ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 2015
Seria: ORGANIZACJA I ZARZĄDZANIE z. 86 Nr kol. 1946

Karol STASIŃSKI, Ireneusz J. JÓŹWIAK
Politechnika Wrocławska
Wydział Informatyki i Zarządzania
karol.stasinski@gmail.com; ireneusz.jozwiak@pwr.edu.pl

STRATEGIE REKONSTRUKCJI OBIEKTÓW TRÓJWYMIAROWYCH NA PODSTAWIE ZBIORU DWUWYMIAROWYCH OBIEKTÓW

Streszczenie. W artykule omówiono strategie odzyskiwania trójwymiarowych obiektów, bazując na opisie danego obiektu za pomocą zbiorów figur geometrycznych. Figury te mogą przyjmować dowolne, nieregularne kształty oraz składać się z różnej liczby punktów. Strategie oparte są na algorytmach automatycznych i półautomatycznych. Zaproponowano nowe metody rekonstrukcji obiektów trójwymiarowych ze zbiorów figur.

Słowa kluczowe: obiekt trójwymiarowy, figura geometryczna, strategia rekonstrukcji.

STRATEGIES OF RECONSTRUCTION OF THREE-DIMENTIONAL OBJECTS BASING ON SETS OF TWO-DIMANTIONAL OBJECTS

Summary. Thepaper describes the strategies of reconstruction of three-dimensional objects basing on sets of two-dimensional geometric figures. The figures can be described by any number of points and have irregular shapes. Described strategies involve automatic and semiautomatic algorithms. The article suggest the new methods of 3D object reconstruction.

Keywords: three-dimensional object, geometric figure, reconstruction strategy.

1. Wprowadzenie

Rekonstrukcja trójwymiarowych modeli obiektów na podstawie uporządkowanego zbioru figur płaskich jest od lat tematem badań podejmowanych w wielu dziedzinach nauki. Rozwój prac nad nowymi strategiami opisu struktur przestrzennych rozwija się i dojrzewa ze wzrostem wydajności komputerów i zastosowaniem nowych narzędzi oraz technologii.

W ostatnich latach opracowano wiele technologii digitalizacji modeli obiektów fizycznych, nazywanych wspólnie skanowaniem 3D. Efektem tego rozpoznania jest tzw. chmura punktów [1] lub zestaw dwuwymiarowych figur, reprezentujących skanowany obiekt, jak na przykład zdjęcia tomografii komputerowej (ang. *CT*) [2] czy rezonansu magnetycznego (ang. *MRI*) [3] Zbudowanie wiernego odwzorowania skanowanego obiektu z tak otrzymanych danych jest nadal obszernym przyszłościowym zagadnieniem badawczym.

Celem niniejszego artykułu jest prezentacja istniejących strategii rekonstrukcji modeli obiektów trójwymiarowych oraz zbadanie możliwości zastosowania kompilacji metod półautomatycznych i automatycznych, uporządkowanych zbiorów modeli dwuwymiarowych do ulepszenia opisów przestrzennych obrazów rzeczywistych.

Do badań jako obiekt wizualizacji wybrano taurus, mający zarówno powierzchnię wypukłą, jak i wklęsłą. Dla porównania metod wizualizacji obraz wygenerowany na podstawie opisu matematycznego przekształcano w zbiór punktów, który następnie został przekształcony daną metodą w obraz przestrzenny. Takie podejście pozwoliło na jakościowe porównanie efektów każdej z omówionych metodyki wizualizacji.

2. Stosowane metody rekonstrukcji modeli trójwymiarowych

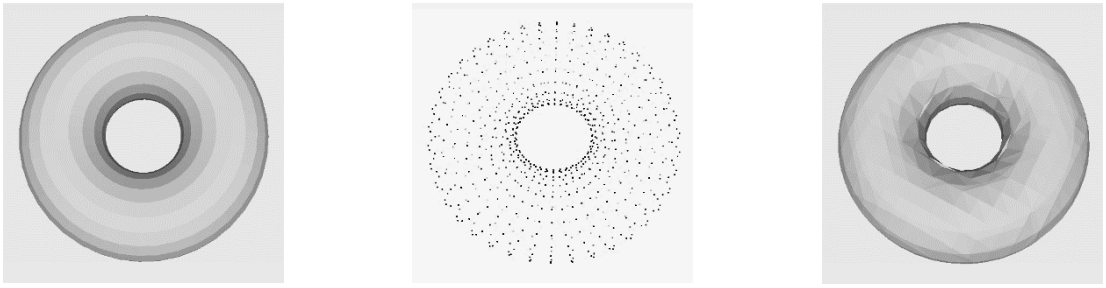
W literaturze przedmiotu wyróżnia się wiele strategii rekonstrukcji obiektów trójwymiarowych. Najbardziej znanymi, powszechnie stosowanym i nieobjętymi prawami patentowymi są następujące metody:

1. Triangulacji powierzchni.
2. Najmniejszej otoczki wypukłej.
3. Reprezentacji sześciennej.
4. Marching Cubes.

Ad 1. Triangulacja powierzchni

W literaturze metoda triangulacji powierzchni jest również nazywana triangulacją chmury punktów (ang. *Point Cloud Triangulation*) [1-4]. Jest to najprostsza pod względem złożoności obliczeniowej technika generowania siatki trójkątów na podstawie zbioru punktów. Metoda ta zakłada, że zadany zestaw punktów może reprezentować tylko i wyłączne powierzchnię obiektu rekonstruowanego, a każdy wygenerowany trójkąt jest częścią powierzchni. Jako dane wejściowe przyjmuje nieposortowaną kolekcję punktów, których zagęszczenie nie musi być regularne. Następnie iterując po wszystkich zadanych punktach, dla każdego punktu wyszukuje dwóch najbliższych jego sąsiadów, a tak otrzymana trójka tworzy trójkąt. Strategia jaką stosuje omawiana metoda wyszukiwania punktów, z których formowany jest trójkąt

klasyfikuje ją do grupy triangulacji najbliższych sąsiadów (ang. *nearest neighbor triangulation*). Zaletą tej techniki jest duża szybkość działania i fakt, że pozwala poprawnie opisać zbiory reprezentujące więcej niż jeden obiekt. Jej wadą jest jednak wysoka podatność na obecność szumu, będąca wynikiem braku jednoznacznego wyznaczania normalnych do wygenerowanych powierzchni. Wynik zastosowania tej metody w celu rekonstrukcji prezentuje rysunek 1c.



(a) (b) (c)

Rys. 1. Rekonstrukcja modelu torusa z zastosowaniem triangulacji powierzchni, gdzie: a) torus stworzony programem graficznym, b) chmura punktów wygenerowana z wierzchołków obrazu (a), c) rekonstrukcja obiektu za pomocą triangulacji

Fig. 1. Torus 3D model reconstruction using surface triangulation, where: a) torus model generated with 3D graphic software, b) point cloud generated from (a) model's vertices, c) object reconstructed with surface triangulation

Ad 2. Najmniejsza otoczka wypukła

Najmniejsza otoczka wypukła to metoda oparta na pojęciu zbioru wypukłego punktu. W matematyce zbiorem wypukłym nazywa się taki zbiór punktów, który zawiera wszystkie możliwe odcinki łączące jego punkty. Zatem otoczką wypukłą lub uwypukleniem zbioru można nazwać taki zbiór wypukły, który zawiera zbiór uwypuklany, opisany równaniem 1:

$$convX = \bigcap\{Y : X \in YiYjestwypukły\}, \tag{1}$$

gdzie:

X – zbiór uwypuklany,

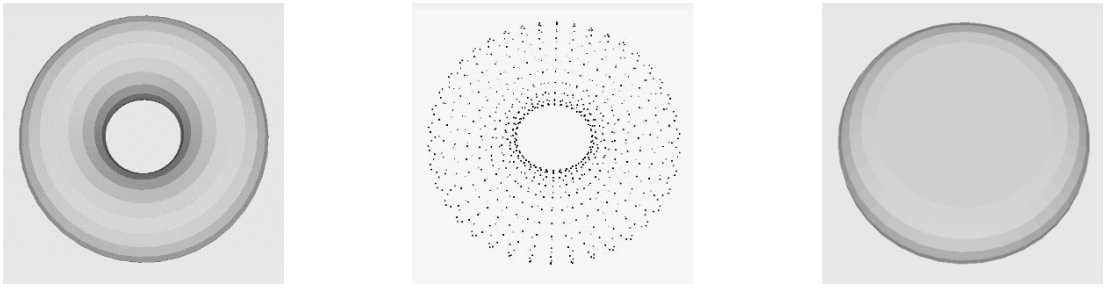
Y – zbiór wypukły,

$convX$ – jest operacją uwypuklenia zbioru X.

Oznacza to, że najmniejszą otoczką wypukłą zbioru X jest część wspólna wszystkich możliwych zbiorów wypukłych, zawierających zbiór X.

Przedstawienie zbioru w formie jago uwypuklenia ułatwia triangulację zmniejszając liczbę punktów, które muszą zostać ze sobą połączone w celu otrzymania siatki trójkątów. Szeroko stosowanym algorytmem, służącym do generowania otoczki wypukłej jest algorytm *Gift wrapping* [5], zwany również *Jarvis march* [6]. Jego trójwymiarowa implementacja przyjmuje na wejściu zbiór punktówX, rzutującgo na płaszczyznę OxOy, wyznacza dolny punkt otoczki P_1 oraz kolejny punkt rozpatrywany P_2, a tak utworzoną krawędź umieszcza

w kolejce algorytmu. W kolejnym kroku algorytm pobiera odcinek AB z kolejki i wyszukuje kolejny punkt C w zbiorze X, tak aby wszystkie pozostałe punkty znajdowały się po lewej stronie trójkąta ABC. Dla przypadku współliniowości punktów, punkt B jest zastępowany przez punkt C i trójkąt jest konstruowany na nowo. Gdy trójkąt zostaje utworzony, do kolejki wędrują krawędzie utworzone z punktów AC i BC, a ta sama operacja jest powtarzana do wyczerpania punktów. Taka metoda rekonstrukcji modelu jest niezwykle skuteczna w przypadku obiektów wypukłych. Perfekcyjnie i stosunkowo niskim kosztem, $O(nh)$, gdzie n to liczba punktów, a h to liczba punktów należących do otoczki, pozwala utworzyć dobrze dopasowane odwzorowanie. Natomiast w przypadku obiektów o powierzchniach wklęsłych metoda daje fałszywy wynik, co prezentuje rysunek 2c, na którym wnętrze rekonstruowanego torusa zostało całkowicie zniekształcone. Z tego powodu metoda ta nie może być stosowana do opisu takich obiektów.



(a) (b) (c)

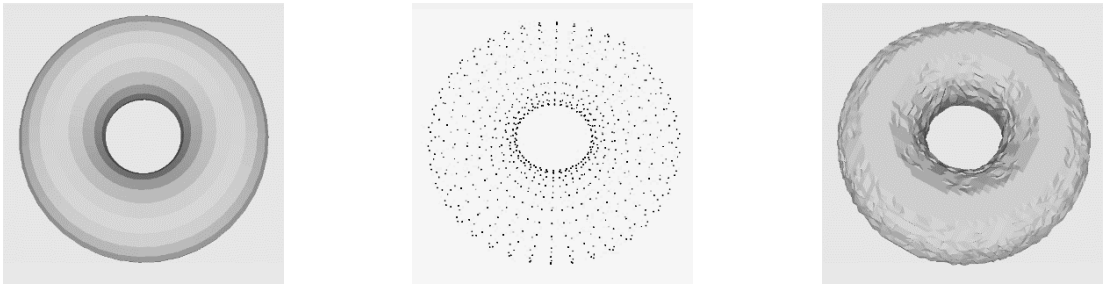
Rys. 2. Rekonstrukcja modelu torusa z zastosowaniem najmniejszej otoczki wypukłej, gdzie: a) torus stworzony programem graficznym, b) chmura punktów wygenerowana z wierzchołków obrazu (a), c) rekonstrukcja obiektu za pomocą metody wyznaczania najmniejszej otoczki wypukłej

Fig. 2. Torus 3D model reconstruction using minimal convex hull, where: a) torus model generated with 3D graphic software, b) point cloud generated from (a) model's vertices, c) object reconstructed with minimal convex hull

Ad 3. Reprezentacja z zastosowaniem sześcianów

Metoda reprezentacji modelu za pomocą sześcianów jest oparta na pojęciu *voxela*, który w grafice komputerowej [7, 8] reprezentuje wartość na regularnej siatce trójwymiarowej i jest odpowiednikiem dwuwymiarowego pixela na siatce dwuwymiarowej. Polega na przekształceniu obrazu 3D do sześcianów reprezentujących voxele. W przypadku chmury punktów ta siatka jest rozciągana na podstawie odległości pomiędzy punktami. W najprostszym przypadku można założyć, że każdy taki punkt reprezentuje jeden voxel, a rozmiar voxela (skala siatki) misi być dobrany tak, by wszystkie voxele graniczyły ze sobą. Tak powstała siatka kostek odwzorowuje zrekonstruowany zbiór. Metoda ta ma liniową złożoność $O(n)$, gdzie n to liczba punktów,co czyni ją stosownie szybkim rozwiązaniem. Ponadto dla bardzo dużych i dokładnych zbiorów punktów jest w stanie wygenerować dokładną rekonstrukcję obiektu z pomijalnie małym błędem. Niestety dla zbiorów

o niedostatecznie dużej liczbie punktów zrekonstruowany obiekt może być bardzo zniekształcony, nawet jeżeli skan pochodzi z obiektu o nieostrych krawędziach. Przykład takiej rekonstrukcji prezentuje rysunek 3c, na którym można zaobserwować jak odtworzony obiekt ma widocznie nierówną powierzchnię, pomimo iż model źródłowy składał się wyłącznie z gładkich ścian.



(a) (b) (c)

Rys. 3. Rekonstrukcja modelu torusa z zastosowaniem reprezentacji sześciennej, gdzie: a) torus stworzony programem graficznym, b) chmura punktów wygenerowana z wierzchołków obrazu (a), c) rekonstrukcja obiektu za pomocą voxeli (reprezentacji sześciennej)

Fig. 3. Torus 3D model reconstruction using voxel based geometry, where: a) torus model generated with 3D graphic software, b) point cloud generated from (a) model's vertices, c) object reconstructed with voxel based geometry

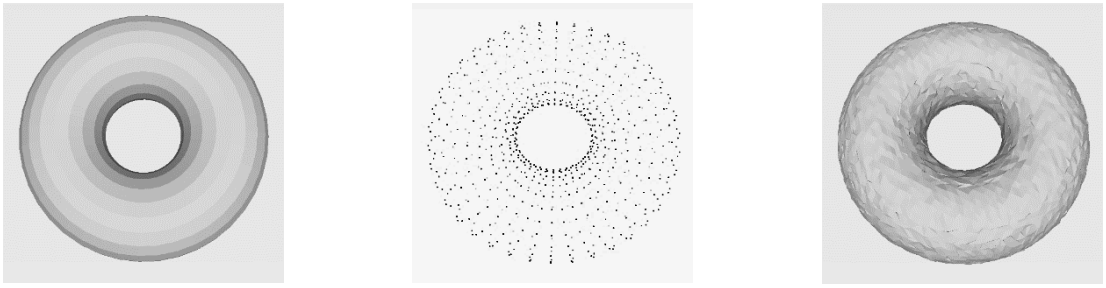
Ad 4. Metoda Marching Cubes

Marching Cubes to metoda opisu przestrzeni, przekształcająca zadane pole skalarne w siatkę trójkątów, która jest przybliżeniem izopowierzchni o ograniczonej wartości odchylenia. Danymi wejściowymi algorytmu tej metody jest chmura punktów przekształcona do siatki voxeli rozciągniętej na osiach OxOyOz, której algorytm poruszający się po zadanej siatce bierze pod uwagę osiem najbliższych punktów na raz. Tak wyznaczony wielokąt jest odwzorowaniem izopowierzchni (zestawy 8 sąsiadów), która po triangulacji stanowi powierzchnię składającą się z trójkątów. Takie przybliżenie powierzchni obiektu skanowanego zapewnia ten sam błąd w każdym punkcie, będący wynikiem niedokładności skanowania [9].

Wyznaczenie wielokąta opisującego powierzchnie w badanym sześcianie jest wyznaczeniem wartości pola w każdym z wierzchołków kostki i przyrównania ich do wartości granicznych (rozpatrując jedynie relację większy mniejszy). Istnieje$2^8 = 256$ możliwych orientacji kostki względem powierzchni, z których tylko 15 jest unikalnych (ze względu na symetrię). Wykorzystując przybliżenia powierzchni, proponowane przez Williama E. Lorensena i Harvey E. Cline [10], można wyznaczyć wierzchołki wielokąta.

Metoda ta pozwala na dość wysoką dokładność opisu, nawet w przypadku danych o ograniczonej liczbie punktów. Do jej ograniczeń należy jednak czasochłonność oraz zasoby wymagane przez algorytm, które ściśle zależą od przeprowadzonej liczby powtórzeń. Ponadto wadą może okazać się fakt, iż ze względu na równomierny rozkład błędu, odwzorowana

powierzchnia będzie pozbawiona ostrych krawędzi, nawet jeżeli skanowany obiekt miał takowe. Wynik rekonstrukcji prezentuje rysunek 4c.



(a) (b) (c)

Rys. 4. Rekonstrukcja modelu torusa z zastosowaniem metody Marching Cubes, gdzie: a) – torus stworzony programem graficznym, b) chmura punktów wygenerowana z wierzchołków obrazu (a), c) rekonstrukcja obiektu za pomocą metody Marching Cubes

Fig. 4. Torus 3D model reconstruction using Marching Cubes algorithm, where: a) torus model generated with 3D graphic software, b) point cloud generated from (a) model's vertices, c) object reconstructed with Marching Cubes algorithm

3. Strategie rekonstrukcji modeli trójwymiarowych

Spośród czterech wyżej wymienionych metod rekonstrukcji modeli trójwymiarowych wybrano dwie:

1. Najmniejszej otoczki wypukłej z oknem przeszukiwań.
2. Marching Cubes z wygładzaniem krawędzi.

Kryterium wyboru tych metod było najlepsze ich odwzorowanie w sensie propagacji błędu na całej powierzchni rekonstruowanego modelu.

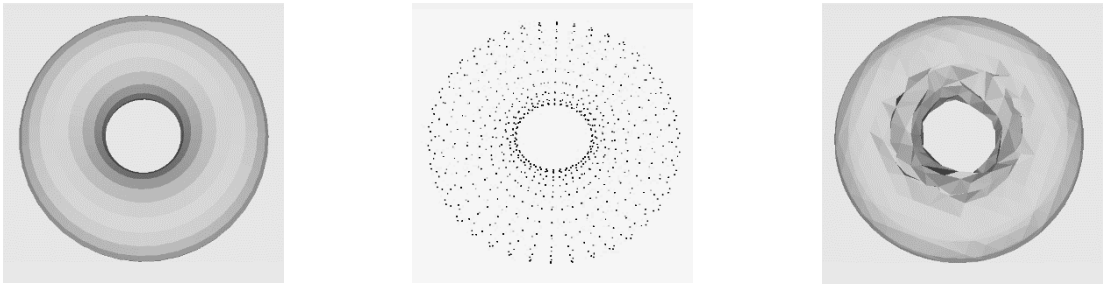
Ad 1. Najmniejsza otoczka wypukła z oknem przeszukiwań

Badana w niniejszym artykule metoda opisu przestrzeni proponuje metodę najmniejszych otoczek wypukłych z oknem przeszukiwań. Przeprowadzona powyżej analiza najpopularniejszych metod rekonstrukcji trójwymiarowych pozwala zauważyć, że metoda otoczki wypukłej daje dobry efekt tylko w przypadku obiektów o powierzchniach wypukłych. Każdy zbiór wklęsły można przedstawić za pomocą zestawu zbiorów wypukłych (simpleksów).

Stosując technikę CSG (ang. *Constructive Solid Geometry*), polegającą na przedstawieniu bryły jako wyniku regularyzowanych działań boolowskich, można przedstawić rekonstruowany obiekt jako sumę brył powstałych w wyniku tych podziałów.

Zatem zadany zbiór punktów podzielony w ten sposób na wiele zbiorów wypukłych w postaci czworościanów sumarycznie stanowi rekonstruowany obiekt.

Możemy przyjąć, że powierzchnia rekonstruowanego obiektu nie jest wklęsła, a jest jedynie badanym podzbiorem, na którym prowadzimy działania. Wówczas definiując okno (reprezentowane w przestrzeni jako równoległobok), możemy podzielić niniejszą chmurę punktów na podzbiory mieszczące się w oknie. Dla każdego otrzymanego w ten sposób podzbioru można oszacować otoczkę wypukłą i za pomocą CSG przedstawić obiekt rekonstruowany jako sumę otrzymanych uwypukleń. Wynik takiej operacji przedstawia rysunek 5c.



(a) (b) (c)

Rys. 5. Rekonstrukcja modelu torusa z zastosowaniem najmniejszej otoczki wypukłej z oknem przeszukiwań, gdzie: a) torus stworzony programem graficznym, b) chmura punktów wygenerowana z wierzchołków obrazu (a), c) rekonstrukcja obiektu za pomocą metody wyznaczania najmniejszej otoczki wypukłej z oknem przeszukiwań

Fig. 5. Torus 3D model reconstruction using minimal convex hull and search window, where: a) torus model generated with 3D graphic software, b) point cloud generated from (a) model's vertices, c) object reconstructed with minimal convex hull and search window

Ad 2. Matoda Marching Cubes z wygładzaniem krawędzi

W przypadku obiektów o gładkich ścianach bez ostrych krawędzi, zadecydowanie najprecyzyjniejszym wydaje się być algorytm Marching Cubes. Pozwala on na precyzyjne dopasowanie opisu, w którym ewentualny błąd, wynikający z szumu (jak na przykład delikatne odchylenia na badanej powierzchni), powoduje powstanie małych wybrzuszeń. Efekt błędu można zniwelować stosując algorytm wygładzania krawędzi, zaproponowany przez Herrmanna [11], zwany wygładzaniem Laplace'a [12, 13]. Stosując ten algorytm, dokonujemy iteracji po każdym wierzchołku wygładzanej bryły, przesuwając go do środka będącego uśrednioną pozycją, obliczoną na podstawie przyległych do niego wierzchołków (z którymi tworzy trójkąty siatki), zgodnie z równaniem 2.

$$\bar{v}_i = \frac{1}{N}\sum_{j=1}^{N} \bar{v}_j \,, \tag{2}$$

gdzie:

x_i – i-ty wierzchołek,

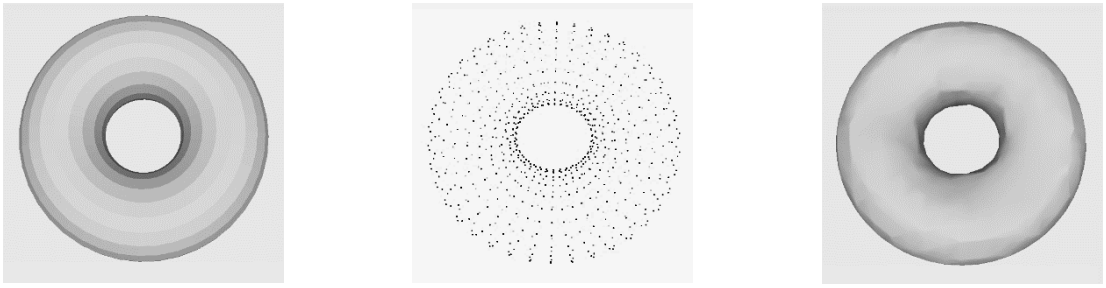
N – liczba wierzchołków połączonych krawędzią z i-tym wierzchołkiem x_i,

$\bar{x}_j$ – wierzchołek przyległy do x_i,

$\bar{x}_i$ – nowa pozycja wierzchołka x_i,

i – indeks wierzchołka.

Wynik tak przeprowadzonej rekonstrukcji prezentuje rysunek 6c.

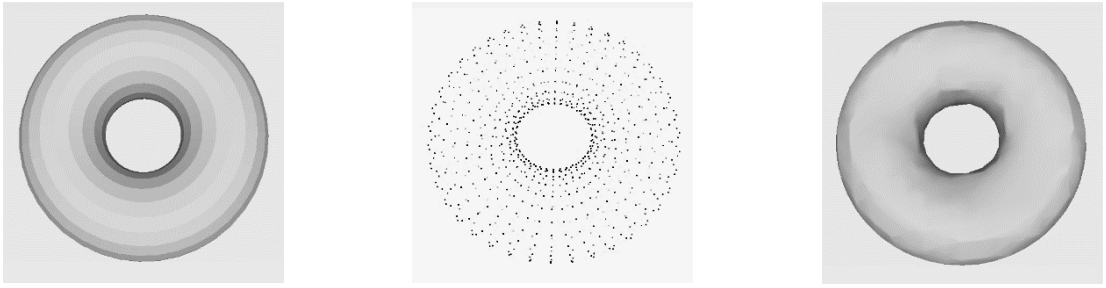


(a) (b) (c)

Rys. 6. Rekonstrukcja modelu torusa z zastosowaniem metody Marching Cubes wsparta wygładzaniem krawędzi Laplace'a, gdzie: a) torus stworzony programem graficznym, b) chmura punktów wygenerowana z wierzchołków obrazu (a), c) rekonstrukcja obiektu za pomocą metody Marching Cubes, wspartej wygładzaniem krawędzi Laplace'a

Fig. 6. Torus 3D model reconstruction using Marching Cubes algorithm with Laplace smoothing, where: a) torus model generated with 3D graphic software, b) point cloud generated from (a) model's vertices, c) object reconstructed with Marching Cubes algorithm with Laplace smoothing

Innym sposobem wygładzenia potencjalnych krawędzi może być podział wygenerowanych przez algorytm Marching Cubes wielokątów na wiele mniejszych, co pozwala zwiększyć tym samym dokładność opisu obiektu. Taka strategia zaproponowana przez Catmulla i Clarka nosi nazwę *podziału powierzchni* [14-16] i w grafice komputerowej jest dzisiaj nazywana *tesselacją* [17]. Jej założeniem jest tworzenie nowych płaszczyzn przez wyznaczanie punktów znajdujących się w centrum płaszczyzn i krawędzi. W ten sposób, bazując na współrzędnych berycentrycznych, można wyznaczyć nowe płaszczyzny rozpięte na tak powstałych punktach, a w wyniku tych zabiegów opis obiektu wydaje się być gładszy, co pokazuje rysunek 7c.



(a) (b) (c)

Rys. 7. Rekonstrukcja modelu torusa z zastosowaniem metody Marching Cubes wsparta wygładzaniem krawędzi w wyniku teselacji, gdzie: a) torus stworzony programem graficznym, b) chmura punktów wygenerowana z wierzchołków obrazu (a), c) rekonstrukcja obiektu za pomocą metody Marching Cubes, wspartej wygładzaniem krawędzi w wyniku teselacji

Fig. 7. Torus 3D model reconstruction using Marching Cubes algorithm with tessellation, where: a) torus model generated with 3D graphic software, b) point cloud generated from (a) model's vertices, c) object reconstructed with Marching Cubes algorithm with tessellation

4. Podsumowanie

Znane w literaturze metody wizualizacji przestrzennej jak: triangulacja powierzchni, najmniejsza otoczka wypukła, voxelizacja i Marching Cubes są przydatne do wizualizacji określonych obiektów przestrzennych, ale każda z nich ma swoje ograniczenia niepozwalające na uniwersalne zastosowanie, pozwalające wygenerować idealną wizualizację dowolnego kształtu przestrzennego. Na podstawie przeprowadzonych badań wykazano, że znacznie lepsze wyniki wizualizacji przestrzennej można uzyskać za pomocą algorytmu Marching Cubes z zastosowaniem metod wygładzających, jak: teselacja czy wygładzanie krawędzi. Taka strategia wizualizacji umożliwia uzyskanie modelu obiektu o wysokiej jakości (duża liczba trójkątów) oraz równomiernym rozkładzie błędu. Gładzenie teselacją wyników algorytmu Marching Cubes daje obraz wizualizacji najbardziej zbliżony do obrazu rzeczywistego obiektu.

Nierozwiązanym zagadnieniem wszystkich omawianych metod pozostaje niejednoznaczne wykrywanie krawędzi, w szczególności ostrych. Problem ten najczęściej jest wynikiem zbyt małej liczby punktów, które opisują zadaną krawędź. W przypadku bardzo ostrych krawędzi, sprawia to, że niektóre z metod interpretują je jako szum, w efekcie krawędzie te są wygładzane.

Bibliografia

1. Remondino F.: From point cloud to surface: the modeling and visualization problem. Proc. Int. Worksh. Visualization and Animation of Reality-Based 3D Models. Vol. XXXIV, No. 5, 2003.
2. MacDonald D., Kabani N., Avis D., Evans C.A.: Automated 3-D Extraction of Inner and Outer Surfaces of Cerebral Cortex from MRI.NeuroImage. Vol. 12, No. 3, 2000, p. 340-356.
3. Clarke L.P., Velthuizen R.P., Camacho M.A., Heine J.J., Vaidyanathan M., Hall L.O., Thatcher R.W., Silbiger M.L.: MRI segmentation: Methods and applications. Magnetic Resonance Imaging. Vol. 13, No. 3, 1995, p. 343-368.
4. Sitnik R., Karaszewski M.: Optimized point cloud triangulation for 3D scanning systems.Machine Graphics & Vision International Journal. Vol. 17, No. 4, 2008, p. 349-371.
5. Chand D.R., Kupur S.: An algorithm for convex polytypes. JACM. 1970, p. 78-86.
6. Jarvis R.A.: On the identification of the convex hull of a finite set of points in the plane. Information Processing Letters 2, 1973, p. 18- 21.

7. Fei Y., Wang B., Chen J.: Point-Tessellated Voxelization. Proceedings of Graphics Interface 2012, p. 9-18.
8. Bertuch M.: Klötzchenwelten. C't, 1990, p. 183-193.
9. Anderson S.: Grafika PC bez tajemnic. Intersofland, Warszawa 1996.
10. Lorensen W.E., Cline H.E.: Marching Cubes: A high resolution 3D surface construction algorithm. Computer Graphics. Vol. 21, No. 4, 1987.
11. Herrmann L.R.: Laplacian-isoparametric grid generation scheme. Journal of the Engineering Mechanics Division. Vol. 102, No. 5, 1976, p. 749-756.
12. Sorkine O., Cohen-Or D., Lipman Y., Alexa M., Rossl C., Seidel H.P.: Laplacian Surface Editing. Proceedings of the 2004 Eurographics. 2004, p. 175-184.
13. Hansen G.A., Douglass R.W., Zardecki A.: Mesh enhancement. Imperial College Press, 2005, p. 404-444.
14. Catmull E., Clark J.: Recursively generated B-spline surfaces on arbitrary topological meshes. Computer-Aided Design. Vol. 10, No. 6, 1978, p. 350-362.
15. Doo D.: A subdivision algorithm for smoothing down irregularly shaped polyhedrons. Proceedings on Interactive Techniques in Computer Aided Design. 1978, p. 157-165.
16. Stam J.: Proceedings of the 25th annual conference on Computer graphics and interactive techniques – SIGGRAPH '98, [in:] Exact evaluation of Catmull-Clark subdivision surfaces at arbitrary parameter values, 1998.
17. Abi-Chahla F.:Tessellation. Tom's Hardware, 2013.
18. Kobbelt L.P., Botsch M.: An Interactive Approach to Point Cloud Triangulation. Computer Graphics Forum. Vol. 19, No. 3, 2000, p. 479-487.

Abstract

The problem of reconstruction of three-dimensional objects from the set of flat geometric figures is nowadays one of the most important areas of computer graphics. With the continuous development in a field of image manipulation techniques and rising computational power, the research of strategies of describing multidimensional structures is expanding. In the last few years many new techniques of physical objects digitalization have emerged. However, many of those methods does not produce objects that could be manipulated in virtual reality. The article outlines few of the most popular methods of 3D model reconstruction that produces the most accurate resulting objects. It also suggests new techniques that can be applied in a field of medical imaging.