

W terminie 12.01.2013–30.06.2014 r. Koło Nr 1 Polskiego Związku Inżynierów i Techników Budownictwa przy Politechnice Wrocławskiej zorganizowało dla wszystkich chętnych studentów Wydziału Budownictwa Lądowego i Wodnego Politechniki Wrocławskiej **I Konkurs Na Najlepszy Artykuł o Tematyce Budowlanej**. Patronat medialny nad przedsięwzięciem Koła nr 1 sprawował miesięcznik PZITB „Przegląd Budowlany”. Na konkurs wpłynęło 10 prac o bardzo różnorodnej tematyce. Spośród przesłanych prac Komisja Konkursowa w składzie prof. dr hab. inż. Jerzy Jasieńko, prof. dr hab. inż. Henryk Nowak, dr hab. inż. Andrzej Ubysz, prof. PWr., dr inż. Janusz Kubiak i dr inż. Aleksy Łodo wyróżniła dwie prace. Są to artykuły Piotra Koziola i Piotra Organka: **Ocena spawalności stali konstrukcyjnych** (opiekun naukowy: prof. dr hab. inż. Bronisław Gosowski) oraz Jarosława Bobowskiego i Natalii Stolarskiej **Moment krytyczny zwichrzenia belek dwuteowych podciętych przy podporach** (opiekunowie naukowci: dr inż. Rajmund Ignatowicz, dr inż. Maciej Kożuch, dr inż. Jan Gierczak, dr inż. Łukasz Skotny). Komisja Konkursowa uznała, że najlepsze artykuły oraz pozostałe wszystkie prace zostaną nagrodzone. Wręczenie nagród odbyła się 12.12.2014 r. o godzinie 10.00 w Sali Kongresowej Politechniki Wrocławskiej. Nagrody wręczyli: Jego Magnificencja rektor Politechniki Wrocławskiej prof. dr hab. inż. Tadeusz Więckowski oraz dziekan Wydziału Budownictwa Lądowego i Wodnego Politechniki Wrocławskiej prof. dr hab. inż. Jerzy Hoła.



dr inż. Jarosław Michałek, Przewodniczący Koła Nr 1 PZITB przy Politechnice Wrocławskiej

# Moment krytyczny zwichrzenia belek dwuteowych podciętych przy podporach

Jarosław Bobowski, student II roku S2M Wydziału Budownictwa Lądowego i Wodnego Politechniki Wrocławskiej, Natalia Stolarska, studentka I roku S2M Wydziału Budownictwa Lądowego i Wodnego Politechniki Wrocławskiej

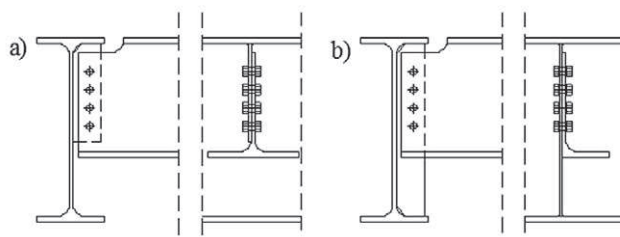
Opiekunowie naukowci: dr inż. Rajmund Ignatowicz, dr inż. Maciej Kożuch, dr inż. Jan Gierczak, dr inż. Łukasz Skotny, Instytut Budownictwa, Politechnika Wrocławska

## 1. Wprowadzenie

W połączeniach stalowych belek dwuteowych z podciągami wykonuje się często podcięcia pasów (rys. 1). Podczas wymiarowania takich belek na zginanie przyjmuje się do obliczeń stały przekrój na całej długości, pomijając wpływ podcięć na wartość momentu krytycznego zwichrzenia.

Belki dwuteowe podcina się na wiele sposobów w zależności od rodzaju połączenia. Jeżeli belka jest łączona do zebra podciągu, podcinany jest jej pas górny wraz z fragmentem środkika oraz połowa pasa dolnego (rys. 1b). Połączenia mogą być również realizowane za pomocą żeberek krótkich lub kątowników. W takich przypadkach podcinany jest pas górny i fragment środkika

(rys. 1a). Głębokość wycięcia dla belek gorącownicowanych powinna być nie mniejsza niż suma grubości pasa i promienia zaokrąglenia elementu, do którego dołącza się belkę.



Rys. 1. Rodzaje podcięć belek dwuteowych przy podporach

Zwicherungie belek to zjawisko polegające na utracie stateczności elementu podczas zginania. Wartość momentu, przy którym belka ulega zwicherungiu, nazywa się momentem krytycznym zwicherungia  $M_{cr}$ . Moment krytyczny zwicherungia zależy od: sztywności giętej przekroju  $EI_z$  w płaszczyźnie prostopadłej do płaszczyzny obciążenia, sztywności skrętnej przekroju  $GI_T$ , rodzaju podparcia belki, rodzaju obciążenia, miejsca przyłożenia obciążenia na wysokości przekroju [1, 5]. Znając  $M_{cr}$  można określić współczynnik zwicherungia  $\chi_{LT}$  (np. wg normy [2]).

Celem niniejszego artykułu jest analiza wpływu podcięć belek dwuteowych przy podporach na wartość momentu krytycznego zwicherungia  $M_{cr}$  w zależności od długości belki, przekroju poprzecznego, rodzaju i wielkości podcięcia, a także rodzaju i miejsca przyłożenia obciążenia.

## 2. Opis przeprowadzonych obliczeń

Wykorzystano oprogramowanie firmy SOFiSTiK bazujące na metodzie elementów skończonych. Obliczenia przeprowadzono na modelu belki swobodnie podparłej wykonanym z elementów prętowych typu BEAM, podzielonych na mniejsze elementy skończone. Części podcięte belki definiowano jako przekrój indywidualny o zadanych charakterystykach.

Wykorzystano moduł ASE umożliwiający analizę liniową konstrukcji oraz znajdowanie wartości i form własnych układu [3]. Obliczenia wartości własnej wykonywano metodą iteracji odwrotnej, która służy do wyznaczania najbliższej zeru wartości własnej macierzy.

Moment krytyczny wyznaczano ze wzoru (1).

$$M_{cr} = \alpha_{cr} \cdot M$$

gdzie:

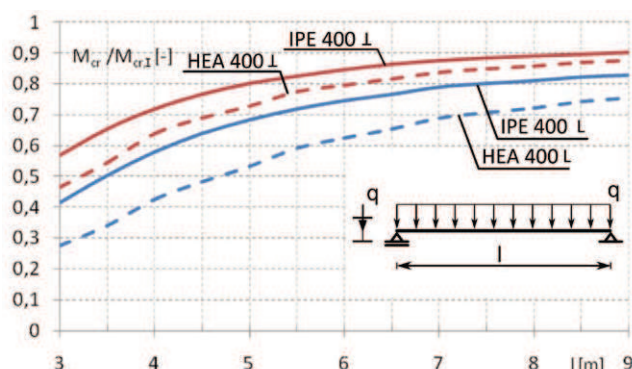
$M_{cr}$  – wartość momentu krytycznego zwicherungia belki,  
 $\alpha_{cr}$  – mnożnik obciążenia krytycznego,  
 $M$  – wartość momentu zginającego w środku rozpiętości.

Do analizy wybrano belki IPE 400, IPE 200, HEA 400 i HEA 200. Badano różne warianty obciążenia belek: równomiernie rozłożone, skupione, obciążenie momentami skupionymi, także różne miejsca przyłożenia obciążenia: pas górny, środek ciężkości belki, pas dolny, oraz różne wielkości podcięcia.

## 3. Analiza wyników

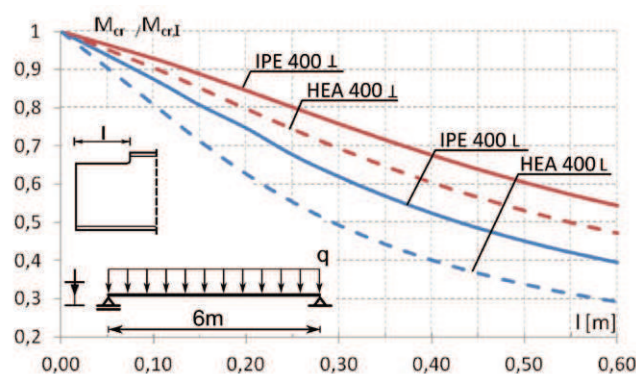
Wyniki obliczeń komputerowych przedstawiono w postaci wykresów (rys. 2–5), ilustrujących wpływ podcięć na zmniejszenie nośności belki. Dla identyfikacji podcięć zastosowano umowne oznaczenia: typu T – jako podcięcie górnego pasa i fragmentu środknika (rys. 1a), typu L – jako podcięcie górnego pasa, fragmentu środknika i połowy dolnego pasa (rys. 1b). Wyniki badań przedstawione na rysunkach 2, 4–7 dotyczą belek o długości podcięcia około 6,7% rozpiętości belki.

Zależność zmniejszania się momentu krytycznego zwicherungia belki podciętej w stosunku do belki bez podcięcia przedstawiono na rysunku 2, z którego widać, że pominięcie podcięć belki może powodować istotne przeszacowanie momentu krytycznego zwicherungia, a w konsekwencji błędne obliczenie współczynnika zwicherungia  $\chi_{LT}$  (wg [2]) i zawyżenie nośności belki. Z wykresu wynika również, że wpływ podcięcia maleje wraz z rozpiętością belki.



**Rys. 2.** Względne obniżenie momentu krytycznego belki podciętej i niepodciętej dla różnych długości belek

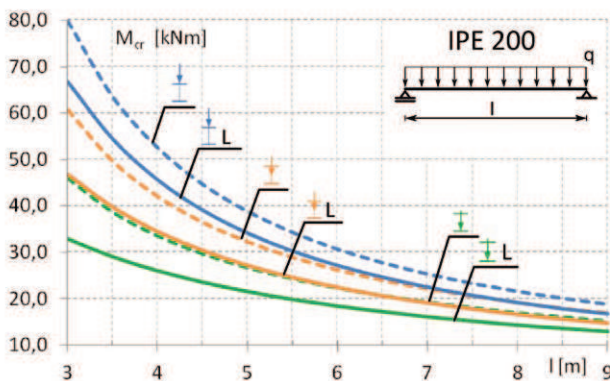
Długość podcięcia belki istotnie wpływa na wartość momentu krytycznego zwicherungia, powodując jego spadek wraz z długością podcięcia (rys. 3). Dla podcięć typu L (rys. 1b) większe różnice powoduje asymetria przekroju podporowego i wynikająca z niej zmiana położenia środka ścinania względem osi podłużnej belki. Fakt ten przedstawiono na rysunku 3. Można zauważyć (rys. 3), że wpływ podcięć na wartość momentu krytycznego  $M_{cr}$  w dwuteownikach szerokostopowych jest większy niż w dwuteownikach równoległościennych. Wynika to między innymi z większej sztywności skrętnej dwuteowników szerokostopowych i większych wartości momentów krytycznych niepodciętych belek oraz proporcjonalnie większego ich osłabienia przez wycięcie fragmentów pasów. Moment krytyczny zwicherungia belki zależy od miejsca



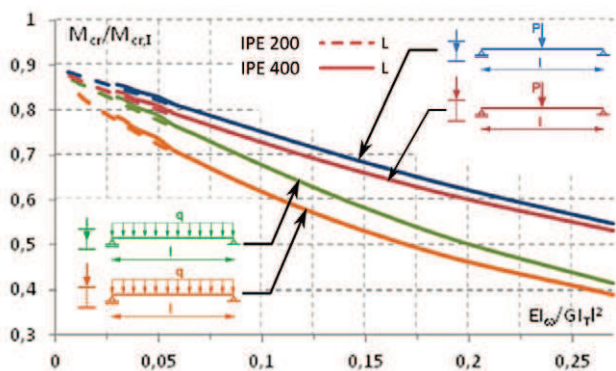
**Rys. 3.** Względne obniżenie momentu krytycznego belki podciętej  $M_{cr}$  w stosunku do niepodciętej  $M_{cr1}$  dla różnych długości podcięcia belek



przyłożenia obciążenia na wysokości przekroju belki, co znajduje odzwierciedlenie także w przypadku badanych belek podciętych (rys. 5). Na wykresie linia przerywana oznacza belkę niepodciętą. Przeanalizowano również moment krytyczny zwichrze-



**Rys. 4.** Moment krytyczny zwichrzenia belki IPE 200 z podcięciem typu L w zależności od miejsca przyłożenia obciążenia równomiernie rozłożonego



**Rys. 5.** Względne obniżenie momentu krytycznego belek IPE podciętych i niepodciętych dla różnych wartości parametru  $EI_w/GI_T l^2$

nia belki w zależności od bezwymiarowego parametru  $EI_w/GI_T l^2$  (podobnie jak w [6-9]). Z przedstawionych na rysunku 5 wykresów wynika, że dla analizowanych kształtowników IPE zależność ta może być w przybliżeniu opisana jednym nomogramem dla różnych kształtowników. Moment krytyczny belki podciętej (podcięcia typu L) można wyznaczyć na podstawie określonych dla belki niepodciętej parametrów sztywności belki i długości oraz odczytanej z wykresu odpowiedniej wartości stosunku momentu krytycznego zwichrzenia belki niepodciętej do belki podciętej.

#### 4. Podsumowanie

Badania teoretyczne wykazały istotne zmiany (zmniejszenie się) momentu krytycznego zwichrzenia wraz z długością podcięcia, podczas gdy zmiana głębokości podcięcia nie ma większego wpływu. Ponadto dla podcięć typu L (rys. 1b) we wszystkich badanych

przypadkach uzyskano mniejsze wartości momentów krytycznych zwichrzenia niż dla podcięć typu T (rys. 1a). Wynika to z asymetrii przekroju podporowego, tym samym ze zmiany położenia środka ścinania względem osi belki, co sprzyja zwichrzeniu belki.

Wpływ podcięć na dwuteowniki szerokostopowe jest większy niż na dwuteowniki równoległościenne. Przyczynia się do tego większa sztywność skrętna i większe wartości momentów krytycznych niepodciętych belek oraz proporcjonalnie większe osłabienie tych profili przez wycięcie przypodporowych fragmentów pasów.

Wzory umożliwiające wyznaczenie momentu krytycznego zwichrzenia zawarte w pracach [4, 10, 11] opracowano dla belek o stałym przekroju poprzecznym i podparciu widełkowym, podczas gdy w belkach podciętych przy podporach przekrój jest zmienny. Przeszacowanie wartości momentu krytycznego w belkach podciętych przekłada się bezpośrednio na wartość nośności belki stalowej z uwzględnieniem zwichrzenia. Na przykład dla belki IPE 400 o długości 6 m z podcięciami 0,2 m z każdej strony, obciążonej równomiernie na górnej powierzchni, wartość współczynnika zwichrzenia  $\chi_{LT}$  wynosi 0,40, a dla identycznej belki niepodciętej: 0,54. Oznacza to zawyżenie o 35% nośności belki podciętej, w której nie uwzględniono wpływu podcięcia.

Uwzględnienie podcięć belek przy podporach istotnie wpływa na ocenę stanu wyężenia elementu. Może okazać się, że stan graniczny nośności danej belki, wcześniej obliczonej jako belka o stałym przekroju na długości, zostanie przekroczony. Przedstawione przykłady mogą być pomocne przy projektowaniu belek stropów, pomostów stalowych lub innych konstrukcji inżynierskich oraz stanowić materiał wyjściowy do analizy konstrukcji.

#### BIBLIOGRAFIA

- [1] Biegus A., Projektowanie konstrukcji stalowych wg EC3. Elementy zginane, materiały dydaktyczne, Wrocław, 2010, s.34-51
- [2] PN-EN 1993-1-1: 2006. Eurokod, Projektowanie konstrukcji stalowych. Część 1-1: Reguły ogólne i reguły dla budynków
- [3] SOFiSTiK Manuals ver. 2013, SOFiSTiK AG, Oberschleissheim 2013
- [4] DIN 18800/2. Stalbauten. Stabilitätsfälle im Stahlbau- Knicken von Stäben und Stabwerken, Nov, 1990
- [5] Pałkowski Sz., Konstrukcje stalowe. Wybrane zagadnienia obliczenia i projektowania, Warszawa, PWN, 2000, s.180-205
- [6] Petersen Ch., Statik und Stabilität der Baukonstruktionen, Braunschweig/Wisbaden, Vieweg+Teubner Verlag, 2011, s. 665-764
- [7] Rykaluk K., Zagadnienia stateczności konstrukcji metalowych, Wrocław, DWE, 2012, s.182-193
- [8] Brzoska Z., Statyka i stateczność konstrukcji prętowych i cienkościennych, Warszawa, PWN, 1965, s.447-450
- [9] Timoshenko S.P., Gere J., Teoria stateczności sprężystej, Arkady, 1963, Warszawa
- [10] PN-EN 1993-1-3: 2008. Eurokod 3, Projektowanie konstrukcji stalowych. Część 1-3: Reguły ogólne – Reguły uzupełniające dla konstrukcji z kształtowników i blach profilowanych na zimno
- [11] PN-90 B-03200 Konstrukcje stalowe. Obliczenia statyczne i projektowanie