



**PRZEGLĄD MODELI ROZWIĄZANIA PROBLEMU
GŁÓWNEGO BALISTYKI WEWNĘTRZNEJ**
**OVERVIEW OF MODELS FOR SOLVING THE MAIN
PROBLEM OF INTERNAL BALLISTICS**

Filip KAGANKIEWICZ, *filip.kagankiewicz@pw.edu.pl*, ORCID: 0000-0003-0877-7490
Instytut Mechaniki i Poligrafii, Wydział Mechaniczny Technologiczny
Politechnika Warszawska

*Institute of Mechanics and Printing, Faculty of Mechanical and Industrial Engineering,
Warsaw University of Technology*

Mariusz MAGIER, *magierm@witu.mil.pl*, ORCID: 0000-0002-4431-9537
Wojskowy Instytut Techniczny Uzbrojenia – *Military Institute of Armament Technology*

DOI 10.5604/01.3001.0053.5915

Streszczenie: Współcześnie większość procesów projektowych odbywa się poprzez wyspecjalizowane narzędzia w postaci zaawansowanego oprogramowania komputerowego, jednak w przypadku balistyki wewnętrznej nie jest ono ogólnodostępne lub jest wręcz utajnione. Z innej strony rzecz ujmując, analityczne rozwiązanie układu nieliniowych równań różniczkowych, opisujących fazy zjawiska strzału w broni lufowej nie istnieje. Dlatego w celu uzyskania dokładniejszych rozwiązań układu równań warto wykorzystać metody numeryczne. W pracy przedstawiono opis teoretyczny zagadnienia na podstawie przeglądu modeli analitycznych i numerycznych rozwiązania problemu głównego balistyki wewnętrznej. Na podstawie tej analizy przyjęto, że możliwym kierunkiem rozwoju jest zaimplementowanie kilku modeli rozwiązania problemu głównego balistyki wewnętrznej w ujęciu numerycznym tak, by użytkownik końcowy (projektant) miał możliwość wyboru różnych modeli i sprawdzenia, który model sprawdza się najlepiej w jego warunkach. Dodatkowo, korzystając z technik optymalizacyjnych, można podjąć próbę implementacji algorytmów, które potrafiłyby poszukiwać np. najmniejszej wartości naważki prochowej przy określonych parametrach prochowych i zadanym ciśnieniu maksymalnym i prędkości wylotowej pocisku. Celem użytecznym dalszych prac badawczych jest stworzenie nowego narzędzia analitycznego wspomagającego projektowanie broni lufowych.

Abstract: Nowadays, most design processes are computer-aided, but in the case of internal ballistics they are not generally available or are highly specialized and secret. On the other hand, an analytical solution of the system of nonlinear differential equations describing the phases of the phenomenon of a shot in a gun barrel does not exist. Therefore, in order to obtain more accurate solutions to the system of equations, it is worth to use numerical methods. The paper presents a theoretical description of the problem based on a review of analytical and numerical models solving the main problem of internal ballistics. Based on this analysis, it was assumed that a possible direction of development is to implement several models to solve the main problem of internal ballistics in numerical solution, so that the end user (designer) can choose different models and check which model works best in his conditions. In addition, using optimization techniques, an attempt can be made to implement algorithms that would be able to search for example, the smallest powder weight value at specific powder parameters and at given maximum pressure and projectile muzzle velocity. The utilitarian goal of further research is to create a new analytical tool supporting the design of barrel weapons.

Słowa kluczowe: balistyka wewnętrzna, Lagrange, pirodynamika, pirostatyka

1. Wstęp

Balistyka wewnętrzna jest to ta część mechaniki, która zajmuje się badaniem procesów zachodzących w trakcie ruchu pocisku w przewodzie lufy pod wpływem konwersji ładunku miotającego w mieszaninę gazowo-prochową (MGP), a następnie w gazowe produkty spalania (GPS) oraz, w przypadku silników raketowych, określeniem rozwoju ciśnienia w funkcji czasu w komorze spalania jak również określeniem ciągu rakiety.

W klasycznych broniach lufowych układy miotające są traktowane jako maszyny cieplne, w których dzięki spalaniu ładunku miotającego poprzez produkty spalania jakimi są gazy prochowe uzyskiwana jest energia kinetyczna napędzanego pocisku. Balistyka wewnętrzna klasycznych broni lufowych dzieli się na fazy:

- pirostatyczną – przedwstępną i wstępną,
- pirodynamiczną aktywną,
- pirodynamiczną adiabatycznego rozprężania gazów.

Głównym celem pirostatyki jest określenie właściwości spalania prochu jako materiału miotającego. Do wyznaczenia tych właściwości służy bomba (komora) manometryczna, która pozwala dokonać pomiaru ciśnienia GPS w stałej objętości. Dzięki uzyskanym pomiarom określa się właściwości termodynamiczne GPS, takie jak kowolumen i impuls całkowity oraz parametry balistyczne prochu, takie jak siłę prochu i właściwą szybkość spalania. Wyniki te są następnie przetwarzane i wykorzystywane w obliczeniach balistycznych. Metody badawcze pirostatyki pozwalają badać narastanie ciśnienia w zamkniętych komorach naboju od momentu zapłonu ładunku miotającego do chwili początku ruchu pocisku.

Keywords: internal ballistics, Lagrange, pyrodynamics, pyrostatics

1. Introduction

The internal ballistics is a part of mechanics dealing with investigation of processes taking place at the movement of projectile in the barrel bore, enforced by the conversion of a propelling charge into a powder-gas mixture (PGM) and eventually into the gaseous products of combustion (GPC), and with time development of the pressure in combustion chamber and identification of the thrust for rocket motors.

In classical barrel weapons the propelling systems are treated as thermal machines providing the kinetic energy for the propelled projectile through the powder gases received by combustion of propelling charges. The internal ballistics of classical barrel weapons is divided on three phases:

- pyrostatic – prior-initial and initial,
- pyrodynamically active,
- pyrodynamical at adiabatic decompression of gases.

The main objective of the pyrostatics is to determine combustion characteristics of the powder as the propelling material. These characteristic can be identified by manometric bomb (chamber) which measures the pressure of GPC within a constant volume. The measurements can be used to identify thermodynamic characteristics of GPC such as co-volume and total pulse, and powder ballistic characteristics such as the powder's force and the specific rate of combustion. Next, the results are processed and used for ballistic calculations. The research methods applied by the pyrostatics can be used to investigate the building up of the pressure inside the barrel closed cartridge chambers from the instance of ignition of the propelling charge until the projectile start of movement.

Rolą pirodynamiki jest badanie procesów zmian energii a co się z tym wiąże i ciśnienia w przestrzeni między dnem komory naboju a dnem pocisku w przewodzie lufy, które wpływają na ruch pocisku. Podstawowym wynikiem tych badań (pirodynamicznych) są wykresy:

- rozkładu ciśnienia mieszaniny gazowo-prochowej w przestrzeni za dnem pocisku w funkcji czasu,
 - prędkości pocisku w funkcji czasu,
 - drogi dna pocisku w funkcji czasu,
- oraz wykresy:
- ciśnienia w funkcji drogi dna pocisku,
 - prędkości w funkcji drogi dna pocisku.

Tak uzyskane wykresy nazywane są krzywymi balistycznymi, a zestawy równań matematycznych obliczeń zmierzających do uzyskania takich wykresów określane są jako rozwiązanie problemu głównego balistyki wewnętrznej (PGBW). Konstrukcja układu miotającego determinuje w dużej mierze opis matematyczny i sposób rozwiązania PGBW. Dla rozwiązania problemu głównego balistyki wewnętrznej wykorzystywane są różne metody, np. analityczne, numeryczne, tablicowe. Najczęściej metody teoretyczne są finalnie weryfikowane badaniami doświadczalnymi i gdy zachodzi konieczność korygowane.

Zagadnienia pirodynamiki kończą się z chwilą opuszczenia lufy przez dno pocisku, jednak gazy prochowe działają jeszcze wtedy na lufę i pocisk. Oddziaływanie GPS po opuszczeniu lufy przez dno pocisku zwiększa jego prędkość i drogę odrzutu broni. Przedział czasu wypływu i rozprężania GPS z lufy i zagadnienia z tym związane nazywane są balistyką przejściową. Badania balistyki przejściowej wspomagają projektowanie elementów wylotowych (zmniejszających, bądź zwiększających odrzut) oraz pozwalają ograniczyć efekty świetlne i akustyczne strzału (tłumiki).

On the other hand the pyrodynamics investigates the processes of energy changes, and in consequence also the pressure in the space between the cartridge chamber base and the projectile's base inside the barrel's bore, affecting the movement of the projectile. Basic results of these (pyrodynamic) tests are the graphs for:

- distribution of the powder-gas mixture pressure behind projectile base in function of time,
- the projectile velocity versus time,
- the base projectile displacement versus time,

and the graphs for:

- the pressure versus projectile base displacement,
- the velocity versus projectile base displacement.

The graphs obtained in such way are named as ballistic curves, and the sets of math equations for calculations aimed to get these graphs are described as a solution of the main problem of internal ballistics (MPIB). The math representation and the way of solution of the MPIB depends in great degree on design of the propulsion system. The main problem of internal ballistics can be solved by different methods, e.g. analytical, numerical, or tabular. Theoretical methods are usually verified and corrected by experimental tests.

The questions of pyrodynamics end when the projectile base leaves the barrel, but the powder gases still interact with the barrel and the projectile. The action of the GPC after leaving the barrel by the base of projectile increases its velocity and the way of weapon recoil. The interval of time for the outflow and decompression of the GPC from the barrel, and the related questions, is named as the transitional ballistics. Investigations of transitional ballistics support designing of outflow components (diminishing or increasing the recoil) and can limit the acoustic and light

Na przestrzeni wielu lat podejście do rozwiązywania problemu głównego balistyki wewnętrznej znacząco ewoluowało. Na podstawie przyjętego modelu fizycznego powstaje z niego model matematyczny, który powinien uwzględniać specyficzne cechy danego zadania.

2. Modele balistyki wewnętrznej

Standardowym podejściem do rozwiązywania PGBW jest traktowanie ładunku miotającego jako jednorodnego lub w przypadku ładunku wieloskładnikowego wyznaczenie ekwiwalentnych właściwości balistycznych ładunku zastępczego. W takim podejściu głównym założeniem jest uznanie energii chemicznej ładunku zastępczego jako sumy energii poszczególnych składników. Takie podejście do modelowania zastosowano w monografiach Sieriebiakowa [1] i Cornera [2]. Odmienne podejście zostało zaprezentowane w pracach Kapury [3], Ray'a [4], czy Góździa i Toreckiego [5]. Zaproponowano w nich uwzględnienie procesu indywidualnego spalania się składników mieszaniny gazowo-prochowej.

W kolejnych latach XX wieku wraz z równoległym rozwojem metod numerycznych m.in. spowodowanym rozwojem technologicznym komputerów podejście do modelowania uległo zmianie, ponieważ umożliwiło rozwiązanie równań różniczkowych modelu. Pojawiły się propozycje modeli opartych na przepływie jednofazowym mieszaniny gazu i niespalonych ziaren prochu [6]. Odmienne podejście zaproponowano w pracy np. Miura i Matsuo [7], gdzie uwzględniono przepływ dwufazowy - gazu i ciała stałego, którym pozostają niespalone ziarna prochu.

W publikacji [8] Radomski dokonuje podziału modeli na dwie podstawowe grupy:

1. Modele termodynamiczne (klasyczne) o parametrach skupionych, w których

effects of shooting (silencers).

The approach to the solution of the main problem of internal ballistics has evolved significantly over the years. The mathematic model, considering specificity of a problem, is prepared on the base of accepted physical model.

2. Models of Internal Ballistics

A standard approach to solution of MPIB treats the propelling charge as a homogeneous charge, or in the case of multi-component charges the equivalent ballistic characteristics are determined for a replacing charge. The main assumption of such approach is that the chemical energy of the replacing charge is the sum of energies of particular components. Such approach to the modelling was used in monographies of Sieriebiakov [1] and Corner [2]. A different approach was presented in proceedings of Kapura [3], Ray [4], or Góźdz and Torecki [5]. They propose the consideration of combustion processes for individual components of the gas-powder mixture.

In consecutive years of the 20th century the approach to the modelling was changing as development of numerical methods, caused by technological development of computers, allowed for solving differential equations of the model. There were appeared proposals of models basing on monophase flows of a mixture of gas and unburned powder grains [6]. A different approach was proposed in proceedings of e.g. Miura and Matsuo [7], considering a double-phase flow of a gas and a solid body, in the form of the unburned powder grains.

Publication [8] by Radomski divides the models on two main groups:

1. Thermodynamical (classical) models with lumped parameters and the main presumption of homogeneous thermo-

głównym założeniem jest jednorodny rozkład termodynamiczny gazu w przestrzeni zapociskowej;

2. Modele przepływowe o parametrach rozłożonych, które uwzględniają ruch gazu w przestrzeni za pociskiem. Analiza tego ruchu może odbywać się jako przepływu jednofazowego gazu MGP lub w podejściu przepływu wielofazowego z występującą fazą stałą i fazą gazową.

Modele z drugiej grupy dają możliwość uzyskania dokładniejszych wyników symulacji, natomiast trzeba być niezwykle precyzyjnym w opisie i definicji modelu fizycznego, a potem modelu matematycznego. Wiąże się to z czasochłonnym opisem zjawiska. Podczas projektowania broni i amunicji w początkowej fazie kluczowe jest przeanalizowanie wielu wariantów celem wyboru tych najbardziej korzystnych z punktu widzenia projektanta oraz odrzucenie tych niepokujących. W takim przypadku modele z grupy pierwszej uzyskują przewagę związaną z czasem uzyskania wyników symulacji.

2.1. Historyczne podejścia do rozwiązania problemu głównego balistyki wewnętrznej [9]

Podejście Le Duc'a

W podejściu doświadczalnym Le Duc'a [10] prędkość pocisku wyznaczana jest z równania:

gdzie stałe „a” i „b” wyznacza się na podstawie znajomości prędkości wylotowej pocisku z przewodu lufy oraz ciśnienia maksymalnego gazowych produktów spalania. Składający się z pięciu równań układ tylko w jednym zawiera właściwości prochu inne niż jego gęstość.

dynamical gas distribution in the space behind the projectile;

2. Flow models with distributed parameters which take into account the movement of gas in the space behind the projectile. The analysis of this movement may be conducted as a PGM monophasic gas flow, or a multiphase gas flow with the presence of solid and gaseous phases.

The models of the second group can provide more accurate results of simulation, but a high precision is needed at description and definition of the physical model, and finally the mathematic model. Then, the description of phenomenon is time consuming. The analysis of many options is crucial at initial phase of designing weapons and ammunition to select the most preferable ones for the designer, and to reject the unpromising ones. In such case the models belonging to the first group have the advantage connected with the time needed for receiving the results of simulation.

2.1. Historical Approaches to Solution of the Main Problem of Internal Ballistics [9]

Le Duc's Approach

In experimental approach of Le Duc [10] the velocity of projectile is determined from equation:

$$v = \frac{al}{b+l} \quad (2.1)$$

where the constants „a” and „b” are established on the base of the known muzzle velocity of the projectile and the maximal pressure of gaseous products of combustion. The set of five equations only in one of them includes powder properties different

Większość strat energii drugorzędnych jest ignorowana. Jest wprowadzony współczynnik korygujący, który jest wykorzystywany w oszacowaniu ciśnienia, by wyznaczyć gradient ciśnienia w przewodzie lufy oraz ciśnienie początkowe. W metodzie wymagana jest znajomość ciśnienia maksymalnego oraz prędkości wylotowej w celu wyznaczenia „a” i „b”. Wymaganie znajomości tych parametrów jest największą wadą tego podejścia do rozwiązania problemu głównego balistyki wewnętrznej.

Podejście Oerlikon

Półdoświadczałne podejście Oerlikon’a bazuje na metodach rozwiniętych przez Vallier-Heydenreich, Kratz i F. Herlachs’a. Przestrzenne krzywe prędkości, ciśnienia i czasu uzyskiwane są poprzez użycie tablic Heydenreich’a. Tablice te zostały sformułowane na podstawie obróbki wielu krzywych uzyskiwanych przez strzelanie z różnych kalibrów broni w różnorodnych warunkach. Układ równań wykorzystuje zmodyfikowane równanie energii Resala ze szczególnym uwzględnieniem współczynnika ciepła i fikcyjnej masy pocisku „M” opisanej jako:

$$M = 1,07 \left(1 + \frac{C}{4\omega} \right) \omega \quad (2.2)$$

gdzie C i ω są odpowiednio masą pocisku oraz ładunku miotającego. Masa ładunku jest określana poprzez wykorzystanie zależności graficznej między krzywą p_{MAX} , masą ładunku i prędkością wylotową. Pomija się energię obrotową pocisku.

Ponieważ Heydenreich nie brał pod uwagę wpływu struktury ładunku miotającego, Kisnensky wyeliminował tę wadę tworząc tabele oparte na wynikach różnych kombinacji broń-ładunek. Ponadto, różnice ładunku miotającego (masa, temperatura, zapłon) i pocisku (masa) powodowały zmiany w krzywej ciśnienia zdecydowanie szerzej w

than its density. Most of secondary losses of energy is ignored. A corrective coefficient is applied for estimation of pressure to establish the gradient of pressure in the barrel bore and the initial pressure. The maximal pressure and the muzzle velocity have to be known for identification of „a” and „b”. Required knowledge of these parameters is a greatest disadvantage of this approach for solution of the main problem of internal ballistics.

Oerlikon’s Approach

Quasi-experimental Oerlikon’s approach is based on the methods developed by Vallier-Heydenreich, Kratz, and F. Herlachs. Spatial curves of velocity, pressure, and time are received by application of Heydenreich’s tables. The tables were prepared on the grounds of processing numerous curves received at shooting with different weapon calibres in different conditions. The set of equations uses the modified Resale’s equation of energy with a specific calorific coefficient and a fictitious projectile mass „M” described as:

where ω and C are respectively the mass of projectile and propelling charge.

The mass of the charge is determined by using the graphical dependence between the curve, p_{MAX} , and mass of the charge, and muzzle velocity. The rotating energy of projectile is omitted.

As Heydenreich did not consider the influence of the propelling charge structure, Kisnensky eliminated this drawback by creating the tables on the basis of different combinations for weapon-charge. Moreover, the differences of propelling charge (mass, temperature, ignition) and projectile (mass)

porównaniu do metody Heydenreicha. Oerlikon wykorzystywał ten model, natomiast Rheinmetall korzystał z metody Heydenreicha do 1945.

Podejście Bofors'a

Półempiryczny model Bofors'a zakłada, że wielkość ciśnienia mierzona w pistolecie jest taka sama jak w naczyniu zamkniętym i punkt całkowitego spalania zbiega się z uzyskaniem wartości maksymalnej ciśnienia. Prawo spalania gazów i ładunku miotającego tworzą podstawy tego systemu. Wartość ciśnienia maksymalnego jest uzyskana z równania produkcji masy gazowych produktów spalania, gdzie średnie ciśnienie gazów jest zależne od właściwej prędkości spalania. Równanie energii wyznaczane jest z wykresów ciśnienia-pracy, które są obliczane przy użyciu praw politropowych z pewnymi założeniami. Maksymalna gęstość ładowania jest uzależniona od kalorymetrycznej wartości uzyskiwanej doświadczalnie. Opierając się na tej wartości, ładunki miotające klasyfikowane są na 8 typów: 7 jako dwuskładnikowe, 1 jako pojedyncze. Stałe prochowe otrzymywane dla każdego typu są porównywane i korygowane z każdym rodzajem broni. Stopień progresywności ziarna miotającego wyrażony w procentach określony jest jako:

$$\pi = \left(\frac{Y_2}{Y_1} - 1\right) \quad (2.3)$$

gdzie Y_1 i Y_2 są odpowiednio oryginalną wolną powierzchnią przed rozpoczęciem spalania i końcową powierzchnią pod koniec spalania. Na podstawie tej wartości jest określany typ oraz prędkość spalania. Prędkość wylotową oszacowaną poprzez użycie współczynnika proporcjonalności μ , który zmienia się odwrotnie proporcjonalnie do

have proved to cause significantly greater changes for the pressure curve than in the Heydenreich's method. Oerlikon employed this model, whereas Rheinmetall used the Heydenreich's method until 1945.

Bofors' Approach

Quasi-empirical Bofors' model assumes that the value of pressure measured in a pistol is the same as in a closed vessel, and the moment of complete combustion coincides with the obtainment of pressure maximal value. The law of combustion for gases and the propelling charge is the base of the system. The value of maximal pressure is received from the equation for production of the mass of gaseous combustion products, where the average pressure of gases depends on the specific combustion rate. The equation of energy is established from the graphs of pressure-work, which are prepared by using the polytropic laws at certain presumptions. Maximal density of loading depends on the calorific value which is obtained experimentally. Basing on this value, the propelling charges are classified into 8 types: 7 as the double-based, 1 as single-based. The powder constants received for each type are compared and corrected for each type of weapon. The degree of progressiveness of the propelling grain can be expressed in percentage as:

where Y_1 and Y_2 are respectively the original free space before starting the combustion and the final space at the end of combustion. On the basis of this value the type and rate of combustion can be determined. The muzzle velocity was estimated by employing the coefficient of proportionality μ , which is inversely proportional to the density of load-

gęstości ładowania. Współczynnik ten jest wrażliwy na zmiany w niektórych parametrach balistycznych takich jak: kaliber broni, siła prochu, rodzaj oraz układ ładunku zapłonowego. W ten sposób model ten działa dla tych prochów, dla których stałe prochowe są znane i zapewnia zadawalające rozwiązanie problemu głównego balistyki wewnętrznej.

Podjęcie Hunt-Hinds'a

Prawie dokładnie układ stosuje zmodyfikowane równanie energii Resala, równanie ruchu, funkcje kształtu ziarna prochu oraz liniowe prawo spalania. Gradient ciśnienia jest pominięty i zastąpiony ciśnieniem średnim. Straty energii prac drugorzędnych większe lub równe 1% energii kinetycznej pocisku w połączeniu z oporem początkowym i strukturą powierzchni wewnętrznej lufy powodują wzrost masy ładunku o 5%. Przepływ strumienia ciepła do broni jest pomijany i wprowadzona zostaje poprawka termodynamiczna. Funkcja kształtu ziaren jest formułą kwadratową z określonymi współczynnikami kształtu. Aggarwal i jego współpracownicy rozwiązali problem Hunt-Hindsa z funkcją gradientu gęstości. Przyjęli oni bardziej realistyczny opis oporu przetłaczania pocisku w przewodzie lufy, kształtu ziarna, wymiany ciepła i prawa spalania. Narvilkar rozwiązał ten problem wprowadzając aspekty hydrodynamiczne do rozwiązania problemu głównego i stosując gradienty gęstości wielkości ekstensywnych w przepływie MGP.

Podjęcie Sugota

Model Sugota opiera się na równaniu energii Resala. Podjęcie różni się od Hunt-Hindsa w definiowaniu centralno-balistycznego punktu M (parametru warunku łado-

ing. The coefficient is sensitive to the changes of some ballistic parameters such as: weapon's calibre, force of powder, type and configuration of the igniting charge. In such way the model works for the powders with known powder constants, and provides satisfactory solutions of the main problem of internal ballistics.

Hunt-Hinds' Approach

It applies quite exactly the modified Resale's equation of energy, equation of motion, the functions of grain shape, and the linear law of combustion. Gradient of pressure is neglected and replaced by the average pressure. Losses of energy of secondary works which are greater or equal to 1% of projectile kinetic energy in connection with the initial drag and the internal barrel surface structure make the mass of the charge increase by 5%. The flow of heat flux into the weapon is neglectable and a thermodynamical correction is introduced. The function of grains shape is a square formula with specific coefficients of shape. Aggarwal and team mates have found a solution for Hunt-Hinds' problem with the function of density gradient. They accepted a more realistic description of the projectile pressing drag in the barrel bore, and of the grain shape, and the exchange of heat, and the law of combustion. Narvilkar has solved the problem by introducing the hydrodynamical aspects into the solution of the main problem and applying density gradients of extensive parameters for the flow of the PGM.

Sugot's Approach

Sugot's model is based on Resale's equation of energy. The approach differs from the Hunt-Hinds' one in definition of a central-ballistic point M (parameter of load-

wania $B = \frac{s^2 l_k^2}{f \omega y m}$) i parametru prędkości η . Straty energii prac drugorzędnych zostały przedstawione przez współczynnik prac drugorzędnych \emptyset :

ing condition $B = \frac{s^2 l_k^2}{f \omega y m}$) and a parameter of velocity η . Losses of energy for secondary works were represented by the coefficient of secondary works \emptyset :

$$\emptyset = 1,05 \left(1 + \frac{1}{4} \frac{\omega}{q} \right) \quad (2.4)$$

Był to szczególnie przypadek w ogólnym opisie przedstawiony szerzej w podejściu Drozdowa.

It was a particular case in general description which was closer presented in Drozdow's approach.

Podejście Crowa

Crow's Approach

Model Crowa różni się od Hunt-Hinds'a w następujących zagadnieniach:

Crow's model differs from the Hunt-Hinds' model in following aspects:

1. Człon energii kinetycznej oraz kowolumen (współobjętość) w równaniu energii Resala są pomijane. Stosowana jest poprawka dla siły prochu f , która dodatkowo jest korygowana by uwzględnić straty ciepła.
2. Założono wartość ciśnienia początkowego jako 0 i zastosowano doświadczalną poprawkę zależną od rodzaju prochu.
3. Przyjęto dla współczynnika ciepła wartość $y = 1$.

1. Component of kinetic energy and co-volume (joint volume) in the Resale's equation of energy are omitted. A correction f is applied for the force of powder, and it is additionally corrected to consider the losses of heat.
2. It was assumed that initial value of pressure is 0, and an experimental correction was used depending on powder type.
3. For heat coefficient it was accepted $y = 1$.

Takie podejście nie dało zadawalającej krzywej rozwoju ciśnienia w funkcji drogi zgodnej z wynikami doświadczalnymi. Podejście Coppacka jest ulepszeniem podejścia Crowa dającym bardziej realistyczne krzywe rozwoju ciśnienia w funkcji drogi. Zmodyfikowany układ zawiera całkowite równanie energii Resala. Wartość ciśnienia początkowego przyjęto jako równą 0, zaś średnia wartość współczynnika ciepła wynosi $y = 1,25$.

Such approach has not provided a satisfactory pressure development curve in function of the way which could be in compliance with the experimental results. The Coppack's approach is an improved approach of Crow providing more realistic curves for development of pressure in function of the way. The modified model includes the complete Resale's equation of energy. Initial value of pressure was taken as equal to 0, whereas the average value of the heat coefficient was $y = 1.25$.

Podejście Goldiego

Goldie's Approach

Model różni się od zmodyfikowanego modelu Coppacka. Ciśnienie początkowe pocisku wynika z analizy danych doświadczalnych. Patnaik dokonał porównania 5 metod:

The model differs from the modified Coppack's model. The initial projectile pressure is taken from an analysis of experimental data. Patnaik compared 5 methods:

RD-38, GM II, Goldie's, Hirschfelders'a i Bennet'a. Zaobserwowane różnice przedstawiono poniżej:

1. Energia kinetyczna pocisku jest liczona oddzielnie we wszystkich metodach, z wyjątkiem metody RD-38. W metodzie tej energia kinetyczna pocisku jest obliczana przy założeniu stałej temperatury gazu, mniejszej od temperatury wybuchu.
2. Kowolumen (współobjętość) jest uwzględniony we wszystkich metodach, za wyjątkiem RD-38.
3. We wszystkich metodach przyjęto formułę szybkości spalania prochu proporcjonalną do ciśnienia p $u = u_1 p$, z wyjątkiem metody Benneta, gdzie przyjęto formułę potęgową $p^{2/3}$ $u = u_1 p^{2/3}$.
4. Dodatkowo założono:
 - w metodzie Goldiego i GM zakłada się wartość ciśnienia początkowego.
 - w metodzie Hirschfeldera wartość ciśnienia początkowego określona jest związkiem $\left(\frac{2500}{d}\right) \left[\frac{lb}{(in)^3}\right]$ (gdzie d jest kalibrem w calach), natomiast w metodzie Benneta $2500 [lb/in^2]$.
5. Doświadczalny współczynnik na utratę ciepła nie jest uwzględniony w metodach Goldiego i Benneta, podczas gdy jest uwzględniony w metodach GM II i Hirschfeldersa.

W wyniku analizy numerycznej zestawu wyników doświadczalnych broni amerykańskiej marynarki z różnorodnymi ładunkami, Goldie dokonał porównania metod RD-38, Goldiego, Le Duca, Hirschfeldera i Benneta. Doszedł do wniosku, że nastąpiła tylko nieznaczna poprawa uzyskania większej dokładności rozwiązań wraz z rozwojem metod i sugeruje, że używanie tylko jednej metody dla

RD-38, GM II, Goldie's, Hirschfelders's and Bennet's. Observed differences are presented below:

1. Kinetic energy of projectile is calculated separately in all methods, excepting the method RD-38. In this method the projectile kinetic energy is calculated at assumption of constant gas temperature that is lower than temperature of explosion.
2. Co-volume (joint volume) is considered in all methods, excepting RD-38.
3. It was accepted for all methods that the formula of powder combustion rate is proportional to pressure p $u = u_1 p$, excepting the Bennet's method, where exponential formula was taken $p^{2/3}$ $u = u_1 p^{2/3}$.
4. Additionally it was assumed:
 - In Goldie's and GM methods the initial value of pressure is assumed.
 - In Hirschfelder's method the value of initial pressure is determined by relation $\left(\frac{2500}{d}\right) \left[\frac{lb}{(in)^3}\right]$ (where d is calibre in inches), and in Bennet's method by $2500 [lb/in^2]$.
5. Experimental coefficient for the loss of heat is not considered in methods of Goldie and Bennet, but is taken into account in methods of GM II and Hirschfelders.

In effect of numerical analysis for sets of experimental results with the US Navy weapons at different charges, Goldie compared the methods of RD-38, Goldie, Le Duc, Hirschfelder and Bennet. He came into a conclusion that there is an insignificant improvement of accuracy of solutions along with the development of the methods, and suggested that application of exclusively one method for different ballistic sys-

różnych systemów balistycznych jest niewystarczające.

Podjęcie Taylora

Model Taylora uwzględnia trzy podstawowe równania bilansowe zawierające 4 zmienne. Straty prac drugorzędnych oraz straty spowodowane niespalonym ładunkiem prochowym, oporem tarcia pocisku w lufie podczas ruchu i ciśnienie początkowe są korygowane przez masę efektywną M :

$$M = \frac{(1+\theta)\omega+C/3}{g} \quad (2.5)$$

gdzie: C jest masą ładunku, a θ współczynnikiem uwzględniającym straty energii powodowane przez tarcie i obrót. Strata przepływu strumienia ciepła do lufy jest przyjęta jako współczynnik ciepła o wartości $\gamma = 1,30$. Współczynnik szybkości spalania szacowany jest z prób doświadczalnych. Współczynnik ciśnienia w prawie szybkości spalania prochu przyjmuje się jako 0,8. Cztery zmienne brane pod uwagę to praca przetłaczania pocisku w lufie przez gaz, w tym energia tracona na podgrzewanie lufy (K), średnie ciśnienie p za przestrzenią między dnem komory naboju, a dnem pocisku, droga pocisku (X) i energia uwalniana przez spalony ładunek prochu (T). W ten sposób układ równań zawiera dwa równania różniczkowe pierwszego rzędu z niezależnymi zmiennymi K , p oraz T relacje funkcyjne pomiędzy K , p i X .

Podjęcie Drozdowa

Układ równań Drozdowa nieco różni się od równań Hunta-Hinda. Zakłada, że ładunek miotający pali się pod średnim ciśnieniem zgodnie z prawem geometrycznym spalania a szybkość spalania jest proporcjonalna do ciśnienia. Zakłada się, że

terms is insufficient.

Taylor's Approach

Taylor's model takes into account three basic balance equations containing 4 variables. The losses of secondary works, and losses due to unburned powder charge, and projectile's friction drag in the barrel during the movement, and initial pressure are corrected by the effective mass M :

where: C is the mass of charge, and θ is a coefficient considering the losses of energy caused by the friction and rotation. The loss of the heat flux flow into the barrel is taken as a heat coefficient with value $\gamma = 1.30$. The coefficient of the combustion rate is estimated by experimental trials. The coefficient of pressure in the law of powder combustion rate is taken to be 0.8. The four considered variables are the work of gas at pressing the projectile through the barrel, including the energy lost for heating the barrel (K), and the average pressure p in the space between the base of the cartridge chamber and the projectile's base, and the way of projectile (X), and the energy released by the burned powder charge (T). In this way the set of equations includes two differential equations of the first order with independent variables K and p , T , and functional relations between K , p and X .

Drozdow's Approach

The set of Drozdow's equations is a bit different than the equations of Hunt-Hind. It is assumed that the propelling charge burns under the average pressure according with the geometrical law of combustion, and the combustion rate is proportional to the pressure.

skład produktów spalania jest stały. Współczynnik prac drugorzędnych uwzględnia energię kinetyczną dla translacji pocisku (E_1) w połączeniu z stratami energii prac drugorzędnych spowodowanymi obrotem E_2 , oporem tarcia jako wynikiem translacji i obrotu E_3 , przemieszczeniem gazowych produktów spalania i niespalonego ładunku E_4 oraz odrzutu E_5 . Energie prac drugorzędnych od E_2 do E_5 są uwzględnione w energii pracy głównej E_1 . Wartość liczbową współczynnika prac dla klasycznej broni znajduje się w przedziale $1,05 \div 1,20$ w zależności od warunków początkowych i może te wartości przekroczyć. Slukhotsky proponuje ogólną formułę dla parametru \emptyset :

$$\emptyset = K + \frac{1}{3} \frac{\omega}{q} \quad (2.6)$$

gdzie K jest sumą od E_1 do E_5 z wyłączeniem E_4 , zaś $\frac{\omega}{q}$ jest względną masą ładunku w stosunku do masy pocisku. Wartość K jest funkcją rodzaju broni. Ciśnienie początku strzału jest oceniane na podstawie badań. Przy zestawieniu tabel przyjmowane jest ciśnienie początkowe 30 [MPa]. Energia wydatkowana na nagrzewanie ścianek lufy, naboju i pocisku jest uwzględniona jako zwiększenie współczynnika przejmowania ciepła lub zmniejszenie siły prochu. Ten problem został omówiony przez Muraura na drodze analizy krzywych ciśnienia w czasie oraz drogi w czasie. Serebryakov opublikował metodę obliczania ciepła traconego w przypadku braku tych krzywych. W oparciu o ogólne równania dynamiki gazu dla jednowymiarowego niestabilnego ruchu gazu, opublikowane przez Shkvornikova, relacje pomiędzy ciśnieniami na zamek, dno pocisku i średnim ciśnieniem zostało wykorzystane do wyprowadzenia równania ruchu. Ważnym wnioskiem z równania ruchu jest fakt, że stosunek średniego ciśnienia gazu w lufie do

It is assumed that composition of combustion products is constant. The coefficient of secondary works considers the kinetic energy for translation of projectile (E_1) in connection with the losses of energy for secondary works caused by rotation E_2 , and friction drag in effect of the translation and rotation E_3 , and displacement of the gaseous products of combustion and unburned charge E_4 , and the recoil E_5 . The energies of secondary works from E_2 to E_5 are considered in the energy of the main work E_1 . The numerical value of the works coefficient for a classical weapon is in the range $1.05 \div 1.20$ depending on initial conditions, or may be greater, as well. Slukhotsky proposes a general formula for parameter \emptyset :

where K is a sum from E_1 to E_5 excluding E_4 , and $\frac{\omega}{q}$ is a relative mass of the charge related to the mass of projectile. The value K is a function of weapon type. The pressure at the beginning of shot is estimated by tests. At the arrangement of the tables the initial pressure is taken as 30 [MPa]. The energy spent for heating the barrel walls, and the cartridge, and the projectile is taken into account as an increase of the coefficient for heat reception, or decrease of powder force. This problem was discussed by Muraur at analysing the curves of the pressure versus time, and the way versus time. Serebryakov published a method for calculation of the lost heat in the case when these curves are missing. On the ground of general equation of gas dynamics for one-dimensional instable movement of gas, published by Shkvornikov, the relations between the pressures exerted to the lock, the base of projectile, and the average pressure were employed for development of equations of motion. An important conclusion drawn from the equation of motion is the fact

współczynnika prac drugorzędnych jest równy stosunkowi ciśnienia na dnie pocisku do oporu powstającego podczas ruchu pocisku pod warunkiem pominięcia odrzutu. Relacja między objętością spalonej części paliwa a względną grubością spalonego materiału miotającego jest funkcją sześcienną zawierającą współczynniki nazwane charakterystykami kształtu ziarna. Model korzysta z funkcji kwadratowej ze zmodyfikowanymi współczynnikami charakterystyk kształtu. Szerokie prace nad funkcją względnej masy spalonego prochu ψ i jej zastosowaniem w balistyce wewnętrznej przeprowadził Serebryakov. Początkowa wartość funkcji służy określeniu ciśnienia początkowego ładunku prochowego podczas badań laboratoryjnych. Parametr ładowania Drozdowa jest analogiczny do parametru centralno-balistycznego Hunta-Hindsa. Odmianę w podejściu Drozdowa do balistyki wewnętrznej reprezentuje Oppokow.

Podejście Okunewa

Układ równań Okunewa różni się od Drozdowa zmniejszeniem liczby zmiennych w czterech podstawowych równaniach. Wprowadzenie czterech stałych P,L,V,T odpowiadających ciśnieniu, drodze, prędkości oraz czasowi przy określonych założeniach, pozwala uzyskać względne zmienne i powoduje zmniejszenie liczby podstawowych zmiennych z 7 do 4. Właściwości prochu takie jak siła prochu f , kowolumen α , gęstość ładowania Δ oraz ciśnienie początkowe p_o GPS mogą przyjąć różną wartość. Wadą rozwiązania jest to, że główne parametry takie jak gęstość ładowania Δ , ciśnienie początkowe p_o nie obejmują wszystkich przypadków w praktyce. Wprowadzenie względnych zmiennych wiąże się z innymi rosyjskimi uczonymi takimi jak Drozdow, Oppokow, Okunew, Gorożkow i Swiridow.

Leonard Wolski opisuje różne metody

that the ratio between the average pressure of the gas in barrel and the coefficient of the secondary works equals to the ratio between the projectile base pressure and the drag existing at the translation of projectile, provided that the recoil is omitted. The relation between the volume of the burned propellant material is a cubic function containing the coefficients named as the characteristics of grain shape. The model employs a square function with the modified coefficients of shape characteristics. Serebryakov conducted wide investigations over the function of the relative mass of burned powder ψ and its application in the internal ballistics. Initial value of the function is used to identify the original pressure of powder charge at laboratory tests. The loading parameter of Drozdow is identical to the central-ballistic parameter of Hunt-Hinds. Another version of Drozdow's approach to the internal ballistics is represented by Oppokow.

Okunew's Approach

The set of Okunew equations differs from the Drozdow's by reduced number of variables in four basic equations. Introduction of four constants P,L,V,T corresponding to the pressure, way, velocity, and time at specific assumptions allows for receiving of relative variables and reduces the number of basic variables from 7 to 4. Such properties of the powder as the force of powder f , co-volume α , density of loading Δ , and the original pressure p_o for GPC may get different values. A disadvantage of the solution is that the main parameters such as the density of loading Δ , and the original pressure p_o do not encompass in practice all the cases. The introduction of relative variables is connected with other Russian scientists like Drozdow, Oppokow, Okunew, Gorożkow and Swiridow.

Leonard Wolski describes various meth-

rozwiązania problemu głównego balistyki wewnętrznej m.in. takie jak metody analityczne, metody całkowania, metody syntetyczne oraz metody empiryczne [11]. W ramach metod analitycznych zaproponowany przez autora [11] jest układ 6 równań wraz z założeniami podstawowymi. Ponadto w monografii opisana jest uproszczona metoda Drozdowa oparta na geometrycznym prawie spalania prochu, podobna do niej metoda Sugota, która opiera się na tym samym prawie, lecz układ równań zapisany jest w nieco inny sposób. Główne równanie balistyki wewnętrznej w tej metodzie zapisane jest w postaci Resala. Z metod analitycznych zostaje również przedstawiona metoda Sieriebriakowa [11, 12] oparta na fizycznym prawie spalania się prochu. Mając tak przedstawione metody i uwzględniając postęp technologiczny możliwe było rozbudowanie układu równań balistyki wewnętrznej dla klasycznych broni lufowych.

W 2000 roku opublikowano dokument standaryzujący STANAG 4367 LAND (wydanie 2), który przedstawia termodynamiczny model balistyki wewnętrznej z powszechnie znanymi parametrami. W dokumencie jest zaproponowany model matematyczny jako zbiór nieliniowych równań różniczkowych i algebraicznych, które symulują ruch konwencjonalnego pocisku artyleryjskiego stabilizowanego ruchem obrotowym wewnątrz lufy działa. Matematyczne modelowanie jest zrealizowane poprzez uwzględnienie najistotniejszych sił, przybliżenie spalania paliw stałych oraz zastosowanie współczynników poprawkowych w celu dopasowania zmierzonych wielkości balistyki wewnętrznej w standardowych i niestandardowych warunkach [13]. Przedstawiony w dokumencie model pokazuje, jakie kluczowe parametry powinny znajdować się w propozycji modelu rozwiązania problemu głównego balistyki wewnętrznej.

W publikacji [14] autorzy przedstawiają

ods for solution of the main problem of internal ballistics, for instance such as analytical methods, integration methods, and synthetic and empirical methods [11]. In the frame of analytical methods proposed by the author of [11] is a set of 6 equations with the basic presumptions. Moreover, the monography describes a simplified Drozdow's method based on the geometric law of powder combustion, and similar to it a Sugot's method which is based on the same law, but the set of equations is put down in a bit different way. The main equation of the internal ballistics in this method is written in Resale's form. Among the analytical methods there is also a method of Sieriebriakow [11, 12] based on the physical law of powder combustion. Having at disposal such presented methods, and considering technological development, it was possible to get an extended set of the internal ballistic equations for classical barrel weapons.

In 2000 the STANAG 4367 LAND (edition 2) was published where a thermodynamical model of internal ballistics was presented with commonly known parameters. The document proposes a mathematical model in the form of a set of nonlinear differential and algebraic equations which simulate the motion of a conventional artillery projectile, stabilised by the rotational movement, inside the gun's barrel. The mathematical modelling is performed by consideration of the most important forces, and approximation of combustion of solid propellants, and application of corrective coefficients to match the measured values of internal ballistics in standard and off-standard conditions [13]. The model presented in the document shows the key parameters which have to be included in a proposal of solution for the main problem of internal ballistics.

Authors of publication [14] present

model balistyki wewnętrznej działania broni z odprowadzeniem gazów prochowych w okresie napędzania suwadła. Publikacja przedstawia przede wszystkim zagadnienia związane z odprowadzeniem gazowych produktów spalania przez komorę gazową i określa uzysk energii kinetycznej przez suwadło, którego prawidłowe zaprojektowanie pozwala na stworzenie broni automatycznej. W przypadku wystąpienia potrzeby analizy tego typu rodzaju broni zachodzi konieczność uwzględniania tych procesów w modelu matematycznym.

2.2. Modelowanie cyfrowe PBGW

Do modelowania przepływów dwufazowych wykorzystywane są dwie główne metody. Jest to podejście Eulera-Eulera i Eulera-Lagrange'a. W pierwszym przypadku chmura cząstek traktowana jest jako płyn, który porusza się w przestrzeni wraz z fazą gazową i obie te fazy są sprzężone siłami międzyfazowymi. Z matematycznego punktu w modelowaniu obie fazy opisywane są podobnymi równaniami i jest to główna zaleta tego podejścia. W podejściu Eulera-Lagrange'a cząstki są opisywane w przestrzeni za pomocą równań ruchu na podstawie drugiego prawa Newtona. Metoda ta jest fizycznie bardziej zbliżona do rzeczywistości niż w podejściu Eulera-Eulera, ale ma jedną wadę. Z powodu dużej liczby cząstek jest często niemożliwe projektowanie dużych systemów. W celu poradzenia sobie w takim wypadku można wprowadzić pojęcie „cząstek wirtualnych”, które odpowiadają określonej liczbie fizycznych cząstek. Takie podejście może wprowadzać błędy, które powinny być przeanalizowane w opracowaniu fundamentalnym zagadnienia [15].

W publikacji [16] zaproponowano podział na dwa rodzaje metod numerycznych: jednej opartej na obliczeniach liczbowych,

a model of internal ballistics on operation of weapon with the draining of powder gases in the cycle of driving the slide. The publication presents most of all the questions connected with draining the gaseous products of combustion via a gas chamber, and identifies the kinetic energy gain of the slide, the proper design of which is helpful at designing the automatic weapons. When a need arises for analysis of such type of weapons then these processes have to be considered in the mathematical model.

2.2. Digital Modelling of MPIB

Two main methods are used for modelling double-phase flows. It is the Euler-Euler's and Euler-Lagrange's approach. In the first case the cloud of particles is treated as the fluid which moves in the space together with the gaseous phase, and these two phases are coupled by the interphase forces. In mathematical aspect of the modelling, the two fluids are described by similar equations and it is the main advantage of this approach. In the Euler-Lagrange's method the particles are moving in the space according with the motion equations based on Newton's second law. This method is physically placed closer to reality than in Euler-Euler's approach, but it has one disadvantage. Due to a great number of particles it is often impossible to design large systems. In order to cope with it in such cases, it may be introduced a notion of "virtual particles" corresponding to a specific number of physical particles. Such approach generates the errors which have to be analysed at fundamental development of the question [15].

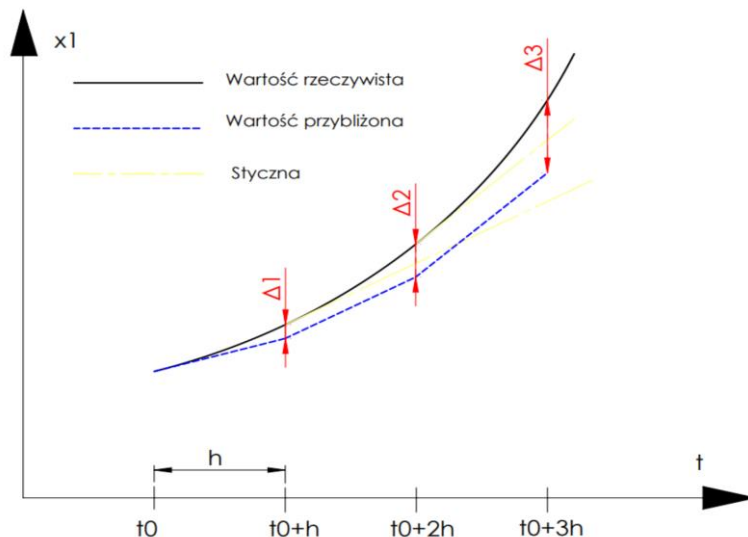
Publication [16] proposes a division on two types of numerical methods: one – based on numerical calculations, and second

drugiej opartej na obliczeniach symbolicznych. Autorzy słusznie zauważają, że stosowanie metod numerycznych obarczone jest błędami wynikającymi z ich cech jak również z samej implementacji. Kolejnym ważnym aspektem jest precyzja zapisu wynikająca z typu zastosowanej zmiennej. W przypadku zmiennej typu *double* wartość ta wynosi $1,11 * 10^{-16}$. Z precyzji zapisu wynika wartość błędu bezwzględnego obliczeń numerycznych. Błędy te się mnożą przy wykonywaniu kolejnych partii obliczeń.

Rozwiązanie problemu głównego balistyki wewnętrznej często jest sprowadzane do układu równań różniczkowych. Autorzy pracy [16] dokonują analizy całkowania metodą Eulera i pokazują wpływ wyboru metody rozwiązania na uzyskane wyniki. Różnicę między wartością przybliżoną uzyskaną z rozwiązania metodą numeryczną, a wartością rzeczywistą określają jako błąd metody. Na rysunku 1 zamieszczono schemat działania rozwiązania numerycznego metodą Eulera.

– based on symbolic calculations. The authors justly claim that use of numerical methods is burdened with the errors arising with their features and with the mere implementation of them. Precision of recording is a next important aspect depending on a type of the applied variable. In the case of variable of *double* type the value is $1.11 * 10^{-16}$. Precision of recording decides about the absolute error of numerical calculations. These errors are multiplied at consecutive portions of calculations.

The solution of the main problem of internal ballistics is often accomplished by a set of differential equations. Authors of work [16] perform the analysis of integration by the Euler's method and show the influence of the selected solving method into the received results. The difference between the approximate value of numerical method and the real value is identified as the method's error. A scheme of numerical solution operation by Euler's method is shown on fig. 1.



Rys. 1. Schemat działania metody Eulera [16]

Fig. 1. Scheme of Euler's method operation [16]

Wartość rzeczywista – *real value*

Wartość przybliżona – *approximated value*

Styczna – *tangent*

Z ilustracji widać, że z każdym krokiem całkowania różnica między wartością rzeczywistą, a wartością przybliżoną zwiększa się. Błąd ten występuje dla wszystkich powszechnie znanych metod numerycznych. W zależności od wybranej metody całkowania wielkość

It illustrates that the difference between the real value and the value approximated increases at each successive step of integration. This error exists for each commonly used numerical method. The value of this error is different depending on selected

tego błędu będzie różna. Błąd przybliżenia jest możliwy do zredukowania poprzez zmianę kroku całkowania. Zmniejszanie kroku całkowania powoduje uzyskiwanie bardziej zbliżonych wyników do wartości rzeczywistych, natomiast wiąże się ze zwiększeniem ilości operacji obliczeniowych, które komputer musi wykonać, a co za tym idzie projektant musi dłużej poczekać na uzyskanie rezultatów rozwiązania swojego problemu. Podczas opracowania schematu obliczeniowego należy znaleźć kompromis pomiędzy rzędem metody, krokiem całkowania oraz czasem obliczeń, w zależności od tego co chcemy w efekcie końcowym uzyskać.

Kolejnym ważnym aspektem projektowania w odniesieniu do błędu jest rząd stosowanej metody. Określenie rzędu metody polega na sprawdzeniu ile kolejnych pochodnych błędu przybliżenia równe jest 0. Patrząc od praktycznej strony sprowadza się to do tego, że im wyższy rząd metody tym większa dokładność powinna być uzyskana przy tym samym kroku całkowania.

Uwzględniając powyższą specyfikę, układ równań rozwiązania problemu głównego balistyki wewnętrznej, w miejscach możliwych do zastosowania, powinien być sprowadzany do zwykłych równań analitycznych. Takie podejście pozwoli zniwelować błędy związane z rozwiązaniami równań różniczkowych i multiplikowaniem się błędu metody.

3. Podsumowanie

W pracy opisano zagadnienia teoretyczne związane z projektowaniem rozwiązania problemu głównego balistyki wewnętrznej (PGBW).

W ujęciu teoretycznym możliwe byłoby rozbudowanie modelu o zagadnienia związane z odrzutem broni, a także zaprojektowanie algorytmów optymalizacyjnych dla projektantów broni np. by przy założonej wartości maksymalnej ciśnienia i prędkości wylotowej waga

method of integration. The error of approximation may be reduced by changing the step of integration. Reduction of integration step provides the results which are closer to the real values, but it is connected with the increased number of calculating operations performed by the computer, and then a designer has to wait for a longer time to get the results of solution of his problem. At preparation of calculating procedure a compromise has to be found between the order of a method, and the integration step, and the time of calculations, depending on the final effect of calculations.

The order of applied method is a next important aspect of designing concerning the question of errors. Determination of the method's order is made by checking how many successive derivatives of approximation error equal to 0. In practice, the higher order of the method the greater accuracy can be obtained at the same step of integration.

Considering the above mentioned specificity of the set of equation for solving the main problem of internal ballistics it has to be reduced to regular analytical equations in every possible cases. Such approach could eliminate the errors connected with solutions of differential equations and multiplication of method's errors.

3. Summary

The paper presents theoretical questions connected with a design of solution for the main problem of internal ballistics (MPIB).

It could be theoretically possible to extend the model by the questions connected with the weapon's recoil, and to propose the optimising algorithms for designers of weapons, e.g. to get the smallest portion of

naważki prochowej była jak najmniejsza. Dodatkowo możliwym kierunkiem do podjęcia jest próba aproksymacji krzywymi matematycznymi krzywych uzyskiwanych doświadczalnie.

W ujęciu numerycznym możliwym kierunkiem rozwoju jest zaimplementowanie innych modeli rozwiązania problemu głównego balistyki wewnętrznej, tak by użytkownik końcowy (projektant) miał możliwość wyboru różnych modeli i sprawdzenia, który model sprawdza się najlepiej w jego warunkach. Dodatkowo korzystając z dziedziny technik optymalizacyjnych można podjąć próbę implementacji algorytmów, które potrafiłyby dokonywać poszukiwania np. najmniejszej wartości naważki prochowej przy określonych parametrach prochowych i zadanym ciśnieniu maksymalnym i prędkości wylotowej pocisku.

powder at specific values of maximal pressure and muzzle velocity. Additionally, there is a possibility for attempts in approximation of experimental curves by the mathematical curves.

In the numerical aspect, the implementation of other models of solution of the main problem of internal ballistics is a possible direction of development allowing the end user (designer) for selection of various models and examination which model could work the best in his conditions. Additionally, the use of domain of optimisation techniques can lead to application of algorithms which could search for instance the lowest portion of powder at specific powder parameters and for accepted maximal pressure and projectile's muzzle velocity.

Literatura / Literature

- [1] Serebryakov M., Internal Ballistics, State Printing House of the Defense Industry, Moscow, 1949
- [2] Corner J., Theory of the Interior Ballistics of Gun, John Wiley and Sons, New York 1950
- [3] Kapur J., Internal Ballistics of Composite Charges Taking Into Account any Possible Difference in the Ratios of Specific Heats of the Component Charges, Defence Science Journal, Vol 7, No 4: 144-158, 1954
- [4] Asim Ray, Note on Internal Ballistics with Composite Charge, Defence Science Journal, Vol 16, No 1: 43-46, 1966
- [5] Gózdź J., Torecki S., Cyfrowa symulacja balistyki wewnętrznej układu miotającego z wieloskładnikowym ładunkiem prochowym, Biuletyn Wojskowej Akademii Technicznej, Nr 8 (348): 17-30, 1981
- [6] Gózdź J., Symulacja strzału ładunkiem wieloskładnikowym w ujęciu gazo-dynamicznym, Problemy Techniki Uzbrojenia i Radiolokacji, z. 33: 21-29, 1984
- [7] Miura H., Matsuo A., Two-phase Flow Simulation for Interior Ballistics, WIT Transactions on Modelling and Simulation, Vol 40: 291-299, 2005. DOI: 10.2495/CBAL050281
- [8] Radomski M., Balistyka wewnętrzna broni klasycznej z wieloskładnikowym ładunkiem miotającym, Problemy Techniki Uzbrojenia, z. 147: 47- 62, 2018
- [9] Rao, K., & Sharma, K. Art in Internal Ballistics. Defence Science Journal, 32(2): 157-174, 2014. DOI: 10.14429/dsj.32.6277
- [10] Hunt F.R.W., Internal Ballistic, H.M.S.O, London, 1951
- [11] Wolski L., Balistyka wewnętrzna. T. 1 (wyd. II), Wydawnictwa Politechniki Warszawskiej, Warszawa, 1986
- [12] Wolski L., Balistyka wewnętrzna. T. 2, Wydawnictwa Politechniki Warszawskiej, 1979

- [13] STANAG 4367 Land (Edition 2): Thermodynamic Interior Ballistic Model with Global Parameters. Military Agency for Standardization, Brussels, 2000
- [14] Leśnik G., Surma Z., Torecki S., Woźniak R., Termodynamiczny model działania broni z odprowadzeniem gazów prochowych w okresie napędzania suwadła, Biuletyn Wojskowej Akademii Technicznej, Vol. LVIII, Nr 3: 193-209, 2009
- [15] Kosinski P., Hoffmann A. C., A Eulerian-Lagrangian model for dense particle clouds. Computers and Fluids, Vol. 36, Issue 4: 714-723, 2007. DOI:10.1016/j.compfluid. 2006.06.003
- [16] Magier M., Gutowski M., Koncepcja „cichego” pocisku moździerzowego. Część II – rozwiązanie problemu głównego balistyki wewnętrznej, Problemy Techniki Uzbrojenia, z. 157: 7-35, 2021. DOI 10.5604/01.3001.0015.5042

