	1063,37	1063,84	1168,01
F11	F12	F13	F14	F15	F16	F17	F18	F19	F20
[Hz]	[Hz]	[Hz]	[Hz]	[Hz]	[Hz]	[Hz]	[Hz]	[Hz]	[Hz]
1273,96	1373,37	1577,62	1702,82	1814,78	1847,73	1930,23	2076,51	2290,80	357,98

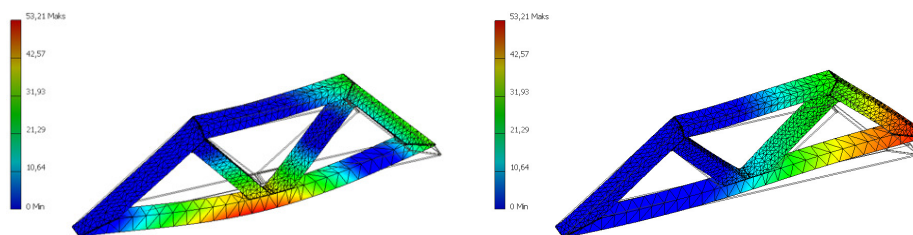
Otrzymane w wyniku symulacji częstotliwości i postaci drgań własnych pozwalają wskazać najbardziej podatne dynamicznie obszary konstrukcji mechanicznej. Wiedzę tę można wykorzystać do zmodyfikowania konstrukcji w celu poprawienia sztywności w niewralgicznych jej obszarach. Informacje te również mogą posłużyć do określenia aktualnego stanu technicznego konstrukcji, a w przypadku znajomości poprzednich stanów możliwe jest wdrożenie odpowiednich procedur diagnostycznych. Wyniki uzyskanych postaci drgań dla trzech zakresów częstotliwościowych przedstawiono w formie graficznej.



Rys. 3. Drgania giętne kratownicy spawanej przy częstotliwości 71,29 Hz

Na rysunku 3 przedstawiono pierwszą postać drgań o częstotliwości 71,29 Hz. Drgania o niskich częstotliwościach w szczególności powinny zwracać uwagę inżynierów. Mają one zazwyczaj bardzo istotny wpływ na trwałość całej konstrukcji. W przypadku analizowanego obiektu, który został lewostronnie utwierdzony, postać ta ma charakter gięty.

Konstrukcje kratownicowe w teorii traktuje się najczęściej jako typ konstrukcji cienkościennych. W tego typu konstrukcjach oprócz naprężeń gnących pojawiają się dużo niebezpieczniejsze naprężenia pochodzące od nieswobodnego skręcania, nazywane również niekiedy bimomentem. Stąd też w przypadku takich konstrukcji istotniejsze stają się drgania własne o skrętnym bądź skrętno-giętnym charakterze. Zazwyczaj tego rodzaju postaci drgań o takim charakterze występują w nieco wyższych częstotliwościach. Na rysunku 4 przedstawiono postaci drgań własnych właśnie dla przypadków skręto-giętnych.



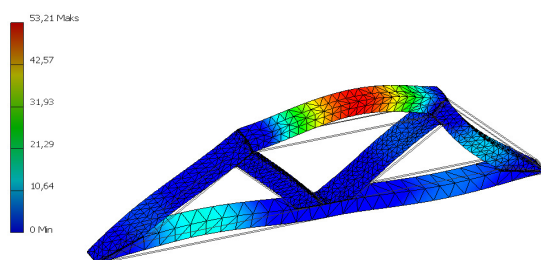
Rys. 4. Przykładowe dwie kolejne postaci drgań własnych konstrukcji kratownicowej o charakterze giętym o częstotliwościach kolejno 289,40 Hz oraz 345,10 Hz

Pierwsza postać drgań własnych o charakterze skrętno-giętnym pojawiła się przy częstotliwości ok. 1000 Hz. Postać ta może zostać wzbudzona zarówno naprężeniami normalnymi, w pośród których może pojawić się nieswobodne skręcanie, jak i stycznymi, które mogą zostać wywołane siłami poprzecznymi (ścinającymi) bądź momentem skręcającym.

Swobodne skręcanie profili metalowych można określić jako pewne odkształcenie, przy którym odległość dwóch przekrojów przed i po odkształceniu jest taka sama. Oznaczałoby to, że wydłużenie poszczególnych włókien i naprężenia wzdłużne są równe zeru.

Inaczej sytuacja wygląda w przypadku skręcania nieswobodnego, w którym to odległość pomiędzy dwoma przekrojami przed i po odkształceniu jest zupełnie inna, a poszczególne włókna wzdłużne zmieniają swoją pierwotną długość.

W analizowanym przykładzie nie zaobserwowano spośród 20 postaci drgań własnych takich, które przedstawiałyby postać skrętną lub skrętno-giętną zbliżoną do definicji skręcania nieswobodnego.



Rys. 5. Pierwsza postać drgań o charakterze giętno-skrętnym przy częstotliwości 995,99 Hz

Skrupulatna i dokładna analiza postaci drgań własnych umożliwia bardzo dokładne poznanie stanu dynamicznego obiektów mechanicznych. Wymaga to jednak połączenia wiedzy z kilku innych dziedzin nauk technicznych.

## 5. Wnioski

Przedstawione wyniki badań wskazują na fakt, iż istnieje możliwość rozróżniania własności materiałowych, co ma wpływ na możliwość rozróżniania ich własności wytrzymałościowych. Badania również potwierdziły przydatność oprogramowania Inventor do badań z wykorzystaniem teoretycznej analizy modalnej wykonywanych na zmodelowanych kratownicowych konstrukcjach mostowych.

Z przedstawionych wyników badań można przeprowadzić następujące wnioskowanie wynikowe:

- wygenerowano częstości drgań własnych dla zamodelowanego badanego elementu mostowego,
- zauważono, iż zmiana warunków pracy elementów elementu powoduje wzrost wartości częstości drgań własnych, co świadczy o przydatności tej metody do oceny degradacji stanu konstrukcji,
- wykazano istotność określonego charakteru postaci drgań własnych na wrażliwość konstrukcji kratownicowych.

## Literatura

- [1] Kubica J., Własności wytrzymałościowe elementów murowych, zapraw i wykonanych z nich murów. Wytrzymałość muru na ścinanie i rozciąganie. Konstrukcje murowe, Puławy 1998.
- [2] Uhl T., Computer-aided identification of mechanical structure models (in Polish), WNT (Scientific Technical Publishers), Warszawa 1997.
- [3] Chmielewski T., Zembaty Z., Podstawy dynamiki budowli, Arkady, Warszawa 1998.
- [4] Janowski Z.: Wymagania konstrukcyjne i wykonawcze murów. Konstrukcje murowe, Puławy 1998.

- [5] Żółtowski M., Operacyjna analiza modalna w badaniach konstrukcji budowlanych, WU UTP, Bydgoszcz 2012.
- [6] Żółtowski M., Martinod R.M., Technical Condition Assessment of Masonry Structural Components using Frequency Response Function (FRF). *Masonry International Journal of the International Masonry Society* 2016, 29, 1, 23-26.
- [7] Żółtowski B., Łukasiewicz M., Diagnostyka drganiowa maszyn, ITE-PIB, Radom 2012.
- [8] Żółtowski B., Łukasiewicz M., Kałaczyński T., Techniki informatyczne w badaniach stanu maszyn, Wyd. UTP, Bydgoszcz 2012.
- [9] Żółtowski B., Żółtowski M., *Vibration signals in mechanical engineering and construction*, ITE-PIB, Radom 2015.
- [10] Żółtowski M., *Informatyczne systemy zarządzania w inżynierii produkcji*, ITE-PIB, Radom 2011.
- [11] Żółtowski M., *Opis drganiowy konstrukcji budowlanych*. *Logistyka* 2014, 6, Index Copernicus 4,57, Lublin 2014, 412-423.
- [12] Starosolski W., Jasiński R., Piekarczyk A., *Impact-Echo – nowoczesna aparatura do nieniszczących badań konstrukcji betonowych i murowych*. Konferencja Badań Nieniszczących, Zakopane 1999.
- [13] Żółtowski M., *Investigations of harbour brick structures by using operational modal analysis*, *Polish Maritime Research* 2014, 1/(81), 21, 42-54.
- [14] Żółtowski M., Martinod R.M., *Quality identification methodology applied to wall-elements based on modal analysis*, *Civil Engineering the Athens Institute for Education and Research, Emerald, Athens*, 2015, 56-64.

## **Modal tests of a modelled metal element with a truss structure**

### **ABSTRACT:**

Contemporary truss structures must maintain appropriate strength requirements for safe use. This may result in the fact that the influence of vibrations on a truss structure exposed to horizontal forces as well as transverse forces caused by wind may be dangerous for safe use (e.g. bridge structures). Recognizing the need to improve methods of testing truss elements for the purpose of assessing their condition as well as assessing the safety factors in this work, an attempt was made to examine the destruction of the modelled bridge span element using the theoretical modal analysis method.

### **KEYWORDS:**

modal analysis; natural frequencies; stabilization diagram; structure vibrations