

Paweł MAĆKOWIAK, Dominika PŁACZEK, Agnieszka SOŁTYSIAK

**METODY WYZNACZANIA MODUŁU KIRCHHOFFA  
I WSPÓŁCZYNNIKA POISSONA DLA TWORZYW  
ADHEZYJNYCH**

**Streszczenie:** Do przeprowadzenia obliczeń numerycznych połączeń klejonych niezbędna jest znajomość właściwości mechanicznych zastosowanego tworzywa adhezyjnego. Jednymi z nich są wytrzymałość na ścinanie i moduł Kirchhoffa. Metody wyznaczania powyższych właściwości dla tworzyw adhezyjnych różnią się od standardowych metod stosowanych dla metali i tworzyw sztucznych. W pracy porównano różne metody wyznaczania modułu Kirchhoffa z zaznaczeniem zalet i wad, pozwalających badaczowi na wybór odpowiedniej metody oraz zinterpretowanie otrzymanych wyników.

**Słowa kluczowe:** połączenia klejone, kleje, właściwości mechaniczne, moduł Kirchhoffa, współczynnik Poissona

## 1. WSTĘP

Połączenia klejone są coraz częściej stosowane w budowie maszyn i urządzeń. Wśród wielu zalet połączeń klejonych należy wymienić możliwość łączenia materiałów o różnych właściwościach mechanicznych, gdzie ograniczone jest wykorzystanie spawania i zgrzewania. W porównaniu ze skręcaniem i nitowaniem klejenie nie wymaga przygotowywania otworów montażowych i skraca czas wykonywania połączenia [9, 12].

Zastosowanie połączenia klejonego wymusza przeprowadzenie obliczeń jego wytrzymałości i trwałości. W tym celu coraz częściej wykorzystuje się programy do obliczeń numerycznych [8, 10]. Zarówno jedne i drugie metody bazują na znajomości podstawowych właściwości mechanicznych tworzywa adhezyjnego, które często nie są podawane przez producentów. Wśród tych właściwości wymienić należy: krzywą naprężenie-odkształcenie, moduł sprężystości wzdłużnej Younga  $E_k$ , wytrzymałość na rozciąganie  $R_{mk}$  oraz moduł sprężystości poprzecznej Kirchhoffa  $G_k$  i wytrzymałość na ścinanie  $R_{mtk}$ . W metodach analitycznych i numerycznych zamiast modułu Kirchhoffa często podaje się

---

mgr inż. Paweł MAĆKOWIAK, Uniwersytet Technologiczno-Przyrodniczy,  
Wydział Inżynierii Mechanicznej, Al. prof. S. Kaliskiego 7, 85-796 Bydgoszcz,  
e-mail: pawel.mackowiak@utp.edu.pl

Dominika PŁACZEK, Uniwersytet Technologiczno-Przyrodniczy,  
Wydział Inżynierii Mechanicznej, Al. prof. S. Kaliskiego 7, 85-796 Bydgoszcz,  
mgr inż. Agnieszka SOŁTYSIAK, Uniwersytet Technologiczno-Przyrodniczy,  
Wydział Inżynierii Mechanicznej, Al. prof. S. Kaliskiego 7, 85-796 Bydgoszcz,  
e-mail: agnieszka.soltysiak@utp.edu.pl

współczynnik Poissona  $\nu$ , który określa stosunek pomiędzy modułem Younga a modułem Kirchhoffa:

$$\nu_k = \frac{E_k - 2G_k}{2G_k} \quad (1)$$

gdzie:  $\nu_k$  – współczynnik Poissona kleju,  
 $E_k$  – moduł Younga kleju,  
 $G_k$  – moduł Kirchhoffa kleju.

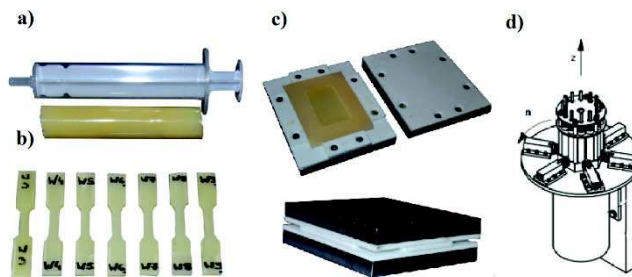
Metody wyznaczenia krzywej naprężenie-odkształcenie, modułu Younga oraz wytrzymałości na rozciąganie były przedmiotem wcześniejszej pracy [13].

Celem publikacji jest przedstawienie i porównanie metod wykorzystywanych do wyznaczania modułu sprężystości poprzecznej Kirchhoffa  $G_k$  oraz wytrzymałości na ścinanie  $R_{mtk}$  tworzyw adhezyjnych.

## 2. PRÓBKI ODLEWANE

Metody wyznaczania modułu Kirchhoffa tworzyw adhezyjnych i wytrzymałości na ścinanie można podzielić ze względu na rodzaj stosowanych w tym celu próbek. Najprostszy podział polega na wyróżnieniu próbek odlewanych i na badaniu zachowania się tworzywa adhezyjnego w połączeniu *in-situ*. Obie grupy metod mają swoje wady i zalety. Jako pierwsze zostaną omówione badania na próbkach odlewanych.

Próbki odlewane wytwarza się w formach teflonowych, silikonowych, polietylenowych oraz metalowych pokrytych rozdzielaczem. Próbki o przekroju okrągłym uzyskuje się poprzez stosowanie form w postaci rurek, np. strzykawk (rys. 1a) [7, 9]. Istnieją metody wytwarzania płyt z tworzyw adhezyjnych (rys. 1c) [5, 6], z których poprzez obróbkę mechaniczną uzyskuje się docelowy kształt próbek, jak i metody bezpośredniego pozyskiwania próbek z form (rys. 1b) [5].



Rys. 1. Metody odlewania tworzywa adhezyjnego: a) wałków w polietylenowych strzykawkach [5], b) gotowych próbek z form silikonowych, c) płyt w formie, d) próbek w wirówce [14]

Fig. 1. Casting method of adhesive materials: a) cylinder in polyethylene syringes [5],  
 b) casting the specimen in the Silicone form, c) casting a plate in the form,  
 d) casting specimens in a centrifuge [14]

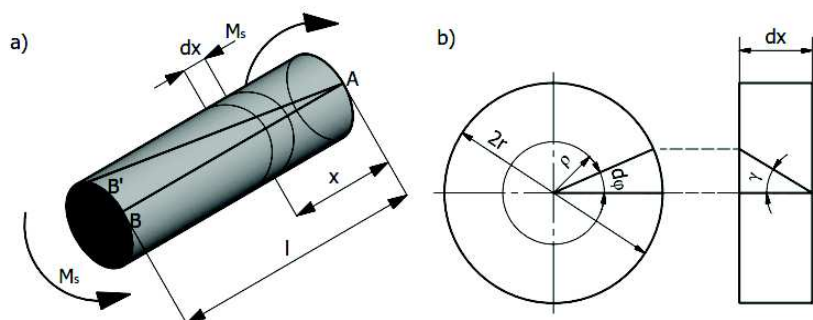
W celu uzyskania większej powtarzalności i odpowietrzenia odlewów stosuje się wirówki (rys. 1d) [3, 14].

## 2.1. Próba skręcania okrągłego pręta z pomiarem kąta skręcenia $\varphi$

Powszechnie stosowana próba wyznaczenia modułu Kirchhoffa polega na pomiarze odkształcenia postaciowego  $\gamma$  pod wpływem przyłożenia momentu skręcającego  $M_s$ . Kąt odkształcenia postaciowego  $\gamma$  powstaje pomiędzy tworzącą w stanach: przed odkształceniem AB i po odkształceniu AB' (rys. 2a). Na powierzchni próbki pomiędzy kątem odkształcenia postaciowego  $\gamma$  a kątem skręcenia przekroju  $d\varphi$  (rys. 2b) zachodzi zależność:

$$r \cdot d\varphi = \gamma \cdot dx \quad (2)$$

gdzie:  $r$  – promień walca,  
 $d\varphi$  – kąt skręcenia przekroju,  
 $\gamma$  – kąt odkształcenia postaciowego,  
 $dx$  – długość wycinka walca.



Rys. 2. a) Próbkę walcowa poddana skręcaniu, b) oznaczenia stosowane w przekroju walca  
 Fig. 2. a) Twisted cylindrical specimen, b) symbols used in cross-section of the specimen

Rozpatrując wewnątrz wycinka  $dx$ , można zaobserwować, że na powierzchni o promieniu  $\rho$  następuje zmniejszenie się kąta  $\gamma_\rho$ .

$$\rho \cdot d\varphi = \gamma_\rho \cdot dx \quad (3)$$

gdzie:  $\rho$  – promień rozpatrywanej powierzchni,  
 $\gamma_\rho$  – kąt odkształcenia postaciowego rozpatrywanej powierzchni.

Przekształcając równanie, otrzymuje się zależność na kąt odkształcenia postaciowego na dowolnej płaszczyźnie o promieniu  $\rho$ :

$$\gamma_\rho = \rho \frac{d\varphi}{dx} \quad (4)$$

Naprężenia ścinające  $\tau_\rho$  są wprost proporcjonalne do modułu Kirchhoffa  $G$  i kąta odkształcenia postaciowego  $\gamma_\rho$ :

$$\tau_\rho = G \cdot \gamma_\rho \quad (5)$$

gdzie:  $\tau_\rho$  – naprężenia ścinające na rozpatrywanej powierzchni,  
 $G$  – moduł Kirchhoffa.

Naprężenia na rozpatrywanej płaszczyźnie wynoszą:

$$\tau_{\rho} = \frac{M_s \cdot \rho}{I_0} \quad (6)$$

gdzie:  $M_s$  – moment skręcający przyłożony do próbki,  
 $I_0$  – osiowy moment bezwładności przekroju.

Dla powierzchni zewnętrznej walca zależność przyjmuje postać:

$$\tau_{\rho} = \frac{M_s}{W_0} \quad (7)$$

gdzie:  $W_0$  – osiowy wskaźnik przekroju.

Moduł Kirchhoffa można wyliczyć, znając wartość momentu skręcającego  $M_s$ , walca o promieniu  $r$  oraz wartość kąta skręcenia jego przekroju  $\varphi$  na określonym odcinku  $l$ :

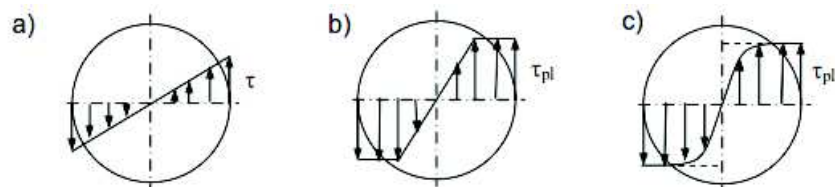
$$G = \frac{\tau_{\rho}}{\gamma_{\rho}} = \frac{M_s}{W_0 \cdot r \frac{\varphi}{l}} \quad (8)$$

gdzie:  $l$  – długość odcinka pomiarowego.

Moduł Kirchhoffa wyznacza się dla odcinka wykresu momentu skręcającego w funkcji kąta skręcenia przekroju przed osiągnięciem granicy proporcjonalności.

Do wad tej metody można zaliczyć trudność w wykonaniu długich i grubych odlewów próbek tworzywa adhezyjnego, potrzebnych do zamontowania ekstensometrów i umiejscowieniu próbek w uchwytach maszyny wytrzymałościowej. Należy zwrócić również uwagę na proces utwardzania się tworzywa adhezyjnego. Próbki odlewane mają większą objętość w porównaniu z rzeczywistymi warstwami występującymi w połączeniach adhezyjnych. Podczas utwardzania w przypadku procesów egzotermicznych w odlanych próbkach wemitowana zostanie większa ilość ciepła, którą trudniej jest odprowadzić do otoczenia. Wzrost temperatury może powodować powstanie licznych wad i nieprawidłowości w procesie sieciowania.

Podczas próby nie uzyskuje się wprost wartości maksymalnych naprężeń ścinających ze względu na rozkład naprężeń w przekroju skręcanym. Naprężenia można wprost określić ze wzoru (7) tylko do osiągnięcia przez materiał granicy plastyczności. Do tej granicy wykres naprężeń stycznych w przekroju próbki ma rozkład trójkątny (rys. 3a). Przekroczenie granicy plastyczności w zewnętrznych warstwach powoduje, że naprężenia w nich mają jednakową wartość (rys. 3b), podczas gdy wewnątrz nadal występuje rozkład trójkątny. W przypadku przekroczenia granicy plastyczności materiału w całym przekroju próbki, wykres ma charakter prostokątny (rys. 3c). Tworzy się tzw. przegub plastyczny. Obliczenie naprężeń w przekroju skręcanym po osiągnięciu granicy plastyczności nie jest możliwe w sposób bezpośredni, co wyklucza możliwość uzyskania wykresu naprężenie-odkształcenie w pełnym zakresie.



Rys. 3. Rozkłady naprężeń w próbce walcowej podczas skręcania: a) w zakresie sprężystym, b) zakres plastyczny w zewnętrznych warstwach próbki, c) przegub plastyczny  
 Fig. 3. Stress distributions in a cylindrical specimen during twisting: a) in the elastic range, b) plastic range in the outer layers of the specimen c) plastic joint

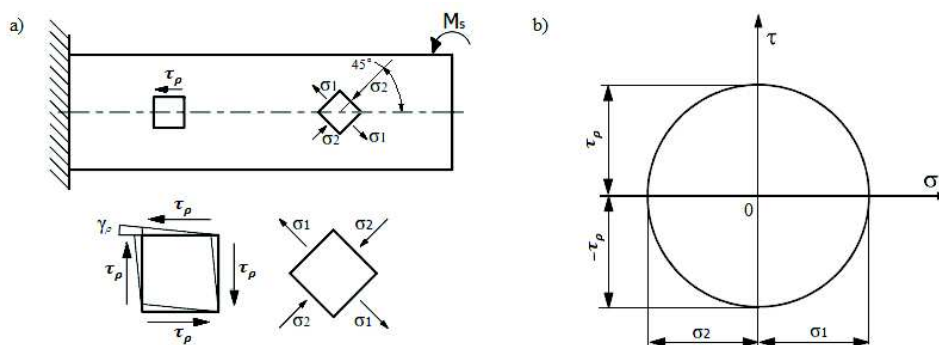
Uchwyty maszyny wytrzymałościowej nie mogą powodować zniszczenia próbki poprzez jej zgniecenie ani umożliwiać jej ślizgania się, co w przypadku tworzyw adhezyjnych może stanowić problem.

## 2.2. Próba skręcania okrągłego pręta z pomiarem odkształceń metodą tensometryczną

W próbie skręcania istnieje alternatywny sposób pomiaru odkształcenia postaciowego  $\gamma$ , oparty na metodzie tensometrycznej. Do realizacji badania wykorzystuje się tensometry rezystancyjne. Obliczeń odkształcenia  $\gamma$  w przypadku czystego ścinania dokonuje się zgodnie z uogólnionym prawem Hooke'a. Wzór dla płaskiego stanu naprężeń ma postać:

$$\gamma = \frac{(\sigma_1 - \nu\sigma_2)}{E} \quad (9)$$

Wyznaczenie wartości naprężeń stycznych  $\tau$  uzyskuje się poprzez umiejscowienie tensometru na powierzchni próbki pod kątem  $45^\circ$  do osi pręta. Umieszczenie tensometru oraz działające naprężenia przedstawiono na rysunku (rys. 4a).



Rys. 4. a) Próbkę walcową poddaną skręcaniu z pomiarem odkształceń metodą tensometryczną, b) przedstawienie działających naprężeń (stycznych i normalnych) na kole Mohra  
 Fig. 4. a) A cylindrical specimen subjected to twisting with strain gauge measurement, b) representation of the tangential and normal stresses at the Mohr circle

Z koła Mohra (rys. 4b) wynika że,  $\sigma_1 = \tau_\rho$  oraz  $\sigma_2 = -\tau_\rho$ . Zestawiając odczytane dane ze wzorem (9), można wyznaczyć wartość naprężeń stycznych  $\tau$ :

$$\tau = \frac{E\gamma}{(1+\nu)} \quad (10)$$

Stosunek modułu Kirchhoffa i Younga określający wartość współczynnika Poissona (1) wraz z wyżej zestawioną zależnością, pozwala wyznaczyć wartość modułu sprężystości poprzecznej  $G$ :

$$G = \frac{\tau}{2\gamma} \quad (11)$$

Uwzględniając wzór (7), wyznaczono wartość modułu Kirchhoffa  $G$ :

$$G = \frac{M_s}{2\gamma \cdot W_0} \quad (12)$$

Zaletą metody jest możliwość wykorzystania do pomiarów zwykłych tensometrów rezystancyjnych, zamiast specjalnego ekstensometru do pomiaru kątów skręcenia. Tak jak w poprzedniej metodzie, nie można bezpośrednio wyznaczyć stycznych naprężeń niszczących, ponieważ występują one po przekroczeniu granicy proporcjonalności i wzór (10) traci zastosowanie. Kolejnym ograniczeniem jest dość duża wartość mierzonych odkształceń przy stosunkowo niskich wartościach obciążenia, wywołana podatnością tworzyw adhezyjnych. W jej wyniku szybko zostaje przekroczony zakres pomiarowy tensometrów.

### 2.3. Próba rozciągania z pomiarem odkształceń poprzecznych

Metoda z wykorzystaniem ekstensometru do pomiaru odkształceń poprzecznych polega na określeniu współczynnika Poissona, czyli stosunku pomiędzy odkształceniami wzdłużnymi  $\varepsilon_n$  oraz odkształceniami poprzecznymi  $\varepsilon_p$ :

$$\nu = -\frac{\varepsilon_p}{\varepsilon_n} \quad (13)$$

gdzie:  $\varepsilon_n$  – odkształcenia względne w kierunku działania siły,  
 $\varepsilon_p$  – odkształcenia względne w kierunku prostopadłym do kierunku działania siły.

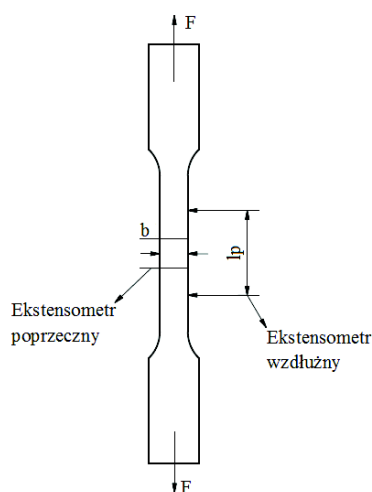
Do określenia modułu Kirchhoffa  $G$  stosuje się zależność pomiędzy nim a modułem Younga  $E$ :

$$E = 2G(\nu + 1) \quad (14)$$

Próbe przeprowadza się na próbkach stosowanych w badaniach właściwości mechanicznych tworzyw sztucznych przy rozciąganiu [17] (rys. 5). Metoda jest przedmiotem normy ASTM E132.

Wartość odkształcenia wzdłużnego określa się na podstawie przyrostu długości odcinka pomiarowego  $\Delta l_p$  po przyłożeniu obciążenia w stosunku do początkowej długości tego odcinka  $l_p$ .

$$\varepsilon_n = \frac{\Delta l_p}{l_p} \quad (15)$$



Rys. 5. Metoda wyznaczania współczynnika Poissona i modułu Kirchhoffa z wykorzystaniem ekstensometru wzdłużnego i poprzecznego

Fig. 5. Method for determining Poisson's and Kirchhoff's coefficients using a longitudinal and transverse extensometer

Wartość odkształcenia poprzecznego określa się na podstawie zmiany szerokości lub grubości odcinka pomiarowego  $\Delta b$  po przyłożeniu obciążenia w stosunku do początkowej jego długości  $b$ :

$$\varepsilon_p = \frac{\Delta b}{b} \quad (16)$$

Przekształcając zależność (14) i podstawiając wyliczony z zależności (13) współczynnik Poissona, uzyskuje się moduł Kirchhoffa  $G$ :

$$G = \frac{E}{2(\nu + 1)} \quad (17)$$

Zaletą przedstawionej metody jest stosunkowa prosta metoda obliczeń. Wadą natomiast jest trudny do wykonania pomiar małych wartości odkształceń poprzecznych próbek oraz montaż ekstensometru poprzecznego, którego grot może wgłębiać się w materiał odlewanych próbek tworzywa adhezyjnego. Z próby nie uzyskuje się wartości niszczących naprężenia styczne.

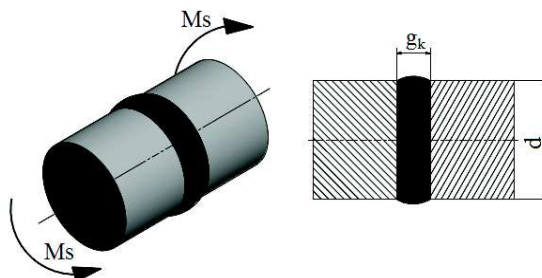
### 3. PRÓBKI TYPU *IN-SITU*

Inny typ próbek do wyznaczania wykresu naprężenie-odkształcenie stanowią próbki *in-situ*. Odzwierciedlają one rzeczywiste połączenia charakteryzujące się małym wymiarem warstwy kleju. Składają się z elementów sklepanych, połączonych warstwą lub kilkoma warstwami kleju. Niektórzy badacze uzyskują różne wykresy naprężenie-odkształcenie dla próbek odlewanych i *in-situ* [1, 3]. Różnicę tłumaczy się wpływem wielu czynników. Wymienić należy najistotniejsze z nich. Pierwszym są reakcje fizykochemiczne w granicznej warstwie między elementami sklepanymi a klejem. Drugim czynnikiem jest ukierunkowany docisk, który może porządkować strukturę wiążącego kleju i powodować jego anizotropowość. Trzecim jest zwiększenie sztywności cienkiej warstwy kleju przez przylegające do niej elementy sklepane o dużo większym module Younga. Sztywność ta wynika bezpośrednio z zablokowania swobodnego przewężenia kleju, co skutkuje występowaniem trójosiowego stanu naprężeń w spoinie. Czwarty czynnik dotyczy występowania spiętrzenia naprężeń na krawędzi spoiny.

Do określenia wartości modułu Kirchhoffa stosuje się trzy typy próbek *in-situ* w postaci doczołowo sklepanych próbek walcowych lub doczołowo sklepanych cylindrów poddawanych skręcaniu (PN-EN 14869-1) oraz grubych elementów sklepanych na zakładkę poddanych rozciąganiu (PN-EN 14869-2).

#### 3.1. Próbki typu doczołowo sklepanych walców

Próbka poddana badaniu składa się z dwóch doczołowo sklepanych ze sobą elementów w kształcie walców (rys. 6).

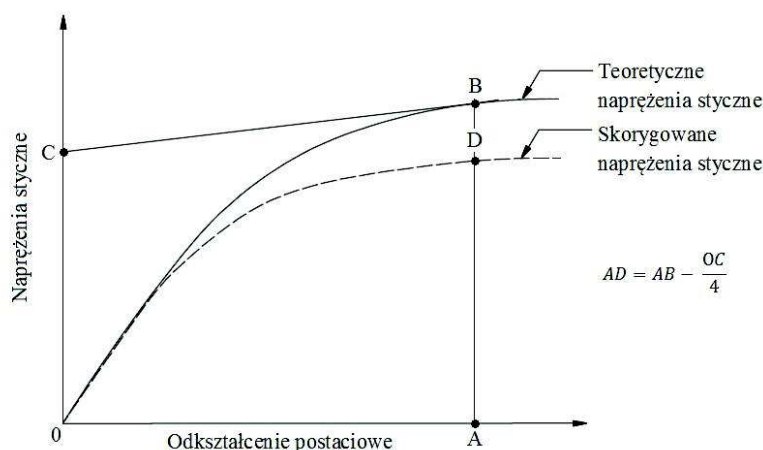


Rys. 6. Schemat próbki doczołowo sklepanych walców poddawanych skręcaniu  
Fig. 6. The cylindrical butt joint subjected to twisting

Charakterystyka badania jest zbliżona do metody pomiaru próbek odlewanych, okrągłego pręta z pomiarem kąta skręcania (2). W celu uzyskania dokładniejszych pomiarów podczas skręcania próbki zaleca się stosowanie spoiny klejowej o większej grubości. Zbyt mała ilość kleju łączącego elementy powoduje mniejsze wartości mierzonego kąta skręcania, co utrudnia pomiar. Gruba warstwa spoiny klejowej wiąże się z większym wpływem egzotermicznych procesów występujących podczas sieciowania kleju i mniejszą wartością zastosowanego docisku podczas sklepania.



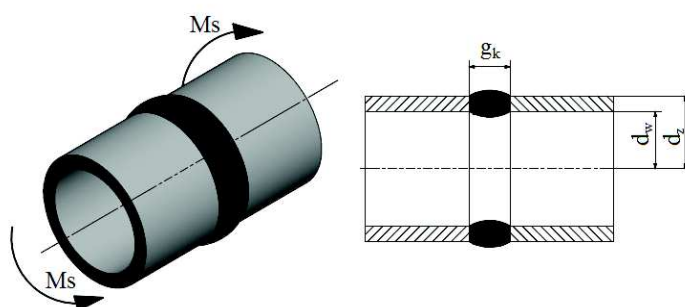
W przypadku przekroczenia granicy plastyczności, w celu uzyskania rzeczywistej zależności naprężenia styczne – odkształcenie postaciowe stosowana jest korekcja Nadaia (rys. 7). Procedura polega na tym, że dla punktów leżących na wykresie teoretycznym, w przykładzie punkt B, wykreśla się linię styczną. W miejscu przejścia tej linii przez oś rzędnych oznacza się punkt C. Następnie wartość naprężeń stycznych rzeczywistych jest określana poprzez obniżenie wartości teoretycznej B o  $\frac{1}{4}$  wartości oznaczonej w punkcie C.



Rys. 7. Przykładowa korekcja Nadaia  
Fig. 7. Sample of Nadai's correction

### 3.2. Próbkę typu doczołowo sklejoných cylindrów poddanych skręcaniu

Próbkę do badania stanowią dwa sklezione elementy o kształcie wydrążonych cylindrów (rys. 8), wykonane z materiału o minimum dziesięciokrotnie większym module sprężystości poprzecznej niż badanego kleju [15].



Rys. 8. Schemat próbki doczołowo sklejoných cylindrów poddanych skręcaniu  
Fig. 8. Butt-joint of cylinders subjected to twisting

Norma PN-EN 14869-1 zaleca, aby średnica wewnętrzna cylindra była nie mniejsza niż 0,8 jego średnicy zewnętrznej. Obszar sklejenia, rozumiany jako

różnica średnicy zewnętrznej i wewnętrznej, nie powinien być mniejszy niż 10% średnicy zewnętrznej, co przedstawia zależność:

$$d_z - d_w \leq 0,1d_z \quad (18)$$

gdzie:  $d_w$  – średnica wewnętrzna cylindra,  
 $d_z$  – średnica zewnętrzna cylindra.

Zalecane są próbki typu A, B i C podane w tabeli 1 [15]. Próbka typu W jest próbką o wymiarach, które mieszczą się w warunkach postawionych w normie. W celu porównania różnych typów próbek i ich wpływu na rozkład naprężeń obliczono naprężenia tnące maksymalne i minimalne przy jednakowym momencie skręcającym oraz wyznaczono stosunek między nimi. W próbkach proponowanych przez normę stosunek był stały i wynosił 0,833.

Tabela 1. Wymiary geometryczne zalecanych próbek typu wydrążonych cylindrów i ich wpływ na występujące w warstwie kleju rozkłady naprężeń  
 Table 1. Geometrical dimensions of recommended hollow cylinder type specimens and their effect on the stress distributions in the adhesive layer

Typ próbki	Średnica zew. $d_z$	Średnica wew. $d_w$	Biegunowy wskaźnik wytrzymałości		Naprężenia tnące		Stosunek $\tau_{max} / \tau_{min}$
			$d_z$	$d_w$	$\tau_{max}$	$\tau_{min}$	
	mm	mm	mm <sup>3</sup>	mm <sup>3</sup>	MPa	MPa	-
A	72	60	37944,2	45533,0	2,64	2,20	0,833
B	48	40	11242,7	13491,3	8,89	7,41	0,833
C	24	20	1405,3	1686,4	71,16	59,30	0,833
W	35	31,5	2895,1	3216,8	34,54	31,09	0,900

Preferowana prędkość ścinania, określona w normie, powinna wynosić  $\gamma = 0,01 \text{ s}^{-1}$ , chociaż dopuszcza się zakres od 0,0005 do 0,02  $\text{s}^{-1}$ . Prędkość odchylenia kąтового maszyny wytrzymałościowej wyznacza się z równania:

$$\alpha = \frac{\gamma \cdot 2g_k}{d_z} \quad (19)$$

gdzie:  $g_k$  – grubość warstwy kleju,  
 $d_z$  – średnica zewnętrzna cylindra.

Pomiar polega na rejestracji momentu skręcającego w funkcji kąta skręcenia sklejonnych cylindrów. Specjalny ekstensometr powinien być zamontowany jak najbliżej połączenia. Zmierzone odkształcenie jest sumą odkształcenia spoiny oraz odkształceń sklejonnych elementów. Znając moduł Kirchhoffa materiałów łączonych, można oszacować ich odkształcenie i uwzględnić je w ostatecznych obliczeniach. Wpływ skręcenia na otrzymane wyniki przedstawiono w tabeli 2. Przy obliczeniach przyjęto określone kryteria:

- wartość momentu powodującą wystąpienie w kleju naprężeń o wartości 30 MPa,
- łączna długość elementów sklejanых znajdujących się w zakresie pomiarowym 10 mm,
- grubość warstwy kleju 0,5 mm.

Tabela 2. Wpływ skręcania na wartość odkształcenia kleju w stosunku do odkształcenia całego zakresu pomiarowego dla próbek aluminiowych i stalowych

Table 2. Impact of twisting on the value of strain of the adhesive in relation to the deformation of the entire measuring range for aluminum and steel specimens

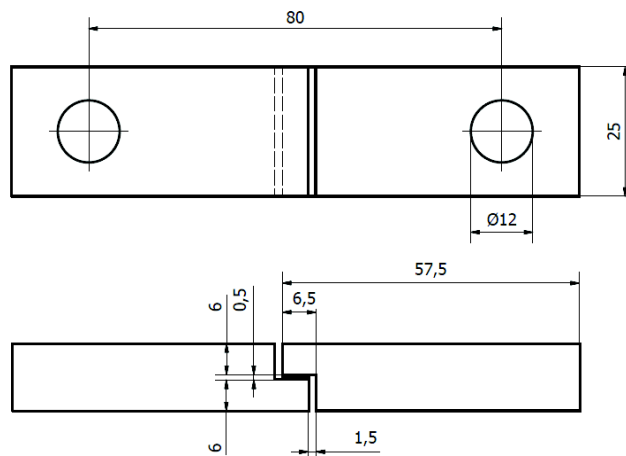
Typ próbki	Moment skręcający	Moment bezwładności przekroju	Wartość kąta skręcenia, °			Odkształcenie kleju w stosunku do odkształcenia całego zakresu pomiarowego	
			Alumini- um G = 25,5 GPa	Stal G = 80 GPa	Klej G = 1 GPa	% dla cyldrów alumi- niowych	% dla cyldrów stalowych
-	Nm	mm <sup>4</sup>					
A	1138	1365990	0,0187	0,0060	0,0239	0,56	0,80
B	337,2	269825,1	0,0286	0,0090	0,1209	0,81	0,93
C	42	16864,1	0,0562	0,0179	1,9337	0,97	0,99
W	86,8	50664,6	0,0385	0,0123	0,6437	0,94	0,98

Przeprowadzona symulacja wskazuje, że zmiana geometrii (typu próbki) powoduje znaczącą różnicę w zakresie momentu niszczącego połączenie, co umożliwia dobór próbki do zakresu pomiarowego siłomierza. W próbkach o mniejszych średnicach typu C i W występuje pomijalnie mały wpływ odkształcenia łączonych elementów na zmierzone całkowite odkształcenie. Zmiana materiału łączonych elementów daje wysoką poprawę w przypadku zastosowania próbek typu A i B. W pozostałych próbkach wzrost dokładności pomiaru będzie niewielki.

Szczególną zaletą opisywanej metody jest możliwość wyznaczenia nie tylko modułu Kirchhoffa, ale również wytrzymałości na naprężenia styczne powstające podczas skręcania. Wadą jest trudność w wykonaniu próbek, w szczególności sklejenie elementów w jednej osi oraz niedopuszczenie do powstania wewnętrznej wypłytki kleju lub jej późniejsze usunięcie.

### 3.3. Próbki typu grubych elementów sklejanых na zakładkę poddanych rozciąganiu

Próbkę przeznaczoną do badań stanowią dwa sklezione na pojedynczą zakładkę sztywne elementy wykonane ze stali lub aluminium. Wymiary próbki przedstawiono na rysunku 9 [16].



Rys. 9. Wymiary normatywnej próbki do badania właściwości kleju przy naprężeniach tnących według PN-EN 14869-2 [16]

Fig. 9. Dimensions of the sample to test the properties of the adhesive during shear stress according to PN-EN 14869-2 [16]

Próbkę umieszcza się w uchwycie maszyny wytrzymałościowej i poddaje obciążeniu rozciągającemu, czego konsekwencją jest powstanie naprężeń stycznych w połączeniu. Do pomiaru względnego przemieszczenia się złączonych ze sobą elementów stosuje się ekstensometry lub korzysta się z optycznej metody pomiaru odkształceń [2]. Norma zaleca zastosowanie ekstensometru, którego schemat i umieszczenie względem próbki przedstawiono na rysunku 10a. Punkty styku czujników z połączonymi ze sobą elementami powinny znajdować się w odległości 2 mm od spoiny klejowej. Pomiar siły i przemieszczenia realizuje się od czasu początkowego obciążenia aż do momentu zniszczenia próbki. Schemat próbki przed obciążeniem i po obciążeniu przedstawiono na rysunkach 10b i 10c.

Obliczeń naprężeń stycznych i odkształceń kątowych dokonuje się na podstawie wyników z czujników siły, przemieszczenia oraz wymiarów połączenia klejowego. Średnie naprężenia styczne  $\tau$  są określone wzorem:

$$\tau = \frac{F}{l \cdot b} \quad (20)$$

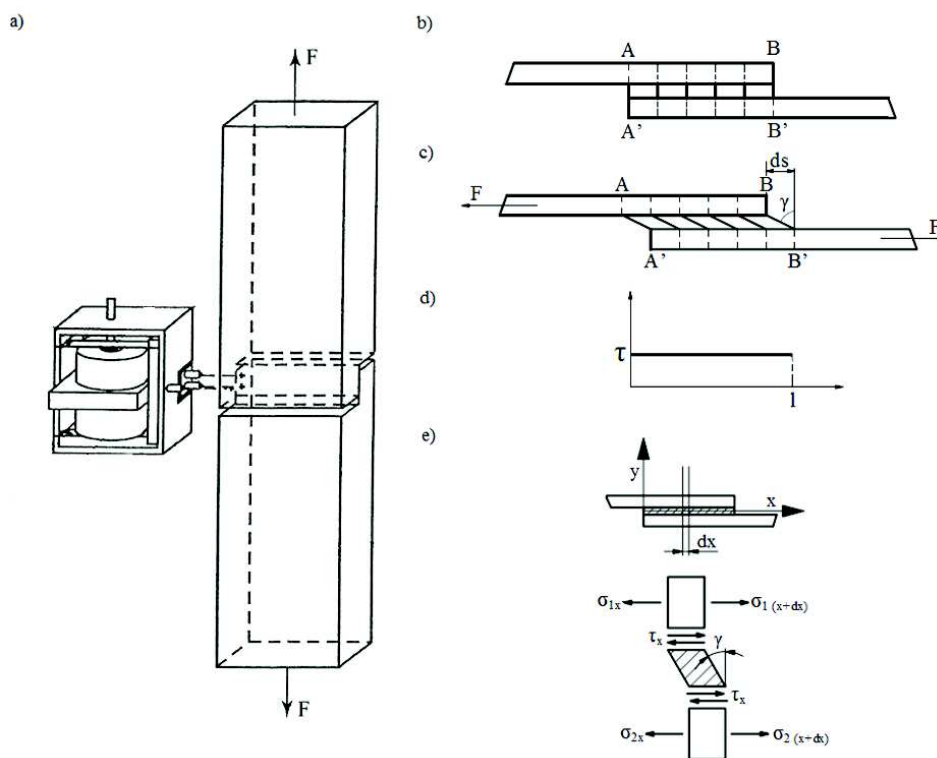
gdzie:  $F$  – siła rozciągająca próbkę,  
 $l$  – długość spoiny klejowej,  
 $b$  – szerokość próbki.

W metodzie przyjmuje się, że wartość naprężeń stycznych jest jednakowa na całej długości spoiny (rys. 10d).

Odształcenie postaciowe  $\gamma$  (rys. 10e) warstwy kleju można wyznaczyć ze wzoru:

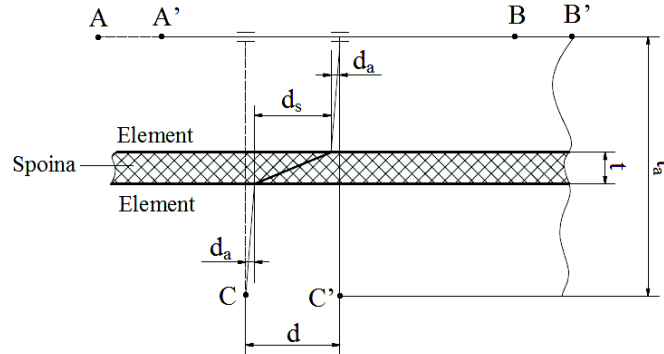
$$\tan \gamma = \frac{d_s}{t} \cong \gamma \quad (21)$$

gdzie:  $t$  – średnia wartość pomiarów grubości spoiny,  
 $d_s$  – przemieszczenie kleju przy ścinaniu.



Rys. 10. a) Przykładowe mocowanie próbki w maszynie wytrzymałościowej [16], model zakładkowego połączenia klejonego: b) przed odkształceniem, c) po odkształceniu, d) rozkład naprężeń wzdłuż długości połączenia, e) naprężenia i odkształcenia występujące podczas ścinania w wycinku warstwy kleju  
 Fig. 10. a) Fixing of the specimen in a testing machine; Adhesively bonded single-lap joints model [16], b) before deformation, c) after deformation, d) stress distribution along the length of joint, e) stress and deformation of the section of the joint during shear test

Wartość przemieszczenia kleju przy ścinaniu  $d_s$  można wyznaczyć poprzez przyjęcie jednakowego naprężenia ścinającego  $\tau$  wyznaczonego przez ekstensometr. W wyniku działających sił dochodzi do odkształcenia w elementach sklejałych, które powoduje wzrost wartości mierzonego przemieszczenia  $d$ . Umieszczenie igieł tensometru zobrazowano na schemacie literami A, B i C (rys. 11).



Rys. 11. Odształcenia mierzone ekstensometrem i błąd metody wynikający z odkształcenia sklejonych elementów

Fig. 11. Deformation measured by extensometer and falsification of the method resulting from the deformation of the adhesively bonded elements

Wartość odkształcenia w samym połączeniu klejonym można więc obliczyć z zależności:

$$d_s = d - d_a \quad (22)$$

Korzystając z powyższych zależności (20) oraz (21), moduł sprężystości poprzecznej wyznacza się ze wzoru:

$$G = \frac{\tau}{\gamma} = \frac{F \cdot t}{l \cdot b \cdot d_s} \quad (23)$$

Wartość odkształcenia elementów sklejanych  $d_a$  można obliczyć, korzystając ze wzoru przytoczonego w normie:

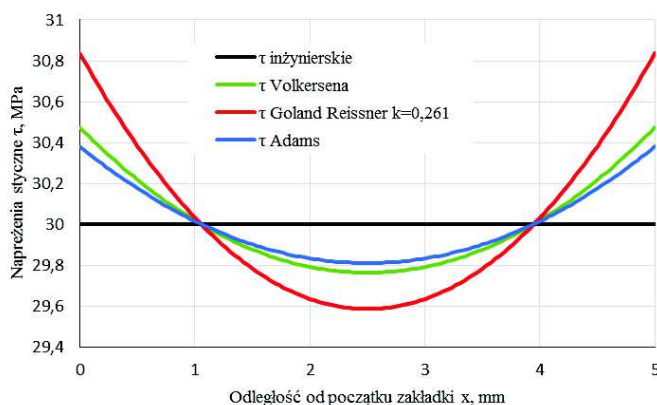
$$d_a = \frac{\tau \cdot (t_a - t)}{G_a} \quad (24)$$

gdzie:  $t_a$  – odległość pomiędzy igłami ekstensometru,  
 $G_a$  – moduł Kirchhoffa elementów sklejanych.

W powyższej metodzie zakłada się, że warstwy przylegające do spoiny klejonej odkształcają się wyłącznie ze względu na naprężenia styczne, które są równe co do wartości jak w samej spoinie. Jest to założenie, które różni się znacząco od warunków występujących w rzeczywistości. Elementy sklejane podlegają jednocześnie naprężeniom stycznym, jak i normalnym. Z dokonanych analiz wynika, że sposób obliczania odkształcenia  $d_s$  obarczony jest błędem 6,5% w przypadku sklejania elementów stalowych.

Założenie równomiernych naprężeń tnących na całej długości spoiny jest dość znacznym uproszczeniem. Analityczne metody [3, 4] wyznaczania rzeczywistych rozkładów w spoinie klejonej wskazują na większe ich wartości na

brzegach zakładki. Na rysunku 12 porównano rozkłady, w tym wykres średniej wartości naprężeń tnących – inżynierski, oraz bliższe rzeczywistości modele analityczne Volkersena [18], Golanda-Reisnera [11] i Adamsa [1].



Rys. 12. Porównanie rozkładów naprężeń tnących w połączeniu zakładkowym  
Fig. 12. Comparison of stress distributions in overlap adhesively bonded joint

Z analizy wykresów wynika, że maksymalne wartości naprężeń są wyższe od średnich o 0,5 do 1 MPa, co stanowi od 1,6 do 3,2%. Nierównomierność ta wzrasta wraz ze zmniejszeniem sztywności łączonych elementów oraz zwiększeniem długością spoiny.

#### 4. PODSUMOWANIE

Istnieje wiele metod wyznaczania wartości modułu Kirchhoffa dla tworzyw adhezyjnych. Fakt ten spowodowany jest niedoskonałością każdej z nich. Próbkki odlewane są trudne technologicznie w wykonaniu i nie odwzorowują procesów zachodzących podczas sieciowania tworzywa w połączeniach. Jako jeden z problemów wytwarzania odlewów z tworzyw adhezyjnych można podać często egzotermiczny charakter utwardzania kleju. Dla dużej objętości próbki odlewanej wysoka temperatura może spowodować zmianę struktury, powstawanie wad i w konsekwencji zmianę właściwości mechanicznych próbek. Tworzywa adhezyjne cechują się wysoką adhezją, która może utrudnić, a czasami uniemożliwić oddzielenie odlanej próbki od formy. Próby skręcania dostarczają więcej informacji o zachowaniu się materiału pod wpływem naprężeń stycznych niż próba rozciągania. Zaletą przeprowadzenia prób skręcania i rozciągania odlewanych próbek jest możliwość uzyskania w próbkach jednorodnego stanu naprężenia, który nie występuje w próbkach typu *in-situ*.

W przypadku skręcania próbek doczołowych oraz rozciągania połączeń zakładkowych dochodzi do koncentracji naprężeń na brzegach połączeń. Dodatkowym problemem jest pomiar stosunkowo niewielkich odkształceń wynikających z małej objętości kleju w połączeniu. Złożony stan naprężeń w prób-

kach *in-situ* oraz obecność dodatkowych materiałów w obrębie długości pomiarowych uniemożliwiają uzyskanie wprost wartości odkształceń samego kleju. Pośrednie wyniki po przeliczeniach obarczone są błędami wynikającymi z zastosowanych uproszczeń. Zaletami próbek *in-situ* jest większe odwzorowanie procesów zachodzących podczas sieciowania, w tym wartości docisku i możliwości odprowadzanie ciepła z cienkiej warstwy kleju.

Przedstawiony w pracy przegląd metod wyznaczania modułu Kirchhoffa i właściwości materiałowych pod wpływem naprężeń stycznych wskazuje na skomplikowany charakter zagadnienia. Każda z przedstawionych metod ma swoje wady i zalety, których badający musi być świadomy, podejmując decyzję o wyborze jednej z nich.

Kierunkiem dalszych badań w przypadku próbek odlewanych jest zmniejszanie ich wymiarów, stosowanie form odzwierciedlających warunki sieciowania w połączeniach oraz opracowywanie metod redukcji liczby występujących w ich wnętrzu wad. Dla próbek typu *in-situ* możliwe jest zastosowanie metody pomiaru odkształceń za pomocą cyfrowej korelacji obrazu. W przedstawionych metodach mierzy się przemieszczenie łączonych elementów. Pomiar lokalnych odkształceń mógłby pozwolić na dokładniejsze wyznaczenie modułu Kirchhoffa i współczynnika Poissona.

## LITERATURA

- [1] ADAMS R.D., WAKE W.C.: Structural Adhesive Joints in Engineering. Elsevier, London, 1984.
- [2] da SILVAA L.F., da SILVAA R.A.M., CHOUSALA J.A.G., PINTOB A.M.G.: Alternative methods to measure the adhesive shear displacement in the thick adherend shear test. Journal of Adhesion Science and Technology 22(1), 2008, 15-29.
- [3] da SILVA L.F.M., das NEVES P.J.C., ADAMS R.D., SPELT J.K.: Analytical models of adhesively bonded joints – Part I: Literature survey. International Journal of Adhesion and Adhesives 29(3), 2009, 319-330.
- [4] da SILVA L.F.M., das NEVES P.J.C., ADAMS R.D., WANG A., SPELT J.K.: Analytical models of adhesively bonded joints – Part II: Comparative study. International Journal of Adhesion and Adhesives 29(3), 2009, 331-341.
- [5] da SILVA L.F.M., DILLARD D.A., BLACKMAN B., ADAMS R.D.: Testing Adhesive Joints. John Wiley & Sons, Weinheim, 2012.
- [6] da SILVA L.F.M., ÖCHSNER A., ADAMS R.D.: Handbook of Adhesion Technology. Springer, Berlin – Heidelberg, 2011.
- [7] GODZIMIRSKI J., KOMOREK A., SMAL T.: Badania właściwości wytrzymałościowych tworzyw adhezyjnych. Problemy eksploatacji 1, 2007, 157-165.
- [8] GODZIMIRSKI J., PIETRAS A.: Modelowanie spoin połączeń klejowych w obliczeniach MES. Technologia i Automatykacja Montażu 4, 2013, 40-44.
- [9] GODZIMIRSKI J., SMAL T., TKACZUK S., ROŚKOWICZ M., KOMOREK A.: Tworzywa adhezyjne. Zastosowanie w naprawach sprzętu wojskowego. Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, Warszawa, 2010.
- [10] GODZIMIRSKI J., TKACZUK S.: Możliwości wykorzystania MES do obliczenia wytrzymałości połączeń klejonych. Technologia i Automatykacja Montażu 2, 2001, 43-46.
- [11] GOLAND M., REISSNER E.: Stresses in cemented joints. Journal of Applied Mechanics 11, 1944, 17-27.



- [12] KUCZMASZEWSKI J.: Podstawy konstrukcyjne i technologiczne oceny wytrzymałości adhezyjnych połączeń metali. Wydawnictwa Uczelniane, Lublin, 1995.
- [13] MAĆKOWIAK P., LIGAJ B.: Metody wyznaczania krzywych naprężenie-odkształcenie tworzyw adhezyjnych. Postępy w Inżynierii Mechanicznej 8(4), 2016, 53-62.
- [14] MAĆKOWIAK P., LIGAJ B.: Rozwiązanie konstrukcyjne maszyny do wytwarzania odlewanych próbek tworzyw adhezyjnych. Postępy w Inżynierii Mechanicznej 8(4), 2016, 63-74.
- [15] PN-EN 14869-1:2011 – Kleje do połączeń konstrukcyjnych – Oznaczanie właściwości połączeń konstrukcyjnych przy ścinaniu – Część 1: Badanie metodą skręcania połączonych czołowo elementów w kształcie wydrążonych cylindrów.
- [16] PN-EN 14869-2:2011 – Kleje do połączeń konstrukcyjnych – Oznaczanie właściwości połączeń konstrukcyjnych przy ścinaniu – Część 2: Badanie metodą rozciągania połączeń zakładkowych grubych elementów klejonych.
- [17] PN-EN ISO 527-2:2012 – Tworzywa sztuczne – Oznaczanie właściwości mechanicznych przy statycznym rozciąganiu – Warunki badań tworzyw sztucznych przeznaczonych do prasowania, wtrysku i wytłaczania.
- [18] VOLKERSEN O.: Die Nietkraftverteilung in Zugbeanspruchten Nietverbindungen mit Konstanten Laschenquerschnitten. Luftfahrtforschung 15, 1938, 41-47.

## **METHODS FOR DETERMINATION OF ADHESIVES'S SHEAR MODULUS AND RESPONSE TO SHEAR STRESS**

**Summary:** To carry out the analytical and numerical calculations bonding joint bonding is necessary to know the mechanical properties of the used adhesives. One of them are shear modulus and strength to shear stress. Methods for obtaining these data for the adhesives are different from the standard methods used for metals and plastics. The article compares the different methods of determining the stress-strain curves, indicating the advantages and disadvantages of allowing the researcher to choose the appropriate methods and interpret the results.

**Key words:** adhesive joints, adhesive, mechanical properties