

dr inż. Agnieszka Chudzik

Department of Dynamics
Lodz University of Technology
Stefanowskiego 1/15, 90-537 Lodz, Poland
E-mail: Agnieszka.Chudzik@p.lodz.pl
phone: +48 426312420

dr hab. inż. Bogdan Warda

Department of Vehicles and Fundamentals of Machine Design
Lodz University of Technology
Stefanowskiego 1/15, 90-537 Lodz, Poland
E-mail: Bogdan.Warda@p.lodz.pl
phone: +48 426312251

**Wpływ wewnętrznego luzu promieniowego na trwałość zmęczeniową
promieniowego łożyska walcowego**

**Effect of radial internal clearance on the fatigue life of the typical radial
cylindrical roller bearing**

Słowa kluczowe: łożysko walcowe, rozkład naprężeń, trwałość zmęczeniowa, metoda elementów skończonych, luz promieniowy

Keywords: rolling bearing; stress distribution; fatigue life; finite element method; radial clearance

Streszczenie: W pracy przedstawiono wyniki badań wpływu wewnętrznego luzu promieniowego w promieniowym łożysku walcowym na jego prognozowaną trwałość zmęczeniową. Wykorzystując zagadnienie Boussinesq dla półprzestrzeni sprężystej i metodę elementów skończonych, określono rozkłady naprężeń podpowierzchniowych niezbędne do oszacowania prognozowanej trwałości zmęczeniowej łożyska. W obliczeniach uwzględniono geometryczne parametry łożyska: jego luz promieniowy i kształt części tocznych. Do określenia wartości luzu promieniowego wykorzystano model Lundberga i Palmgrena. Zastosowanie programu ANSYS pozwoliło na przeprowadzenie analizy rozkładu naprężeń von Misesa w dowolnej płaszczyźnie współpracujących ze sobą elementów tocznych łożyska. Analiza obliczeń wykazała, że promieniowe łożysko walcowe będzie miało najwyższą wytrzymałość z niewielkim luzem promieniowym.

Abstract: The paper presents result of the research on influence of internal radial clearance in radial cylindrical roller bearing on its fatigue durability. By solving the Boussinesq problem for the elastic half-space and finite elements method, stress distributions were determined, necessary to estimate predicted fatigue life of the bearing. The calculations took into account geometrical parameters of the bearing: its radial clearance and shape of rolling parts. Predicted radial clearance was computed by using the Lundberg and Palmgren model. ANSYS program allowed to introduce the analysis of von Mises stress distribution in any plane of cooperating components. The outcome revealed, radial cylindrical roller bearing will have highest endurance with slight radial clearance.

Oznaczenia

A	stała materiałowa
B	szerokość łożyska
C	nośność dynamiczna łożyska
D	zewnętrzna średnica łożyska
D_r	średnica wałeczka
E	moduł Younga
F_r	obciążenie promieniowe łożyska
INT	funkcja integer
L	trwałość zmęczeniowa
L_r	długość wałeczka
Q_r	wypadkowa siła normalna w styku wałeczka z bieżnią główną
S_t	stała Stribeck'a
U_z	lokalne przemieszczenie wewnątrz elementów łożyska
Z	głębokość występowania naprężeń maksymalnych naprężeń podpowierzchniowych wzdłuż osi x
Z_r	liczba wałeczków w łożysku
b	połowa szerokości pola styku
c	wykładnik w równaniu prawdopodobieństwa trwałości
d	średnica otworu łożyska
d_{bi}	średnica bieżni pierścienia wewnętrznego
d_{bo}	średnica bieżni pierścienia zewnętrznego
e	wykładnik Weibulla
g	luz promieniowy w łożysku
h	wykładnik w równaniu prawdopodobieństwa trwałości
i	bieżnia pierścienia wewnętrznego (indeks)
j	numer wałeczka
l	długość pola styku wałeczka z bieżnią główną
o	bieżnia pierścienia zewnętrznego (indeks)
n	liczba par wałeczków przenoszących obciążenie
r_b	promień bieżni głównej
r_c	sfazowanie technologiczne
u	liczby cykli obciążenia przypadająca na jeden obrót
δ_{max}	odkształcenie w styku najbardziej obciążonego wałeczka
δ_c	całkowite przemieszczenie osi łożyska
ν	współczynnik Poissona
σ	maksymalne zastępcze naprężenie von Misesa wzdłuż osi x
φ	prawdopodobieństwo trwałości elementu pierścienia łożyska
ψ	kąt mierzony po obwodzie łożyska
ψ_j	kąt pomiędzy wałeczkami
ψ_ε	kąt opisujący wielkość strefy łożyska przenoszącej obciążenie

1. Wstęp

Od wielu lat prowadzone są badania łożysk tocznych i na podstawie otrzymanych wyników przewiduje się ich trwałości zmęczeniową. Czynniki decydującymi, mającymi bezpośredni wpływ na określenie trwałości zmęczeniowej są zjawiska zachodzące pomiędzy elementami tocznymi łożyska a bieżniami. Analityczne metody obliczeniowe trwałości zmęczeniowej nie pozwalają na uwzględnienie wielu czynników, np.:

- luzu promieniowego w łożysku,
- kształtu tworzących elementów łożyska tocznego,
- niewspółosiowości pierścieni łożyska,
- obciążenia osiowego promieniowego łożyska walcowego.

Ponadto analityczne metody obliczeniowe nie pozwalają przewidzieć wyniku niedokładności produkcji elementów tocznych, niewystarczającej sztywności zabudowy i ugięcia rolki nośnej. MES staje się powszechnie używanym narzędziem w wielu dziedzinach nauki i technologii. Zastosowanie MES pozwala na wprowadzenie parametrów, które do tej pory w obliczeniach analitycznych nie można było uwzględnić. Celem analizy numerycznej i analitycznej było zbadanie zjawisk zachodzących na powierzchni kontaktu elementów tocznych z bieżniami łożyska. Ze względu na złożoność badanego modelu do obliczeń numerycznych autorzy opracowali model bryłowy fragmentu łożyska uwzględniający połowę wałeczka i odpowiednich fragmentów obu pierścieni.

Powierzchnia kontaktu współpracujących elementów o niepłaskich powierzchniach styku wszystkich typów urządzeń jest bardzo mała. Przy stosunkowo niewielkich siłach obciążenia generowane są znaczne wartości nacisków powierzchniowych, co powoduje naprężenia podpowierzchniowe. Naprężenia podpowierzchniowe mają znaczący wpływ na trwałość elementów konstrukcyjnych. Ten rodzaj problemu występuje w przekładniach zębatych i wszelkiego rodzaju łożyskach tocznych. H. Hertz [7] opublikował badania dotyczące powierzchni kontaktu pod ciśnieniem. Przedstawił ogólne rozwiązanie kontaktu dwóch ciał sprężystych poddanych poprzecznemu obciążeniu. Artykuł ten był podstawą badań Lundberga [14], który przedstawił rozwiązanie analityczne modelu, w którym wałek jest ściskany pomiędzy dwiema płaszczyznami. W 1907 r. Stribeck [23] wykazał, że obciążenie zewnętrzne łożyska jest przenoszone przez część elementu tocznego, a obciążenie poszczególnych elementów tocznych zależy od ich położenia i wewnętrznego luzu w łożysku. Im większy luz pomiędzy elementami tocznymi, tym mniejsza liczba wałeczków, które przenoszą obciążenie i tym większa siła działa na wałeczek leżący na linii działania siły zewnętrznej. Stribeck [23] stwierdził, że wartość siły działającej na wałeczek w przypadku łożysk o zerowym luzie wewnętrznym wynosi 4,37 średniego obciążenia łożyska walcowego. Zasugerował, żeby wartość tej siły była 5 razy większa niż średnia siła dla łożyska z niezerowym luzem wewnętrznym. Palmgren [17] zaproponował, że w przypadku łożyska walcowego z zerowym luzem wewnętrznym wartość ta powinna wynosić 4,08. W przypadku innych łożysk o typowym luzie wewnętrznym, w tym w promieniowych łożyskach walcowych, wartość ta powinna być równa 5. Stała ta była nazywana stałą Stribeck'a.

Łożyska toczne są powszechnie stosowane w konstrukcjach inżynierskich. Są to elementy, które pozycjonują oś obrotu wału, który przenosi zarówno obciążenia poprzeczne, jak i wzdłużne. Łożysko toczne powinno charakteryzować się wysoką trwałością zapewniającą długie godziny pracy. Przez wiele lat łożyska toczne były przedmiotem zainteresowania badaczy, którzy badali czas działania łożysk aż do ich awarii w różnych warunkach pracy. Umożliwiło to określenie czasu bezawaryjnej pracy łożyska. Lundberg i Palmgren [15, 16] rozpoczęli badania nad wpływem obciążenia elementów tocznych na trwałość łożysk tocznych. Przeprowadzono również wiele kompleksowych badań różnych rodzajów styku powierzchni [9] i przedstawiono propozycje obliczania rozkładu obciążenia elementów tocznych różnych rodzajów łożysk [2, 3, 4, 5, 6, 8]. Wygodnym i tanim narzędziem do przeprowadzenia takich badań są symulacje przeprowadzane na modelach numerycznych łożysk. W tym celu budowane są modele numeryczne łożysk obciążane siłami zewnętrznymi (poprzecznymi, wzdłużnymi lub ich kombinacją). Badając model łożyska wieńcowego Kania [10] przedstawił charakterystyki: odkształcenie – obciążenie otrzymane na drodze obliczeń numerycznych.

Ricci [18] przeprowadził obliczenia numeryczne rozkładu obciążenia między elementami łożyska walcowego. Przedstawił wyniki zmian geometrii łożyska pod określonym obciążeniem. W 2011 Tang i wsp. [24] opracowali numeryczny model łożyska walcowego wykorzystując pakiet oprogramowania ANSYS. Obliczone zostały wartości nacisków powierzchniowych i maksymalnych naprężeń w styku elementów. W tym samym roku Laniado-Jacome [13] przeprowadził badania w celu ustalenia rozkładu obciążenia zewnętrznego na elementy toczne łożysk tocznych obciążonych siłą poprzeczną przy zmiennej prędkości obrotowej. Analizę przeprowadzono na modelu numerycznym i analitycznym. W Shah Maulik i in. [19] przeprowadzili badania nad wpływem modyfikacji kształtu tworzących wałeczka na rozkład ciśnienia w obszarze styku. Trwałość łożyska walcowego badano za pomocą pakietu ANSYS. Shingala i wsp. [21] przeprowadzili analizę numeryczną styku elementów tocznych w łożyskach igiełkowych stosowanych w skrzyni biegów. Badania, które rozszerzyły zakres analiz numerycznych o wpływ defektów na współpracę elementów tocznych, zostały przedstawione przez Deshapande i wsp. [1] oraz przez Shaha Rohit [20].

Jednym z najczęściej używanych programów do obliczeń numerycznych jest ANSYS. Badania prowadzone przy użyciu tego pakietu stale się rozwijają, a modele numeryczne są udoskonalane. Prezentowana praca jest próbą przybliżenia modelu numerycznego do geometrii i warunków obciążenia rzeczywistych łożysk. Głównym celem badań była ocena wpływu luzu promieniowego w łożysku tocznym na zjawiska zachodzące w styku elementów tocznych z bieżniami. W artykule przedstawiono metodologię postępowania przy określaniu naprężenia podpowierzchniowego niezbędnego do obliczenia trwałości zmęczeniowej metodą numeryczną.

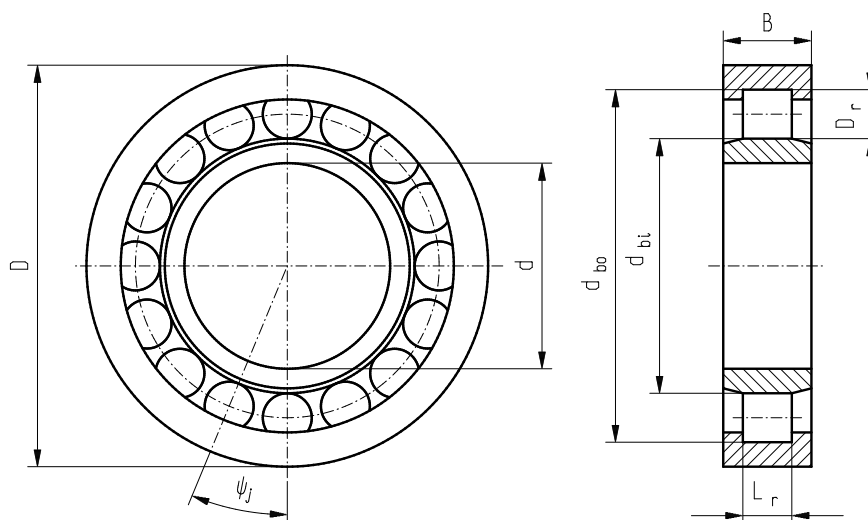
2. Rozkład obciążenia wewnętrznego

Łożyska walcowe są ważnym elementem w produkcji urządzeń mechanicznych i są szeroko stosowane w różnych dziedzinach. W przypadku większości zastosowań łożyska walcowe przenoszą obciążenie promieniowe. Promieniowe łożysko walcowe typu N lub NU umożliwia swobodny ruch wału w kierunku osiowym w stosunku do obudowy. Pozwala to przewyciężyć różnice w rozszerzalności cieplnej materiałów stosowanych w konstrukcji. Łożyska typu NJ umożliwiają przenoszenie lekkich osiowych obciążeń wału w jednym kierunku. Łożyska walcowe umożliwiają przenoszenie stosunkowo wysokich obciążeń promieniowych i mogą pracować z dużymi prędkościami obrotowymi. Ich dopuszczalne prędkości przekraczają dopuszczalne prędkości dla łożysk baryłkowych i stożkowych. Wałeczki w łożyskach tocznych rzadko są idealnymi walcami. W celu zmniejszenia spiętrzenia naprężeń na końcach wałeczka, spowodowanego możliwym przemieszczeniem wału i obudowy, końce wałeczków są zaokrąglone, a profil tworzących skorygowany. Niewłaściwe ustawienie czołowych powierzchni pierścieni łożyska, odkształcenie wału, nachylenie wewnętrznego lub zewnętrznego pierścienia może spowodować pochylenie się rolek względem pierścieni.

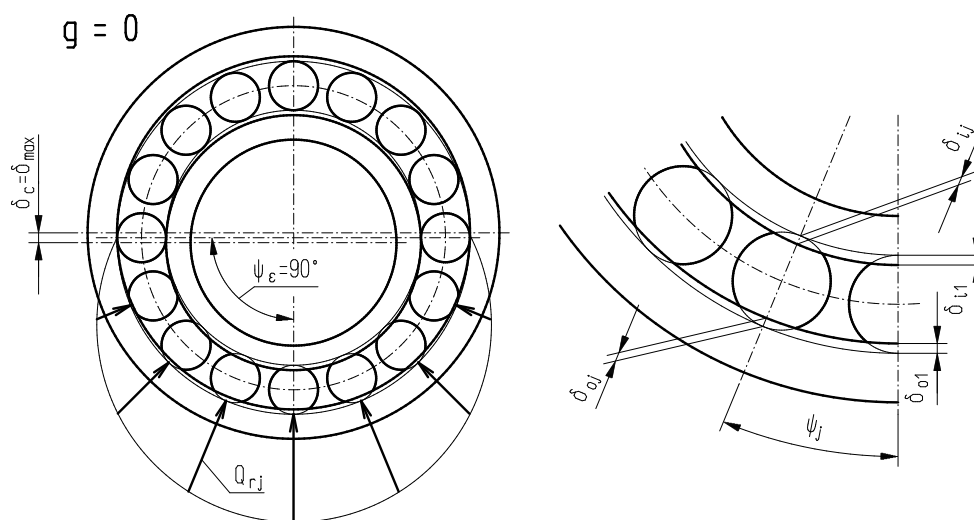
2.1. Rozkład obciążenia w promieniowym łożysku walcowym obciążonym siłą promieniową

Łożysko składa się z dwóch pierścieni (wewnętrznego i zewnętrznego) i od kilku do kilkunastu wałeczków umieszczonych między nimi w zależności od wielkości łożyska. Ich równomierny rozkład zapewnia koszyk. Konstrukcja pierścienia zewnętrznego łożyska typu NU lub pierścienia wewnętrznego łożyska typu N zapobiega przemieszczaniu się wałeczków w kierunku osiowym. W łożyskach typu NJ, konstrukcja wewnętrznego pierścienia

umożliwia jednostronne przemieszczenie wałeczków. Łożyska walcowe są produkowane z różnymi luzami promieniowymi od C1 do C5. Łożyska C1 mają najmniejszy luz promieniowy, a C5 największy. Większość łożysk produkowana jest z normalnym luzem promieniowym CN. Niezależnie od tego, wybierając odpowiednie pasowanie, można uzyskać wstępne obciążenie łożyska. Wtedy łożysko działa z luzem promieniowym mniejszym od zera ($g < 0$). Stribeck [23] wykazał, że rozkład obciążenia w łożysku tocznym obciążonym siłą promieniową jest nierównomierny. Obszar obciążenia łożyska z dodatnim luzem promieniowym jest mniejszy niż 180° . Rysunek 1 pokazuje nieobciążone łożysko z luzem $g = 0$, natomiast na rysunku 2 pokazano łożysko obciążone siłą promieniową F_r .



Rys. 1. Łożysko z luzem promieniowym $g = 0$ przed obciążeniem siłą F_r
 Fig. 1. Bearing with radial clearance $g = 0$ before loading with force F_r



Rys. 2. Łożysko z luzem promieniowym $g = 0$ po obciążeniu siłą F_r
 Fig. 2. Bearing with radial clearance $g = 0$ after loading with force F_r

Liczbę par elementów tocznych przenoszących obciążenie przy $g = 0$ obliczono wg wzoru przedstawionego poniżej:

$$n_{g=0} = INT \left(\frac{Z_r - 1}{4} \right). \quad (1)$$

Liczba elementów tocznych przenoszących obciążenie w sytuacjach pokazanych na rysunku 2 wynosi $2n_{g=0} + 1$. Kąt między rolkami obliczono korzystając ze wzoru:

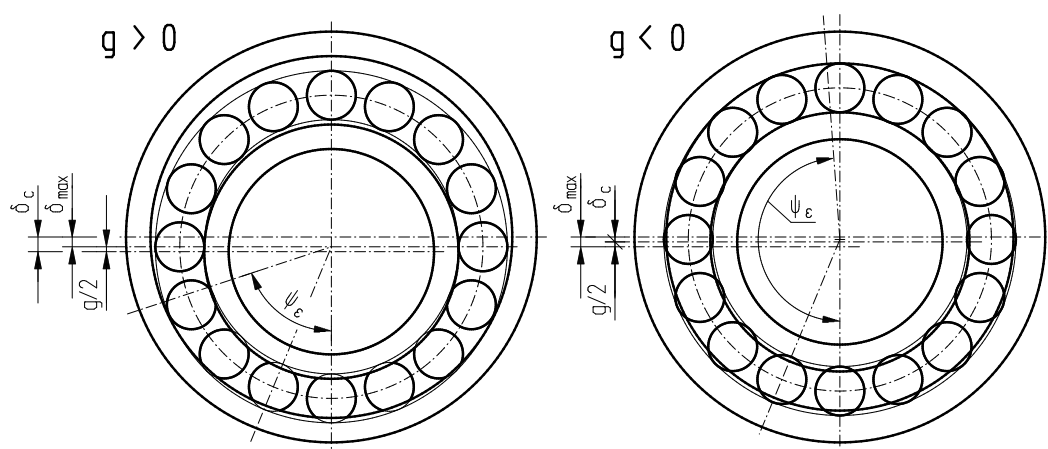
$$\psi_j = \frac{2 \cdot \pi}{Z_r}. \quad (2)$$

Strefę łożyska przenoszącą obciążenie w przypadku dodatniego ($g > 0$) i ujemnego ($g < 0$) luzu przedstawiono na rysunku 3. Wielkość tej strefy opisana jest przez kąt:

$$\psi_\varepsilon = \arccos\left(\frac{g}{2 \cdot \delta_c}\right), \quad (3)$$

$$\delta_c = \delta_{max} + g/2. \quad (4)$$

W przypadku, gdy luz promieniowy $g > 0$, liczba wałeczków poddanych obciążeniu jest mniejsza niż w przypadku $g = 0$. Natomiast, gdy $g < 0$ liczba wałeczków może osiągnąć wartość maksymalną równą liczbie wałeczków w łożysku Z_r .



Rys. 3. Łożysko z dodatnim i ujemnym luzem promieniowym po obciążeniu siłą F_r
Fig. 3. Bearing with positive and negative radial clearance after loading with force F_r

Równanie równowagi łożyska obciążonego siłą promieniową F_r ma postać:

$$F_r = Q_{r1} + 2Q_{r2} \cos \psi_2 + \dots + 2Q_{rj} \cos \psi_j + \dots + 2Q_{rn} \cos \psi_n. \quad (5)$$

Obciążenie wałeczka nr 1 siłą Q_{r1} powoduje całkowite odkształcenie wałeczka δ_{max} , będące sumą odkształceń pomiędzy wałeczkiem i pierścieniem wewnętrznym δ_{i1} oraz wałeczkiem i pierścieniem zewnętrznym δ_{o1} :

$$\delta_{max} = \delta_{i1} + \delta_{o1}. \quad (6)$$

Wartość odkształcenia pozostałych wałeczków można obliczyć ze wzoru:

$$\delta_{rj} = \delta_c \cdot \cos \psi_j - g/2, \quad (7)$$

gdzie:

$$\delta_{rj} = \delta_{ij} + \delta_{oj}. \quad (8)$$

Znając wartość odkształcenia, siłę Q_{rj} w styku wałeczka z bieżnią można wyznaczyć według wzoru Palmgren'a [15, 16]:

$$Q_{rj} = 78000 \delta_{i,oj}^{10/9} \cdot l^{8/9}, \quad (9)$$

gdzie długość pola styku wałeczka z bieżnią określona jest przez:

$$l = L_r - 2r_c. \quad (10)$$

Równanie (5) zostało rozwiązane numerycznie przy użyciu programu komputerowego ROLL1, zbudowanego według metodyki opisanej w pracach [25, 26]. Uzyskane wyniki umożliwiają określenie stałej Stribeck'a:

$$S_t = Q_{r1} \cdot Z_r / F_r. \quad (11)$$

3. Prognozowanie trwałości zmęczeniowej promieniowego łożyska

Wielkość luzu promieniowego w promieniowym łożysku walcowym decyduje o rozkładzie obciążenia na elementy toczne, a zatem ma znaczny wpływ na jego trwałość zmęczeniową. Aby określić trwałość zmęczeniową łożyska, zastosowano metodykę opisaną w [25].

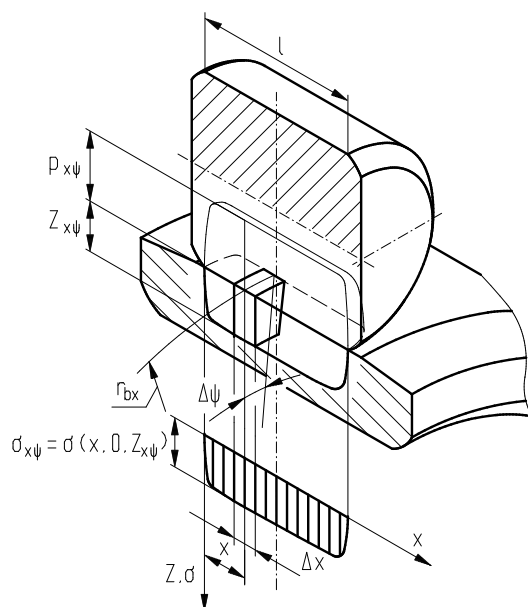
Prawdopodobieństwo trwałości stacjonarnego pierścienia łożyska przyjmuje postać:

$$\ln \frac{1}{\varphi_o} = A \cdot u_o^e L_o^e \int_0^{2\pi} \int_0^l r_{box} \sigma_{ox\psi}^c Z_{ox\psi}^{1-h} dx d\psi. \quad (12)$$

Prawdopodobieństwo trwałości pierścienia łożyska wirującego względem obciążenia jest następujące:

$$\ln \frac{1}{\varphi_i} = A \cdot u_i^e L_i^e 2\pi \left[\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \left(\int_0^l r_{bix} \sigma_{ix\psi}^c Z_{ix\psi}^{1-h} dx \right)^{1/e} d\psi \right]^e. \quad (13)$$

W powyższych wzorach L jest liczbą obrotów, u liczbą cykli obciążenia na jeden obrót, $\sigma_{x\psi}$ jest maksymalnym naprężeniem podpowierzchniowym von Misesa, a $Z_{x\psi}$ jest głębokością, na której występują te naprężenia (Rys. 4). A jest stałą materiałową, która w przypadku łożyska będącego przedmiotem rozważań jest równa $4.5 \cdot 10^{-40}$. Wartości wykładników występujących w równaniu (12, 13) przyjmuje się: $c = 31/3$, $h = 7/3$, $e = 9/8$.



Rys. 4. Rozkład nacisków powierzchniowych i naprężeń podpowierzchniowych decydujących o trwałości zmęczeniowej promieniowego cylindrycznego łożyska walcowego

Fig. 4. Distributions of pressure and subsurface stresses deciding on fatigue life of radial cylindrical roller bearing

Korzystając ze wzoru (14) określono trwałość zmęczeniową badanego łożyska.

$$L = (L_o^{-e} + L_i^{-e})^{-1/e}. \quad (14)$$

Przy prawdopodobieństwie trwałości $\varphi_o = \varphi_i = 0,9$, obliczona wartość L jest tożsama z trwałością L_{10} . Wartość L reprezentuje liczbę obrotów, które łożysko może wykonać, zanim ulegnie zużyciu.

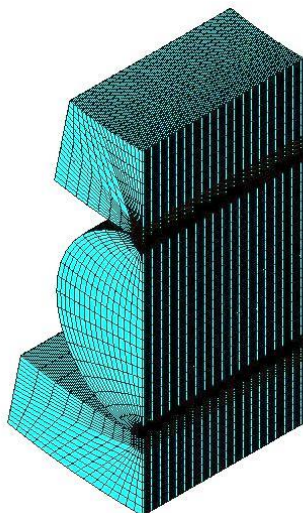
Równania (12) i (13) rozwiązano za pomocą programu ROLL2 [25]. Do wykonania obliczeń trwałości zmęczeniowej konieczne było określenie maksymalnych wartości zastępczych naprężeń podpowierzchniowych σ w strefie kontaktu między wałeczkami i bieżniami oraz głębokości ich występowania Z .

Do wyznaczenia naprężeń podpowierzchniowych zastosowano dwie metody obliczeń:

- metodę „half space” („półprzestrzeni sprężystej”) wykorzystującą rozwiązanie Boussinesq opisujące odkształcenie półprzestrzeni sprężystej poddanej działaniu nacisków powierzchniowych - program komputerowy ROLL4 [25, 26],
- metodę elementów skończonych (MES).

Bryłowy model numeryczny MES został opracowany przy użyciu pakietu programu ANSYS - Augmented Lagrange. Wykorzystując warunki symetrii, obliczenia numeryczne wykonano dla połowy wałeczka z odpowiadającymi fragmentami bieżniami, co pokazano na rysunku 5. W modelu numerycznym użyto 8-węzłowe elementy bryłowe typu *SOLID185*, w strefie kontaktu wałeczka z bieżniami - *CONTA174* i *TARGE170*. Dodatkowo w obliczeniach uwzględniono warunki symetrii i stopnie swobody wynikające z rzeczywistych warunków pracy.

W celu zwiększenia dokładności obliczeń zwiększono gęstość siatki elementów w obszarze przewidywanego kontaktu i zastosowano nierównomierny podział elementów stykowych. Odległość między węzłami siatki elementów powierzchni styku rolki wynosi 0,05 mm (przy średnicy wałeczka wynoszącej 15 mm). Odległości między węzłem pozostałych bieżni i walcem są regulowane pod kątem, eliminując błędy kształtu elementu. W rezultacie model numeryczny zawiera 200363 węzłów w 88910 elementach. Biorąc pod uwagę charakter styku łożyska tocznego z bieżniami, powierzchnia wałeczka była potraktowana jako powierzchnia styku. Powierzchnie bieżni przyjęto jako powierzchnie celu. Powierzchni zewnętrznej pierścienia odebrano możliwość przemieszczenia we wszystkich kierunkach. Wewnętrzny pierścień mógł poruszać się tylko w kierunku osi "z". Do obliczeń przyjęto współczynnik sztywności $FKN = 1,5$. W warunkach symetrii model został obciążony siłą $F_r / 2$.



Rys. 5. Siatka modelu numerycznego MES wałeczka z bieżniami

Fig. 5. FEM numerical model grid of the roller-raceways contact

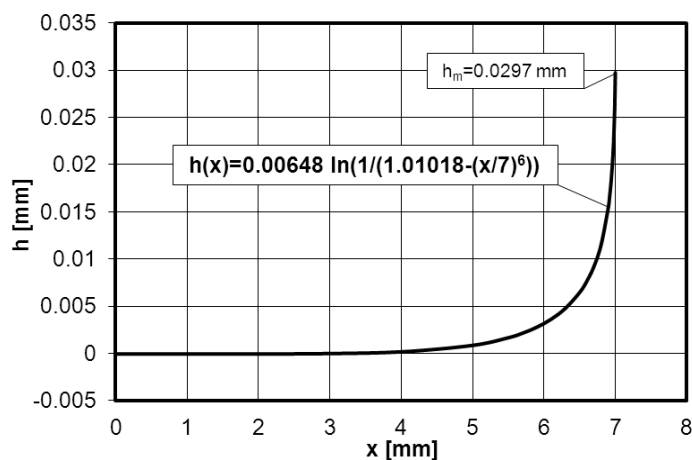
4. Przedmiot badań

Przedmiotem badań było cylindryczne łożysko walcowe NU 213 ECP [22]. Parametry badanego łożyska przedstawiono w tabeli 1.

Tabela 1. Parametry badanego łożyska NU 213 ECP [22]
Table 1. Parameters of the NU 213 ECP cylindrical roller bearing [22]

Średnica otworu łożyska	$d = 65 \text{ mm}$
Zewnętrzna średnica łożyska	$D = 120 \text{ mm}$
Szerokość łożyska	$B = 23 \text{ mm}$
Średnica bieżni pierścienia zewnętrznego	$d_{bo} = 108,5 \text{ mm}$
Średnica bieżni pierścienia wewnętrznego	$d_{bi} = 78,5 \text{ mm}$
Średnica wałeczka	$D_r = 15 \text{ mm}$
Długość wałeczka	$L_r = 15 \text{ mm}$
Sfazowanie technologiczne	$r_c = 0.5 \text{ mm}$
Liczba wałeczków w łożysku	$Z_r = 16$
Nośność dynamiczna	$C = 122000 \text{ N}$

Wałeczki zostały skorygowane zgodnie z modyfikowaną korekcją logarytmiczną zaproponowaną przez Krzezińskiego-Fredę [11]. Zastosowany profil opisano w pracy [26] (Rys. 6). Parametry profilu korekcji logarytmicznej rzeczywistego łożyska typu NJ 213 ECP nie są podawane przez producenta.



Rys. 6. Profil wałeczka ze zmodyfikowaną korekcją logarytmiczną [26]
Fig. 6. Roller generator profile with a modified logarithmic correction [26]

5. Wyniki

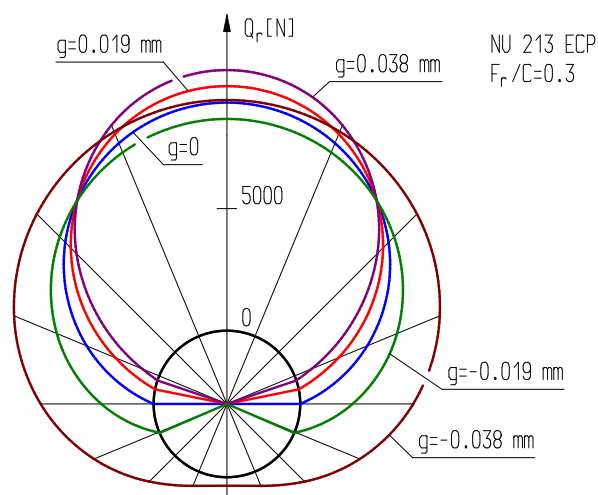
5.1. Obciążenie wałeczków

Według Krzezińskiego-Fredy [12] łożyska walcowe obciążone siłą promieniową $F_r = 0,3 C$ pracują w trudnych warunkach roboczych. Normalne warunki pracy są uważane za takie, przy których obciążenie wynosi: $F_r = (0.07-0.12) C$. Badane łożysko obciążono siłą: $F_r = 0.3 C = 36600 \text{ N}$ i $F_r = 0.1 C = 12200 \text{ N}$. Tabela 2 pokazuje rozkłady obciążenia

obliczone programem komputerowym ROLL1 dla wybranych luzów promieniowych. Rysunek 7 ilustruje rozkłady obciążenia promieniowego Q_r na rolkach przy $F_r = 0,3 C$.

Tabela 2. Rozkład obciążenia promieniowego na wałeczki łożyska NU 213 ECP
Table 2. Radial load distributions on NU 213 ECP bearing rollers

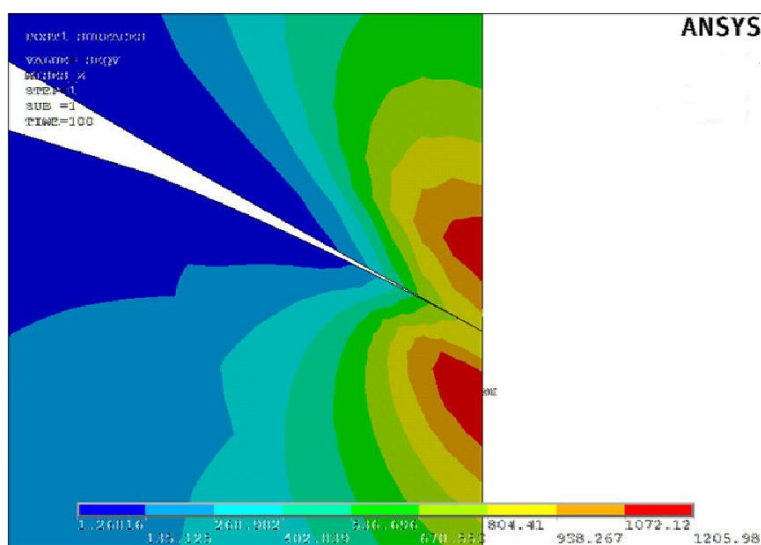
$F_r = 36600 \text{ N}$						
$g \text{ [mm]}$		-0.038	-0.019	0.0	0.019	0.038
$\psi_\varepsilon \text{ [}^\circ\text{]}$		180,0	113,36	90,00	78,49	71,32
Nr wałeczka	$\psi_j \text{ [}^\circ\text{]}$	$Q_{rj} \text{ [N]}$	$Q_{rj} \text{ [N]}$	$Q_{rj} \text{ [N]}$	$Q_{rj} \text{ [N]}$	$Q_{rj} \text{ [N]}$
1	0	9447	8672	9342	10015	10673
2	22.5	9069	8148	8556	8962	9353
3	45	8001	6676	6357	6036	5706
4	67.5	6429	4535	3213	1944	752
5	90	4624	2141	0	0	0
6	112.5	2888	51	0	0	0
7	135	1495	0	0	0	0
8	157.5	631	0	0	0	0
9	180	349	0	0	0	0
S_t		4.13	3.79	4.08	4.38	4.67
$F_r = 12200 \text{ N}$						
$g \text{ [mm]}$		-0.019	-0.0095	0.0	0.019	0.038
$\psi_\varepsilon \text{ [}^\circ\text{]}$		180,00	128,45	90,00	67,71	58,07
Nr wałeczka	$\psi_j \text{ [}^\circ\text{]}$	$Q_{rj} \text{ [N]}$	$Q_{rj} \text{ [N]}$	$Q_{rj} \text{ [N]}$	$Q_{rj} \text{ [N]}$	$Q_{rj} \text{ [N]}$
1	0	3721	2875	3114	3701	4067
2	22.5	3598	2725	2852	3201	3344
3	45	3250	2304	2119	1821	1381
4	67.5	2735	1688	1071	12	0
5	90	2141	991	0	0	0
6	112.5	1562	343	0	0	0
7	135	1088	0	0	0	0
8	157.5	782	0	0	0	0
9	180	678	0	0	0	0
S_t		4.88	3.77	4.08	4.85	5.33



Rys. 7. Rozkłady obciążenia promieniowego na wałeczki łożyska NU 213 ECP
 Fig. 7. The distributions of radial load on the rollers of NU 213 ECP bearing

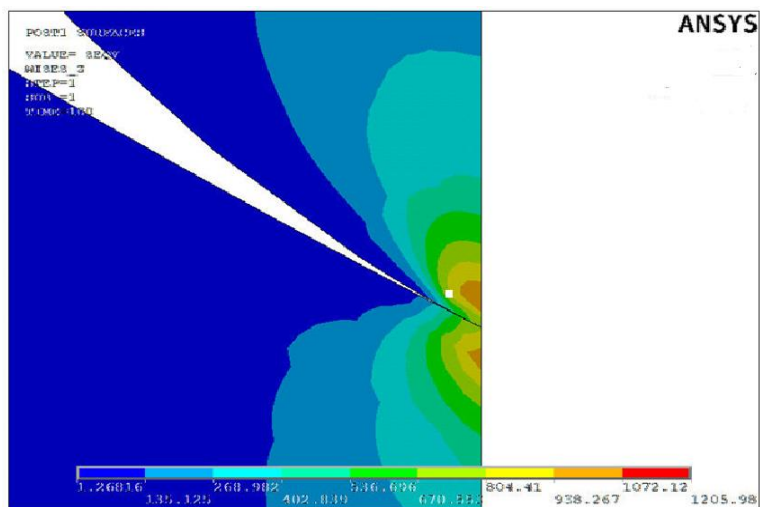
5.2. Rozkłady nacisków powierzchniowych i naprężeń von Misesa

Za pomocą obliczeń numerycznych uzyskano dane niezbędne do analizy zjawisk zachodzących w strefie kontaktu pary kinematycznej badanego modelu. Uzyskane wyniki obliczeń łożysk NU 213 ECP przedstawiono w postaci wykresów i map. Badane łożysko było obciążone siłą promieniową $F_r = 36600$ N przy założeniu, że osie elementów tocznych i bieżnie łożyska są równoległe, luz promieniowy wynosił $g = 0.038$ mm. Do obliczeń nacisków powierzchniowych i naprężeń von Misesa metodą „half space” przyjęto, że elementy toczne wykonane są z materiału sprężysto-idealnie plastycznego. Własności materiału zostały określone przez moduł Younga $E = 208$ GPa, współczynnik Poissona $\nu = 0,3$ i granicę plastyczności $\sigma_o = 1950$ MPa. Te same założenia dotyczące cech materiałowych zostały dokonane podczas obliczeń nacisków powierzchniowych i naprężeń von Misesa za pomocą MES. Rysunek 8 pokazuje graficzną mapę rozkładu maksymalnych naprężeń von Misesa pod powierzchnią styku wałeczka z bieżnią pierścienia wewnętrznego.



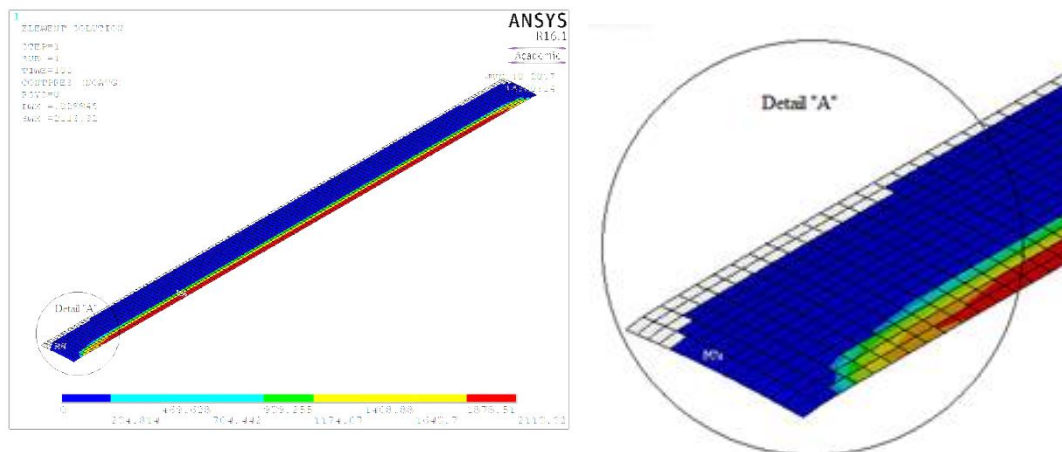
Rys. 8. Rozkład naprężeń von Misesa pod powierzchnią styku między wałeczkiem a bieżnią pierścienia wewnętrznego
 Fig. 8. Distributions of von Mises stresses below the roller-inner ring raceway contact surface

Rysunek 9 pokazuje rozkład maksymalnych naprężeń von Misesa poniżej powierzchni styku wałeczka z bieżnią zewnętrzną. Rysunki 10 i 11 pokazują powierzchnię styku wałeczka z wewnętrzną i zewnętrzną bieżnią wraz z powiększeniem szczegółów.



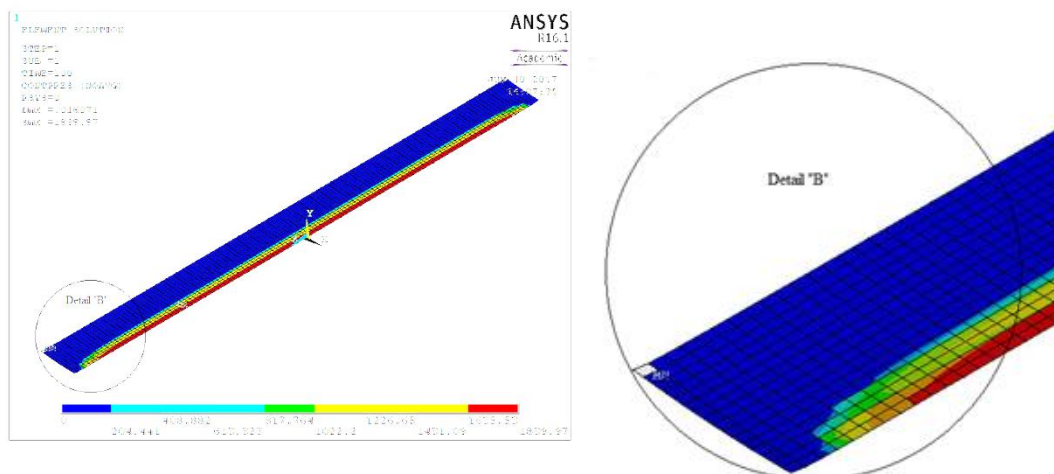
Rys. 9. Rozkład naprężeń von Misesa pod powierzchnią styku wałeczka z bieżnią pierścienia zewnętrznego

Fig. 9. Distributions of von Mises stresses below the roller-outer ring raceway contact surface



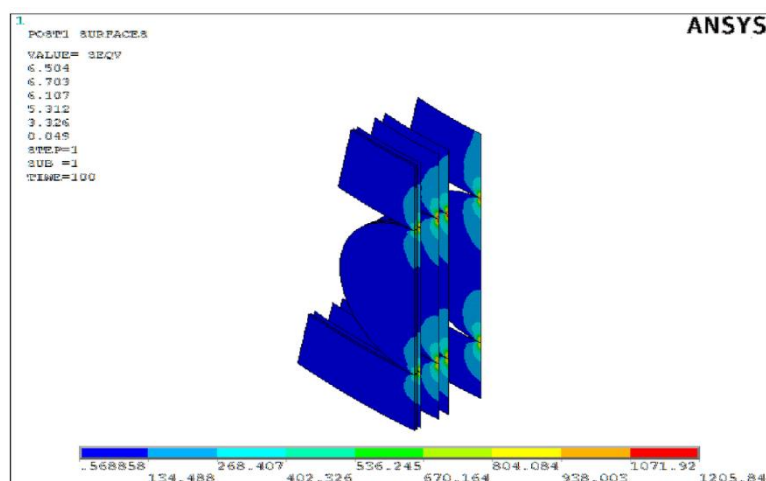
Rys. 10. Powierzchnia styku wałeczka z bieżnią pierścienia wewnętrznego

Fig. 10. Contact surface of the roller with the inner ring raceway

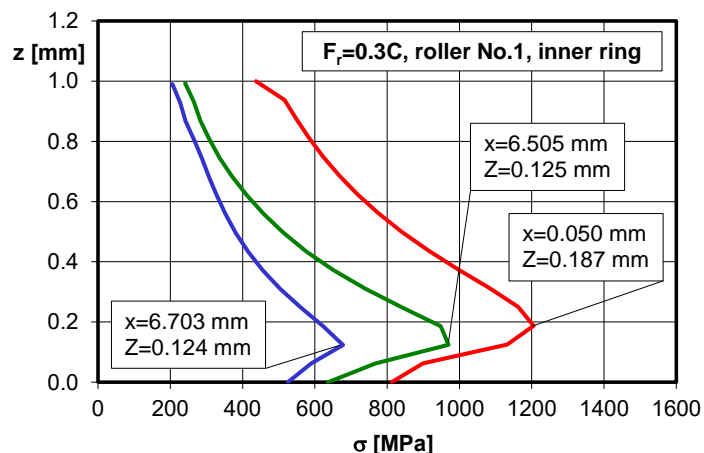


Rys. 11. Powierzchnia styku wałeczka z bieżnią pierścienia zewnętrznego
 Fig. 11. Contact surface of the roller with the outer ring raceway

W wersji podstawowej ANSYS podaje tylko jedną wartość maksymalną i jedną wartość minimalną naprężenia von Misesa i współrzędne (x, z) miejsca wystąpienia tych naprężeń w całej strefie kontaktu. W niniejszej pracy autorzy przedstawiają możliwość zdefiniowania rozkładu naprężenia von Misesa w przekroju wyznaczonym przez dowolną wartość współrzędnej x , co pozwala na określenie maksymalnych wartości naprężeń σ i głębokości ich występowania Z w przekroju poprzecznym. Pakiet ANSYS umożliwia bezpośrednie określenie rozkładu naprężeń von Misesa w płaszczyźnie wybranej przez użytkownika. Przykład wyników obliczeń przedstawiono na rysunkach 12, 13 i 14. Wyniki uzyskane tą metodą umożliwiły określenie maksymalnych rozkładów naprężeń von Misesa i głębokości ich występowania wzdłuż linii styku. Rozkłady te są niezbędne do określenia prognozowanej trwałości zmęczeniowej łożyska.

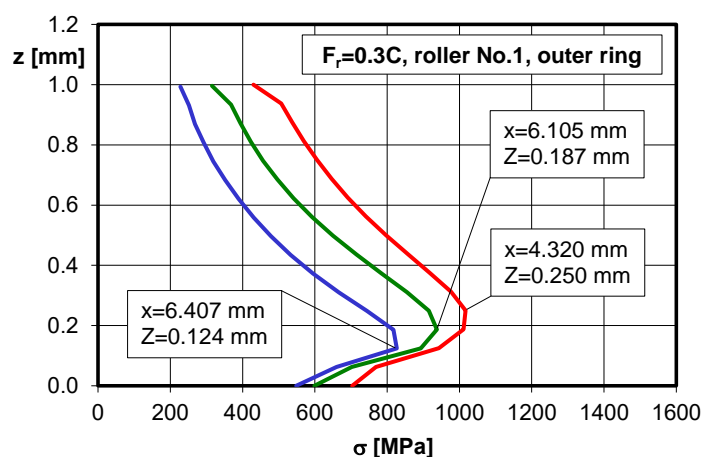


Rys. 12. Przykładowe wartości naprężenia von Misesa na głębokości materiału
 Fig. 12. The example values of von Mises stresses at the material depth



Rys. 13. Rozkład naprężeń von Misesa w trzech przykładowych przekrojach styku wałeczka z bieżnią pierścienia wewnętrznego

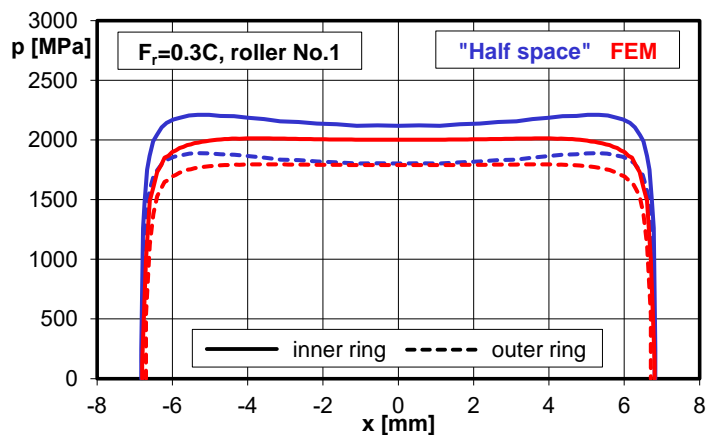
Fig. 13. Distribution of von Mises stresses in the three example cross-sections of the roller-inner ring raceway contact



Rys. 14. Rozkład naprężeń von Misesa w trzech przykładowych przekrojach styku wałeczka z bieżnią pierścienia zewnętrznego

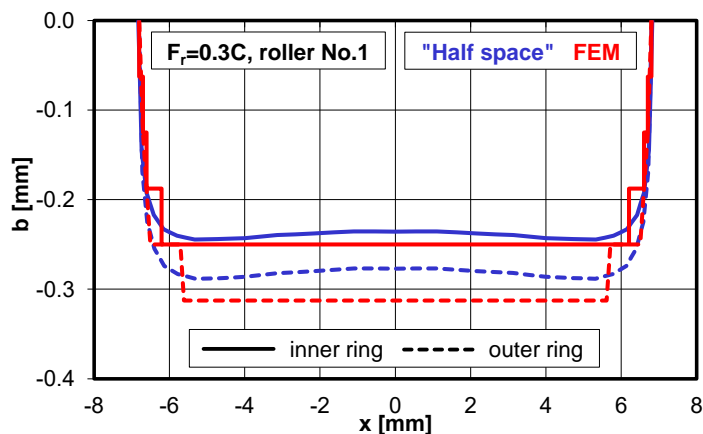
Fig. 14. Distribution of von Mises stresses in the three example cross-sections of the roller-outer ring raceway contact

Na rysunku 15 przedstawiono porównanie rozkładów maksymalnych nacisków powierzchniowych wzdłuż osi x najbardziej obciążonego wałeczka (nr 1) w kontakcie z wewnętrzną i zewnętrzną bieżnią obu pierścieni, uzyskanych za pomocą programu ROLL4 (metoda „half space”) oraz MES. Rysunek 16 pokazuje granice obszaru styku wałeczka z obydwoma bieżniami.



Rys. 15. Rozkłady nacisków powierzchniowych wzdłuż osi x dla najbardziej obciążonego waleczka w styku z bieżniami wewnętrznego i zewnętrznego pierścienia

Fig. 15. Pressure distributions along the x axis of the most heavily loaded roller in contact with the inner and outer ring raceway

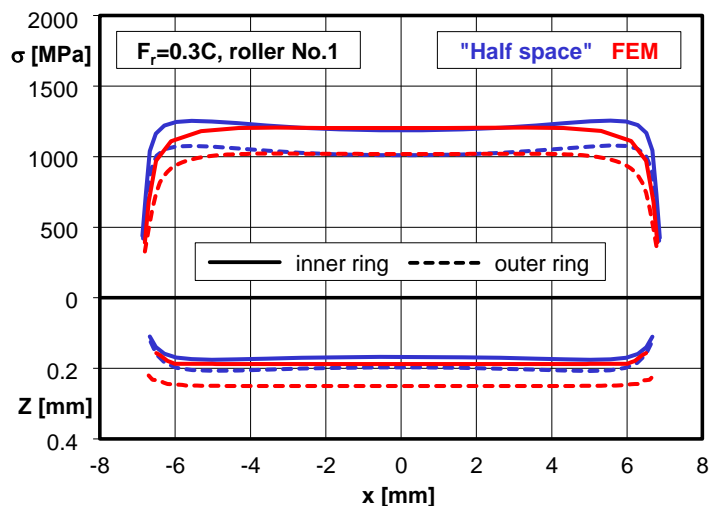


Rys. 16. Granice obszaru styku waleczka z bieżniami

Fig. 16. Contact areas of a roller with raceways

Wyniki uzyskane przy użyciu metody „half space” i MES są wystarczająco zbieżne. Kształt i wielkość strefy kontaktu są podobne. Jediną różnicę w rozkładach nacisków powierzchniowych obserwuje się tylko przy końcach pola styku. Wynika to z niewielkich nacisków powierzchniowych wywieranych w tym punkcie i ma niewielki wpływ na oszacowanie trwałości zmęczeniowej.

Rysunek 17 pokazuje naprężenia σ i głębokości Z w przypadku najbardziej obciążonego waleczka w styku z bieżnią wewnętrzną i zewnętrzną pierścieni łożyska, uzyskane za pomocą obu metod.

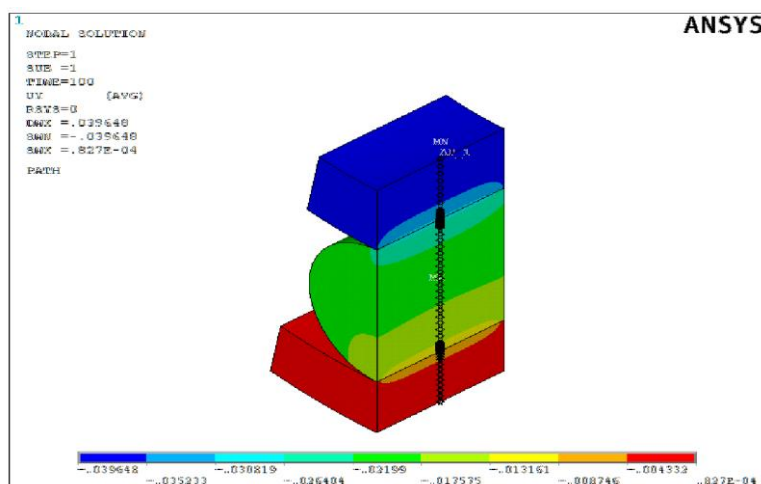


Rys. 17. Rozkład maksymalnych naprężeń von Misesa σ i głębokości ich występowania Z dla najbardziej obciążonego walczka w stykach z bieżniami pierścienia wewnętrznego i zewnętrznego

Fig. 17. Distributions of maximal von Mises stresses σ and the depth of their occurrence Z in the most heavily loaded roller in contact with the inner and outer ring raceway

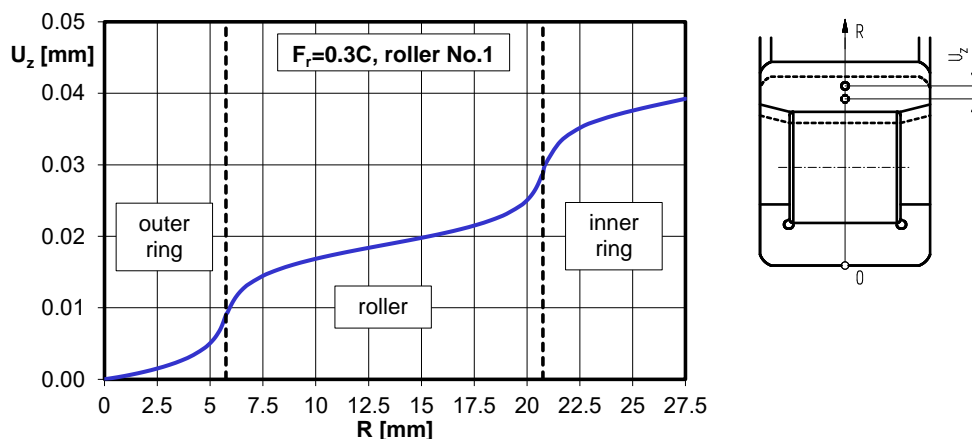
Krzywe opisujące głębokość, na której występują maksymalne naprężenia von Misesa, otrzymane zarówno metodą „half space”, jak i przez MES, mają kształt wystarczająco zbliżony. Rozkłady głębokości Z otrzymane wg MES charakteryzują się nieco wyższymi wartościami w porównaniu z wynikami otrzymanymi metodą „half space”. Różnice te wynikają z modelu zastosowanego w MES, który, w przeciwieństwie do metody „half space”, bierze pod uwagę kontakt rolki z pierścieniem wewnętrznym i zewnętrznym.

Program ANSYS pozwala również uzyskać mapę przemieszczeń wewnątrz stykających się ciał. Na rysunkach 18 i 19 pokazano przemieszczenie współdziałających elementów łożyskowych pod wpływem przyłożonego obciążenia. Rysunek 19 pokazuje, że największe przemieszczenia występują w pobliżu styków walczka z bieżniami.



Rys. 18. Przeszczenie elementów badanego łożyska

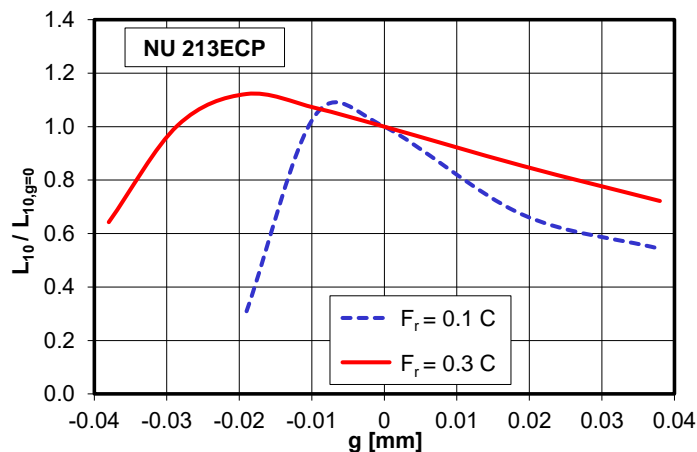
Fig. 18. Displacement of radial cylindrical roller bearing elements



Rys. 19. Lokalne przemieszczenie U_z wewnątrz elementów łożyska
 Fig. 19. Local displacement U_z inside the bearing elements

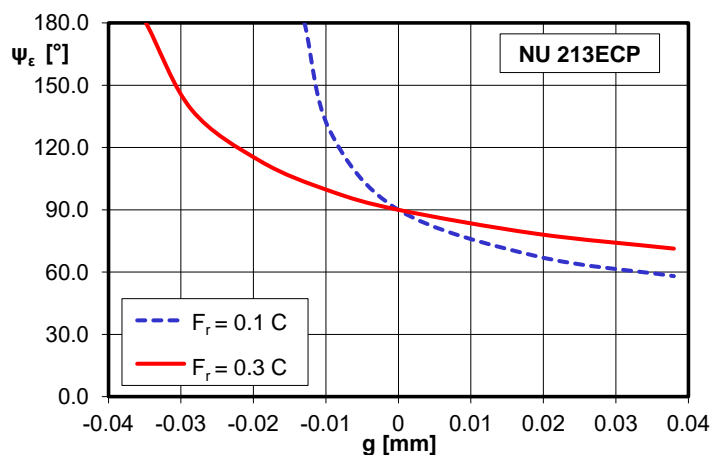
5.3. Trwałość zmęczeniowa

Ze względu na długi czas potrzebny do rozwiązania zagadnienia kontaktowego za pomocą MES, do obliczenia przewidywanej trwałości zmęczeniowej łożyska wykorzystano jedynie metodę „half space”. Na rysunku 20 przedstawiono charakterystykę względnej trwałości zmęczeniowej łożyska, odniesionej do trwałości przy luzie promieniowym równym zero, w funkcji luzu promieniowego. Przebieg krzywych jest potwierdzeniem znanego faktu, że łożysko osiąga najwyższą wytrzymałość przy niewielkim wcisku [12].



Rys. 20. Względna trwałość łożyska w funkcji luzu promieniowego
 Fig. 20. Relative bearing life as a function of radial clearance

W przypadku obciążenia promieniowego $F_r = 0,3 C$ trwałość zmęczeniowa badanego łożyska osiąga najwyższe wartości (tj. większe niż wytrzymałość dla $g = 0$) przy luzie promieniowym z zakresu od $g = 0$ do $g = -0,029$ mm. W przypadku obciążenia promieniowego $F_r = 0,1 C$ największe trwałości zmęczeniowe osiąga łożysko z luzem promieniowym z zakresu od $g = 0$ do $g = -0,011$ mm. W obu przypadkach odpowiada to kątom strefy obciążenia z zakresu $90^\circ \leq \psi_\epsilon \leq 140^\circ$ (Rys. 21).



Rys. 21. Kąt obciążonej strefy łożyska w funkcji luzu promieniowego
 Fig. 21. Angle of the loaded zone as a function of radial clearance

Największy wzrost trwałości zmęczeniowej w stosunku do trwałości zmęczeniowej przy zerowym luzie promieniowym, który może osiągnąć łożysko, jest równy $L_{10} / L_{10,g=0} \approx 1,1$. Ten wzrost występuje przy kącie $\psi_\epsilon \approx 115^\circ$, niezależnie od wartości obciążenia promieniowego. Jednak wraz ze wzrostem obciążenia rośnie wielkość wcisku, przy którym uzyskuje się największy wzrost trwałości zmęczeniowej. W przypadku luzów promieniowych większych od zera i wcisków o wartościach większych niż wartości podane powyżej, trwałość zmęczeniowa badanego łożyska walcowego jest mniejsza niż trwałość zmęczeniowa przy $g = 0$. Przyczyny tego zjawiska wyjaśniono na rysunku 7, przedstawiającym rozkłady obciążenia dla różnych luzów promieniowych. Jak pokazano, w zakresie luzów od $g = 0$ do $g = -0,029$ mm, liczba wałeczków poddanych obciążeniu jest większa niż w przypadku luzu promieniowego $g > 0$, ale jednocześnie wartości sił działających na najbardziej obciążone wałeczki, które determinują trwałość zmęczeniową łożyska, są niższe. W przypadku luzów promieniowych mniejszych niż $g = -0,029$ mm i większych niż $g = 0$ wartości sił rosną, co skutkuje spadkiem trwałości zmęczeniowej.

6. Wnioski

Zastosowana metodyka pozwala przewidzieć trwałość dowolnego promieniowego łożyska walcowego dla zadanego obciążenia i luzu promieniowego poprzez wprowadzenie parametrów do obliczeń, które nie mogły być uwzględnione podczas wykonywania obliczeń analitycznych. Jednym z nich jest korekcja kształtu tworzących wałeczków łożyska.

Zaprezentowana metodyka umożliwiła określenie rozkładu obciążenia promieniowego na elementy toczne przy założonym luzie promieniowym. Pozwala również obliczyć stałą Stribeck'a.

W wyniku obliczeń numerycznych uzyskano dane niezbędne do analizy zjawisk zachodzących w strefie kontaktu pary kinematycznej badanego modelu. W przypadku badania łożysk tocznych konieczne było zbudowanie złożonych modeli bryłowych współpracujących elementów. Znajomość rozkładów naprężeń podpowierzchniowych jest konieczna do określenia trwałości zmęczeniowej łożysk tocznych.

Zastosowanie MES pozwoliło na otrzymanie dokładnych informacji o stanie naprężeń podpowierzchniowych w stykach. Podobny wynik można uzyskać rozwiązując zagadnienie Boussinesqa dla półprzestrzeni sprężystej.

Pakiet ANSYS pozwala określić rozkłady naprężeń von Misesa w płaszczyźnie wybranej przez użytkownika. Możliwość określenia rozkładu naprężenia von Misesa w przekroju zdefiniowanym przez dowolną współrzędną x jest szczególnie ważna dla przewidywania trwałości zmęczeniowej promieniowych łożysk walcowych poddanych złożonemu obciążeniu. Złożone obciążenie powoduje znaczne pochylenie elementów tocznych łożyska, co wymaga znajomości dokładnej pozycji maksymalnego naprężenia w materiale.

Przeprowadzone analizy wykazały, że promieniowe łożysko walcowe osiąga największą trwałość przy niewielkim ujemnym luzie promieniowym (wcisku). Największy wzrost trwałości zmęczeniowej w stosunku do trwałości zmęczeniowej przy zerowym luzie promieniowym łożysko osiąga przy luzie, którego kąt obciążonej strefy jest równy $\psi_\varepsilon \approx 115^\circ$, niezależnie od wartości obciążenia promieniowego. Wzrost trwałości zmęczeniowej w tym przypadku jest równy $L_{10} / L_{10,g=0} \approx 1,1$.

Literatura

1. Deshpande H., Kulkarni S, Gandhare B S. Investigation on effect of defect on cylindrical roller bearing, by experimental and FEA approach. International Journal of Emerging Technology and Advanced Engineering 2014;4(6).
2. Hamrock B J, Anderson W J. Rolling-element bearings. NASA RP_1105/REV1; 1983.
3. Harris T A. Rolling bearing analysis. Wiley-Interscience, New York, USA; 1991.
4. Harris T A, Kotzalas M N. Advanced concepts of bearing technology,,: Rolling bearing analysis, Fifth edition. CRC Press; 2006.
5. Harris T A, Kotzalas M N. Essential concepts of bearing technology, Fifth edition. CRC Press; 2006.
6. Harris T A, Kotzalas M N. Rolling Bearing Analysis, Fifth Edition - 2 Volume Set. CRC Press; 2007.
7. Hertz H. Uber die Berührung fester elastischer Korper. Gesammelte Werke (P. Lenard, ed.), Bd. 1, (J.A. Barth, Leipzig; 1895):155-173.
8. Jones A. A general theory for elastically constrained ball and roller bearing under arbitrary load and speedy conditions. Trans ASME 1960;105:591-595.
9. Jonson K L. Contact mechanics. Cambridge University Press, Cambridge; 1985.
10. Kania L. Modelling of rollers in calculation of slewing bearing with the use finite elements. Mech Mach Theory 2006;41:1359-76.
11. Krzemiński-Freda H. Correction of the generators of the main working surfaces of roller bearings. Arch Mech Eng 1990;37:115–132.
12. Krzemiński-Freda H. Roller Bearing. PWN, Warsaw; 1985 (in polish).

13. Laniado-Jacome E. Numerical model to study of contact force in a cylindrical roller bearing with technical mechanical event simulation. *J Mech Eng Autom* 2011;1:1–7.
14. Lundberg G. Cylinder compressed between two plane bodies. SKF Reg. 4134 1949.
15. Lundberg G, Palmgren A. Dynamic capacity of rolling bearings. *Acta Polytech Scand Mech Eng* 1947;1(3):1-52.
16. Lundberg G, Palmgren A. Dynamic capacity of roller bearings. *Acta Polytech Scand Mech Eng* 1952;2(4):96-127.
17. Palmgren A. *Ball and roller bearing engineering*. Third ed., SKF Industries, Philadelphia, PA 1959.
18. Ricci M C. Internal loading distribution in statically loaded ball bearings subjected to a centric thrust load: alternative approach. *World Academy of Science, Engineering and Technology* 2010;65:641-649.
19. Shah Maulik J, Darji P H. Fatigue life improvement through reduction of edge pressure in cylindrical roller bearing using FE analysis. *International Journal For Technological Research in Engineering* 2014;1(10):1069-74.
20. Shaha Rohit D, Kulkarni S S. Vibration analysis of deep groove ball bearing using finite element analysis. *International Journal of Engineering Research and Applications* 2015;5(5):44-50.
21. Shingala Niraj R, Sata Ankit V, Delvadiya Parth V, et al. Contact stress analysis of needle roller bearing used in synchromesh gear box. *Trends in Machine Design* 2018;5(1):5–20.
22. SKF General Catalogue; 2007.
23. Stribeck R. Ball bearings for various loads. Reports from the Central Laboratory for Scientific Technical Investigation, translation by K.W. Van Treuren et al., *Trans ASME* 1907;29:420-463.
24. Tang Zhaoping, Sun Jianping. The contact analysis for deep groove ball bearing based on Ansys. *Procedia Engineering* 2011;23:423-428.
25. Warda B, Chudzik A. Fatigue life prediction of the radial roller bearing with the correction of roller generators. *International Journal of Mechanical Science* 2014;89:299–310.
26. Warda B, Chudzik A. Effect of ring misalignment on the fatigue life of the radial cylindrical roller bearing. *International Journal of Mechanical Science* 2016;111-112: 1-11.