ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 2013
Seria: ORGANIZACJA I ZARZĄDZANIE z. 64 Nr kol. 1894

Katarzyna JAKOWSKA-SUWALSKA
Maciej WOLNY
Politechnika Śląska
Wydział Organizacji i Zarządzania
Instytut Ekonomii i Informatyki

MODEL WSPOMAGANIA PLANOWANIA POTRZEB MATERIAŁOWYCH W KOPALNI WĘGLA KAMIENNEGO[1]

Streszczenie. W artykule zaprezentowano wielokryterialny model zapotrzebowania materiałowego w kopalni węgla kamiennego. Model zbudowano opierając się na historycznych wielkościach zużycia materiałów i przyjęto dwa kryteria decyzyjne. W artykule założono, że zużycie każdego z materiałów jest ciągłą zmienną losową o znanym rozkładzie prawdopodobieństwa. Założono, że całkowite koszty materiałowe są ograniczone. Zagadnienie rozwiązano za pomocą programowania celowego. W rezultacie otrzymano dwa rozwiązania niezdominowane. Do wyboru ostatecznego rozwiązania zastosowano podejście teorii gier. Przedstawiono model problemu wielokryterialnego w postaci gry niekooperacyjnej oraz przeanalizowano ją pod względem rozwiązania stabilnego, rozumianego w różnym sensie.

SUPPORT PLANNING MODEL OF DEMAND FOR MATERIALS IN COAL MINE

Summary. The multicriterial model of demand for materials in coal mine is presented in the work. The model is built on basis of historical data of material consumption (per ton of coal production) and there are considered two criteria. There is presumed in the work that volume of *i*-th material consumption is a continuous random variable with known distribution. In proposed model it is also assumed that costs of materials order volume are limited. Considered problem with the two criteria is solved by using goal programming and as a result two non-dominated solutions are received. The game-theoretical approach to multicriteria decision problems is used to choose the final solution. This part of work deals with multicriteria discrete (finite) decision problem as a game between the criteria – the game is played in DM's mind. The game is analyzed using non-cooperative stability definitions and concept of risk dominance.

[1] Praca powstała w ramach realizacji projektu badawczego nr N N524 552038 „Wielokryterialne wspomaganie planowania i kontrolowania potrzeb materiałowych w przedsiębiorstwie górniczym", finansowanego przez Ministerstwo Nauki i Szkolnictwa Wyższego

1. Wprowadzenie

Głównym celem artykułu jest przedstawienie modelu oraz analiza zagadnienia wielokryterialnego na przykładzie związanym z planowaniem potrzeb materiałowych w przedsiębiorstwie górniczym (węgla kamiennego). Proces produkcji w takim przedsiębiorstwie jest uzależniony od wielu czynników niedeterministycznych (m.in. warunków geologicznych), dlatego wiele decyzji jest podejmowanych w warunkach ryzyka lub niepewności.

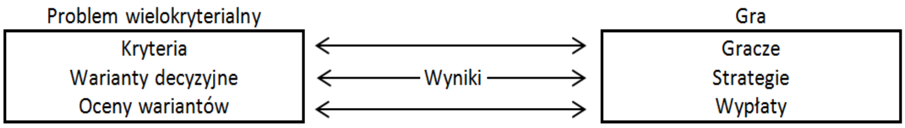
Zaproponowano metodę wspomagania planowania wielkości zapotrzebowania, która składa się z dwóch etapów: modelowania i rozwiązania zagadnienia. W pierwszym etapie sformułowano zagadnienie wielokryterialne z dwoma grupami kryteriów. Pierwsza grupa zawiera kryteria, dotyczące prawdopodobieństwa braków materiałów do wykonania zaplanowanych robót, druga – odchyleń wielkości zamówień od rzeczywistych (historycznych) wielkości zużycia rozważanych materiałów. W etapie drugim, do rozwiązania zagadnienia zaproponowano metodę celowego programowania leksykograficznego [2, s. 17]. Każdą z obu grup kryteriów po wprowadzeniu zmiennych celowych, zagregowano do jednego kryterium za pomocą funkcji skalaryzującej z wagami nadanymi przez decydenta, na podstawie ważności materiałów w procesie wydobywczym.

W przypadku gdy decydent ustali priorytety poszczególnych celów, otrzymuje się dokładnie jedno rozwiązanie zagadnienia (lub wiele, ale o takiej samej wartości poszczególnych funkcji celów). W przypadku gdy decydent nie chce lub nie potrafi uszeregować kryteriów od najważniejszych do najmniej ważnych, zaproponowano wielokrotne rozwiązanie zagadnienia dla wszystkich możliwych hierarchii funkcji celów. Otrzyma się wtedy skończony zbiór rozwiązań efektywnych, a więc w rezultacie zagadnienie dyskretne. W celu wyboru rozwiązania można zastosować metody interaktywne lub − jak zaproponowano w artykule metodę opartą na teorii gier.

Modelowaniem problemów wielokryterialnych na gruncie teorii gier zajmowano się stosunkowo rzadko. Prace przede wszystkim opierały się na budowie modelu w postaci gry o sumie zerowej [16]. W tak rozważanym modelu decydent pełni rolę arbitra w grze, strategiami jednego gracza są rozpatrywane warianty decyzyjne (przyjmuje się założenie o skończonym zbiorze wariantów decyzyjnych), natomiast strategiami drugiego gracza są kryteria (przy założeniu o maksymalizacji wszystkich funkcji celu). Koncepcja rozwiązania tak sformułowanego problemu opiera się na wykorzystaniu kryterium minimaksu i wyborze wariantu decyzyjnego, który gwarantuje największy z możliwych minimalnych poziomów realizacji ustalonych celów (których miernikami są rozważane kryteria). Należy przy tym zwrócić uwagę, że modelowanie problemu wielokryterialnego w postaci gry o sumie zerowej uwypukla konflikt, występujący w zagadnieniu – gry o sumie zerowej służą do modelowania sytuacji antagonistycznych, w których występuje skrajny konflikt (w grach dwuosobowych wypłata jednego gracza jest jednocześnie stratą drugiego). Zauważono jednak, że w zagadnieniach wielokryterialnych nie zawsze występuje tak silny konflikt [7, s. 534], a jedynie przy analizie rozwiązań sprawnych poprawa wartości jednej funkcji celu następuje kosztem pogorszenia innej konflikt [7, s. 533-543].

Inspiracją do podjętych w niniejszym artykule rozważań jest koncepcja Maddaniego i Lunda [17][1] związana z analizą wielokryterialnego problemu decyzyjnego w postaci wieloosobowej gry niekooperacyjnej[2].

Punktem wyjścia do budowy modelu w postaci gry jest identyfikacja związków między elementami zagadnienia wielokryterialnego a grą. Relacje te przedstawiono na rys. 1.



Rys. 1. Relacje między wielokryterialnymi problemami decyzyjnymi a modelami teorii gier
Fig. 1. Relationships between multicriteria decision problems and game theoretical models
Źródło: [17].

Przy budowie modelu wielokryterialnego w postaci niekooperacyjnej gry wieloosobowej każdego gracza utożsamia się z jednym kryterium (w dalszej części pracy nazywany będzie graczem-kryterium), strategie każdego z graczy są określone przez rozpatrywane warianty decyzyjne (zwane dalej strategiami-wariantami), natomiast wypłaty graczy − przez oceny wariantów decyzyjnych [27]. Taka transformacja problemu implikuje konieczność ustalenia wypłat graczy w sytuacji, gdy gracze-kryteria wybierają różne strategie-warianty. W tak sformułowanej grze wyborowi dopuszczalnej decyzji odpowiada sytuacja, w której wszyscy gracze-kryteria stosują tę samą strategię, czyli wybierają ten sam wariant decyzyjny. Niezależność wyboru strategii przez gracza oznacza, że możliwe są sytuacje, w których przynajmniej jeden z graczy-kryteriów wybiera inny wariant. W pracy [17] rozpatruje się zagadnienie z czterema wariantami decyzyjnymi, przy tym jeden z wariantów oznacza stan istniejący (*status quo*), przy tym rozpatrywane są dwa kryteria, związane z dwoma grupami interesariuszy. W sytuacji gdy gracze-kryteria wybiorą różne strategie-warianty, wtedy zostaje zachowany stan istniejący – wypłaty graczy w takiej sytuacji są takie same, jak w przypadku jednoczesnego wyboru wariantu *status quo*. Z punktu widzenia graczy-kryteriów w tak zdefiniowanej grze, sytuacje te są nierozróżnialne. Model w postaci gry jest analizowany i rozwiązywany z wykorzystaniem definicji stabilności niekooperacyjnej [5]. Przedstawiona przez Madaniego i Lunda gra wymaga istnienia wariantu decyzyjnego

[1] W niniejszym artykule wszystkie odwołania do pracy [17] odnoszą się do wersji deterministycznej modelu. Niepewność w tej pracy związana jest ocenami wariantów decyzyjnych, które są oszacowane w postaci liczby przedziałowej, a przedstawione podejście polega na iteracyjnym generowaniu z przedziału oceny wariantu jednej wartości i wielokrotnej analizie modelu w wersji deterministycznej. Ostatecznie wyniki są uśredniane.
[2] Koncepcja przedstawiona przez Madaniego i Lunda [17] w istotny sposób koresponduje z wcześniejszymi pracami autora [27, 28, 29].

(strategii) *status quo*. Należy przy tym zauważyć, że jest to przypadek szczególny problemu decyzyjnego.

Biorąc pod uwagę powyższe rozważania, wielokryterialny problem decyzyjny można rozumieć jako pewien abstrakt – grę rozgrywaną między kryteriami w umyśle decydenta. Takie spojrzenie na zagadnienie dopuszcza możliwość wieloetapowej rozgrywki i rozpatrzenie stabilności otrzymanego rozwiązania w rozumieniu definicji stabilności: w sensie Nasha [20], ogólnej metaracjonalności (General Metarationality – GMR, [11]), symetrycznej metaracjonalności (Symmetric Metarationality – SMR, [11]), sekwencyjnej stabilności (Sequential Stability – SEQ,[8]), stabilności w ograniczonej liczbie ruchów (Limited Move Stability – LMS, [5, 15, 30]) oraz stabilności niekrótkowzrocznej (Non-Myopic Stability – NMS, [1]).

Możliwa jest również analiza sytuacji rozgrywanej jednorazowo (przy pełnej informacji) i wykorzystania koncepcji dominacji ze względu na ryzyko [10] do koordynacji działań graczy.

2. Konstrukcja wielokryterialnego modelu wielkości zamówienia

Niech X_i będzie zmienną losową o znanej dystrybuancie F_i, oznaczającą wielkość zużycia materiału M_i ($i = 1, 2,\ldots, p$) na tonę wydobycia, natomiast z_i to poszukiwana wielkość zamówienia tego materiału na tonę wydobycia. Zgodnie z teorią zapasów, należy zamówić taką ilość z_i materiału M_i, aby z jak największym prawdopodobieństwem pokryła ona popyt na ten materiał. Należy zamawiać taką ilość materiału, aby wielkość zakupu nie odchylała się zbytnio od przeszłych wielkości zapotrzebowania na ten materiał, natomiast koszty zakupu wszystkich materiałów nie przekraczały pewnej, zadanej kwoty K. W artykule założono, że wielkości zużycia materiału M_i na tonę wydobycia $x_{i1}, x_{i2},\ldots ,x_{in}$ w n poprzednich okresach ($i = 1, 2,\ldots, p$) nie wykazują trendu, ani wahań okresowych. Założono, że wszystkie wiadomości o warunkach panujących w kopalni, mających wpływ na wielkości zużycia materiałów znajdują się w danych $x_{i1}, x_{i2},\ldots ,x_{in}$ z przeszłych okresów.

Oznaczmy przez: m_i – wartość oczekiwaną zmiennej losowej X_i,

S_{ix} − odchylenie standardowe zmiennej losowej X_i.

Dla każdego materiału M_i jako funkcje kryteria przyjęto:

(a) – prawdopodobieństwo braku materiału M_i do wykonania robót

$$F_i(z_i) \to \max \quad i = 1, 2,.., p,$$

(b) – wielkości odchyleń wielkości zamówienia z_i od rzeczywistych wielkości zużycia materiału $x_{i1}, x_{i2},\ldots ,x_{in}$ w ostatnich n okresach

$$|x_{it} - z_i| \to \min, \; i = 1, 2,..,p, \; t = 1, 2, \ldots, n.$$

W celu porównywalności wartości funkcji celu w obrębie grup (*a*), (*b*) przeprowadzono standaryzację: $z_i^s = \frac{z_i - m_i}{S_{ix}}$, $\left|x^s{}_{it} - z_i^s\right| = \frac{\left|x_{it} - z_i\right|}{S_{ix}}$.

Zagadnienie można zapisać w postaci:

$$\begin{cases} F_i(z_i^s) \to \max, & (a) \\ \left|x^s{}_{it} - z_i^s\right| \to \min, & (b) \\ \sum_{i=1}^{s} c_i z_i W \le K, \\ z_i \ge 0, \\ i = 1, 2, ..., p, \\ t = 1, 2, ..., n, \end{cases} \tag{1}$$

gdzie: c_i – cena jednostki materiału M_i,

W – planowana wielkość wydobycia w okresie planistycznym,

K – kwota przeznaczona na zakup materiałów $M_1, M_2, \ldots, M_p$.

Niech zmienne $v_i^{F+}, v_{it}^{Q-} \ge 0$ będą zmiennymi celowymi takimi, że:

$$\begin{aligned} & F(z_i^s) + v_i^{F+} = 1, \\ & \left|x^s{}_{it} - z_i^s\right| - v_{it}^{Q-} = 0, \\ & i = 1, 2, ..., p, \\ & t = 1, 2, ..., n. \end{aligned}$$

Zagadnienie (1) można wtedy zapisać w postaci:

$$\begin{cases} v_i^{F+} \to \min, & (a) \\ v_{it}^{Q-} \to \min, & (b) \\ F(z_i^s) + v_i^{F+} = 1, \\ \left|x^s{}_{it} - z_i^s\right| - v_{it}^{Q-} = 0, \\ \sum_{i=1}^{p} c_i z_i W \le K, \\ v_i^{F+}, v_{it}^{Q-} \ge 0 \\ i = 1, 2, ..., p, \\ t = 1, 2, ..., n. \end{cases} \tag{2}$$

W celu wyznaczenia rozwiązania wielokryterialnego problemu najczęściej wprowadza się skalaryzację zagadnienia [2, 21]. Jeśli przez u_i oznaczymy wagę nadaną przez decydenta materiałowi M_i na podstawie ważności tego materiału w procesie produkcyjnym, tak aby $u_1, u_2, ... u_p > 0$ oraz $u_1 + u_2 + ... + u_p = 1$, to skalaryzację można przeprowadzić w następujący sposób:

$$s(u, (v_1^{F+}, v_2^{F+}, ..., v_p^{F+})) = \sum_{i=1}^{p} u_i v_i^{F+},$$

$$s(u,(v_{1t}^{Q-},v_{2t}^{Q-},...v_{pt}^{Q-}))=\sum_{i=1}^{p}u_i v_{it}^{Q-}.$$

Otrzymany w ten sposób model będzie miał postać:

$$\begin{cases}\sum_{i=1}^{p}u_i v_i^{F+}\to \min, \ (a)\\ \sum_{i=1}^{p}u_i v_{it}^{Q-}\to \min, \ (b)\\ F(z_i^s)+v_i^{F+}=1,\\ \left|x^s{}_{it}-z_i^s\right|-v_{it}^{Q-}=0,\\ \sum_{i=1}^{s}c_i z_i W\le K,\\ v_i^{F+},v_{it}^{Q-}\ge 0\\ i=1,2,...,p,\\ t=1,2,...,n.\end{cases}\tag{3}$$

Ponieważ w grupie kryteriów (b) występują zmienne celowe v_{it}^{Q-}, które odejmowane są od wartości $\left|x^s{}_{it}-z_i^s\right|$, proces postarzania obserwacji można przeprowadzić przez wprowadzenie dla poszczególnych okresów t odpowiednich wag.

Można zastosować jeden z następujących sposobów wyznaczania wag:

- $w_t=\frac{2t}{n(n+1)}$ dla t = 1, 2, ..., n (wagi liniowe),
- $w_t=w_{t-1}+\frac{1}{n(n+1-t)}$ dla t = 1, 2, ..., n, przy w_0 = 0 (wagi harmoniczne),
- $w_{n-t+1}=\frac{(1-a)^t}{\sum_{t=1}^{n}(1-a)^t}$ dla t = 1, 2, ..., n oraz $a\in[0,1]$, (wagi wykładnicze).

Dla grupy kryteriów (b) można więc wprowadzić skalaryzację w postaci $\sum_{t=1}^{n}\sum_{i=1}^{p}u_i w_t v_{it}^{Q-}$.

W takim przypadku model przyjmie postać:

$$\begin{cases}\sum_{i=1}^{p}u_i v_i^{F+}\to \min, & (a)\\ \sum_{t=1}^{n}\sum_{i=1}^{p}u_i w_t v_{it}^{Q-}\to \min, & (b)\\ F(z_i^s)+v_i^{F+}=1,\\ \left|x^s{}_{it}-z_i^s\right|-v_{it}^{Q-}=0,\\ \sum_{i=1}^{s}c_i z_i W\le K,\\ z_i,v_i^{F+},v_{it}^{Q-}\ge 0\\ i=1,2,...,p,\\ t=1,2,...,n.\end{cases}\tag{4}$$

W przypadku gdy wszystkie materiały są jednakowo ważne w procesie produkcji model (4) może przyjąć postać:

$$\begin{cases} v \to \min, & (A) \\ \sum_{t=1}^{n} \sum_{i=1}^{p} w_t v_{it}^{Q-} \to \min, & (B) \\ \prod_{i=1}^{p} F(z_i^s) + v = 1, \\ \left| x^s{}_{it} - z_i^s \right| - v_{it}^{Q-} = 0, \\ \sum_{i=1}^{s} c_i z_i W \le K, \\ z_i, v_i^{F+}, v_{it}^{Q-} \ge 0 \\ i = 1, 2, ..., p, \\ t = 1, 2, ..., n. \end{cases} \tag{4'}$$

Jeżeli dla poszczególnych kryteriów ustalone zostały przez decydenta priorytety P1, P2, to zagadnienie (4) można rozwiązać w dwóch krokach metodą programowania leksykograficznego. W kroku pierwszym poszukuje się rozwiązania z pojedynczą funkcją celu o priorytecie P1. W kroku drugim poszukuje się rozwiązania z funkcją celu o priorytecie P2 i z dodatkowym ograniczeniem, wynikającym z wielkości rozwiązania otrzymanego w kroku pierwszym. W przypadku gdy decydent nie umie nadać priorytetów poszczególnym kryteriom, najlepszą metodą jest wyznaczyć rozwiązania optymalne dla wszystkich możliwych kombinacji priorytetów. Powstanie w ten sposób skończony zbiór rozwiązań, który można przedstawić decydentowi, aby z elementów tego zbioru wybrał najbardziej satysfakcjonujący. Innym sposobem jest zastosowanie metody, która pozwoli wyodrębnić ze zbioru najlepsze rozwiązanie. Do tego celu można wykorzystać metody teorii gier.

3. Zastosowanie metod teorii gier dla wyboru rozwiązania zagadnienia wielokryterialnego

Niech dany będzie wielokryterialny problem decyzyjny następującej postaci:

$$\max_{y \in Y} \Psi(y) = \max_{y \in Y} \left[f_1(y), f_2(y), ..., f_k(y) \right], \tag{5}$$

gdzie Y jest skończonym zbiorem dopuszczalnych wariantów decyzyjnych $y = \{y_1, y_2, ..., y_r\}$, f_j jest j-tą funkcją kryterium, określoną na zbiorze Y (j=1,2,…,k), $\Psi(y)$ jest wektorem grupującym wszystkie funkcje celu, $f_j(y)$ oznacza ocenę wariantu decyzyjnego względem j-tego kryterium. Ponadto, dane są wszystkie oceny wariantów decyzyjnych względem wszystkich kryteriów. Rozwiązaniem problemu optymalizacji wektorowej (5) jest zbiór rozwiązań efektywnych.

Korzystając z relacji przedstawionych na rys. 1 zagadnienie (5) można przekształcić w *k*-osobową grę niekooperacyjną o sumie niezerowej w standardowej formie:

$$G = (\Phi, H), \tag{6}$$

gdzie: $\Phi = Y^k$ jest zbiorem wszystkich możliwych sytuacji w grze, natomiast H jest funkcją wypłat graczy, określoną na Φ. Każda sytuacja w grze jest określona jednoznacznie przez wektor strategii czystych, stosowanych przez każdego z graczy. Elementem zbioru Φ jest więc wektor $\phi = (y_{i1}^1, y_{i2}^2, ..., y_{ik}^k),\ y_{ij}^j \in Y,$ którego składowe oznaczają strategie poszczególnych graczy, wybrane w danej sytuacji – *i*-ta strategia jest wybierana przez *j*-tego gracza (*i*, *j*=1,2,…,*n*). Sytuację, w której wszyscy gracze wybierają strategię związaną z tym samym *i*-tym wariantem decyzyjnym oznaczono przez:

$$\phi_i = (y_i^1, y_i^2, ..., y_i^n),\ y_i^1 = y_i^2 = ... = y_i^n\,. \tag{7}$$

Niech y^* oznacza strategię związaną z wariantem o charakterze *status quo*[1], wtedy funkcja wypłat jest określona w następujący sposób:

$$H(\phi) = \begin{cases} (f_1(y_i), f_2(y_i), ..., f_k(y_i)) & \text{w sytuacji}\ \phi_i, \\ (f_1(y^*), f_2(y^*), ..., f_k(y^*)) & \text{w innej sytuacji.} \end{cases} \tag{8}$$

Wyniki badań przedstawione w pracy Madaniego i Lunda wskazują, że analiza i własności tak zdefiniowanej gry zależą od ocen wariantu *status quo*, który przede wszystkim musi istnieć, czyli należeć do zbioru *Y*.

Przedstawiona gra jest rozgrywana w umyśle decydenta, więc analiza zagadnienia może być przeprowadzona z wykorzystaniem definicji stabilności, przedstawionej w tabeli 1. Poszczególne definicje stabilności różnią się między sobą przede wszystkim horyzontem antycypacji ruchów, możliwością pogorszenia sytuacji w danym ruchu oraz wymaganą informacją o preferencjach graczy. Należy przy tym zaznaczyć, że przedstawione w tabeli definicje stabilności odnoszą się do partykularnego gracza, a analizowana sytuacja w grze jest stabilna, jeśli jest stabilna dla wszystkich graczy.

[1] Przy założeniu, że wariant *status quo* istnieje (w takim sensie, że brak wyboru tego samego wariantu przez wszystkich graczy-kryteriów oznacza brak zmiany stanu istniejącego).

Tabela 1

Definicje stabilności

Koncepcja rozwiązania	Opis stabilności	Charakterystyka stabilności		
		Horyzont antycypacji	**Możliwość pogorszenia**	**Wiedza o preferencjach**
Stabilność Nasha	Gracz nie ma możliwości jednostronnego polepszenia swojej sytuacji (przejścia do bardziej preferowanego stanu)	Niski (1 ruch)	Nie	Własna
Stabilność w sensie ogólnej meta-racjonalności (GMR – General Meta-Rationality)	Wszystkie (jednostronne) polepszenia gracza są blokowane przez kolejne jednostronne posunięcia innych graczy	Średni (2 ruchy)	Przez innych graczy	Gracza
Stabilność w sensie symetrycznej meta-racjonalności (SMR – Symmetric Meta-Rationality)	Wszystkie (jednostronne) polepszenia gracza są blokowane przez kolejne jednostronne posunięcia innych graczy nawet po możliwej odpowiedzi danego (rozpatrywanego) gracza	Średni (3 ruchy)	Przez innych graczy	Gracza
Sekwencyjna stabilność (Sequential Stability)	Wszystkie (jednostronne) polepszenia gracza są blokowane przez kolejne jednostronne posunięcia innych graczy	Średni (2 ruchy)	Nie	Wszystkich graczy
Stabilność w ograniczonej liczbie ruchów (LMS (h) - Limited (h) - Move Stability)	Zakłada się, że wszyscy gracze działają optymalnie, liczba przejść jest ściśle ograniczona między sytuacjami w grze	Zmienny (h ruchów)	Strategiczna	Wszystkich graczy
Stabilność niekrótkowzroczna (NMS – Non-Myopic Stability)	Przypadek stabilności w ograniczonej liczbie ruchów, w którym liczba przejść między stanami zmierza do nieskończoności (nie można jednak przejść do stanu, od którego rozpoczęto analizę)	Nieograniczony	Strategiczna	Wszystkich graczy

Źródło: Madani K., Hipel K.W. (2011): Non-Cooperative Stability Definitions for Strategic Analysis of Generic Water Resources Conflicts. Water Resources Management 25, 2011 s. 1949-1977.

W sposób szczególny opis stabilności w sensie LMS oraz numeryczne przedstawienie idei dominacji ze względu na ryzyko zostaną zaprezentowane przy analizie zagadnienia, związanego ze wspomaganiem planowania potrzeb materiałowych w kopalni węgla kamiennego.

Przy rozpatrywaniu zagadnienia wielokryterialnego, rozumianego jako gra, która jest rozgrywana jednokrotnie, można wykorzystać koncepcję dominacji ze względu na ryzyko [10]. Istota podejścia polega na wyborze sytuacji dominującej ze względu na ryzyko, przy tym miarą tego ryzyka jest tu prawdopodobieństwo (subiektywne) zastosowania odpowiednich strategii przez graczy, przy pełnej informacji o wypłatach oraz założeniu, że gracze będą się zachowywać racjonalnie w celu koordynacji działań.

4. Przykład zastosowania wielokryterialnego modelu dla ustalenia wielkości zamówień na drewno kopalniane i klej poliuretanowy

Drewno kopalniane zużywane jest w trakcie robót eksploatacyjnych do tworzenia obudów wyrobisk kopalnianych, natomiast klej poliuretanowy do uszczelniania wyrobisk.

W tabelach 2 i 3 podano podstawowe parametry rozkładu zużycia drewna i kleju poliuretanowego, wyznaczone na podstawie miesięcznych danych z lat 2008-2010.

Tabela 2

Podstawowe parametry rozkładu miesięcznego zużycia drewna

	Zużycie drewna w m^3/t
wartość maksymalna	0,006892
wartość minimalna	0,002427
wartość średnia *m*	0,003580
odchylenie standardowe σ	0,00086
współczynnik zmienności	0,238
mediana	0,003506
kurtoza	4,796
skośność	1,687

Źródło: opracowanie własne na postawie danych kopalni, będącej oddziałem Kompanii Węglowej S.A.

Wielkości zużycia drewna wykazują silną koncentrację wokół średniej oraz lewostronną asymetrię. Na podstawie wielkości zużycia drewna (w m^3/t) w ostatnich trzech latach stwierdzono (testem Kołmogorowa-Smirnowa na poziomie istotności 0,05), że jest ono zmienną losową o rozkładzie normalnym $N(0{,}00358;0{,}0086)$.

Tabela 3

Podstawowe parametry rozkładu miesięcznego zużycia kleju poliuretanowego

	Zużycie kleju w kg/t
wartość maksymalna	0,201134
wartość minimalna	0,016772
wartość średnia m	0,122
odchylenie standardowe σ	0,045472
współczynnik zmienności	0,371583
mediana	0,120728
kurtoza	-0,140458099
skośność	-0,368422971

Źródło: opracowanie własne na postawie danych kopalni, będącej oddziałem Kompanii Węglowej S.A.

Wielkości zużycia kleju poliuretanowego wykazują słabą koncentrację wokół średniej oraz prawostronną asymetrię. Na podstawie wielkości zużycia kleju (w kg / t) w ostatnich trzech latach stwierdzono, że wielkość zużycia jest zmienną losową o rozkładzie normalnym $N(0{,}122;\ 0{,}045472)$ (badanie wykonano testem Kołmogorowa-Smirnowa na poziomie istotności 0,05). Można zauważyć także, że oba materiały wykazują dużą zmienność zużycia.

Na podstawie medianowego testu serii na poziomie istotności 0,05 stwierdzono, że nie ma podstaw do odrzucenia hipotezy o braku trendu miesięcznych wielkości zużycia drewna kopalnianego w m^3 na tonę wydobycia oraz kleju poliretanowego w kg na tonę wydobycia.

Dodatkowo, na poziomie istotności 0,05 stwierdzono, że nie występuje korelacja liniowa pomiędzy wielkościami zużycia drewna i kleju poliuretanowego.

W tabeli 4 przedstawiono średnie ceny jednostkowe drewna, kleju, planowane roczne wydobycie oraz planowaną roczną kwotę wydatków na zakup drewna i kleju poliuretanowego.

Tabela 4

Ceny jednostkowe drewna, kleju, planowane roczne wydobycie oraz planowana roczna kwota wydatków na drewno i klej poliuretanowy

cena za kg kleju - c_1	13,75 zł
cena za m^3 drewna - c_2	296 zł
planowane wydobycie - W	400000 t
maksymalny koszt zakupu materiałów - K	950 000,00 zł

Źródło: opracowanie własne na postawie danych kopalni, będącej oddziałem Kompanii Węglowej S.A.

W modelu (4) zastosowano liniowe wagi w_i (i = 1, 2,…,36) i przyjęto, że oba materiały są jednakowo ważne w procesie wydobycia, a więc $u_1 = u_2 = 0{,}5$. Dodatkowo, założono, że decydent nie ustalił priorytetów poszczególnych kryteriów. W tabeli 5 zamieszczono wartości rozwiązań zagadnienia przy różnych ustawieniach priorytetów kryteriów zagadnienia (4').

Tabela 5

Wartości rozwiązań przy różnych priorytetach nadanych funkcjom celu zagadnienia (4)

z_1 klej w kg/t	z_2 drewno w m^3/t	$F(z_1)$	$F(z_2)$	wartość funkcji celu (A)	wartość funkcji celu (B)	wielkość zamówienia - klej (kg)	wielkość zamówienia - drewno (m^3)	koszt całkowity zamówienia w zł
0,0875946	0,0039546	0,22218	0,66955	0,14876	0,20332	35037,8	1581,9	950000
0,0454681	0,0054455	0,04539	0,98561	0,04474	0,16251	18187,2	2178,2	894818

Źródło: opracowanie własne na postawie danych kopalni będącej oddziałem Kompanii Węglowej S.A.

Tabela 6

Dane wejściowe do analizy problemu

y wariant decyzyjny	Wartość funkcji celu (A) (max.)	Wartość funkcji celu (B) (min.)
y_1	0,14876	0,20332
y_2	0,04474	0,16251
y^*	0,03745	0,20981

Źródło: opracowanie własne.

Oceny wariantu *status quo* zostały ustalone na podstawie obecnie stosowanego w przedsiębiorstwie sposobu ustalenia zapotrzebowania materiałowego.

Korzystając z relacji przedstawionych na rys. 1, zagadnienie zapisano jako grę w normalnej postaci (5):

$$\begin{bmatrix} (0{,}14876;-0{,}20332) & (0{,}03745,-0{,}20981) & (0{,}03745,-0{,}20981) \\ (0{,}03745,-0{,}20981) & (0{,}04474;-0{,}16251) & (0{,}03745,-0{,}20981) \\ (0{,}03745,-0{,}20981) & (0{,}03745,-0{,}20981) & (0{,}03745,-0{,}20981) \end{bmatrix} \tag{9}$$

Macierz (9) jest realizacją koncepcji funkcji wypłat (8), przy tym wypłaty drugiego gracza-kryterium są wartościami ujemnymi, ze względu na kierunek optymalizacji danej funkcji kryterium.

Analiza stabilności rozwiązań (sytuacji w grze, które odpowiadają elementom na głównej przekątnej macierzy) w sensie Nasha wskazuje, że sytuacje są stabilne, żaden z graczy nie ma możliwości jednostronnego polepszenia sytuacji poprzez zmianę strategii.

Wyniki analizy ze względu na pozostałe koncepcje stabilności zaprezentowane w tabeli 1 przedstawiono w tabeli 7. Na szczególną uwagę zasługuje jednak stabilność LMS (w ograniczonej liczbie ruchów) ze względu na istotę problemu oraz jej własności.

Przy założeniu, że gra jest rozgrywana między kryteriami, w „umyśle” decydenta trudno uzasadnić analizę stabilności GMR lub SMR, ponieważ zakładają one możliwość przejścia do sytuacji gorszej dla oponenta, wyłącznie w celu ukarania gracza (z punktu, którego analizuje się stabilność rozwiązania) – innymi słowy dopuszcza się pewnego rodzaju działanie antagonistyczne, które prowadzi do analizy rozwiązań nieracjonalnych z punktu widzenia wszystkich graczy. Koncepcja LMS oraz NMS z kolei dopuszczają możliwość strategicznego pogorszenia sytuacji, jeśli w perspektywie dalszych ruchów racjonalnie i optymalnie działających graczy osiągnięta zostanie sytuacja bardziej preferowana od pierwotnej – gracze wykonują ruch tylko do sytuacji dla nich lepszych (bardziej preferowanych)[1]. Stabilność NMS jest szczególną wersją LMS, w której horyzont antycypacji ruchów graczy jest nieograniczony[2]. W analizowanym przykładzie w dwóch ruchach porównuje się sytuacje odpowiadające wariantom decyzyjnym, stąd stabilność LMS jest przedstawiona w perspektywie dwóch ruchów. W przypadku h kryteriów, powinna być rozpatrywana stabilność LMS(h). Ze względu na szczególną konstrukcję gry stabilność w sensie NMS jest tożsama stabilności LMS(h).

Tabela 7

Podsumowanie analizy stabilności rozwiązań rozważanej gry

Rozwiązanie	Występowanie stabilności					
	Nash	GMR	SMR	SEQ	LMS	NMS
y_1	Tak	Tak	Tak	Tak	Nie	Nie
y_2	Tak	Tak	Tak	Tak	Nie	Nie
y^*	Tak	Tak	Tak	Tak	Nie	Nie

Źródło: opracowanie własne.

Analiza informacji w tabeli 7 nie wskazuje jednoznaczne rozwiązania zagadnienia. Zasadne więc jest wykorzystanie podejścia, które rozpatruje zagadnienie w kategoriach rozgrywki jednoetapowej – obaj gracze-kryteria jednocześnie wybierają strategię-wariant. W analizowanej grze występują trzy równowagi w sensie Nasha, które zostaną porównane parami przy wykorzystaniu koncepcji dominacji ze względu na wypłaty oraz dominacji ze

[1] W przypadku większej liczby graczy-kryteriów wydaje się racjonalne również dopuszczenie strategicznego pogorszenia sytuacji przez pozostałych graczy.

[2] Analiza kończy się przy przejściu do stanu wyjściowego, czyli powrotu do sytuacji, którą się analizuje.

względu na ryzyko [10]. Zostanie wybrana jedna równowaga, które odpowiada wyborowi wariantu decyzyjnego. Ponieważ równowaga odpowiadająca wariantowi *status quo* jest zdominowana (ze względu na wypłaty) przez pozostałe równowagi, nie będzie dalej analizowana – wariant *status quo* jest zdominowany.

Porównywaną parą jest $((y_1,y_1),(y_2,y_2))$, na przykładzie której zostanie przedstawiona idea dominacji ze względu na ryzyko. Można zauważyć, że nie występuje tu dominacja ze względu na wypłaty (pierwszą równowagę preferuje pierwszy gracz, a drugą równowagę drugi). Ponieważ gra rozgrywana jest jednokrotnie, to gracze mogą kierować się oczekiwanymi ruchami oponentów. Niech gracz pierwszy szacuje prawdopodobieństwo zastosowania strategii pierwszej przez gracza drugiego na p, wtedy wartość oczekiwana zastosowania przez gracza pierwszego pierwszej strategii będzie wynosić: $0{,}14876\cdot p+0{,}03475\cdot(1-p)=0{,}11131\cdot p+0{,}03745$, natomiast drugiej strategii: $0{,}03745\cdot p+0{,}04474\cdot(1-p)=-0{,}00729\cdot p+0{,}04474$. Jeśli spełniony będzie warunek: $0{,}11131\cdot p+0{,}03745>-0{,}00729\cdot p+0{,}04474$, to gracz pierwszy wybierze strategię pierwszą. Innymi słowy, jeżeli gracz pierwszy będzie szacował, że $p>0{,}06147$ ($p>p_0$), to wybierze strategię pierwszą, ponieważ osiągnie wtedy większą oczekiwaną wypłatę. Podobnie można analizować grę z punktu widzenia drugiego gracza. Niech gracz drugi szacuje prawdopodobieństwo zastosowania strategii drugiej przez gracza pierwszego na q, wtedy wartość oczekiwana zastosowania drugiej strategii przez gracza drugiego będzie wynosić: $-0{,}20981\cdot(1-q)-0{,}16251\cdot q=0{,}04730\cdot q-0{,}20981$, a pierwszej strategii $-0{,}20332\cdot(1-q)-0{,}20981\cdot q=-0{,}00649\cdot q-0{,}20332$. Gracz drugi wybierze więc swoją bardziej preferowaną strategię (równowagę) jeśli będzie szacował, że $q>0{,}12065$ ($q>q_0$). Można zauważyć, że pierwszy gracz ma silniejsze przesłanki do wybrania pierwszej strategii niż drugi gracz do wybrania drugiej strategii ($p_0<q_0$). Przyjmując założenie, że obaj gracze podobnie rozumują powinna zostać osiągnięta równowaga, odpowiadająca pierwszemu wariantowi – równowaga (y_1,y_1) dominuje ze względu na ryzyko równowagę (y_2,y_2).

W rozpatrywanym przykładzie zastosowanie koncepcji dominacji ze względu na ryzyko jednoznacznie wskazuje na wybór wariantu y_1.

5. Podsumowanie

Przedstawiona w artykule koncepcja wspomagania decyzji dotyczących planowania potrzeb materiałowych w przedsiębiorstwie górniczym bazuje na specyfice wydobycia węgla kamiennego – w sposób szczególny uwzględnia losowość występującą w popycie na materiały niezbędne do produkcji. Należy przy tym zwrócić uwagę na rozpatrywane kryteria:

- prawdopodobieństwo pokrycia popytu na materiał,
- odchylenie od historycznego zużycia.

Proponowana procedura opiera się na modelu dwufazowym. W pierwszej fazie rozwiązuje się zagadnienie przy wykorzystaniu koncepcji programowania celowego, a druga faza występuje w sytuacji braku określonych priorytetów w odniesieniu do funkcji kryteriów − wtedy z preselekcjonowanego zbioru określonego w pierwszej fazie można wybrać jedno rozwiązanie, bazując na modelu zagadnienia wielokryterialnego w postaci gry niekooperacyjnej.

Wykorzystanie modelu zagadnienia wielokryterialnego, bazującego na teorii gier nie wymaga dalszej skalaryzacji zagadnienia – oceny wariantów nie muszą być agregowane. W przypadku analizy gry z wykorzystaniem definicji stabilności istotny jest jedynie kierunek relacji preferencji między analizowanymi sytuacjami w grze. W analizie związanej z wyborem sytuacji (równowagi) dominującej ze względu na ryzyko wyznaczane prawdopodobieństwa odnoszą się zawsze do wypłat jednego gracza, dopiero w porównaniu wyznaczonych prawdopodobieństw można upatrywać formy doprowadzenia do porównywalności ocen wariantów decyzyjnych. W obu podejściach opartych na analizie gry kluczowe znaczenie ma punkt odniesienia analizy, czyli rozwiązanie *status quo*. Jeśli rozwiązanie to jest efektywne w sensie przyjętych kryteriów, to powinno zostać rekomendowane jako rozwiązanie problemu.

Bibliografia

1. Brams S.J., Wittman D. (1981): Nonmyopic equilibria in 2 x 2 games," Conflict Management and Peace Science (6) 1, p. 39-62.
2. Branke J., Deb K., Miettinen K., Słowiński R. (eds.) (2008): Multiobjective Optimalization Interactive and Evolutionary Approaches Interative and Evolutionery Approaches. Springer-Verlag Berlin Heidelberg.
3. Brans J.P. (1982): L'ingéničrie de la décision; Elaboration d'instruments d'aide ŕ la décision. La méthode PROMETHEE, [w:] R. Nadeau and M. Landry, (red.), L'aide ŕ la décision: Nature, Instruments et Perspectives d'Avenir, pp. 183–213. Presses de l'Université Laval.
4. Chang N.B., Wen C., and Chen Y. (1997): A fuzzy multi-objective programming approach for optimal management of the reservoir watershed. European Journal of Operational Research, 99, p. 289-302.
5. Fang L., Hipel D.M., Kilgour D. M. (1993): Interactive decision making: the graph model for conflict resolution, New York: Wiley.
6. Figueira J., Greco S., Ehrgott M., (red.) (2005): Multiple Criteria Decision Analysis. State of the art Surveys. Springer Science.

7. Findeisen W., (red.) (1985): Analiza systemowa – podstawy i metodologia. PWN, Warszawa.
8. Fraser N. M., Hipel K. W. (1984): Conflicts analysis: models and resolutions, New York: North-Holland.
9. Giarlotta A. (1998): Passive and active compensability multicriteria analysis (PACMAN). Journal of Multi-Criteria Decision Analysis, 7(4): p. 204-216.
10. Harsanyi J.C., Selten R. (1992): A general Theory of Equilibrium Selection in Games, Cambridge-London: MIT Press.
11. Howard N. (1971): Paradoxes of Rationality: Games, Metagames, and Political Behavior, Cambridge: MIT Press.
12. Jacquet-Lagrčze E., Siskos Y. (1982): Assessing a set of additive utility functions for multicriteria decision making: The UTA method. European Journal of Operational Research, 10(2), p. 151-164.
13. Jakowska-Suwalska K., Sojda A., Wolny M. (2011): Wspomaganie planowania wielkości zamówień w kopalni węgla kamiennego za pomocą modelu wielokryterialnego przy ograniczeniach kosztowych, materiały konferencji Górnictwo Zrównoważonego Rozwoju 2011.
14. Keeney R.L., Raiffa H. (1976): Decision with Multiple Objectives - Preferences and value Tradeoffs. Wiley, New York.
15. Kilgour D.M., Hipel K.W., Fraser N.M. (1984): Solution concept in non-cooperative games, Large Scale Systems 6, p. 49-71.
16. Kofler E. (1967): O zagadnieniu optymalizacji wielocelowej, Przegląd statystyczny 1/1967.
17. Madani K., Lund J.R. (2011): A Monte-Carlo game theoretic approach for Multi-Criteria Decision Making under uncertainty, Advances in Water Resources 34, p. 607-616.
18. Matarazzo B.(1988): Preference global frequencies in multicriterion analysis (PRAGMA). European Journal of Operational Research, 36(1), p. 36-49.
19. Miller D.W., Starr M.K. (1971): Praktyka i teoria decyzji, PWN.
20. Nash J.F. (1951): „Non-cooperative games," Annals of Mathematics, Vol. 54, No. 2, p. 286-295.
21. Ogryczak W. (1997): Wielokryterialna optymalizacja liniowa i dyskretna. Wydawnictwa Uniwersytetu Warszawskiego.
22. Roubens M. (1982): Preference relations on actions and criteria in multicriteria decision making. European Journal of Operational Research, 10, p. 51-55.
23. Roy B. (1985): Méthodologie Multicritére d'aide a la Décision. Economica, Paris (Wielokryterialne wspomaganie decyzji, WNT, Warszawa 1990).
24. Saaty T.L. (1980): The Analytic Hierarchy Process. McGraw-Hill, NewYork.
25. Vincke Ph. (1992): Multicriteria Decision-Aid. John Wiley & Sons, New York.

26. von Neumann J., Morgenstern O. (1947): Theory of Games and Economic Behavior. Princeton University Press.
27. Wolny M. (2007): Wspomaganie decyzji kierowniczych w przedsiębiorstwie przemysłowym. Wieloatrybutowe wspomaganie organizacji przestrzennej komórek produkcyjnych z zastosowaniem teorii gier. Wyd. Pol. Śl., Gliwice.
28. Wolny M. (2000): Wielokryterialny dyskretny problem decyzyjny jako gra celów, ZN Pol. Śl., s. Organizacja i Zarządzanie nr 2, Gliwice.
29. Wolny M. (2008): Decision making problem with two incomparable criteria – game theory solution [in:] T. Trzaskalik (ed.), Multiple Criteria Decision Making '07, Wyd. AE Katowice.
30. Zagare F. C. (1984): Limited-move equilibria in 2 x 2 games, Theory and Decision 16, p. 1-19.

Abstract

The multicriterial model of demand for materials in coal mine is presented in the work. The model is built on basis of historical data of material consumption (per ton of coal production) and there are considered two criteria. There is presumed in the work that volume of *i*-th material consumption is a continuous random variable with known distribution. In proposed model it is also assumed that costs of materials order volume are limited. Considered problem with the two criteria is solved by using goal programming and as a result two non-dominated solutions are received. The game-theoretical approach to multicriteria decision problems is used to choose the final solution. This part of work deals with multicriteria discrete (finite) decision problem as a game between the criteria – the game is played in DM's mind. The game is analyzed using non-cooperative stability definitions and concept of risk dominance.