

Wojciech SZMYT

## OPTYMALIZACJA TOPOLOGICZNA DŹWIGNI PEDAŁU HAMULCA

**Streszczenie:** Przedstawiono sposób przeprowadzenia optymalizacji topologicznej dźwigni pedału hamulca w programie solidThinking Inspire. Pokazano geometrię przed optymalizacją, nadane warunki brzegowe optymalizacji oraz obliczeń wytrzymałościowych, a także geometrię po optymalizacji. Porównano wyniki obliczeń wytrzymałościowych oraz masy badanych obiektów przed i po optymalizacji. Zoptymalizowana geometria spełnia przyjęte kryteria przy jednoczesnym zmniejszeniu masy o 34,1%.

**Słowa kluczowe:** MES, optymalizacja topologiczna, motoryzacja

### 1. WSTĘP

We wszelkich pojazdach masa ma krytyczne znaczenie, gdyż im jest większa, tym potrzebny jest większy wydatek energetyczny zarówno przy przyspieszaniu, jak i hamowaniu. Przekłada się to na zwiększone zużycie paliwa (lub innego źródła energii np. prądu elektrycznego) oraz części eksploatacyjnych (tarcz i klocków hamulcowych) układu hamulcowego. Zatem mając na uwadze koszty eksploatacji oraz ekologię uzasadnione jest dążenie do zmniejszenia masy. Można tego dokonać, przeprowadzając optymalizację poszczególnych części pojazdu. Przebadano dźwignię pedału hamulca.

Optymalizacja polega na znalezieniu ekstremum funkcji celu (1) [3] w danym zakresie, przy czym zakres ten może być wyrażony jako funkcja ograniczająca (2). Największą trudnością w optymalizacji jest samo znalezienie ekstremum, ponieważ funkcje celu mogą przyjmować bardzo skomplikowane formy. Optymalizacja w ujęciu wytrzymałości materiału polega na znalezieniu geometrii, która będzie miała możliwie najniższą masę przy jednoczesnym spełnieniu warunków wytrzymałościowych.

$$f(x) \rightarrow \underset{x \in D}{\text{ekstremum}} \quad (1)$$

$$c(x) \geq 0 \quad (2)$$

gdzie:

- $f(x)$  – funkcja celu,
- $x$  – wektor parametrów dla rozwiązywanego problemu,
- $D$  – rozpatrywana przestrzeń rozwiązań (ang. *design space*),
- $c(x)$  – funkcja ograniczająca.

W przypadku obliczeń wytrzymałościowych metodą elementów skończonych można rozróżnić dwa rodzaje optymalizacji: topologiczną i topograficzną.

Optymalizacja topologiczna pozwala na zmniejszenie masy przez wygenerowanie kształtu według zadanych parametrów. Do najważniejszych z nich należą: obszar poszukiwania rozwiązania (tzw. design space) oraz dobrana funkcja celu. W przypadku optymalizacji numerycznej za funkcję celu można wybrać maksymalizację sztywności. W takim przypadku za ograniczenie przyjmuje się, ile procent objętości początkowej design space'a może zostać wykorzystane do wygenerowania kształtu. Za funkcję celu można też wybrać minimalizację masy. Tutaj za ograniczanie stosuje się naprężenia dopuszczalne. Nie jest to zalecany sposób optymalizacji topologicznej, ponieważ przy braku materiału naprężenia są zerowe. Prowadzi to do osobliwości matematycznej, która skutkuje niewłaściwym rozwiązaniem przez całkowite usunięcie materiału z obszaru poszukiwania rozwiązania.

Optymalizacja topograficzna polega na modyfikacji istniejącej geometrii. W przypadku ram zbudowanych z prętów można zmieniać poszczególne wymiary kształtowników np. średnice zewnętrzne i wewnętrzne rur. W konstrukcjach spawanych z blach można zmieniać ich grubości. Jeżeli optymalizacji podlegają elementy odlewane, można zastosować narzędzia pozwalające na edycję geometrii siatki elementów skończonych przez rozciąganie, przesuwanie oraz zmianę wymiarów poszczególnych przekrojów. Działanie tego typu narzędzi polega na tworzeniu domen bazujących na siatce elementów skończonych. Poszczególne domeny mają elementy sterujące, które pozwalają na edycję elementów skończonych zawartych w poszczególnych domenach. Elementy sterujące można sparаметryzować, przez co przeprowadzenie optymalizacji geometrii jest możliwe.

Najważniejszą różnicą między opisanymi rodzajami optymalizacji jest to, że optymalizacja topologiczna generuje kształt, a optymalizacja topograficzna modyfikuje już istniejący. Skutkuje to różnymi zastosowaniami wymienionych sposobów optymalizacji. Optymalizację topologiczną stosuje się tam, gdzie istnieje dowolność kształtu. To znaczy, gdy projektowana geometria nie jest znacznie ograniczona innymi elementami konstrukcji oraz technologia wykonania dopuszcza odlewanie lub drukowanie 3D. Pozwala to na wykonanie złożonych kształtów wygenerowanych przez algorytm optymalizacyjny. Optymalizacja topologiczna przydaje się głównie w początkowej fazie projektowania oraz w przypadku projektowaniu elementów odlewanych czy drukowanych w 3D. Optymalizację topograficzną stosuje się, gdy geometria może zmienić się tylko w pewnym zakresie ze względu na ograniczenia dostępnej przestrzeni lub wymagany sposób wykonania np. zgrzewanie blach. Optymalizacja topograficzna jest szczególnie przydatna w optymalizowaniu konstrukcji, ram spawanych z kształtowników oraz blach.

Można także dokonać optymalizacji przez wygenerowanie kształtu poprzez optymalizację topologiczną. Następnie uzyskaną geometrię zoptymalizować

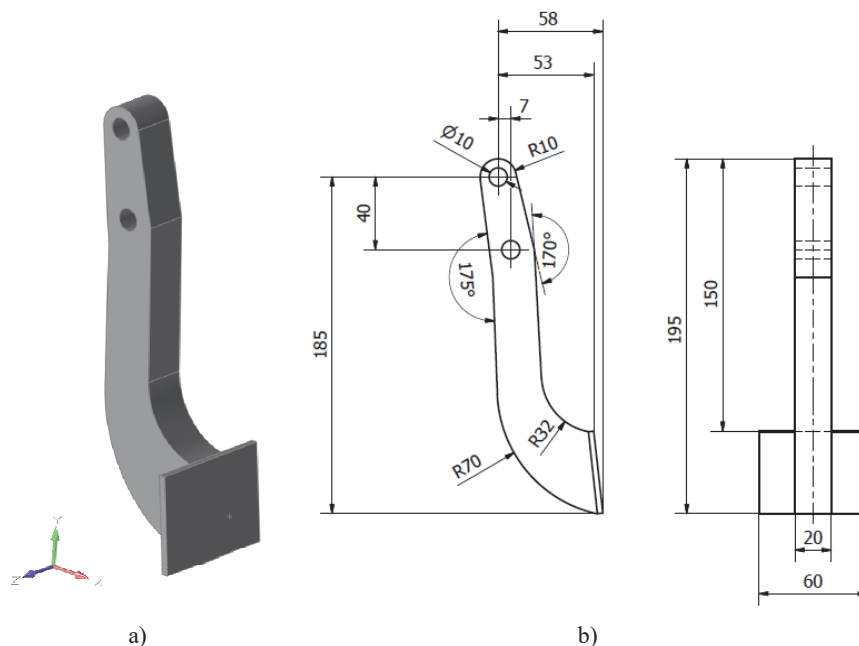
topograficznie. Można w ten sposób ocenić, w których miejscach materiał jest absolutnie niezbędny, a następnie w tych miejscach wprowadzić znormalizowane kształtowniki i sterować ich parametrami geometrycznymi, aby uzyskać optymalne rozwiązanie. Takie podejście wymaga dużego nakładu pracy, czasu i pieniędzy, dlatego jest stosowane głównie przy projektowaniu zupełnie nowej konstrukcji (np. pojazdu szynowego) lub gdy minimalizacja masy jest kluczowa jak w np. przemyśle lotniczym czy sportach motorowych.

Można również przeprowadzać optymalizację, rozpatrując częstotliwości drgań własnych jako funkcję celu, jednakże to zagadnienie nie zostało poruszone w tej publikacji.

Celem badań było przeprowadzenie optymalizacji masowej dźwigni pedału hamulca (rys. 1). Obliczenia wykonano za pomocą oprogramowania solidThinking Inspire w wersji 2017.2.1. Program ten umożliwia zarówno optymalizację topologiczną, jak i przeprowadzanie analiz wytrzymałościowych.

### 1.1. Obiekt badań

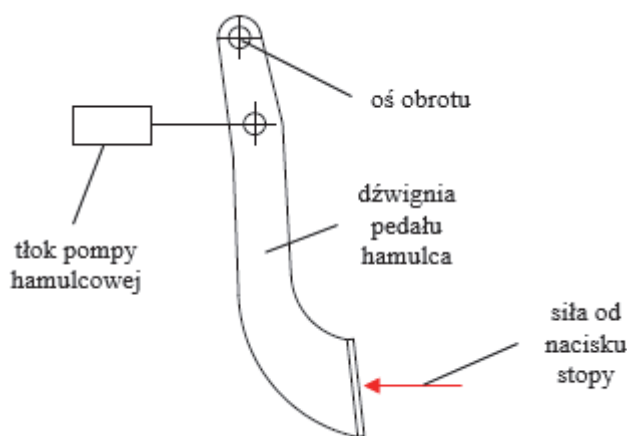
Pierwotna geometria (rys. 1) dźwigni (przed optymalizacją) została utworzona na podstawie ogólnych zasad konstruowania wykorzystywanych w budowie maszyn.



Rys. 1. Geometria dźwignienki przed optymalizacją: a) widok ogólny, b) wymiary  
 Fig. 1. Geometry of the lever before optimization: a) general view, b) dimensions

Natomiast parametry optymalizacji dobrano na podstawie artykułów [2] oraz [3]. W [3] dokonano analizy dla różnych warunków optymalizacji. Stwierdzono natomiast, że w wyniku zastosowania warunku extrusion otrzymuje się nietechnologiczną geometrię, to znaczy niemożliwą do wykonania, ze względu na zbyt skomplikowany kształt. Geometria badanej dźwigni nadaje się do zastosowania warunku extrusion, dlatego postanowiono przeanalizować optymalizację z jego wykorzystaniem. Warunek extrusion stosuje się, gdy istnieje możliwość wykonania rozpatrywanego elementu za pomocą wyciągnięcia jednego szkicu (np. poprzez wycinanie laserem czy wykrawanie).

Schemat działania przedstawiono na rys. 2. Dźwignia pod wpływem nacisku stopy kierowcy obraca się wokół osi, powodując ściskanie tłoka pompy hamulcowej, przez co ciśnienie płynu w układzie hamulcowym zwiększa się.



Rys. 2. Schemat działania dźwigni pedału hamulca  
Fig. 2. Operation of brake pedal lever

## 2. PARAMETRY OBLICZEŃ

### 2.1. Materiał

Przyjęto, że dźwignia jest wykonana ze stopu EN-AW 6061-T6 według PN-EN 755-2 [4]. Właściwości przedstawiono w tabeli 1.

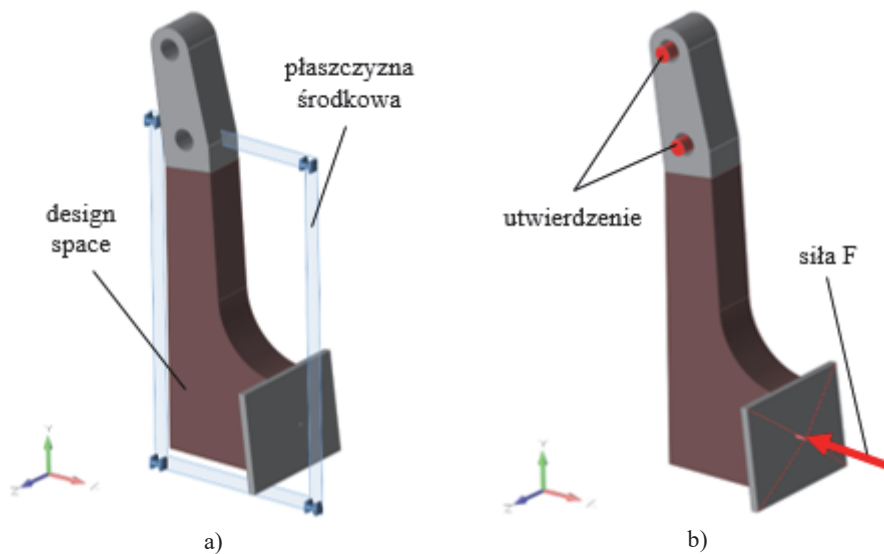
Tabela 1. Przyjęte właściwości stopu EN-AW 6061-T6  
Table 1. Assumed properties of EN-AW 6061-T6 alloy

Lp.	Opis	Symbol	Jednostka	Wartość
1	Gęstość	$\rho$	$kg / m^3$	2700
2	Moduł Younga	$E$	$MPa$	70000
3	Współczynnik Poissona	$\nu$	$[-]$	0,3
4	Granica plastyczności	$R_e$	$MPa$	240
5	Wytrzymałość na rozciąganie	$R_m$	$MPa$	260

## 2.2. Warunki brzegowe modelu

Rozpatrywaną przestrzeń możliwych rozwiązań (ang. *design space*) zaznaczono na rysunku 3. Dodatkowo wymuszono wygenerowanie rozwiązania, które umożliwi utworzenie części przez wyciągnięcie (warunek *extrusion*) poprzecznie do środkowej płaszczyzny pokazanej na rysunku 3. Model zamocowano, odbierając możliwość przemieszczeń w dwóch otworach. Siłę przyłożono do powierzchni pedału, którą naciska się nogą (rys. 3).

Za funkcję celu optymalizacji przyjęto maksymalizację sztywności przy pozostawieniu 20% początkowej masy *design space*'a.



Rys. 3. Warunki brzegowe: a) design space oraz płaszczyzna środkowa, b) miejsca utwierdzenia i przyłożenia siły

Fig. 3. Boundary conditions: a) design space and symmetry plane, b) displacement constraints and applied force

## 2.3. Obciążenia

Przyjęto siłę  $F = 2000\text{ N}$ . Przyłożono ją wzdłuż osi  $X$  jak pokazano na rysunku 3. Siła  $F$  odpowiada działaniu masy  $200\text{ kg}$  przy przyspieszeniu ziemskim  $a = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ . Przyjęto, że człowiek nie jest w stanie przyłożyć większej siły za pomocą jednej nogi.

## 2.4. Kryteria wytrzymałościowe

Przyjęto współczynnik bezpieczeństwa  $s = 1,2$ . Wyliczając zależność (3) otrzymano, że maksymalne naprężenia zredukowane  $\sigma_{\text{max}}$  nie powinny prze-

kraczać  $200\text{MPa}$  co wynika z właściwości materiałowych przedstawionych w tabeli 1.

$$\sigma_{dop} \leq \frac{\sigma_{max}}{S} \quad (3)$$

gdzie:

$\sigma_{dop}$  – naprężenia dopuszczalne von Mises [MPa],

$\sigma_{max}$  – maksymalne naprężenia zredukowane von Mises [MPa],

$S$  – współczynnika bezpieczeństwa.

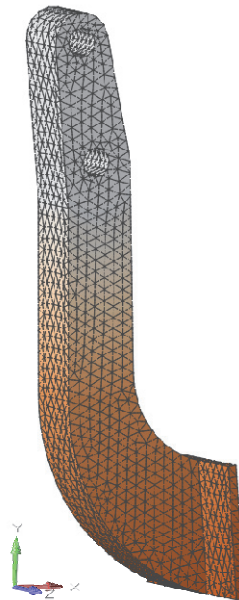
### 3. WYNIKI

Przeprowadzono analizę wytrzymałościową geometrii dźwigni pedału hamulca przed optymalizacją (p. 3.1) w celu porównania wyników z obliczeniami zoptymalizowanej geometrii.

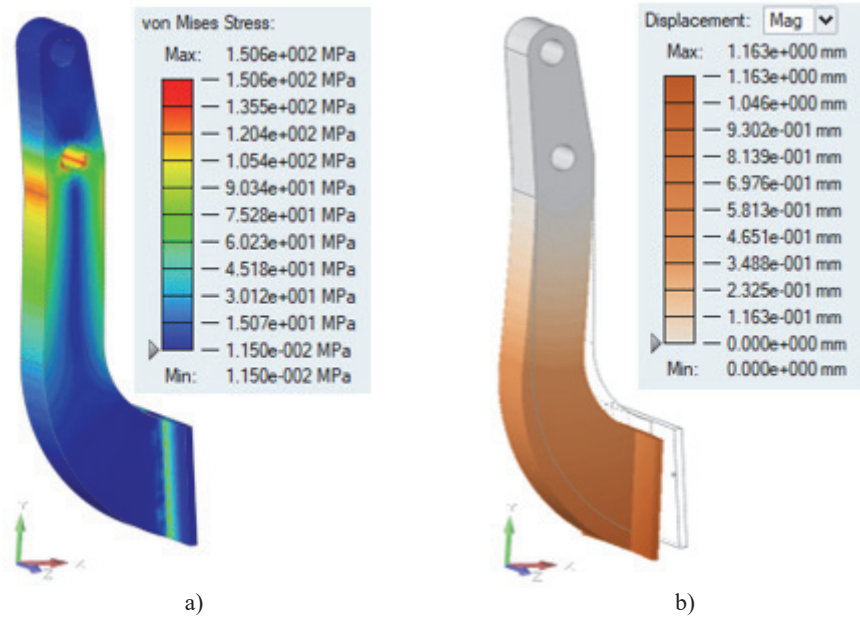
Kolejno przeprowadzono optymalizację dźwigni pedału hamulca (p. 3.2), a następnie przeprowadzono analizę wytrzymałościową uzyskanej geometrii (p. 3.3).

#### 3.1. Analiza wytrzymałościowa geometrii przed optymalizacją

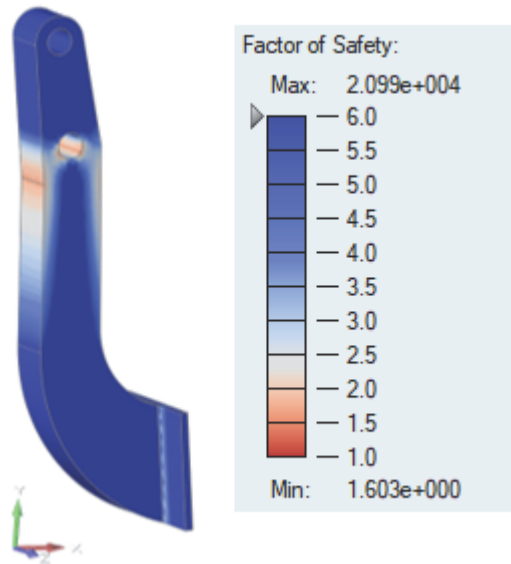
Sprawdzono jakie naprężenia oraz przemieszczenia (rys. 5) występują przy zadanym obciążeniu dla pierwotnej geometrii. Pokazano również mapę współczynnika bezpieczeństwa (rys. 6). Średnia wielkość elementów skończonych wynosiła 3 mm (rys. 4).



Rys. 4. Siatka elementów skończonych – geometria przed optymalizacją  
Fig. 4. Mesh of finite elements – geometry before optimization



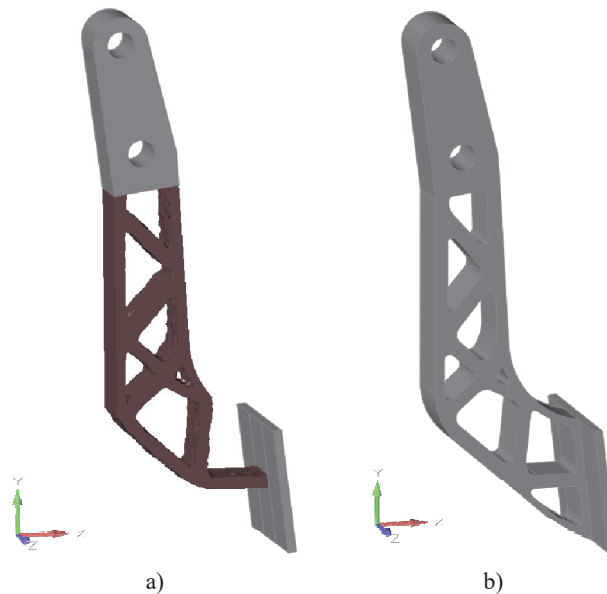
Rys. 5. Geometria przed optymalizacją: a) naprężenia von Mises, b) przemieszczenia  
Fig. 5. Geometry before optimization: a) von Mises stress, b) displacement



Rys. 6. Współczynnik bezpieczeństwa – geometria przed optymalizacją  
Fig. 6. Safety factor – geometry before optimization

### 3.2. Optymalizacja topologiczna

Uzyskaną geometrię (rys. 7) wyeksportowano do oprogramowania CAD oraz zmodyfikowano pierwotny kształt dźwigni tak, aby odpowiadała temu uzyskanemu w wyniku optymalizacji. Dodatkowo wprowadzono usztywnienia w obszarze łączenia pedału z dźwignią, ponieważ w wygenerowanej geometrii, obszar ten byłby podatny na naprężenia zginające mogące wystąpić np. podczas naciskania na górną lub dolną krawędź pedału. W związku z tym, dodano wzmocnienia łączące krawędzie pedału z dźwignią. Ma to na celu zwiększenie wytrzymałości tego obszaru poprzez zwiększenie momentu bezwładności. Ostateczną geometrię pokazano na rysunku 7b.

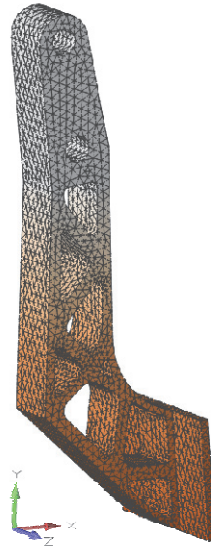


Rys. 7. Kształt uzyskany w wyniku optymalizacji a) model MES, b) model CAD  
Fig. 7. Shape acquired through optimization a) FEM model, b) CAD model

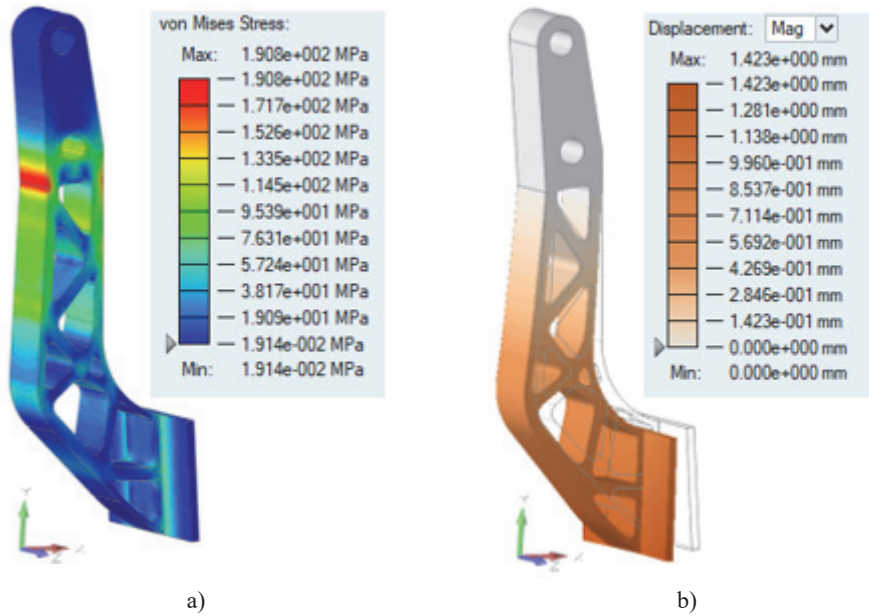
### 3.3. Analiza wytrzymałościowa geometrii po optymalizacji

Po dokonaniu optymalizacji przeprowadzono analizę wytrzymałościową zoptymalizowanej geometrii. Zamocowanie oraz siły przyjęto jak w podrozdziale 2.5. Wyniki obliczeń przedstawiono jako mapę naprężeń zredukowanych (rys. 9), przemieszczeń zredukowanych (rys. 9) oraz współczynnika bezpieczeństwa (rys. 10). Średnia wielkość elementów skończonych wynosiła 3 mm (rys. 8).

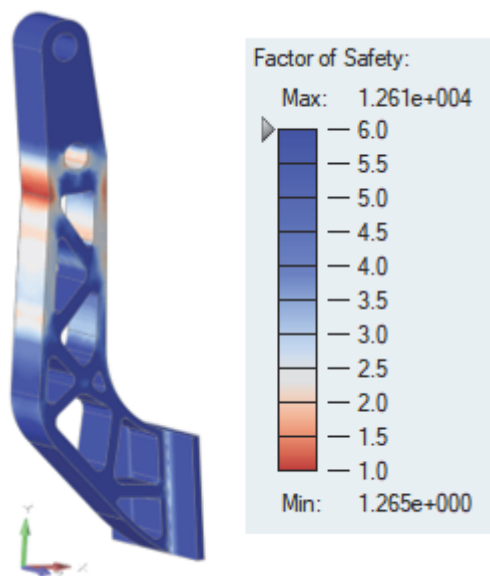




Rys. 8. Siatka elementów skończonych – geometria po optymalizacji  
Fig. 8. Mesh of finite elements – geometry after optimization



Rys. 9. Geometria po optymalizacji: a) naprężenia von Mises, b) przemieszczenia  
Fig. 9. Geometry after optimization: a) von Mises stress, b) displacement



Rys. 10. Współczynnik bezpieczeństwa – geometria po optymalizacji  
 Fig. 10. Safety factor – geometry after optimization

#### 4. WNIOSKI

Przeprowadzona optymalizacja masowa pozwoliła na obniżenie masy dźwigni pedału hamulca z 0,290 kg na 0,191 kg (czyli o 34,1% jak pokazano w tab. 2). Różnica 0,099 kg wydaje się niewielka, jednakże w sportach motorowych, gdzie liczą się nawet tysięczne sekundy czy w intensywnej walce koncernów motoryzacyjnych o minimalizację zużycia paliwa ze względów ekologicznych i ekonomicznych, wartość ta staje się znacząca. Szczególnie jeśli uwzględnimy, że do optymalizacji masowej kwalifikuje się więcej elementów, łącznie z odlewami korpusów (np. przekładni) czy struktury nośnej pojazdu, które to mają istotny udział procentowy w masie pojazdu. Dodatkowo w pojazdach znajdują się wiele różnych wsporników, które dzięki współczesnej technologii druku 3D mogą przyjmować złożoną geometrię, co czyni z nich idealnych kandydatów do optymalizacji topologicznej. Przeprowadzając optymalizację wszystkich tych elementów zdecydowanie obniży się masę pojazdu, przy zachowaniu odpowiedniej wytrzymałości.

Pomimo wzrostu maksymalnych naprężeń z 150,6 MPa na 190,8 MPa (o 26,7%) przyjęte kryteria wytrzymałościowe zostały zachowane. Jak widać na (rys. 8) można by przeprowadzić kolejną pętlę optymalizacyjną, ale redukcja masy byłaby niewielka z racji małej objętości materiału o niskim wyężeniu.

Przemieszczenia zredukowane wzrosły z 1,16 mm na 1,42 mm (22,4%). Różnica przemieszczeń na poziomie 0,26 mm jest na tyle niewielka w stosunku do skoku pedału hamulca (przeważnie jest to kilkanaście mm), że użytkownik pojazdu nie odczuje różnicy podczas korzystania z hamulców.

Tabela 2. Zestawienie wyników obliczeń  
Table 2. Results comparison

Nazwa	Wartość przed optymalizacją	Wartość po optymalizacji	Różnica	Procentowa różnica
Maksymalne naprężenia	150,6 MPa	190,8 MPa	40,2 MPa	26,7%
Maksymalne przemieszczenia	1,16 mm	1,42 mm	0,26 mm	22,4%
Masa	0,290 kg	0,191 kg	0,099 kg	-34,1%

## 5. PODSUMOWANIE

Należy zwrócić uwagę, że w wykorzystanym oprogramowaniu solidThinking Inspire brakuje możliwości sprawdzenia parametrów opisujących jakość siatki elementów skończonych. Jakość siatki można ocenić jedynie wzrokowo, co nie jest wystarczające do zapewnienia dokładnych wyników.

W wyniku przeprowadzonej optymalizacji uzyskano pozytywny rezultat, to znaczy udało się zredukować masę o 34,1% przy jednoczesnym zachowaniu warunków wytrzymałościowych. Natomiast należy zwrócić uwagę na to, że symulacje numeryczne, obarczone są niepewnością wyników. Z tego powodu wyniki obliczeń należy potwierdzić, przeprowadzając walidację modelu, czyli porównanie wyników obliczeń z wynikami eksperymentu, a także przeprowadzając weryfikację założeń optymalizacyjnych, szczególnie w zakresie przyjętego współczynnika bezpieczeństwa z racji odpowiedzialności badanego obiektu za bezpieczeństwo uczestników ruchu drogowego. Autor w przyszłych pracach badawczych planuje dokładniej przebadać rozpatrywaną dźwignię pedału hamulca i dokonać walidacji modelu.

## 6. LITERATURA

- [1] BENDSOE M.P., SIGMUND O.: Topology Optimization: Theory, Methods and Applications. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2003.
- [2] MA Z.-D., WANG H., KIKUCHI N., PIERRE C., RAJU B.: Experimental validation and prototyping of optimum designs obtained from topology optimization. Structural and Multidisciplinary Optimization, 2006.
- [3] MANTOVANI S., PRESTI I.L., CAVAZZONI L., BALDINI A.: Influence of manufacturing constraints on the topology optimization of an automotive dashboard. 27th International Conference on Flexible Automation and Intelligent Manufacturing, FAIM2017, 2017, Modena, Italy.
- [4] PN-EN 755-2:2014-02 Aluminium i stopy aluminium – Pręty, rury i kształtowniki wyciskane – Część 2: Własności mechaniczne
- [5] SKIBICKI D., NOWICKI K.: Metody numeryczne w budowie maszyn. Wydawnictwa Uczelniane Akademii Techniczno-Rolniczej, 2006.
- [6] VIQARUDDIN M., RAMANA REDDY D.: Structural optimization of control arm for weight reduction and improved performance. ICAAMM, 2016.
- [7] WALTON D., MOZTARZADEH H.: Design and development of an additive manufactured component by topology optimisation. 27th CIRP Design, 2017.

## **TOPOLOGY OPTIMIZATION OF THE BREAK PEDAL LEVER**

**Summary:** The paper showcased topology optimization of the brake pedal lever performed in solidThinking Inspire software. Geometries before and after optimization were shown, as well as boundary conditions for optimization and strength assessment. The stresses and masses of geometries before and after optimization were compared. Optimized geometry met assumed strength criteria along with reduced mass by 34,1%.

**Key words:** FEM, topology optimization, automotive