

**Jacek STELMACH, Czesław KUNCEWICZ**

e-mail: jacek.stelmach@p.lodz.pl

Katedra Aparatury Procesowej, Wydział Inżynierii Procesowej i Ochrony Środowiska, Politechnika Łódzka, Łódź

**Naprężenia turbulentne w pobliżu mieszadła Rushtona**

**Wstęp**

Przez wiele lat mieszadło *Rushtona* o średnicy około 1/3 średnicy zbiornika (fermentora) było uważane za optymalną konstrukcję do mieszania cieczy w fermentorach [Paul i in., 2004]. Tego typu mieszadło generuje intensywną burzliwość w pobliżu mieszadła i dlatego dobrze dysperguje gaz i rozdrabnia pęcherzyki. Badania przeprowadzone w Katedrze Aparatury Procesowej [Kuras, 2018] wykazały, że mieszadło *Rushtona* o średnicy  $D = 125$  mm pracujące w zbiorniku o średnicy  $T = 300$  mm z częstością obrotową  $N = 200 \text{ min}^{-1}$  nie powoduje dezintegracji komórek drożdży. Rozpoczęła się ona przy częstości obrotowej  $N = 260 \text{ min}^{-1}$ , gdy zaobserwowano zniekształcenia (zmiany kształtu) komórek oraz martwe komórki. Przy częstości obrotowej  $N = 380 \text{ min}^{-1}$  liczba komórek martwych zaczęła przewyższać liczbę żywych komórek.

**Naprężenia turbulentne**

Do otrzymania równań użytecznych dla przepływów burzliwych nieściśliwych wykorzystuje się równania *Naviera-Stokesa*, w których wszystkie człony poddaje się uśrednianiu po czasie. Należy jednak zauważyć, że uśrednianie jest oparte na założeniu, że dla dowolnego burzliwego strumienia istnieje taki zakres (czas) uśredniania  $t$ , że uśrednianie daje wartość nie ulegającą zmianie przy ponownym uśrednianiu. Przy tym założeniu siła  $F_i$  wynikająca z pulsacyjnych zmian ciśnienia  $p = P + p'$  i działająca na dowolny element płynu w kierunku  $i$  opisana jest zależnością [Gryboś, 1998]

$$\frac{\partial(\rho U_i)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho U_i U_j)}{\partial x_j} + \frac{\partial(\rho u'_i u'_j)}{\partial x_j} = \rho F_i - \frac{\partial P}{\partial x_i} + \mu \frac{\partial^2 U_i}{\partial x_j^2} \quad (1)$$

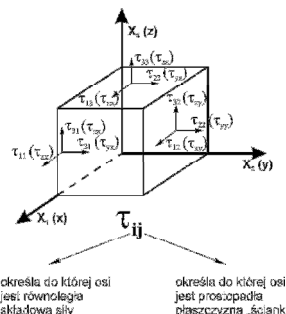
Wielkość  $\rho u'_i$  jest pobocznym strumieniem masy przez jednostkową powierzchnię prostopadłą do osi  $Ox_i$ , zaś  $u'_j$  jest poboczną składową pędu w kierunku  $Ox_j$ , na jednostkę masy. Równania *Reynoldsa* zawierają człony typu  $\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho u'_i u'_j)$  które wyrażają działa-

nie naprężeń charakterystycznych tylko dla przepływu burzliwego. Te naprężenia, wywodzące się od pulsacji prędkości, są nazywane burzliwymi (turbulentnymi, *Reynoldsa*).

$$\tau_{ij} = -\overline{\rho u'_i u'_j} = \begin{bmatrix} \tau_{xx} & \tau_{yx} & \tau_{zx} \\ \tau_{xy} & \tau_{yy} & \tau_{zy} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \tau_{zz} \end{bmatrix} = -\rho \begin{bmatrix} \overline{u'^2_x} & \overline{u'_x u'_y} & \overline{u'_x u'_z} \\ \overline{u'_x u'_y} & \overline{u'^2_y} & \overline{u'_y u'_z} \\ \overline{u'_x u'_z} & \overline{u'_y u'_z} & \overline{u'^2_z} \end{bmatrix} \quad (2)$$

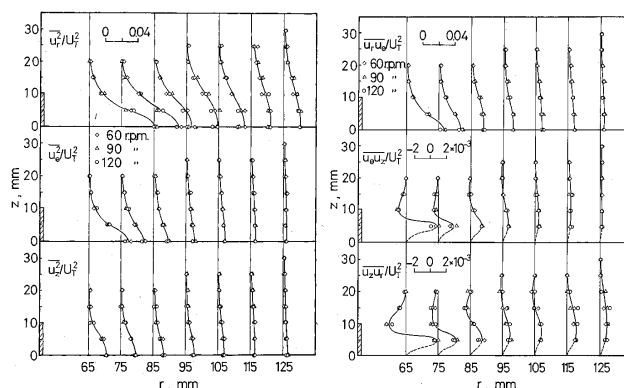
Jeżeli pierwszy znak w indeksie oznacza kierunek osi, do której jest prostopadła powierzchnia dla której obliczane są naprężenia, a drugi znak indeksu oznacza kierunek siły (Rys. 1), to  $\tau_{xx}$ ,  $\tau_{yy}$  i  $\tau_{zz}$  będą naprężeniami normalnymi (oznaczanymi w mechanice ciała stałego znakiem  $\sigma$ ), a pozostałe stycznymi (ścinającymi). Naprężenia *Reynoldsa* (turbulentne) będące funkcją turbulentnych fluktuacji przepływu nie zależą od lepkości płynu.

W literaturze przedmiotu nie ma zbyt wielu informacji o wartościach naprężeń *Reynoldsa* w mieszalniku. Jest to najprawdopodobniej spowodowane koniecznością jednoczesnego pomiaru przynajmniej dwu składowych prędkości, aby wyznaczyć naprężenia ścinające.



Rys. 1. Tensor naprężeń

Informacje o naprężeniach turbulentnych, określonych jako intensywność burzliwości, można znaleźć w m.in. pracy [Ito i in., 1975] dotyczącej mieszadła *Ruhtona* o średnicy  $D = 104$  mm. Uzyskane w tej pracy wyniki przedstawiono na rys. 2 (wartość  $z = 0$  mm odpowiada wysokości na jakiej znajdowała się tarcza mieszadła). Z analizy wykresów wynika, że bezwymiarowe naprężenia turbulentne nie zależą od częstości obrotowej mieszadła. Wniosek ten potwierdzają wyniki nowszej pracy [Galletti i in., 2004].



Rys. 2. Normalne i styczne naprężenia turbulentne [Ito i in., 1975]

Celem pracy było określenie naprężeń turbulentnych w płaszczyźnie osiowej, określonych na podstawie pomiarów prędkości metodą PIV, w pobliżu mieszadła *Rushtona*.

**Badania doświadczalne**

**Aparatura.** Pomiarów prędkości dokonano w szklanym płaskodennym zbiorniku o średnicy wewnętrznej  $T = 292$  mm, zaopatrzonym w cztery standardowe przegrody ( $B = 0,1 \cdot T$ ). Zbiornik był wypełniony wodą do wysokości  $H = 300$  mm ( $H \approx T$ ). W zbiorniku pracowało mieszadło *Rushtona* o średnicy  $D = 0,1$  m ( $T/D \approx 3$ ), umieszczone na wysokości  $h = 100$  mm ( $H/h = 3$ ). Częstość obrotowa mieszadła wynosiła  $N = 240 \text{ min}^{-1}$  ( $4 \text{ s}^{-1}$ ).

**Metodyka.** Do pomiarów prędkości użyto systemu PIV firmy *LaVision*. Składa się on z lasera dwimpulsowego Nd:YAG o maksymalnej mocy 135 mW i częstotliwości błysków do 15 Hz. Układ optyczny z soczewką cylindryczną pozwala na uzyskanie noża świetlnego o grubości około 1,5 mm. Podwójne obrazy są rejestrowane przez kamerę *ImagerPro 4M* o rozdzielczości 2048 px x 2048 px z obiektywem *Vario-Pancolar 2,7-3,5/35-70*.

W obliczeniach użyto dwuprzebiegowej obróbki danych z końcową wielkością obszaru określania prędkości wynoszącą 32 px x 32 px bez nakładkowania obszarów. Pomiaru wykonano w płaszczyźnie osiowej, tj. przechodzącej przez oś wału (zbiornika) tuż

przed przegrodą. Ponieważ z informacji literaturowych wynika, że największe naprężenia występują na wysokości mieszadła w niewielkiej odległości od końców łopatek w pomiarach skupiono się na tym obszarze.

## Wyniki i dyskusja

Obliczeń wartości naprężeń turbulentnych dokonano w programie *DaVis 7.2*. W celu porównania wyników z danymi literaturowymi zastosowano normalizację, tzn. wyniki podzielono przez kwadrat prędkości końca łopatki mieszadła.

Metoda PIV, w odróżnieniu od metod punktowych takich jak LDA, umożliwia uzyskanie informacji o wartościach naprężeń jednocześnie dla całego pola pomiarowego. Na rys. 3, 4 i 5 przedstawiono rozkłady bezwymiarowych naprężeń turbulentnych w pobliżu mieszadła *Rushtona* w postaci map konturowych (ze względu na wielkość pola określania prędkości mapa ma charakter rastrowy) i profili dla promieni (odległości od osi mieszalnika)  $r = 55, 60, 65, 70$  i  $75$  mm.

Dla opisanych wcześniej warunków pomiarowych wartość liczby *Reynoldsa* wynosi  $Re = 40000$ , co oznacza, że występuje rozwinięty przepływ burzliwy w mieszalniku [Stręk, 1982]. W tych warunkach wszystkie z przedstawionych naprężeń turbulentnych, zarówno normalne jak i styczne, osiągają największe wartości w pobliżu końców łopatek mieszadła. Wysokość obszaru występowania największych naprężeń jest mniejsza od wysokości łopatki i rozpoczyna się w pobliżu jej dolnej krawędzi. Maksymalne wartości bezwymiarowych naprężeń osiągają wartość  $\tau^* = 0,03$ . W omawianych warunkach dają to wartości około 47 Pa.

Powyżej i poniżej mieszadła obserwuje się znacznie mniejsze wartości naprężeń  $\tau^* = 0,005$ , przy czym wartość ta nie zmienia się w miarę oddalania się od mieszadła.

W kierunku promieniowym na wysokości mieszadła wartości naprężeń turbulentnych zmniejszają się, ale w analizowanym obszarze nie osiągają jeszcze wartości występujących nad i pod mieszadłem.

W przypadku naprężeń stycznych obserwuje się zmianę znaku [Coven, 2017]. Wynika to z faktu, że człony typu  $u'v'$  można również interpretować jako strumień pędu. Tak więc znak przy momencie pędu informuje czy strumień powoduje wzrost czy zmniejszenie pędu (odpowiednio znak dodatni lub ujemny). Podobne zmiany znaku wartości naprężeń stycznych przedstawione są na rys. 2. Można przyjąć, że uzyskano dobrą zgodność z danymi literaturowymi otrzymanymi inną metodą pomiarową i dla mniejszych częstotliwości obrotowych mieszadła.

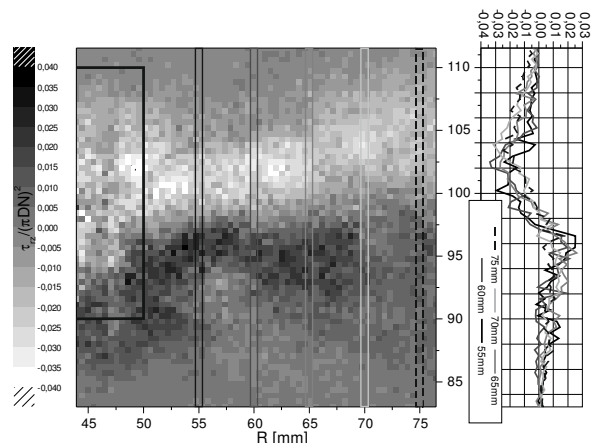
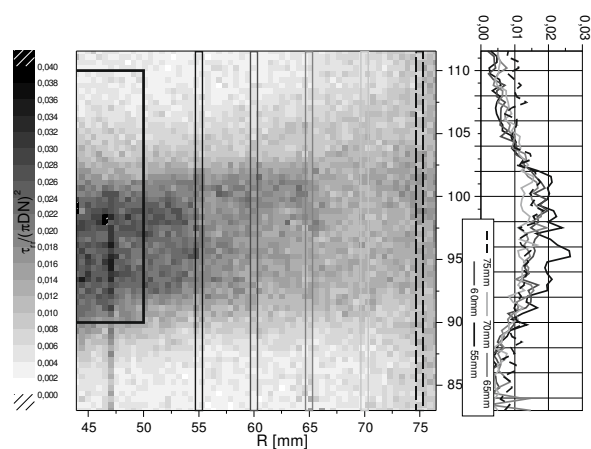
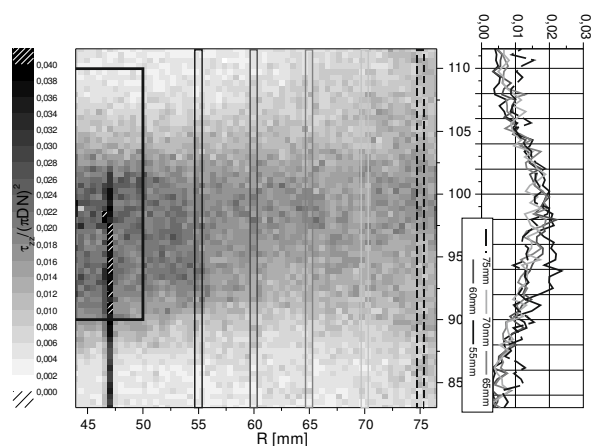
## Wnioski

Zgodnie z danymi literaturowymi największe naprężenia turbulentne występują na wysokości mieszadła *Rushtona* i w niewielkiej odległości od końców łopatek. Poza obszarem mieszadła wartości naprężeń są o rząd wielkości mniejsze.

Na podstawie wartości naprężeń turbulentnych można określić siłę działającą na komórkę mikroorganizmu. Porównanie wartości tej siły z siłą niezbędną do zniszczenia komórki powinno dać odpowiedź, czy dezintegracja mikroorganizmów podczas mieszania zachodzi na skutek działania naprężeń powstających w cieczy czy też jest powodowana mechanicznymi zderzeniami komórek z łopatkami mieszadła.

## LITERATURA

- Galletti C., Brunazzi E., Pintus S., Paglianti A., Yianneskis M., (2004). A study of Reynolds stresses, triple products and turbulence states in a radially stirred tank with 3-D laser anemometry. *Chem. Eng. Res. Design*, 82, 1214-1228. DOI: 10.1205/cerd.82.9.1214.44151
- Gryboś R., (1998). *Podstawy mechaniki płynów. Część 2: Turbulencja, Metody numeryczne, Zastosowania techniczne*. PWN, Warszawa
- Ito S., Ogawa K., Yoshida N., (1975). Turbulence in impeller stream in a stirred vessel. *J. Chem. Eng. Japan*, 8, 206-209. DOI: 10.1252/jcej.8.206

Rys. 3. Naprężenia  $\tau_{rz}$ Rys. 4. Naprężenia  $\tau_{rr}$ Rys. 5. Naprężenia  $\tau_{zz}$ 

Kuras M., (2018). *Badania wpływu naprężeń tnących na dezintegrację komórek mikroorganizmów*. Praca magisterska, Wydz. Inżynierii Procesowej i Ochrony Środowiska, Politechniki Łódzkiej, Łódź

Paul E.L., Atiemo-Obeng V.A., Kresta S.M., (2004). *Handbook of industrial mixing. Science and practice*. J. Wiley & Sons, New Jersey

Stręk F., (1982). *Mieszanie i mieszalniki*. WNT, Warszawa

Cowen E.A., (2017). *Canonical turbulent flows*. [in:] Experimental methods in fluid dynamics, Lecture notes (11.2018):[http://ceeserver.cee.cornell.edu/eac20/cee637/handouts/TURBFLOW\\_L8.pdf](http://ceeserver.cee.cornell.edu/eac20/cee637/handouts/TURBFLOW_L8.pdf)

**Praca powstała w ramach działalności statutowej 501/10-34-1-7217 realizowanej na Wydziale Inżynierii Procesowej i Ochrony Środowiska Politechniki Łódzkiej.**