



DIAGNOSTYKA NUMERYCZNA POWSTAWANIA I STRUKTURY STRUMIENIA KUMULACYJNEGO Z WKŁADKI NAPĘDZANEJ PRODUKTAMI DETONACJI

NUMERICAL DIAGNOSTICS OF SHAPED CHARGE JET STRUCTURE AND FORMATION FROM A LINER DRIVEN BY PRODUCTS OF DETONATION

Jan BAGROWSKI, Jacek BORKOWSKI, Paweł PODGÓRZAK

Wojskowy Instytut Techniczny Uzbrojenia, ul. Wyszyńskiego 7, 05-220 Zielonka
Military Institute of Armament Technology, 7 Wyszyński St., 05-220 Zielonka, Poland

Karol JACH

Wojskowa Akademia Techniczna, ul. Gen. Witolda Urbanowicza 2, 00-908 Warszawa
Military University of Technology, 2 Gen. Witolda Urbanowicza Street, 00-908 Warszawa, Poland
Author's e-mail address: bagrowskij@witu.mil.pl

DOI 10.5604/01.3001.0013.1670

Streszczenie: W artykule zaprezentowano zbadane procesy zbiegania się elementów stożkowej wkładki kumulacyjnej do osi symetrii i podziału na części wewnętrzną wchodzącą do strumienia i zewnętrzną pozostającą w zbitku. Element wkładki miał długość komórki numerycznej i był podzielony na 18 warstw prostopadle do tworzącej wkładki. Pokazano występowanie gradientów prędkości wzdłuż części elementów wkładki tworzących strumień – pierwsze wewnętrzne warstwy elementów wkładki uzyskują maksymalne prędkości. W konsekwencji strumień kumulacyjny ma strukturę warstwową, podobnie jak strumień powstający podczas kumulacji wkładek półsferycznych. Jednorodność osiowa strumienia jest funkcją ziarnistości materiału wkładki, w naszym przypadku rozmiarów komórek numerycznych. Wyniki rozwiązań numerycznych zostały porównane z wynikami obliczeń metodą analityczną opartą na modelu PER.

Słowa kluczowe: fizyka wybuchu, kumulacja, metody numeryczne

1. Wstęp

Celem pracy jest analiza procesów napędzania elementów wkładki stożkowej produk-

Abstract: The paper describes the known processes of collapsing of shaped charge conical liner elements to the axis of symmetry and their partition into an internal part creating the jet and an external part remaining in the slug. An element of the liner has the length of a numerical cell and is divided into 18 layers perpendicularly to the liner contour. The existence of velocity gradients along some liner elements creating the jet is shown – the first internal layers of liner elements get the maximal velocities. In consequence the shaped charge jet has a layered structure which is similar to a shaped charge jet produced by half-spherical liner. Axial homogeneity of the jet is a function of liner material granulation and numerical cells dimensions in our case. Results of numerical calculations are compared with results of analytical calculations based on the PER model.

Keywords: explosion physics, shaped charge jet effect, numerical methods

1. Introduction

The aim of the paper is a numerical analysis of processes concerning the driv-

tami detonacji, zbiegania się tych elementów do osi symetrii i powstawania z nich strumienia kumulacyjnego, przeprowadzona na podstawie rozwiązań numerycznych.

Do obliczeń numerycznych zastosowano metodę punktów swobodnych, która umożliwia dokonywanie osobnego podziału numerycznego wkładki kumulacyjnej [1]. Z tego względu dla każdej chwili mogą być wyodrębnione dane liczbowe, charakteryzujące tylko wkładkę. Dane te opisują rozkłady przes-trzenne położień osiowych i radialnych ($Z(t)$, $R(t)$) komórek elementarnych wkładki oraz wszystkich innych wielkości, takich jak prędkości, ciśnienie, gęstość w tych komórkach.

Do analizy wykorzystano wyniki obliczeń numerycznych wybranych głowic kumulacyjnych o kalibrze 100 mm, zamieszczonych w pracach [2], [3]. Stosowano wkładki z miedzi charakteryzowanej wg zależności reologicznej Johnsona-Cooka i równaniem stanu Mie-Gruneisena oraz fragmentacji wg modelu [1]. Stosowano ładunki materiału wybuchowego z oktogenu o gęstości $1,812 \text{ g/cm}^3$ i prędkości detonacji $8,64 \text{ km/s}$, pobudzane na obwodzie.

W pracy przedstawiono dwa opisy charakterystyk kumulacji wkładek - pierwszy uśredniony, drugi oparty na elementach wkładki wyodrębnianych z warstwowego ułożenia komórek elementarnych. W pierwszym przypadku wkładka jest dzielona na kilkadziesiąt ($80\div 90$) elementów. Uśredniane są chwilowe położenia każdego elementu wkładki oraz inne wielkości, opisujące stan tego elementu. Otrzymujemy w ten sposób chwilowe uśrednione profile wkładki, ich maksymalne nachylenia oraz rozkłady prędkości elementów wkładki wzdłuż współrzędnej osiowej. Na podobnym uśrednionym opisie oparte są rozwiązania analityczne problemu kumulacji wkładek [4], [5], [6]. W pracy porównano ruch uśrednionego elementu z rzeczywistymi jego obrazami w różnych, charakterystycznych czasach, w tym podczas zbliżania się do osi symetrii i podziału. Z danych numerycznych wynika, iż część elementu wkładki, znajdująca się na jej wewnętrznych warstwach, która wchodzi do strumienia nie jest skupiona w jakąś jedną cząstkę, jak w przypadku cieczy idealnej, ale posiada wyraźne zróżnicowanie prędkości. W konsekwencji, po wejściu do obszaru strumie-

ing of conical liner elements by products of detonation, the collapsing of these elements to the axis of symmetry and the formation from them of a shaped charge jet.

A method of free points is applied for numerical calculations as it may be used for individual numerical division of the shaped charge liner [1]. For this reason the numerical data characterising only the liner may be identified for each moment of time. The data describes spatial distributions of axial and radial locations ($Z(t)$, $R(t)$) for elementary cells of the liner and remaining values such as velocity, pressure, and density inside the cells.

Results of numerical calculations carried out for selected shaped charge heads of 100 mm calibre, included in publications [2] and [3], were used for the analysis. The fragmentation model [1] and rheology law of Johnson-Cook and Mie-Gruneisen equation of state were used to characterise the deployed copper liners. Octogen explosive charges with density 1.812 g/cm^3 and detonation velocity 8.64 km/s were used and initiated at perimeter.

The paper includes two descriptions of characteristics for liner collapse – the first is an averaged description and the second is based on liner elements originating from the layered arrangement of elementary cells. In the first case the liner is divided on a few dozens ($80\div 90$) elements. Momentary locations of every liner element are averaged together with other parameters describing the state of this element. In this way the average momentary liner profiles with their maximal inclinations and distributions of liner elements velocities along the axial coordinate are received. Analytical solutions of liner collapse questions are based on a similar averaged description [4], [5], [6]. The paper compares the movement of an averaged element with its real images at various, characteristic moments of time, including approaching to the axis of symmetry and partition. Numerical data indicates that the part of liner element, including its internal layers and contributing into the jet, is not concentrated in a form of a one particle, as for an ideal liquid, but has distinctly different velocities. In consequence this part of the el-

nia kumulacyjnego, następuje ciągle wydłużanie tej części elementu wzdłuż osi symetrii. Analiza danych numerycznych charakteryzujących elementy wkładki wybrane wzdłuż jej wysokości i dla różnych czasów została przedstawiona w następnym rozdziale. Ponadto porównano numeryczne charakterystyki strumienia kumulacyjnego z ocenami tych charakterystyk, wynikającymi z formuł analitycznych.

W przypadku drugiego opisu element wkładki zawiera jedną komórkę elementarną, której chwilowe położenie i inne wielkości są funkcjami początkowej współrzędnej osiowej, numeru warstwy oraz czasu. Można przyjąć, iż jest to element jednostkowy, natomiast cały rząd takich komórek, obejmujący wszystkie warstwy tworzy pełny element wkładki. Takie wyodrębnienie elementów wkładki pozwala na wizualizację chwilowych położenia jednostkowych elementów w trakcie zbliżania się do osi i ich wchodzenia w obszar strumienia kumulacyjnego. W rozdziale 3. przedstawiono analizę porównawczą kumulacji takich elementów wkładki w funkcji ich położenia wzdłuż osi symetrii. Pokazano, iż wytwarzany strumień kumulacyjny ma strukturę warstwową, wchodzące elementy układają się w warstwy cylindryczne jednostajnie wydłużające się w czasie. Podobną strukturę posiada strumień wytworzony z wkładki półsferycznej. Dla porównania charakterystyki kumulacji wkładki półsferycznej, wynikające z obliczeń numerycznych [3], zamieszczono w Dodatku nr 1.

2. Opis kumulacji wkładek za pomocą wielkości uśrednionych

Wkładkę można podzielić na obszary zawierające pewną liczbę komórek elementarnych i dokonać uśrednienia ich położenia. W naszym przypadku wkładka była podzielona wzdłuż tworzącej na 90 obszarów zawierających po 72 komórki. Każdy taki obszar można nazwać elementem wkładki. W chwili początkowej zidentyfikowany jest jedną wielkością, np. uśrednioną współrzędną osiową lub odpowiadającą długością tworzącej wkładki. W ten sposób położenia elementów wkładki oraz wielkości charakteryzujące ten element mogą być funkcjami jednej, tak wybranej współrzędnej i czasu. Średnie położenia wszystkich ele-

ment is subjected to continuous elongation along the axis of symmetry after entering into the jet zone. An analysis of numerical data characterising elements of the liner taken along its height and for different times is presented in the next chapter. Moreover the numerical characteristics of the jet are compared with the evaluations of these characteristics received from analytical formulae.

In the case of second description the liner element has one elementary cell for which a momentary location and other parameters are functions of original axial coordinate, number of the layer and time. It may be considered as an individual element whereas a whole row of these cells, containing all layers, creates a complete element of the liner. Such individualisation of liner elements shows momentary locations of individual elements at their approaching to the axis and entering into the jet zone. A comparative analysis of jet formation for such liner elements, as a function of their location along the axis of symmetry, is presented in chapter 3. It is shown that produced jet has a layered structure and the contributing elements are arranged at cylindrical layers which constantly elongate in time. Similar structure has a jet formed from half-spherical liner. The characteristics of shaped charge jet for the half-spherical liner received from numerical calculations [3] are included in Annex 1 for comparison reasons.

2. Description of Liner Collapse by Average Values

A liner may be divided into areas containing certain number of elementary cells with averaged locations. In our case the liner was divided along its contour on 90 areas with 72 cells each. Each such area may be named as an element of the liner. It is identified at the original moment by one value, e.g. an average axial coordinate or a corresponding length of liner contour radius. In this way the locations of liner elements and parameters characterising this element may be represented as the functions of one coordinate, selected in such way, and time. The liner average profile is identified by aver-

mentów wkładki wyznaczają jej średni profil:

$$z = Zs(zL, t) \quad (1)$$

$$r = Rs(zL, t) \quad (2)$$

gdzie: zL - wartość średnia początkowych współrzędnych osiowych komórek elementarnych tworzących element wkładki;

Zs i Rs - chwilowe wartości średnie odpowiednio osiowych i radialnych współrzędnych komórek tworzących element wkładki.

Podobnie określono inne wielkości uśrednione w elemencie wkładki, takie jak składowe prędkości; ciśnienie; gęstość i temperaturę, charakteryzujące chwilowy stan danego elementu wkładki. W pracy prędkość elementu wkładki określa się dwiema wielkościami - wartością bezwzględną prędkości ($U(zL, t)$) i składową radialną prędkości ($UR(zL, t)$).

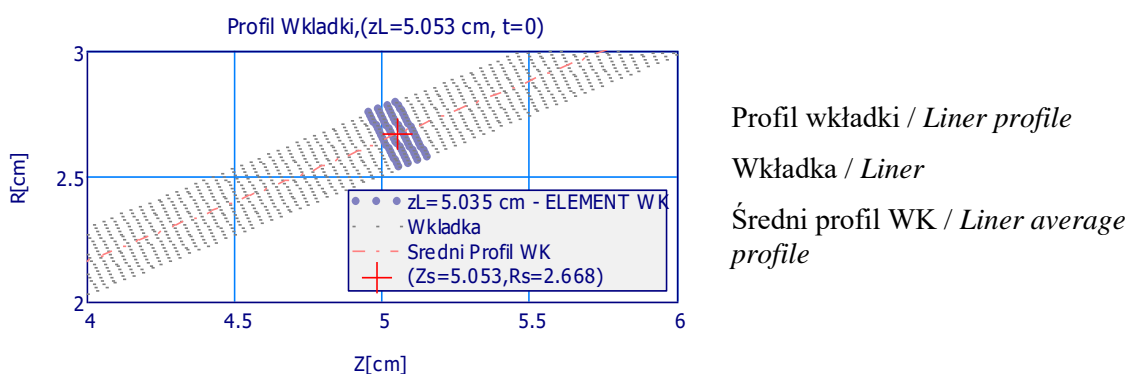
Do analizy wybrano przykładowy element wkładki, który w chwili początkowej ma średnie położenie osiowe $zL=5,035$ cm (rys. 2.1).

where: zL - the average value of original axial coordinates for elementary cells creating an element of the liner;

Zs and Rs - momentary average values respectively for axial and radial coordinates of cells creating a liner element.

Other average parameters of the liner element such as components of velocity, and pressure, density and temperature, characterising the instantaneous condition of a particular liner element, are identified similarly. The velocity of liner element is determined here by two parameters - an absolute value of velocity ($U(zL, t)$) and a radial component of velocity ($UR(zL, t)$).

Exemplary liner element having at the original time the average axial position $zL=5.035$ cm is taken for analysis (Fig. 2.1).

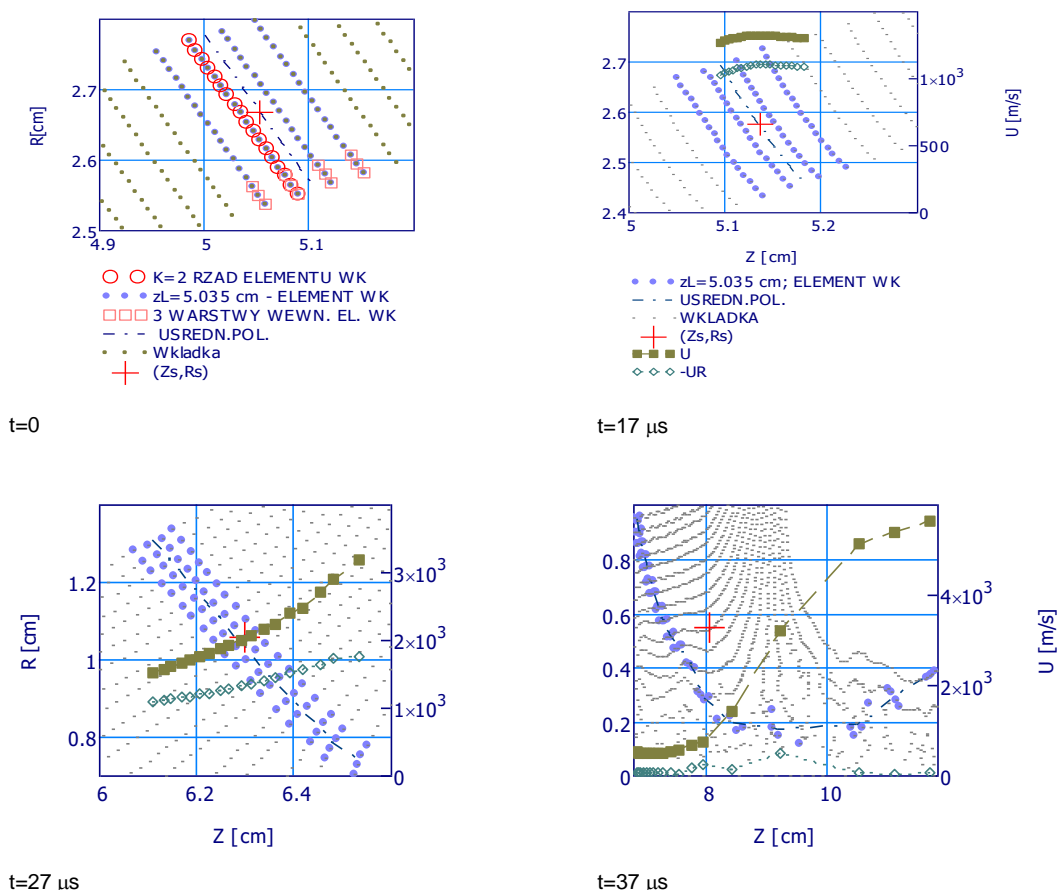


Rys. 2.1. Fragment profilu wkładki (średnica postawy 100 mm, grubość ścianki 2.4 mm) w chwili początkowej. Wyróżniono jeden element wkładki, jego średnie położenie: (Zs , Rs) oraz średni profil wkładki

Fig. 2.1. Fragment of liner profile (diameter of base 100 mm, wall thickness 2.4 mm) at the original moment. One element of the liner, its average position (Zs , Rs), and the average liner profile are designated

Wybrany element zawiera 4 rzędy komórek elementarnych, jego powiększenie pokazano na rysunku 2.2 ($t=0$). Widzimy, iż w danym elemencie wkładki możemy wyróżniać rzędy komórek elementarnych (poprzecznie do tworzącej wkładki) oraz warstwy komórek ułożonych wzdłuż tworzącej. W elemencie dla każdej warstwy możemy uśrednić położenia oraz inne wielkości fizyczne uzyskując rozkłady tych wielkości wzdłuż elementu wkładki.

A chosen element including 4 lines of elementary cells is enlarged in Fig. 2.2 at ($t=0$). The lines of elementary cells (crosswise to the liner contour) and the layers of cells arranged along the contour may be discerned for a given element of liner. The locations and other physical parameters may be averaged within an element for each layer to get distributions of these parameters along the liner element.



Rys. 2.2. Ilustracja położenia przykładowego elementu wkładki w chwili początkowej oraz w trzech dalszych (liczonych od momentu pobudzenia). Zaznaczono średnie położenia tego elementu oraz rozkłady prędkości - U i składowej radialnej – UR wzdłuż elementu

Fig. 2.2. Illustration of locations for an exemplary liner element at the original moment and for three consecutive times (counted from the detonation time). The average positions and distributions of velocity – U and radial component – UR along the element are indicated
 RZĄD ELEMENTU WK – ROW OF LINER ELEMENT; ELEMENT WK – LINER ELEMENT;
 3 WARSTWY WEWN. EL WK. – 3 INTERNAL LAYERS OF LINER ELEMENT;
 USRED. POL. – AVERAGE POSITION; Wkładka – Liner

Na rys. 2.2 dla czasów 17; 27 i 37 μ s, przedstawiono takie rozkłady dla dwóch wielkości - prędkości¹ oraz prędkości radialnej. Widzimy, iż w miarę upływu czasu następuje deformacja elementu wkładki oraz zmiana charakteru rozkładów prędkości.

Minimalna wartość prędkości warstwy zewnętrznej wynosi 1,272 km/s, natomiast maksymalne prędkości warstwy wewnętrznej zwiększają się z czasem od 1.321; 3,194 do wartości końcowej 5,647 km/s, odpowiednio dla czasów 17; 27 i 37 μ s.

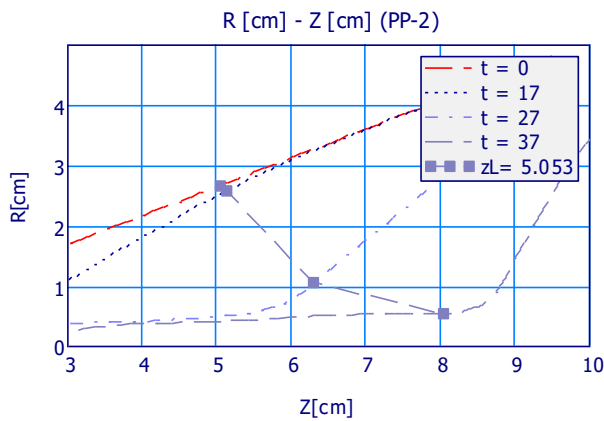
Such distributions are presented in Fig. 2.2 at times 17.0, 27.0 and 37.0 μ s for two parameters – velocity² and radial velocity. It is well seen that along the time the liner element is deformed and the character of velocity distributions changes.

The minimal value of velocity for the external layer is 1.272 km/s, whereas the maximal velocities of the internal layer increase with the time from 1.321 through 3.194 to final value of 5.647 km/s, respectively for times 17.0, 27.0 and 37.0 μ s.

¹ Wektor prędkości o składowych (Uz, Ur) zastępujemy dwiema wielkościami jego wartością bezwzględną: $U = \sqrt{Uz^2 + Ur^2}$ oraz Ur.

² The velocity vector with components (Uz, Ur) is replaced by its absolute value $U = \sqrt{Uz^2 + Ur^2}$ and Ur.

Posługując się zależnościami (1) i (2) możemy określać chwilowe średnie profile wkładki (rys. 2.3) oraz badać nachylenia (3) tych profili w czasie dla wybranego elementu wkładki. Na rysunku tym, na profilach wkładki, zaznaczono położenia rozpatrywanego wcześniej elementu wkładki ($z_L=5,053$ cm).



Momentary average liner profiles (Fig. 2.3) may be established and their inclinations versus time (3) may be investigated for a specific liner element by using dependencies (1) and (2). In this figure the locations of earlier considered liner element ($z_L=5.053$ cm) are marked at the liner profiles.

Rys. 2.3. Średnie profile wkładki ($R_s(z_L,t)$; $Z_s(z_L,t)$) w chwili początkowej, oraz w dalszych: 17; 27 i 37 μ s od momentu pobudzenia. Zaznaczono położenia uśrednionego elementu wkładki $z_L=5,053$ w tych czasach (Oznaczenie PP-2 dotyczy głowicy kumulacyjnej ze stożkową wkładką kumulacyjną o kącie wierzchołkowym 51° i grubości ścianki wynoszącej 2 mm)

Fig. 2.3. Average profiles of liner ($R_s(z_L,t)$; $Z_s(z_L,t)$) at the original moment and the next ones: 17.0, 27.0 and 37.0 μ s since the moment of detonation. Locations of averaged liner element $z_L=5.053$ for these times are marked. (Designation PP-2 refers to the shaped charge head with conical liner and apex angle 51° and wall thickness 2 mm)

$$ap(z_L, t) = \frac{dr}{dz} = \frac{dR_s(z_L,t)}{dZ_s(z_L,t)}, \text{ kąt nachylenia (angle of inclination) } = \text{atan}(ap(z_L, t)) \quad (3)$$

Na rysunku 2.4. przedstawiono, w funkcji czasu, zmiany nachylenia profili wkładki dla tego elementu. Nachylenie to narasta wraz z czasem osiągając maksimum w chwili wynoszącej około 27 μ s. (Odpowiadające położenie rozpatrywanego elementu wkładki dla tego czasu pokazano na rysunku 2.2.). Ponadto, na omawianym rysunku zmiany nachylenia profili wkładki porównano w skali czasowej ze zmianami prędkości i ciśnienia. Widzimy wyraźnie trzy fazy ruchu rozpatrywanego elementu: napędzanie produktami detonacji, trwające około 4 do 5 μ s; ruch z prawie stałą prędkością przez dalsze 5 μ s oraz fazę zbliżania się elementu wkładki do osi symetrii, w trakcie której następuje wyhamowywanie składowej prędkości radialnej, różnicowanie prędkości warstw wzdłuż elementu wkładki i jego podział na część pozostającą w zbitku i część, obejmującą 4 warstwy wewnętrzne, tworzącą strumień.

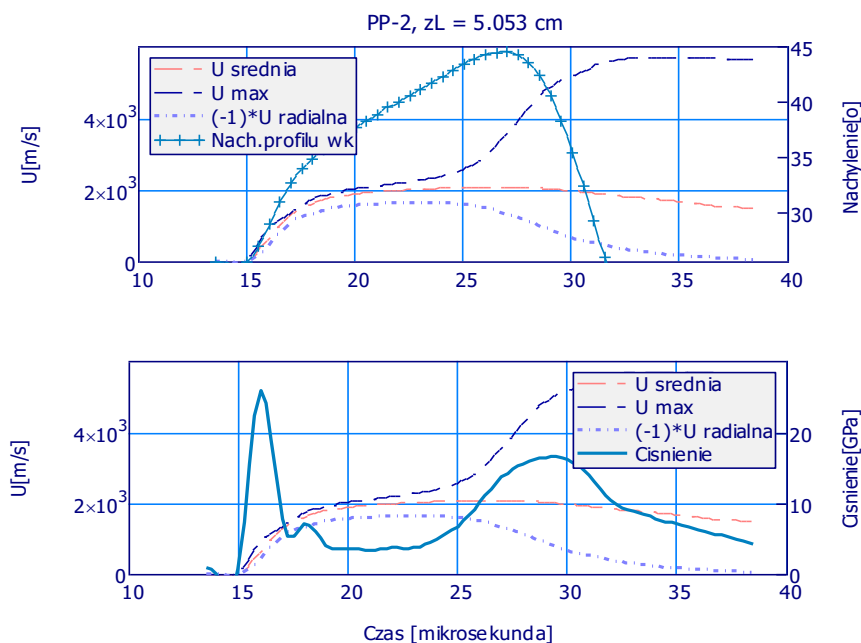
W tym miejscu należy zaznaczyć, iż

Changes of inclinations of liner profiles for this element are shown in Fig. 2.4 as a function of time. This inclination increases with time to reach the maximum at the moment of ca. 27.0 μ s. (Respective position of considered liner element at that time is shown in Fig. 2.2.). Moreover, changes of inclinations of liner profiles, shown on discussed figure, are compared in time to changes of velocity and pressure. Three phases of the element movement may be named: driving by products of detonation for ca. 4.0 to 5.0 μ s, travelling with almost constant velocity for the next 5.0 μ s and approaching the symmetry axis by the liner element when a deceleration of radial velocity component takes place together with differentiation of velocities of layers along the liner element and its partition into a part remaining in the slug and a part of 4 internal layers forming the jet.

It has to be noted now that for the part

w części wchodzącej do strumienia występuje zróżnicowanie prędkości wynoszące od 3,2 km/s do 5,65 km/s (dla brzegu wewnętrznego wkładki - por. rys. 2.2).

contributing to the jet the differentiation of velocities is from 3.2 km/s to 5.65 km/s (for the internal edge of the liner – compare Fig. 2.2).



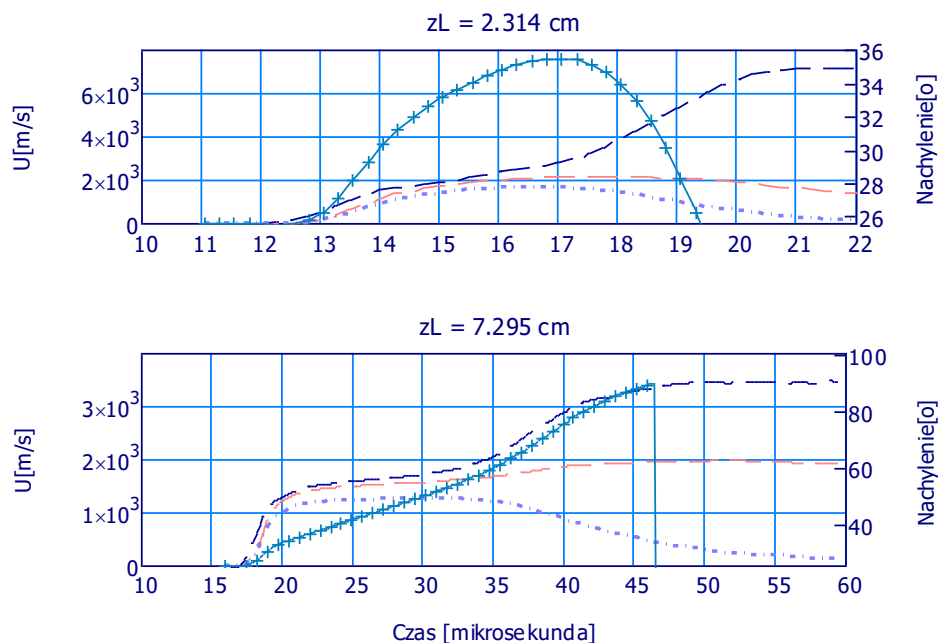
Rys. 2.4. Zmiany w czasie nachylenia uśrednionych profili wkładki, prędkości i ciśnienia w elemencie wkładki o początkowej współrzędnej $zL=5,053$ cm (Oznaczenie PP-2 dotyczy głowicy kumulacyjnej ze stożkową wkładką kumulacyjną o kącie wierzchołkowym 51° i grubości ścianki wynoszącej 2 mm) (Oznaczenie PP-2 dotyczy głowicy kumulacyjnej ze stożkową wkładką kumulacyjną o kącie wierzchołkowym 51° i grubości ścianki wynoszącej 2 mm)

Fig. 2.4. Time changes of liner average profile inclinations, velocity and pressure for the liner element with origin coordinate of $zL=5.053$ cm. (Designation PP-2 refers to the shaped charge head with conical liner and apex angle 51° and wall thickness 2 mm).

Nachylenie – Inclination, Ciśnienie – Pressure, U średnia – U average, Nach. profilu wk – Liner profile inclination, Czas – Time

Na rysunku 2.5. porównano charakterystyki ruchu elementów wybranych z innych miejsc wkładki, z początku - $zL = 2.314$ cm i jej końca - $zL = 7.295$ cm. Porównując z poprzednim rysunkiem widzimy, iż na odcinku wkładki od początku aż do $zL = 7,295$ cm nachylenia profilu wkładki mają ekstrema, osiągają maksymalne wartości, rosnące wraz ze wzrostem zL . W tym granicznym miejscu kąt nachylenia średniego profilu osiąga 90° dla chwili $46.4 \mu s$ i zwiększa się z czasem. Trajektorie tego elementu wkładki ($zL=7,295$ cm) oraz średnich położenia jej profilu w trzech różnych chwilach zamieszczono na rys. 2.6.

Fig. 2.5 compares movement characteristics of elements taken from other parts of liner, from the front - $zL = 2.314$ cm and rear part - $zL = 7.295$ cm. Comparing it with the former picture it may be noticed that along the liner section from origin to $zL = 7.295$ cm the liner profile inclinations have extremes increasing with the increase of zL . At this boundary place the profile average inclination angle is 90° at $46.4 \mu s$ and increases with the time. Trajectories of this liner element ($zL=7.295$ cm) and liner's profile average positions at three different moments are shown in Fig. 2.6.



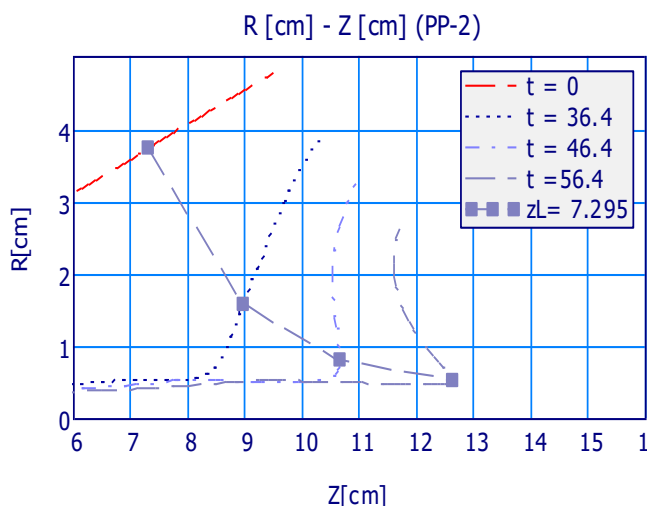
Rys. 2.5. Porównanie charakterystyk ruchu elementów wkładki dla różnych położenia początkowych wzdłuż osi wkładki

Fig. 2.5. Comparison of movement characteristics for liner elements at different original positions along the liner axis

Nachylenie – Inclination, Czas – Time

Na rysunku 2.7 zilustrowano położenia tego elementu wkładki w czterech chwilach 46, 56, 66 i 76 μ s. Widzimy, iż do strumienia wchodzi elementy z trzynastu warstw o prędkościach od 1 do 3,5 km/s.

Positions of this liner element at times 46.0, 56.0, 66.0 and 77.0 μ s are shown in Fig. 2.7. It is visible that thirteen layers with velocities from 1.0 to 3.5 km/s collapse into the jet.

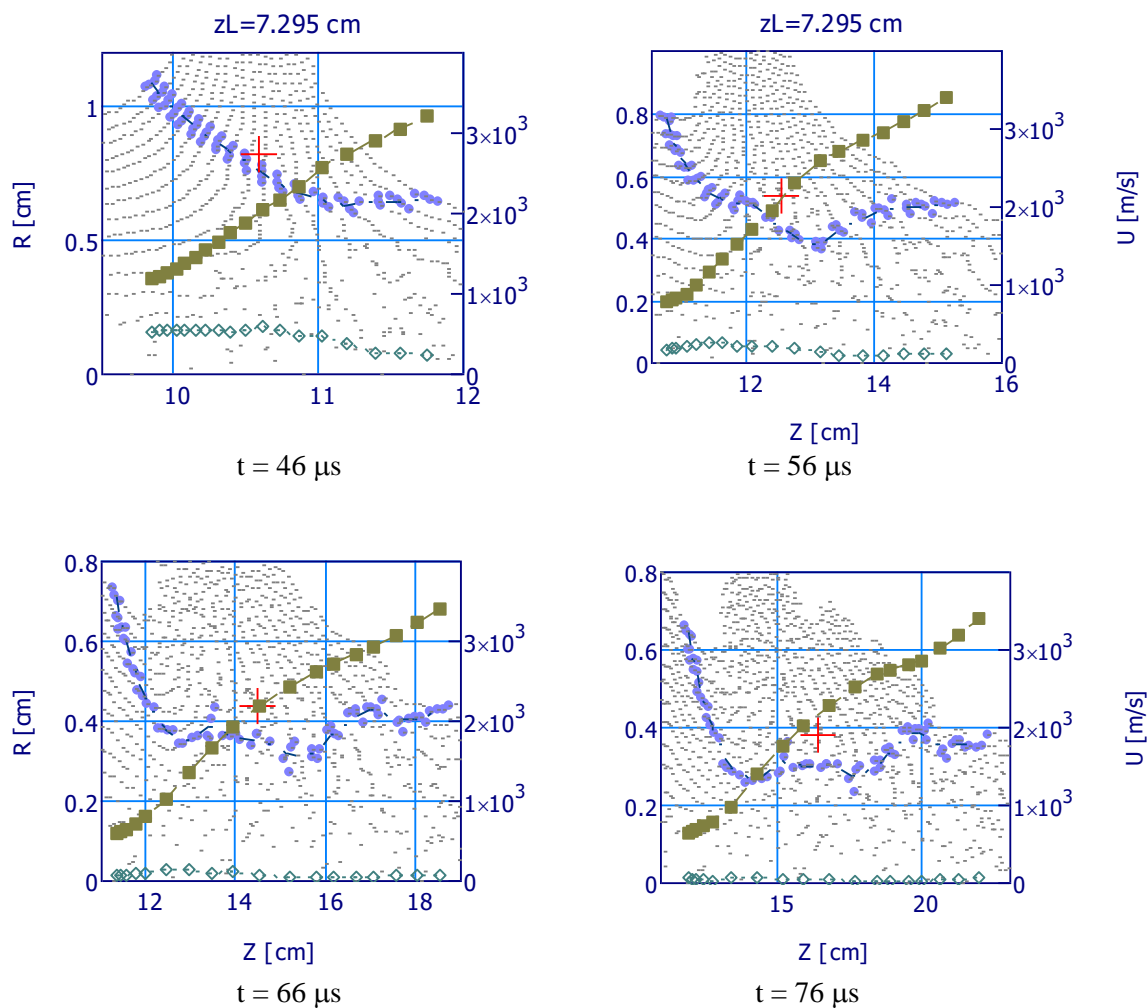


Rys. 2.6. Średnie profile wkładki ($R_s(zL,t)$; $Z_s(zL,t)$) w chwili początkowej, oraz w dalszych: 36.4; 46.4 i 56.4 μ s od momentu pobudzenia. Zaznaczono położenia uśrednionego elementu wkładki $zL=7,295$ w tych czasach

Fig. 2.6. Average liner profiles ($R_s(zL,t)$; $Z_s(zL,t)$) at the original moment and at following moments: 36.4; 46.4 and 56.4 μ s after detonation. The locations of liner averaged element $zL=7,295$ for these times are designated

Dla dalszych elementów położonych przy podstawie wkładki (dla $zL \geq 7,295$ cm) będziemy mieli podobną sytuację, nachylenia profili będą większe od 90° i w konsekwencji masy prawie całych elementów wkładki będą wchodziły do strumienia, podobnie jak w przypadku kumulacji wkładki półsferycznej.

For the next elements, placed at the base of the liner (for $zL \geq 7.295$ cm), there is a similar situation where the inclinations of profiles are greater than 90° and in consequence the masses of almost entire liner elements contribute into the jet, in a similar way when a half-spherical liner collapses.



Rys. 2.7. Ilustracja położenia elementu wkładki o współrzędnej początkowej $zL = 7,295$ cm w czterech chwilach (liczonych od momentu pobudzenia). Zaznaczono średnie położenia tego elementu oraz rozkłady prędkości - U i składowej radialnej - UR wzdłuż elementu

Fig. 2.7. Positions of the liner element with original coordinate $z = 7.295$ cm at four moments (counted from the initiation). The average positions and distributions of velocity - U and radial component - UR along the element are indicated

Zbiorcze charakterystyki kumulacji całej wkładki w funkcji początkowej współrzędnej osiowej (unormowanej do długości wkładki) przedstawiono na rysunku 2.8. Oznaczono tu, na rysunku 2.8a: $UR = UR_{max}$ - maksymalna wartość radialnej składowej prędkości; U - prędkość elementu wkładki w chwili uzyskania UR_{max} ; $U_{strumienia}$ - maksy-

Combined characteristics of the whole liner collapse in function of original axial coordinate (normalised to the liner length) are presented in Fig. 2.8. Following designations are used in Fig. 2.8a: $UR = UR_{max}$ - maximal value of radial velocity component; U - the velocity of liner element at the moment of UR_{max} ; $U_{strumienia}$ - maksy-

malna prędkość wewnętrznej warstwy elementu wkładki; US_PER – prędkość cząstek strumienia wg rozwiązania analitycznego PER2 (4) [4].

enia (U_{jet}) – maximal velocity of liner element internal layer; US_PER – the velocity of jet particles according to analytical solution PER2 (4) [4].

$$U_{PER}(zL) = U * \frac{\cos(\alpha(zL) + del(zL) - \frac{1}{2} * \beta(zL))}{\sin\left(\frac{1}{2} * \beta(zL)\right)} \quad (4)$$

gdzie: $\alpha(zL)$ - nachylenie początkowego profilu wkładki w miejscu zL ; $\beta(zL)$ - maksymalna wartość kąta nachylenia średniego profilu wkładki dla elementu o początkowej współrzędnej osiowej zL ; $del(zL)$ - delta Taylora, określona dla czasu.

where: $\alpha(zL)$ – the inclination of liner original profile at point zL ; $\beta(zL)$ – maximal value of liner average profile inclination angle for the element with original axial coordinate zL ; $del(zL)$ – Taylor's delta, determined for time.

$$del(zL) = \arccos\left(\frac{-UR(zL)}{U(zL)}\right) - \alpha(zL) \quad (5)$$

Delta Taylora określająca kąt połowkowy odchylenia aktualnego profilu wkładki od profilu początkowego. UR oraz U numeryczne wartości średnie składowej radialnej i prędkości wyznaczone dla chwili, w której UR osiąga maksimum.

Taylor's delta identifies the half-angle for deviation of instant liner profile from the original profile. UR and U are the numerical average values for the radial velocity and the velocity determined for the time when UR gets maximum.

Na rysunku 2.8b oznaczono: Max_Kat_Nach_Profilu_wk(zL) = $\beta(zL)$ – maksymalna wartość nachylenia średniego profilu wkładki; d_Taylora – tzw. delta Taylora określona definicyjnie wzorem (5), podane wartości liczbowe na wykresie odnoszą się do chwili uzyskania URmax.

Following designations are used in Fig. 2.8b: Max_Kat_Nach_Profilu_wk(zL) = $\beta(zL)$ – maximal value of liner average profile inclination; d_Taylora – so called Taylor's delta expressed by definition (5), the numerical values given in the graph refer to time before URmax.

Na rysunku 2.8c - M_strumienia/M-ewk – stosunek masy elementu wchodzącej do strumienia do całkowitej masy elementu wkładki; Oblicz_MasaStrum/MasaElem Wk - liczona wg wzoru (6):

In Fig. 2.8c - M_strumienia/M-ewk – ratio of element mass entering the jet to the overall mass of liner element; Oblicz_MasaStrum/MasaElem Wk – calculated from expression (6):

$$\frac{M_s(zL)}{M_{ewk}(zL)} = \left(\sin\frac{\beta(zL)}{2}\right)^2 \quad (6)$$

Zależność opisująca podział strumienia cieczy idealnej, nieściśliwej padającego pod kątem $\beta(zL)$ na oś symetrii.

Dependence describing the partition of an ideal untighten liquid jet hitting the axis of symmetry under the angle $\beta(zL)$.

M_Strum/M_ElemWK U=2,5 km, 2 km/s i 1,5 km/s – względne masy strumienia wg rozwiązań numerycznych przy wliczaniu do strumienia mas elementów (z dalszych,

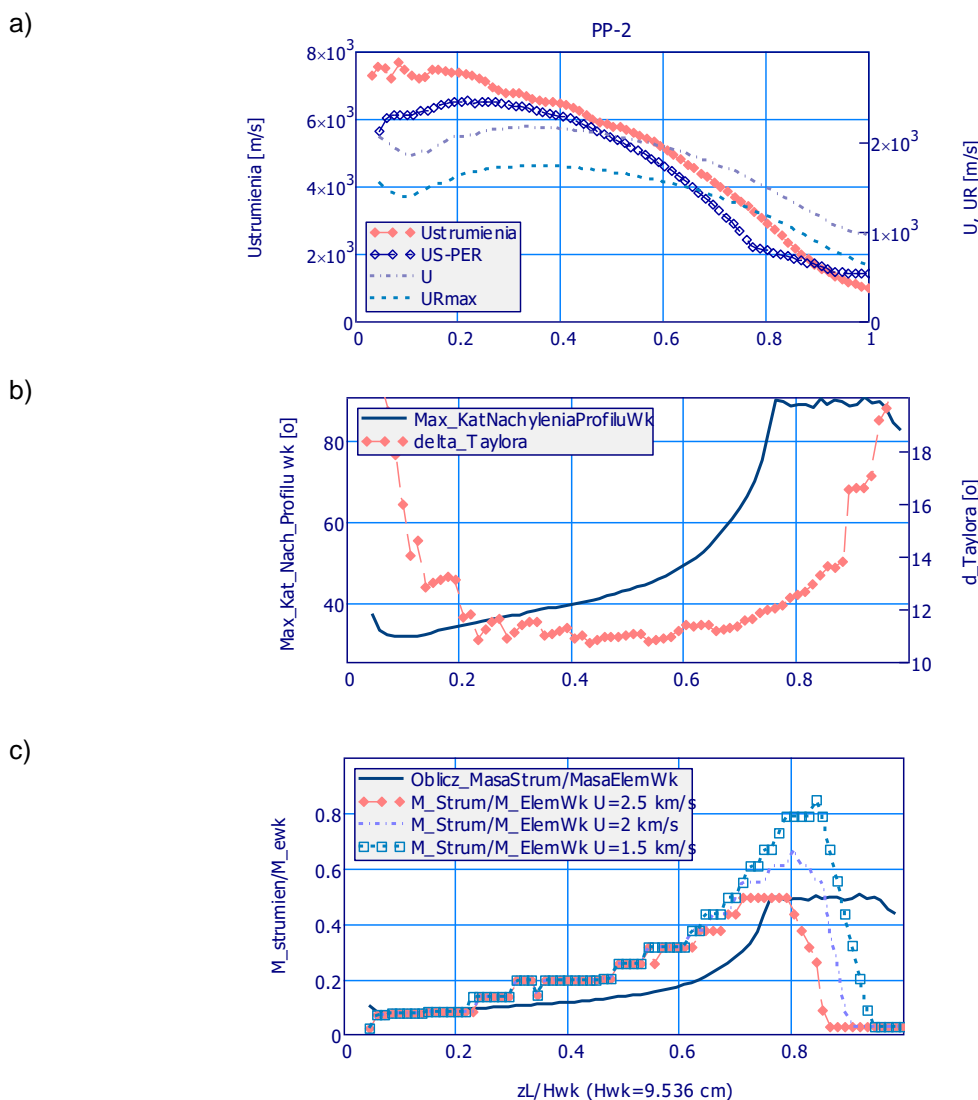
M_Strum/M_Elem WK U=2.5 km, 2 km/s and 1.5 km/s – relative jet masses in numerical solutions when the masses of elements (from farther internal layers of lin-

wewnętrznych warstw wkładki) o prędkościach progowych, większych odpowiednio od 2,5, 2 i 1,5 km/s.

W zasadzie, skuteczność działania ładunku kumulacyjnego można ocenić mając dwie charakterystyki strumienia – rozkład prędkości strumienia i rozkład względnej masy strumienia wzdłuż początkowej współrzędnej osiowej elementów wkładki.

er) with limit velocities greater respectively than 2.5, 2.0 and 1.5 km/s are incorporated into the jet.

In principle, the efficiency of the shaped charge head operation may be assessed by two characteristics of the jet – distribution of jet velocity and distribution of jet mass along the original axial coordinate of liner elements.



Rys. 2.8. Zbiorcze charakterystyki kumulacji wkładki

Fig. 2.8. Collective characteristics for liner collapse; Ustrumienia – Ujet

Pokazany na rysunku 2.8a rozkład prędkości cząstek strumienia przedstawia prędkości warstw wewnętrznych elementu wkładki, które mają największe wartości. Analityczna ocena wg modelu PER daje niższe wartości prędkości cząstek strumienia. Na rysunku 2.8.c przedstawiono porównanie rozkładów

Distribution of velocities for jet particles shown in Fig. 2.8a refers to velocities of liner element internal layers possessing the highest values. Analytical evaluation according to PER model gives the lower values of jet particles velocities. Fig. 2.8.c shows a comparison of relative distribu-

względnych mas strumienia wynikających z obliczeń numerycznych dla różnych wartości prędkości cząstek zaliczanych do strumienia, progowych, od 1,5 do 2,5 km/s. Widzimy, iż rozkład ten ma charakter dyskretny (skokowy), im mniejsza prędkość progowa tym większa masa względna strumienia, uwidacznia się zwłaszcza dla $zL > 7,295$.

Mając wyznaczone maksymalne kąty nachylenia profili średnich wkładek możemy również dokonać oceny podziału mas elementów wkładki traktowanej jako ciecz idealna (4). Z porównania tych ocen wynika, iż ocena analityczna daje niższe wartości masy względnej strumienia, dopiero dla $zL = 7,295$ cm ($zL/Hwk = 0,765$) następuje wyrównanie tych wartości, osiągając 50% i może się zwiększać dla większych wartości zL , podobnie jak w przypadku numerycznym (ponieważ kąt nachylenia zwiększa się w czasie (rys. 2.6)).

3. Analiza kumulacji wkładki w warstwowym położeniu komórek elementarnych

Początkowy, numeryczny podział wkładki można przedstawić w postaci, w której komórki elementarne znajdują się w warstwach ułożonych wzdłuż tworzącej wkładki. Warstw jest 18, są one numerowane od 0, 1, ..., 17, numer 0 określa warstwę zewnętrzną wkładki, jej brzeg od strony materiału wybuchowego. Dyskretna położenia komórek elementarnych w każdej z warstw i dla dowolnego czasu zostały zaproksymowane funkcjami ciągłymi w zależności od początkowej współrzędnej osiowej. Tak więc, każda komórka elementarna jest zidentyfikowana położeniem początkowym na osi oraz numerem warstwy. Tak wyodrębniona komórka może być traktowana jako element wkładki. Dla celów ilustracji procesu kumulacji będziemy również posługiwać się elementami wkładki zawierającymi tyle komórek elementarnych ile jest warstw i posiadającymi przypisane jedno początkowe położenia osiowe.

Do analizy wybierzemy po trzy elementy wkładki pochodzące z trzech różnych obszarów wkładki, pierwszy - z jej początku ($zL = 2,718, 3,627$ i $4,536$ cm), drugi - ze środka

tych jet masses resulting from the numerical calculations for different boundary velocities of particles, from 1.5 to 2.5 km/s, incorporated into the jet. It is visible that this distribution has a discrete character (jumping), for lower threshold velocity is, the higher relative jet mass becomes, and it is especially seen for $zL > 7.295$.

Having maximal inclination angles identified for average liner profiles an assessment of mass partition may be made for elements of liner treated as the ideal liquid (4). Comparison of the assessments shows that analytical evaluation provides lower values for the jet relative mass, and only for $zL = 7.295$ cm ($zL/Hwk = 0.765$) these values are levelled out to reach 50% and even increase for larger values of zL , similarly as in the numerical case (because the angle of inclination increases in time (Fig. 2.6)).

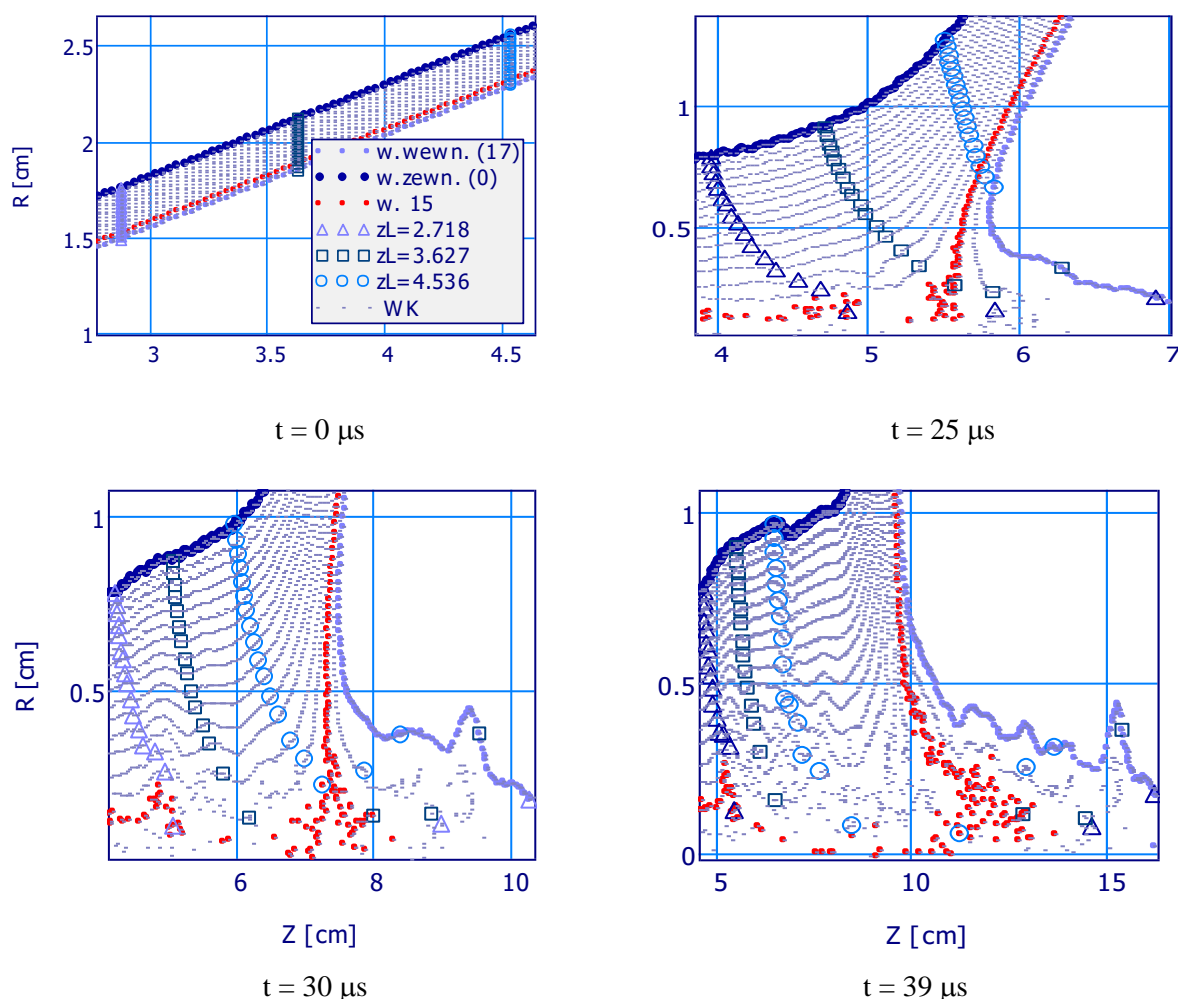
3. Analysis of Liner Collapse at Layered Arrangement of Elementary Cells

Original numerical division of the liner may be transformed into a form where the elementary cells are located in layers arranged along the liner contour. There are 18 layers which are numbered from 0, 1, ..., 17, and the number 0 describes the external layer of liner having its edge on the side of explosive material. Discrete locations of elementary cells in each layer and for any moment of time were approximated by continuous functions depending on original axial coordinate. Then, each elementary cell is identified by the original position on the axis and the number of the layer. A cell selected in such way may be treated as an element of the liner. The liner elements containing the number of elementary cells, that equals to number of layers, and having one original axial location attributed are also used to illustrate the formation of shaped charge jet.

Three liner elements for each of three various areas of the liner are selected to analysis, the first area - at its origin ($zL = 2.718, 3.627$ and 4.536 cm), second - at

($zL = 4,991, 5,9$ i $6,809$ cm) oraz trzeci - z obszaru przy podstawie ($zL = 7, 294, 8,112$ i $8,93$ cm). Taki wybór elementów wkładki wynika z faktu, iż zarówno parametry ich obciążenia wybuchowego, jak i warunki kumulacji są różne w zależności od początkowego położenia. Wiadomo, iż podstawowe charakterystyki wytwarzanego strumienia kumulacyjnego, prędkość cząstek (elementarnych strumieni) oraz masy tych cząstek strumienia, powstające z elementów wkładki są funkcjami początkowego położenia tych elementów.

centre ($zL = 4.991, 5.9$ and 6.809 cm) and third – at base ($zL = 7.294, 8.112$ and 8.93 cm). Such selection of liner elements is caused by the fact that both the conditions of blasting loads and conditions of shaped charge jet formation are different for various original locations. It is well known that the basic characteristics of produced jet, velocity of particles (elementary jets) and masses of these jet particles originating from the liner elements depend upon the original position of these elements.

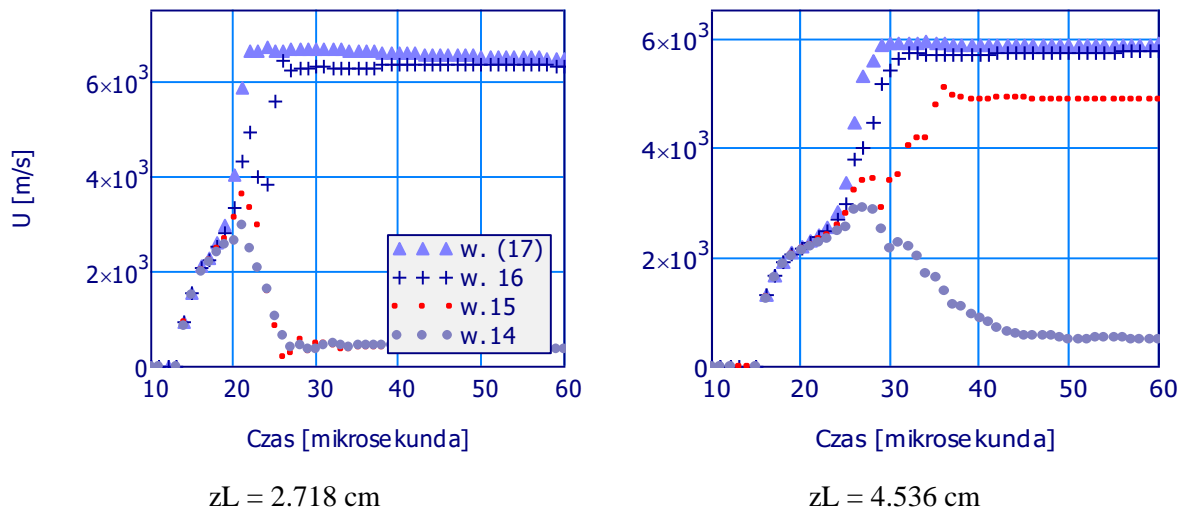


Rys. 3.1. Obraz wyodrębnionych elementów wkładki określonych początkowymi położeniami zL oraz przestrzenne widoki ich deformacji i podziału w trzech chwilach czasu: $t = 25$ i $30 \mu s$ - do strumienia wchodzi tylko dwie warstwy ; $t = 39 \mu s$ - do strumienia wchodzi trzecia warstwa. W obszarze strumienia kumulacyjnego widać po dwa elementy (markery) dla $zL = 2,718$ i $3,627$ cm oraz trzy elementy dla $zL = 4,536$ cm

Fig. 3.1. Images of selected liner elements identified by original locations zL and the spatial views of their deformations for $t = 25$ and $30 \mu s$ – only two layers enter the jet, and $t = 39 \mu s$ – the third layer enters the jet. Within the jet region two elements (markers) are visible for each $zL = 2.718$ and 3.627 cm, and three elements for $zL = 4.536$ cm
 w.wewn. – Internal layer; w.zewn. – External layer w. 15 – 15th layer

Na rysunkach 3.1. i 3.2. przedstawiono charakterystyki kumulacji elementów wkładki z pierwszego obszaru, odpowiednio w płaszczyźnie Z-R w kilku wybranych chwilach oraz przebiegi zmian prędkości w czasie dwóch wyróżnionych elementów. Charakter zmian prędkości w czasie, w fazie napędzania wkładki produktami detonacji, jest podobny do przedstawionych w poprzednim rozdziale na rysunkach 2.4 i 2.5. Znaczące zmiany pojawiają się w fazie zbliżania się elementu wkładki do osi i jego podziału. Maksymalne wartości prędkości uzyskują pojedyncze elementy, które znajdowały się na wewnętrznym brzegu wkładki (warstwa 17.), elementy z kolejnych warstw wchodzą do strumienia po pewnym czasie i z mniejszymi prędkościami. Widać, iż prędkości pojedynczych elementów, które oddzieliły się i weszły do strumienia kumulacyjnego, ustalają się w czasie.

Fig. 3.1. and 3.2. show the characteristics of collapse of liner elements from the first area, respectively on the Z-R plane at few selected moments of time, and the changes of velocities against the time for two selected elements. A character of changes of velocities versus the time at the phase of driving the liner by the products of detonation is similar to presented in figures 2.4 and 2.5 of the former chapter. Essential changes occur at axis approaching phase of the liner element and its partition. The maximal velocities are then achieved by individual elements, which were placed at the internal edge of the liner (layer 17), and the elements from consecutive layers enter the jet after a certain time and at lower velocities. It can be seen that the velocities of individual elements which separated and entered the jet become stabilised in time.



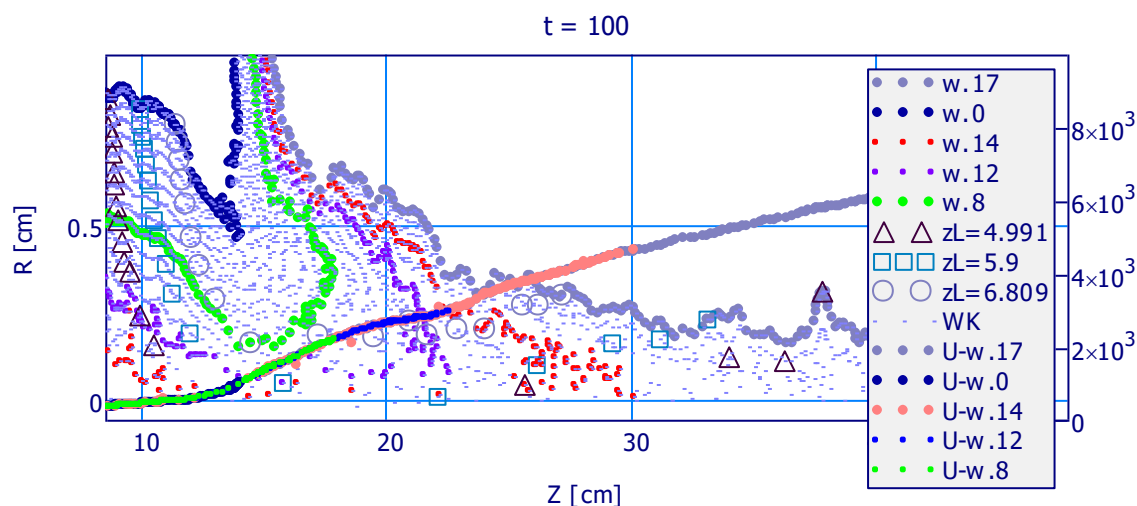
Rys. 3.2. Przebiegi zmian prędkości pojedynczych elementów z wewnętrznych warstw wkładki dla dwóch elementów wyróżnionych początkowymi położeniami zL . Dla elementu $zL = 2,718 \text{ cm}$ dwie warstwy wchodzą do strumienia, prędkości ich prawie się wyrównują (6,329 i 6,24 km/s). Kolejna, trzecia wewnętrzna warstwa jest wyhamowywana do prędkości zbitka. W przypadku elementu $zL = 4,536 \text{ cm}$ trzy wewnętrzne warstwy są w strumieniu – ich prędkości (ustalone w czasie): 6,002; 5,832 i 5,005 km/s. Prędkość zbitka wynosi 0,495 km/s

Fig. 3.2. Changes of velocities for individual elements from internal layers of the liner for two elements distinguished by original locations zL . For element $zL = 2,718 \text{ cm}$ two layers enter the jet, their velocities are almost equal (6.329 and 6.24 km/s). The next, third internal layer is decelerated to the velocity of the slug. In the case of element $zL = 4.536 \text{ cm}$ three internal layers are inside the jet – their velocities (established in time) are: 6.002, 5.832 and 5.005 km/s. The velocity of slug is 0.495 km/s

Czas [mikrosekunda] – Time [μs]

Na rysunku 3.2 widzimy, iż w przypadku $zL = 2,718$ cm do strumienia wpływają tylko dwa elementy z warstw 17. i 16. o prędkościach 6,329 i 6,24 km/s. Dla $zL = 4,536$ cm do strumienia wchodzi trzy elementy z warstw jak poprzednio 17. i 16. oraz z następnej 15, ich prędkości wynoszą odpowiednio: 6,002; 5,832 i 5,005 km/s.

Fig. 3.2 shows that in the case when $zL = 2.718$ cm only two elements from layers 17 and 16, with velocities 6.329 and 6.24 km/s, have entered the jet. For $zL = 4.536$ cm the jet accepts three elements from the former layers 17 and 16 and from the next 15, with respective velocities: 6.002, 5.832 and 5.005 km/s.



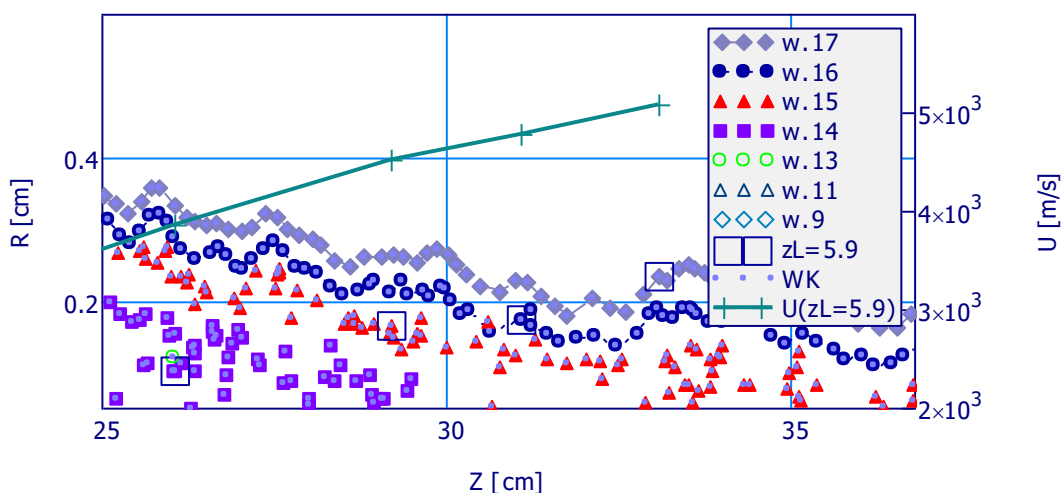
Rys. 3.3. Obraz kumulacji wkładki w drugim, wyodrębnionym obszarze: $zL = 4,991$ do $6,809$ cm w chwili $100 \mu s$. W zależności od początkowego położenia elementu wkładki do strumienia wchodzi: tylko cztery warstwy dla $zL = 4,991$; 6 warstw dla $zL = 5,9$ i 10 w przypadku $zL = 6,809$ cm. Przedstawiono rozkłady prędkości elementów znajdujących na wyszczególnionych warstwach

Fig. 3.3. Picture of liner collapse in second selected area: $zL = 4.991$ to 6.809 cm at time $100 \mu s$.

Depending upon the original position of the liner element the jet accepts: only 4 layers for $zL = 4.991$; 6 layers for $zL = 5.9$ and 10 for $zL = 6.809$ cm. Distributions of velocities for elements placed in the specified layers are presented

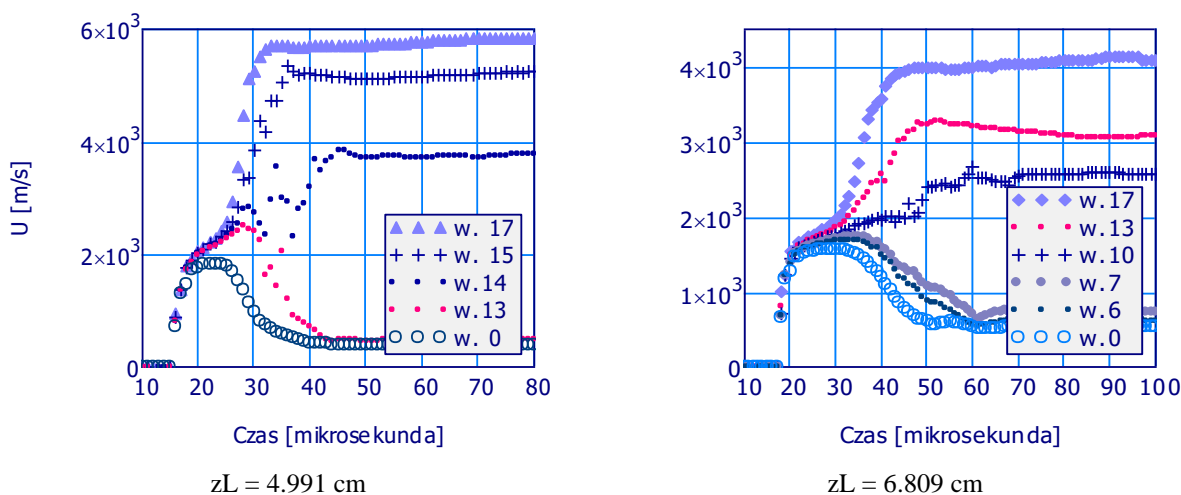
Na rysunkach 3.3 i 3.4 oraz 3.5 i 3.6 przedstawiono podobne charakterystyki dla elementów wkładki z dalszych dwóch, wyróżnionych wyżej, obszarów wkładki. Z danych zamieszczonych na tych rysunkach wynika, iż dla kolejnych elementów wkładki, w miarę zwiększania się ich początkowych położenia, rośnie liczba pojedynczych elementów oddzielających się od elementów wkładki i wpływających do strefy strumienia. Przykładowo ilości te wynoszą: 4; 11; 14 i 18 odpowiednio dla elementów wkładki o $zL = 4,991$; 6,809; 7,294 i 8,93 cm. Maksymalne prędkości tych elementów odpowiednio wynoszą: 5,926; 4,083; 3,534 i 1,522 km/s. Wszystkie pojedyncze elementy pochodzące z danego elementu wkładki i mające stałe wartości prędkości będą tworzyły elementarny strumień kumulacyjny.

Figures 3.3 and 3.4, and 3.5 and 3.6 present similar characteristics for liner elements originating from two next areas of the liner selected above. The data shown on the pictures indicate that for the consecutive elements of the liner, and with the increase of their original locations, the number of individual elements separating from the liner elements and entering the zone of the jet also increases. For instance the numbers are: 4, 11, 14 and 18 respectively for liner elements with $zL = 4.991$, 6.809, 7.294 and 8.93 cm. Maximal velocities of these elements equal respectively to: 5.926, 4.083, 3.534 and 1.522 km/s. Each individual element originating from a given liner element and having constant velocities will form the elementary jet.



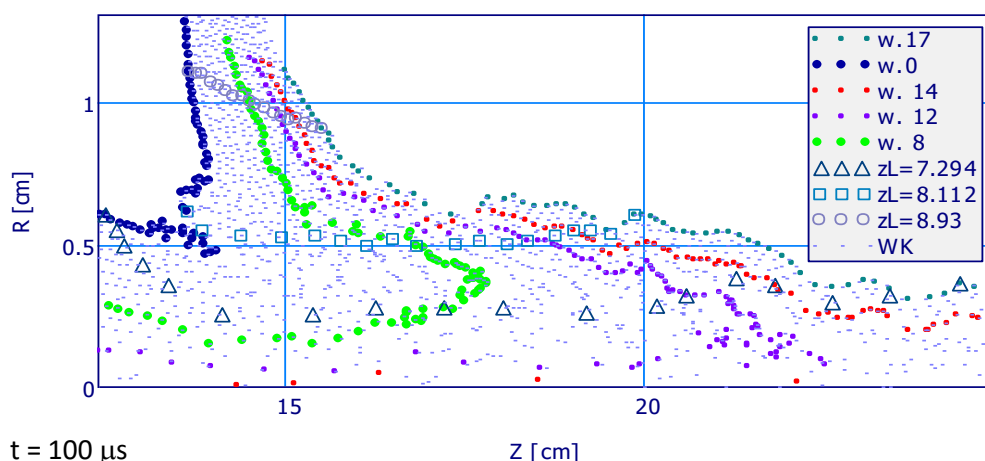
Rys. 3.3.a. Obraz warstwowej struktury strumienia kumulacyjnego pokazany na wybranym jego segmencie $Z = (25, 35)$ cm w chwili $100 \mu\text{s}$. Przedstawiono również położenia elementu wkładki o początkowym położeniu $zL = 5,9$ cm oraz rozkład prędkości

Fig. 3.3.a. Picture illustrating a laminar structure of the jet for its chosen segment $Z = (25, 35)$ cm in time of $100 \mu\text{s}$. Positions of the liner element with the original location $zL = 5.9$ cm and distribution of velocity are also shown



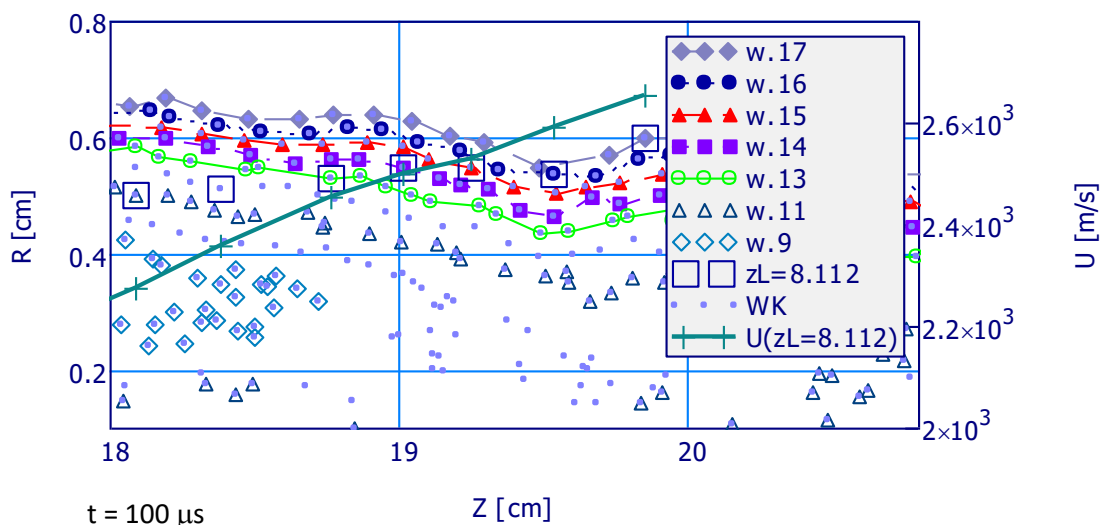
Rys. 3.4. Przebiegi zmian prędkości pojedynczych elementów z wewnętrznych warstw wkładki dla dwóch elementów wyróżnionych początkowymi położeniami zL . Dla elementu $zL = 4,991$ cm cztery warstwy wchodzi do strumienia. Kolejna, piąta wewnętrzna warstwa jest wyhamowywana do prędkości zbitka ($454,3$ km/s). W przypadku elementu $zL = 6,809$ cm można liczyć, że element z warstwy 7 wpływa jeszcze do strumienia, jego prędkość ustala się w czasie i wynosi $0,732$ km/s (jest większa o 189 m/s od prędkości zbitka). Łącznie z tego elementu wkładki do strumienia wpływa 11 pojedynczych elementów z prędkościami od $4,258$ km/s (czołowy element) do $0,732$ km/s

Fig. 3.4. Changes of velocity of individual elements from internal layers of the liner for the two elements distinguished by the original positions zL . For element $zL = 4.991$ cm 4 layers enter to the jet. The next, fifth internal layer is decelerated to velocity of the slug (454.3 km/s). In the case of element $zL = 6.809$ cm, the element from the 7-th layer may be counted as entering yet the jet, as its velocity stabilises in time and equals to 0.732 km/s (it is larger by 189 m/s than the slug velocity). In total, this liner element provides to the jet 11 individual elements with velocities from 4.258 km/s (frontal element) to 0.732 km/s



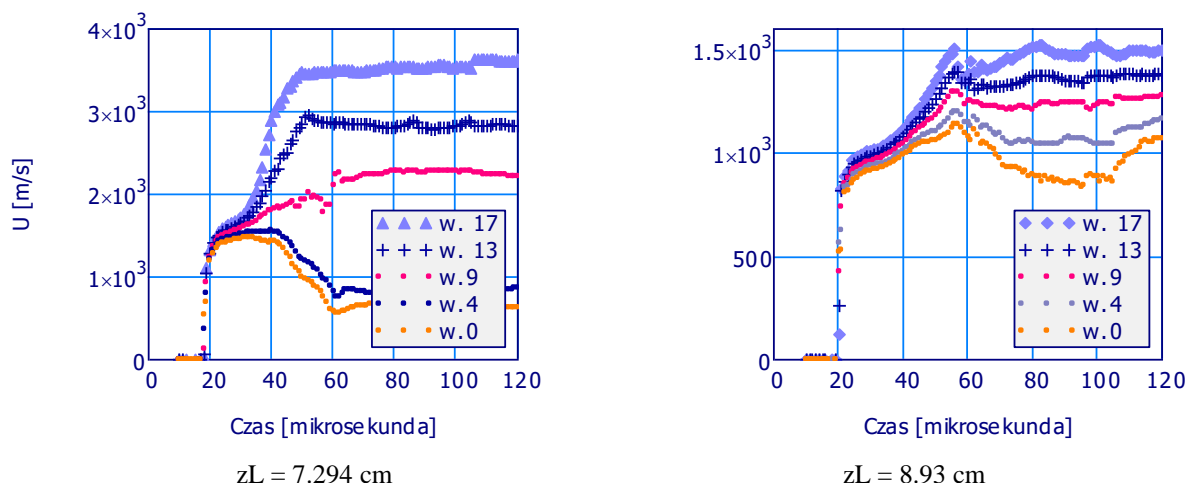
Rys. 3.5. Obraz kumulacji wkładki w trzecim, wyodrębnionym obszarze: $zL = 7,294$ do $8,93$ cm w chwili $t = 100 \mu s$. Wyróżniono pięć warstw: wewnętrzną (w.17); zewnętrzną (w.0) oraz 14, 12 i 8. Pokazane są położenia trzech elementów wkładki: $zL = 7,294$; $8,112$ i $8,93$

Fig. 3.5. Illustration of liner collapse in the third selected area: $zL = 7.294$ to 8.93 cm at time $t = 100 \mu s$. Five layers are distinguished: internal (w.17), external (w.0) and 14, 12 and 8. Positions of three liner elements are shown: $zL = 7.294$, 8.112 and 8.93



Rys. 3.5.a. Obraz warstwowej struktury strumienia kumulacyjnego pokazany na wybranym jego segmencie $Z = (18, 20)$ cm w chwili $100 \mu s$. Przedstawiono również położenia elementu wkładki o początkowym położeniu $zL = 8,112$ cm oraz rozkład prędkości

Fig. 3.5.a. Illustration of laminar structure of the jet shown for its selected segment $Z = (18, 20)$ cm in time of $100 \mu s$. Locations of the liner element with original position $zL = 8.112$ cm and distribution of velocities are also shown



Rys. 3.6. Przebiegi zmian prędkości pojedynczych elementów z wewnętrznych warstw wkładki dla dwóch elementów wyróżnionych początkowymi położeniami zL . Dla $zL = 7,294$ cm czarnaście warstw wchodzi do strumienia, czołowy element z prędkością $3,621$ km/s, czternasty znajdujący się na warstwie 4. z prędkością $0,859$ km/s. W przypadku położenia początkowego $zL = 8,93$ cm pojedyncze elementy z wszystkich warstw wpływają do strumienia kumulacyjnego z niewielkimi prędkościami od $1,498$ (czoło) do $1,072$ km/s

Fig. 3.6. Velocity changes of individual elements originating from liner internal layers for two elements distinguished by original locations zL . For $zL = 7.294$ cm fourteen layers enter the jet, the frontal element with the velocity 3.621 km/s, the fourteenth, placed in layer 4, with velocity 0.859 km/s. In the case of original location $zL = 8.93$ cm the individual elements from all layers travel into the jet at low velocities from 1.498 (head) to 1.072 km/s

W podanych przykładach do strumienia kumulacyjnego zaliczono pojedyncze elementy o prędkościach zbliżonych do prędkości zbitka (warstwy 0.) ale z wyraźnie ustabilizowanymi wartościami w czasie.

W każdym przypadku prędkości pojedynczych elementów z dalszych warstw są mniejsze i o zróżnicowanych wartościach. Z tego względu powstające elementarne strumienie nie będą tworzyły jednego, zwartego elementu strumienia, ale będą oddalały się od siebie. Będą rozłożone wzdłuż strumienia. Masy elementarnych strumieni kumulacyjnych będą zależeć od ilości pojedynczych elementów, które zostaną zaliczone do tych strumieni. W tym przypadku mamy bardzo proste kryterium wyliczenia danego elementu, jest nim przyjęta minimalna jego prędkość.

Strumień kumulacyjny ma strukturę warstwową (rys. 3.3.a i 3.5.a), odzwierciedlającą warstwową budowę wkładki. Zewnętrzną warstwę strumienia tworzą elementy wkładki leżące na jej brzegu wewnętrznym (warstwa o numerze 17). Następne warstwy strumienia, pochodzące z

In presented examples the individual elements with velocities close to the velocity of slug (layer 0), but having the explicitly stabilised values in time, are counted into the jet.

In each case the velocities of individual elements originating from farther layers are lower and differentiated. For this reason the created elementary jets cannot form one consistent element of the jet but they move outside of each other. They are distributed along the jet. The masses of elementary jets depend on the number of individual elements which are counted into these jets. In this case there is a simple criterion for counting a specific element into the jet, it is its accepted minimal velocity.

The jet has a layered structure (Fig. 3.3.a and 3.5.a), reflecting a layered structure of the liner. External layer of the jet is formed by elements of the liner placed at its internal border (layer with number 17). Next layers of the jet originating from consecutive layers of the liner are successively placed closer and

kolejnych warstw wkładki układają się kolejno coraz bliżej osi. W danym przekroju strumienia prostopadłym do osi symetrii wszystkie pojedyncze elementy, należące do tego przekroju, mają tę samą prędkość (rys. 3.3). Elementy te pochodzą z różnych elementów wkładki i z różnych warstw.

4. Zakończenie i wnioski

W pracy, na podstawie rozwiązań numerycznych, przedstawiono podstawowe charakterystyki procesu kumulacji elementów stożkowej wkładki w funkcji ich początkowego położenia wzdłuż współrzędnej osiowej. Pokazano położenia wybranych elementów wkładki w płaszczyźnie współrzędnych Z-R w różnych fazach procesu kumulacji – przyspieszania produktami detonacji, zbiegania się w osi symetrii i podziału. Przedstawiono również rozkłady prędkości w tych elementach w czasie, pozwalające na ocenę czasów trwania poszczególnych faz procesu kumulacji oraz na ilościową ocenę podziału tych elementów na część wchodzącą do strumienia i na część pozostającą w zbitku oraz na scharakteryzowanie tego podziału. Zamieszczono zbiorcze charakterystyki kumulacji całej wkładki i rozkłady prędkości i mas strumienia kumulacyjnego. Porównano wyniki rozwiązań numerycznych z ocenami wynikającymi z rozwiązań analitycznych problemów kumulacji.

W wyniku pracy stwierdzono:

1. Strumień kumulacyjny ma strukturę warstwową, odzwierciedlającą warstwową budowę wkładki. Zewnętrzna warstwa strumienia tworzą elementy wkładki leżące na jej brzegu wewnętrznym. Następne warstwy strumienia, pochodzące z kolejnych warstw wkładki układają się kolejno coraz bliżej osi.
2. Masy strumienia kumulacyjnego, wynikające z podziału elementów wkładki, zwiększają się wraz ze wzrostem wartości współrzędnej osiowej tych elementów. Wzrost masy strumienia ma charakter schodkowy, spowodowany prawdopodobnie skończonym podziałem numerycznym wkładki. Ilościowo masy strumienia, pochodzące z tego samego elementu wkładki są większe od wartości

closer to the axis. For a given jet cross-section, that is perpendicular to axis of symmetry, all individual elements belonging to this cross-section have the same velocity (Fig. 3.3). These elements originate from various liner elements and from various layers.

4. Final Conclusions

The paper describes basic characteristics of collapse process for conical liner elements in function of their original position along the axial coordinate, received from numerical solutions. Locations of selected liner elements are illustrated in the plane of coordinates Z-R at different phases of jet formation – acceleration enforced by products of detonation, collapsing along the axis of symmetry and partition. The changes of velocity against the time inside these elements are also shown to assess the durations of particular phases of the collapse process and to make a quantitative evaluation of the partition of these elements into a part entering the jet and a part remaining in the slug, and finally to characterise this partition. The combined characteristics of the whole liner collapse with the distributions of jet velocities and masses are presented. The results of numerical solutions are compared to the assessments resulting from analytical solutions of questions concerning formation of shaped charge jets.

Following conclusions may be drawn from the paper:

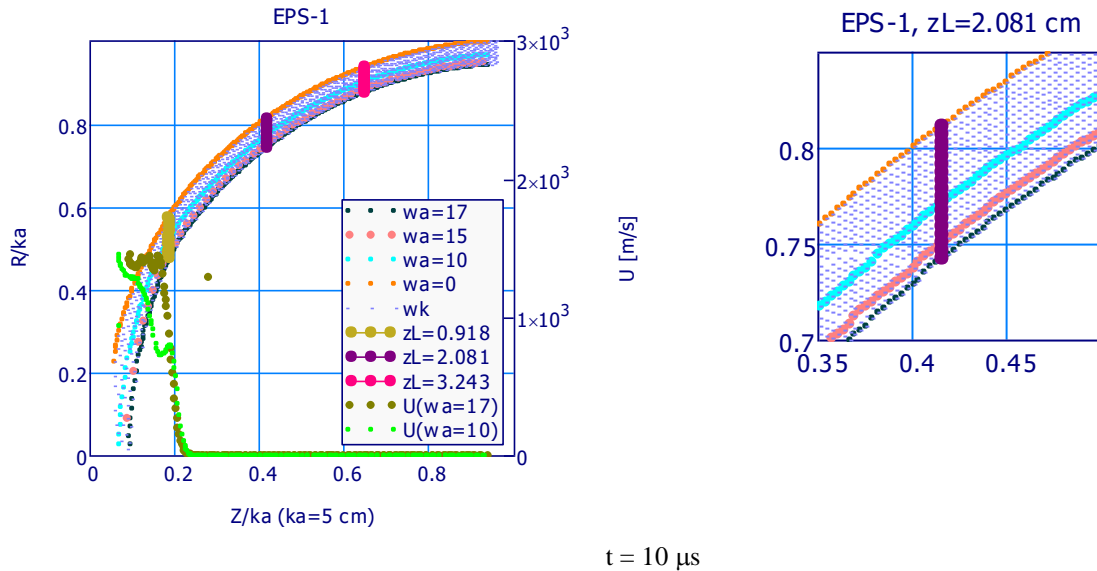
1. The shaped charge jet has a laminar structure reflecting the layered structure of the liner. The external layer of the jet is created by elements of the liner located at its internal border. The next layers of the jet, originating from successive layers of the liner, are set in turn closer and closer to the axis.
2. Masses of the jet, created from the partition of liner elements, increase along the axial coordinate of these elements. The increase of jet mass has an uneven character which is probably caused by a finite numerical division of the liner. The quantities of jet masses originating from

- obliczonej z modelu analitycznego.
3. Podział elementów wkładki w osi symetrii jest procesem trwającym w czasie i jego charakterystyki są funkcjami początkowego położenia tych elementów. Następuje silne odkształcenie części elementu wkładki wchodzącego do strumienia i jego dalszy podział na mniejsze fragmenty, o wielkościach, odpowiadających elementarnym komórkom podziału numerycznego. Fragmenty te mają stałe w czasie wartości prędkości, zróżnicowane od wartości maksymalnej fragmentu znajdującego się na brzegu wewnętrznym wkładki do mniejszych wartości różnych w zależności od początkowego położenia danego elementu. Z tego powodu powstające elementarne strumienie nie będą tworzyły jednego, zwartego elementu strumienia ale będą rozciągane, jednostajnie oddalając się od siebie. Będą rozłożone wzdłuż strumienia w postaci cylindrycznych powłok, nakładających się na siebie, każda powłoka tworzy się z następnego elementu wkładki. Uwidacznia się to zjawisko szczególnie dla elementów położonych w obszarze przy podstawie wkładki.
 4. Opisany powyżej obraz kumulacji elementów wkładki stożkowej wynikający z rozwiązania numerycznego różni się od opisu reprezentowanego przez klasyczną teorię kumulacji. W tym ostatnim mamy do czynienia z opisem uśrednionym, element wkładki traktowany jest jako punkt geometryczny oraz materiał wkładki jako ciecz nieściśliwa. Podział elementu wkładki następuje automatycznie na części strumienia i zbitka, jako masy skupione określone jedną wielkością fizyczną – początkową gęstością wkładki. W przypadku rozwiązania numerycznego materiał wkładki jest traktowany złożonym modelem fizycznym i element wkładki jest podzielony przestrzennie. Budowa tworzącego się w tym przypadku strumienia kumulacyjnego jest podobna do strumienia powstającego z wkładki półsferycznej zbadanego w pracy [7] oraz przedstawionego w Dodatku Nr 1 do tej pracy.
- the same liner element are greater than the values calculated by the analytical model.
3. Partition of liner elements along the axis of symmetry takes place in time and its characteristics depend upon the original locations of these elements. There is a huge deformation of a part of the liner element which enters the jet and is divided later into smaller segments having the size corresponding to elementary cells of numerical division. These segments have constant velocities in time which vary from the maximal value for a segment placed at the internal border of the liner to the lower values, depending on the original location of a given element. This is the reason why the created elementary jets do not form a single consistent jet element but instead they elongate and move away from each other steadily. They are arranged along the jet in the form of cylindrical films overlapping each other as each film is formed from a successive element of the liner. This effect is especially visible for elements placed at the liner base.
 4. Process of collapse for elements of a conical liner received from the numerical solution and described above is different than a description provided by the classical theory of liner collapse. The last one deals with an averaged description where the liner element is treated as a geometrical point and the liner material as an incompressible liquid. Partition of the liner element takes place according to earlier assumed model into the fragments of jet and slug in form of solid masses which are determined by one physical parameter – original density of liner. In the case of the numerical solution the material of liner is treated by a more comprehensive physical model and the liner element is spatially divided. The structure of the jet that is formed in this case is similar to the jet produced by the half-spherical liner investigated in [7] and presented in Annex 1 to the present paper.

Literatura / Literature

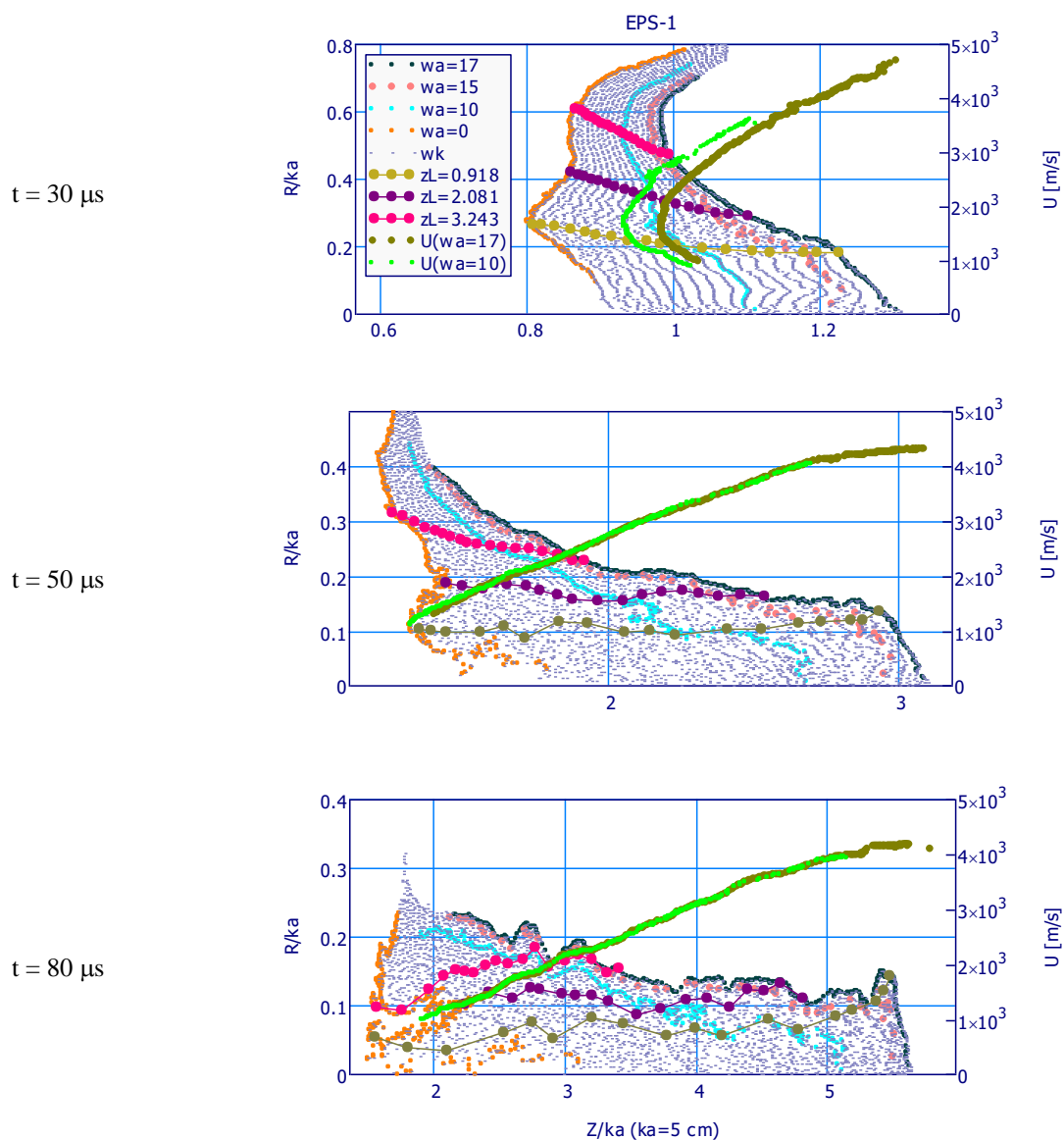
- [1] K. Jach i inni – Komputerowe modelowanie dynamicznych oddziaływań ciał metodą punktów swobodnych, Wydawnictwo Naukowe PWN, 2001- Warszawa.
- [2] K. Jach - Przeprowadzenie obliczeń numerycznych działania osiowo-symetrycznych ładunków z wybranymi wkładkami kumulacyjnymi - klasycznymi i efp – dla zastosowań w opracowywaniu konstrukcji pocisków. Sprawozdanie WITU, 2017 listopad – Warszawa.
- [3] J. Bagrowski, J. Borkowski, P. Podgórzak, P. Prasła - Badania działania ładunków kumulacyjnych w funkcji wybranych materiałów i parametrów geometrycznych wkładek dla zastosowań w opracowaniach konstrukcji pocisków, Sprawozdanie WITU nr B234/ 932 /00, 2017 grudzień – Zielonka.
- [4] E. M. Pugh, R. J. Eichelberger, and N. Rostoker, Theory of Jet Formation by Charges with Lined Conical Cavities, *Journal of Applied Physics*. 23(5), 532-536 (1952).
- [5] W. P. Walters and J. A. Zukas, *Fundamentals of Shaped Charges*, A Wiley-Interscience Publication, New York 1989.
- [6] E. Włodarczyk, A. Jackowski, *Teoretyczne podstawy kumulacji*, WAT, 2016 Warszawa.
- [7] W. Walters, *Introduction to Shaped Charges*, ARL-SR-150, Aberdeen Proving Group, March, 2007.

Dodatek 1. Kumulacja wkładki półsferycznej o początkowej podstawie 100 mm
Annex 1. Collapse of Half-spherical Liner with Original Base 100 mm



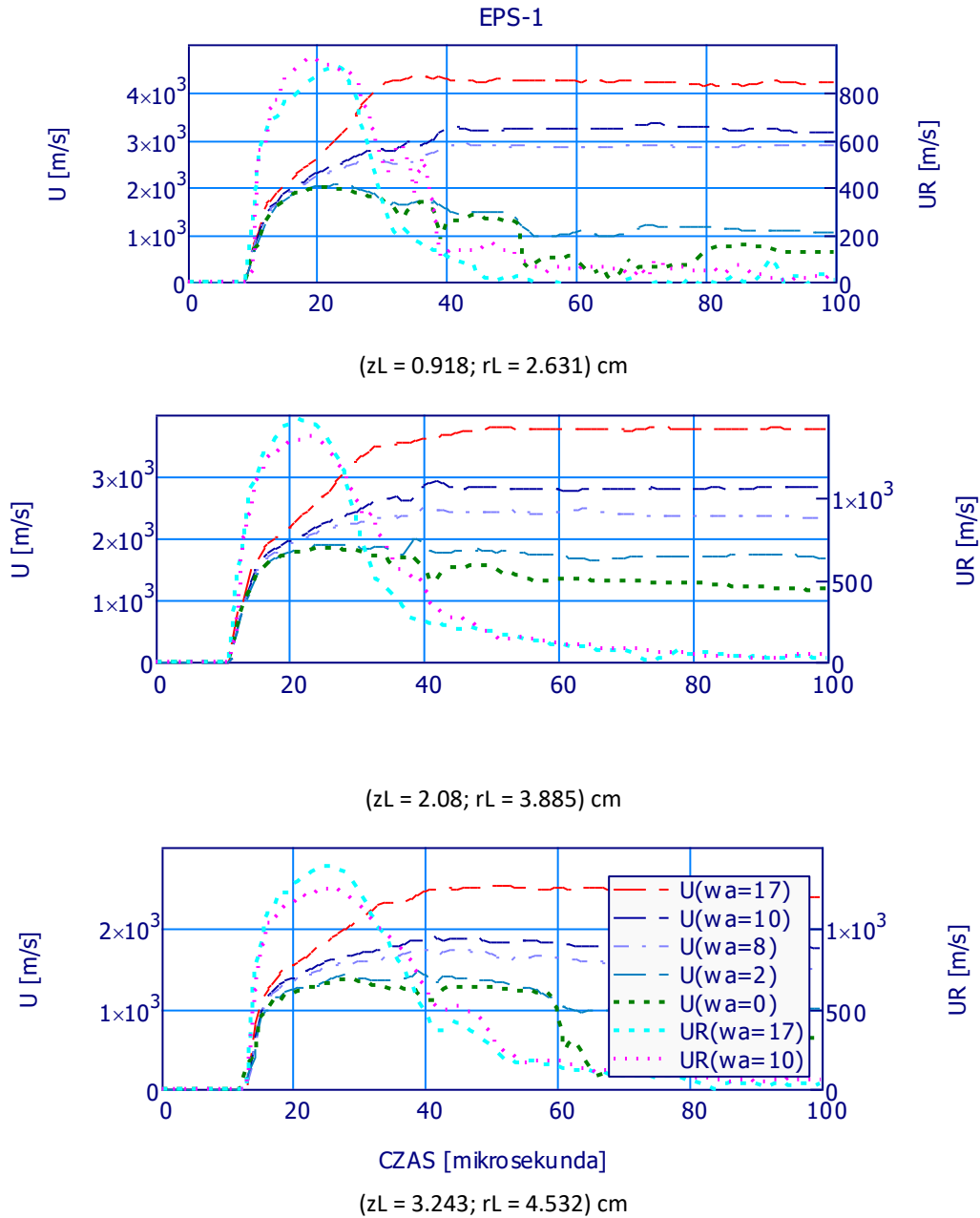
Rys. 1. Początkowe położenia wybranych trzech elementów wkładki (element o $zL=2,081$ cm w powiększeniu z prawej strony) we współrzędnych Z (oś symetrii) $-R$ unormowanych do promienia podstawy wkładki $ka = 5$ cm. Wkładka składa się z 18-tu warstw, wyróżniono warstwy brzegowe wewnętrzną i zewnętrzną odpowiednio $wa = 17$ i $wa = 0$ oraz wybrane ze środka dwie warstwy $wa = 10$ i $wa = 15$. W podanej chwili wkładka podlega początkowi obciążenia, w obszarze objętym działaniem tego obciążenia prędkość brzegu wewnętrznego wynosi około $U(wa=17) = 1,5$ km/s.

Fig. 1. Original locations of three selected liner elements (enlarged element with $zL=2.081$ cm on the right side) having the coordinates Z (axis of symmetry) $-R$ normalised against the liner base radius $ka = 5$ cm. The liner consists of 18 layers, and internal and external border layers are distinguished respectively as $wa = 10$ and $wa = 15$. For a given moment the liner is subjected to an original load, and in the region affected by the action of this load the velocity of the internal edge is ca. $U(wa=17) = 1.5$ km/s.



Rys. 2. Przestrzenne rozkłady kumulacji wkładki półsferycznej w wybranych chwilach 30; 50 oraz 80 μs od momentu pobudzenia ładunku obrazujące układanie się warstw oraz wybranych elementów wkładki i tworzenie się strumienia kumulacyjnego. Podano również rozkłady prędkości elementów wzdłuż brzożu wewnętrznego wkładki ($w_a = 17$) oraz warstwy ze środka ($w_a = 10$).

Fig. 2. Spatial distributions of half-spherical liner collapse at selected times 30, 50 and 80 μs since the moment of charge initiation, illustrating the arrangement of layers and selected liner elements and formation of the jet. Moreover distributions of velocities for the elements are given along the internal edge of the liner ($w_a = 17$) and along the central layer ($w_a = 10$).



Rys. 3. Przebiegi zmian prędkości i składowych radialnych prędkości elementów jednostkowych o wybranych trzech położeniach początkowych $zL = 0,918, 2,081$ oraz $3,243$ znajdujących się na podanych (na rysunku) warstwach $wa = 17, 10$ itd. w funkcji czasu

Fig. 3. Changes of velocities and radial velocity components of individual elements for selected three original locations $zL = 0.918, 2.081$ and 3.243 placed in the given (on the figure) layers $wa = 17, 10$, etc. versus the time

