

**Robert Rossa**  
BOBRME KOMEL, Katowice

## **PORÓWNANIE WYNIKÓW OBLICZEŃ ELEKTROMAGNETYCZNYCH SILNIKÓW SYNCHRONICZNYCH Z MAGNESAMI TRWAŁYMI UZYSKANYCH Z RÓŻNYCH METOD OBLICZENIOWYCH**

### **COMPARISON OF THE RESULTS OF ELECTROMAGNETIC CALCULATIONS OF PERMANENT MAGNET SYNCHRONOUS MOTORS OBTAINED BY DIFFERENT CALCULATION METHODS**

**Streszczenie:** W niniejszym artykule porównano wyniki obliczeń elektromagnetycznych przeprowadzonych dla pracy synchronicznej wybranej konstrukcji trójfazowego silnika synchronicznego z magnesami trwałymi, otrzymane poprzez zastosowanie trzech różnych metod obliczeniowych. Wszystkie te metody wykorzystują nieliniową, dwuwymiarową analizę metodą elementów skończonych rozkładu pola elektromagnetycznego w maszynie. Każda z trzech zastosowanych do obliczeń elektromagnetycznych metod została w skrócie opisana. Pomimo, iż zaprezentowane metody obliczeniowe istotnie się różnią, to okazuje się, że uzyskiwane z nich rezultaty obliczeń elektromagnetycznych silników synchronicznych z magnesami trwałymi są bardzo zbliżone.

**Abstract:** In the paper the results of electromagnetic calculations of chosen permanent magnet synchronous motor operating in synchronous state are compared. Presented results were obtained by three different calculation methods. All of these methods involve nonlinear two-dimensional finite element analysis of electromagnetic field distribution inside the machine. Each of these methods is shortly described in the paper. Although presented calculations methods are significantly different the results of electromagnetic calculations of permanent magnet synchronous machines carried out using these methods are very close.

**Słowa kluczowe:** silniki synchroniczne z magnesami trwałymi, algorytmy i metody obliczeniowe, metoda elementów skończonych

**Keywords:** permanent magnet synchronous motors, calculation algorithms and methods, finite element method

#### **1. Wstęp**

Początkowo do obliczeń elektromagnetycznych silników synchronicznych z magnesami trwałymi (ang. Permanent Magnet Synchronous Motor, PMSM) stosowano metody obwodowe bazujące na zastosowaniu schematów zastępczych silnika z parametrami skupionymi. Na wczesnym etapie rozwoju metod obwodowych zakładano, że nie występuje nasycenie obwodu magnetycznego maszyny PMSM i dlatego początkowo metody te wykorzystywane były w zasadzie głównie do obliczeń elektromagnetycznych dla maszyn PMSM o konstrukcji z magnesami mocowanymi na powierzchni wirnika (ang. Surface Mounted PMSM, SMPMSM). Następnie opracowano modele obwodowe maszyn PMSM, w których możliwe było przybliżone uwzględnienie wpływu nieliniowości charakterystyki magnesowania B-H rdzenia magnetycznego. Te metody obwodowe można już było zastosować do obliczeń elektromagnetycznych maszyn PMSM z magnesami

mocowanymi wewnątrz rdzenia wirnika (ang. Interior PMSM, IPMSM), jednakże ich dokładność była stosunkowo mała z uwagi na występowanie w obwodach magnetycznych takich maszyn PMSM obszarów o wysokim stopniu nasycenia magnetycznego, które dodatkowo w wielu wypadkach ulega znacznej zmianie przy zmianach punktu pracy maszyny i ma istotny wpływ na charakterystyki elektromechaniczne silnika. Przede wszystkim jednak, opracowane algorytmy obliczeniowe bazujące wyłącznie na metodach obwodowych dotyczyły wybranych, najczęściej spotykanych rozwiązań konstrukcyjnych wirników maszyn PMSM. Jakikolwiek odstępstwo konstrukcji wirnika w zakresie wykroju blach i rozmieszczenia magnesów trwałych od rozwiązania typowego skutkowało koniecznością co najmniej częściowej zmiany algorytmu obliczeniowego. Dlatego przy projektowaniu maszyn PMSM metody czysto obwodowe zostały stosunkowo szybko

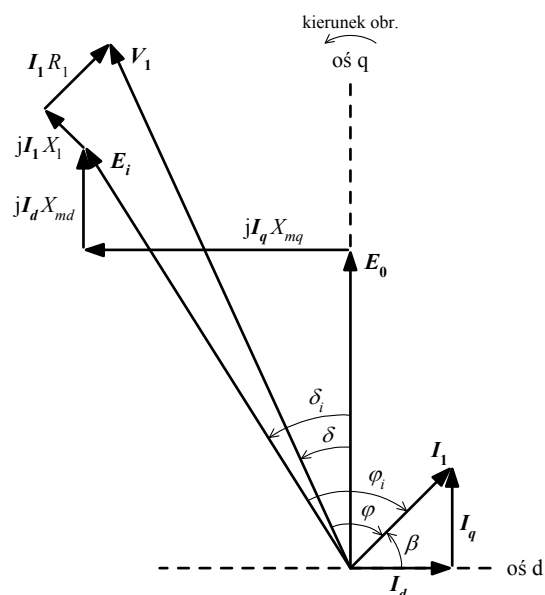
wyparte przez metody obliczeniowe wykorzystujące do analizy rozkładu pola elektromagnetycznego w maszynie metodę elementów skończonych (MES).

W niniejszym artykule porównano wyniki obliczeń elektromagnetycznych dla pracy synchronicznej wybranej konstrukcji trójfazowego silnika IPMSM, otrzymane z trzech różnych metod obliczeniowych, przy czym wszystkie te metody wykorzystują obliczenia polowe do analizy rozkładu pola elektromagnetycznego w maszynie. Metody te jednak znacząco różnią się od siebie. Pierwsza z metod bazuje na zastosowaniu magnetostaticznej, dwuwymiarowej analizy MES rozkładu pola magnetycznego w maszynie z nieruchomą siatką elementów skończonych. Druga metoda bazuje ponownie na zastosowaniu magnetostaticznej, dwuwymiarowej analizy MES, jednak w metodzie tej dla każdego z analizowanych punktów pracy silnika obliczane są przebiegi czasowe wybranych wielkości magnetycznych i elektrycznych oraz momentu elektromagnetycznego w szczelinie powietrznej odpowiadające jednemu pełnemu okresowi elektrycznemu. W tym celu w modelu MES silnika dla każdego analizowanego punktu pracy wirnik jest obracany odpowiednią ilość razy ze stałym przyrostem kąta obrotu i jednocześnie tyle samo razy modyfikowana jest siatka elementów skończonych. Trzecia zastosowana metoda obliczeniowa to typowa złożona analiza MES dla stanów przejściowych (transient solver) oferowana przez liczne programy komercyjne, zastosowana tym razem do obliczenia parametrów silnika IPMSM przy pracy synchronicznej ustalonej. Wszystkie trzy omawiane metody obliczeniowe zakładają, że silnik jest zasilany sinusoidalnymi falami prądu.

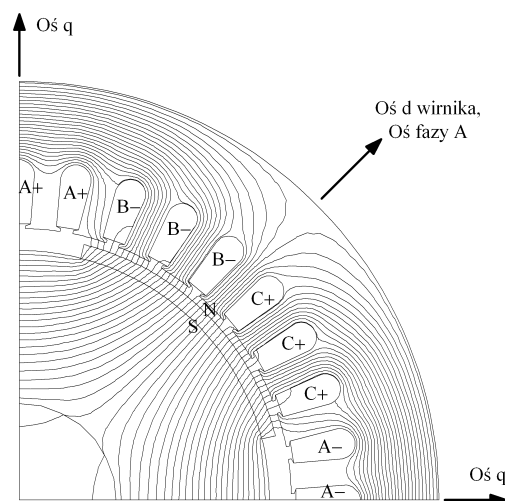
## 2. Metoda 1 – polowo obwodowa obciążeniowa z nieruchomą siatką elementów

Metodę tą opisano szczegółowo w [1 ÷ 3]. W metodzie polowo – obwodowej obciążeniowej, charakterystyki elektromechaniczne silnika PMSM dla pracy synchronicznej obliczane są w oparciu o klasyczne równania silnika synchronicznego, wynikające z jego schematu zastępczego i wykresu wskazowego dla układu współrzędnych  $dq0$  (rys. 1). Parametry skupione wykresu wskazowego mające zasadniczy wpływ na pracę silnika synchronicznego: reaktancja magnesująca w osi podłużnej  $X_{md}$  i poprzecznej  $X_{mq}$  oraz napięcie  $E_0$  indukowane

w uzwojeniu twornika przez wirujące magnesy trwałe, obliczane są dla poszczególnych punktów pracy silnika z wykorzystaniem stałoprądowej, dwuwymiarowej analizy MES rozkładu pola magnetycznego na przekroju poprzecznym maszyny. Przy obliczaniu w/w parametrów skupionych uwzględniana jest ich zależność od aktualnego obciążenia silnika, tzn. od aktualnych dla analizowanego punktu pracy poziomów nasycenia w obwodzie magnetycznym silnika.



Rys. 1. Wykres wskazowy silnika PMSM

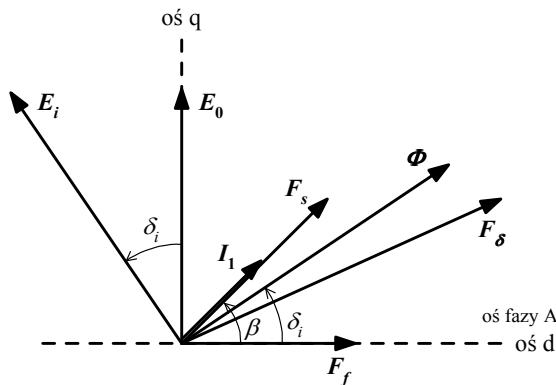


Rys. 2. Model silnika PMSM w dziedzinie MES (metoda 1). Ze względu na symetrię obwodu elektromagnetycznego model obejmuje jedną podziałkę biegunową

Metoda polowo – obwodowa obciążeniowa bazuje na możliwości obliczenia, z wykorzystaniem modelu silnika w dziedzinie MES, modułu wskazu napięcia szczelinowego  $E_i$  oraz

kąta fazowego  $\delta_i + \pi/2$  tegoż wskazu, odpowiadających aktualnemu przy danym obciążeniu rozkładowi pola magnetycznego w silniku, zakładając że znany jest moduł  $I_1$  oraz kąt fazowy  $\beta$  wskazu prądu stojana (rys. 1).

Po obliczeniu w MES rozkładu pola magnetycznego na przekroju poprzecznym silnika dla zadanego modułu prądu  $I_1$  i kąta  $\beta$ , obliczany jest następnie rozkład przestrzenny wzdłuż szczeliny powietrznej wektorowego potencjału magnetycznego  $A_z(x)$ , gdzie  $x$  oznacza pozycję wzdłuż obwodu szczeliny powietrznej. Rozkład ten odpowiada wypadkowemu dla danego punktu pracy silnika strumieniowi w szczelinie powietrznej  $\Phi$ , wynikającemu ze współdziałania przepływów wzbudzenia  $F_f$  i stojana  $F_s$  (rys. 3).



Rys. 3. Wykres przepływów i strumienia magnetycznego z zaznaczeniem kątów  $\beta$  i  $\delta_i$

Obliczony rozkład przestrzenny potencjału magnetycznego  $A_z(x)$  odpowiadający jednej podziałce biegunowej silnika poddawany jest analizie harmonicznej, w celu obliczenia współczynników szeregu Fouriera  $a_1$  i  $b_1$  dla jego podstawowej harmonicznej. Współczynniki  $a_1$  i  $b_1$  reprezentują odpowiednio połowę strumienia magnetycznego w osi podłużnej silnika  $\Phi_d$  oraz połowę strumienia w osi poprzecznej  $\Phi_q$  [1, 2].

Znając współczynniki  $a_1$  i  $b_1$  obliczany jest wypadkowy strumień magnetyczny  $\Phi$  w szczelinie powietrznej silnika, odpowiadający zadanemu modułowi prądu  $I_1$  oraz zadanemu kątowi fazowemu wskazu prądu  $\beta$ :

$$\Phi = 2 \cdot L_{Fe} \cdot \sqrt{a_1^2 + b_1^2} \quad (1)$$

gdzie  $L_{Fe}$  to długość czynna pakietu żelaza. Następnie obliczane jest napięcie szczelinowe  $E_i$  oraz kąt fazowy  $\delta_i$  wektora strumienia

wypadkowego  $\Phi$  w szczelinie powietrznej:

$$E_i = 4.44 \cdot f_1 \cdot \Phi \cdot z_1 \cdot k_{u1} \cdot k_s \quad (2)$$

$$\delta_i = \arctg(b_1/a_1) \quad (3)$$

We wzorze (3)  $f_1$  oznacza częstotliwość prądu stojana,  $z_1$  liczbę zwojów szeregowych w fazie uzwojenia,  $k_{u1}$  i  $k_s$  odpowiednio współczynnik uzwojenia i skosu.

W przedstawionej metodzie kąt fazowy  $\beta$  wskazu prądu fazowego jest wielkością zadaną. Jeśli analizowany silnik jest zasilany ze źródła prądowego, to znany jest również moduł wskazu prądu  $I_1$ .

Po obliczeniu parametrów  $E_i$ ,  $\delta_i$  odpowiadających zadanemu prądowi  $I_1$  obliczane są dalej:

- kąt mocy  $\delta$  w oparciu o zależność:

$$V_1 \cdot \sin \delta = E_i \cdot \sin \delta_i + I_1 \cdot \sin \beta \cdot X_1 - I_1 \cdot \cos \beta \cdot R_1 \quad (4)$$

- współczynnik mocy  $\cos \varphi$ :

$$\cos \varphi = \sin \beta \cdot \cos \delta - \cos \beta \cdot \sin \delta \quad (5)$$

- moc elektryczna  $P_{ei}$  w szczelinie powietrznej silnika:

$$P_{ei} = 3 \cdot E_i \cdot (I_1 \cdot \sin \beta \cdot \cos \delta_i - I_1 \cdot \cos \beta \cdot \sin \delta_i) \quad (6)$$

- moc elektryczna wejściowa  $P_1$ :

$$P_1 = 3 \cdot V_1 \cdot (I_1 \cdot \sin \beta \cdot \cos \delta - I_1 \cdot \cos \beta \cdot \sin \delta) \quad (7)$$

- moc mechaniczna na wale  $P_m$ :

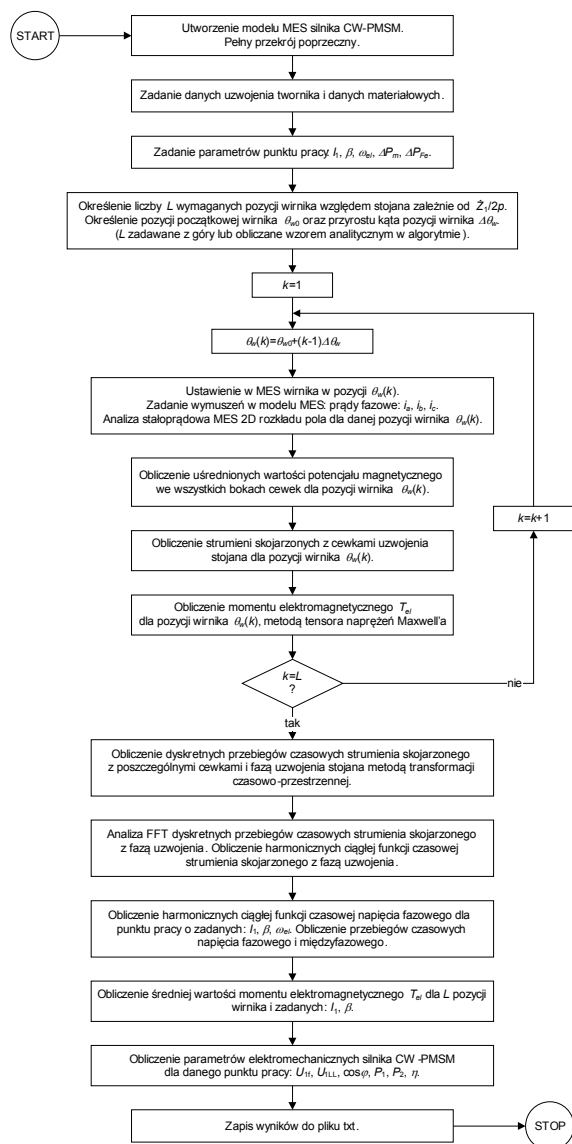
$$P_m = P_{ei} - \Delta P_m \quad (8)$$

- sprawność  $\eta$ :

$$\eta = P_m / P_1 \quad (9)$$

### 3. Metoda 2 – z modyfikowaną siatką elementów i obracany wirnikiem w zakresie jednego okresu elektrycznego

Metoda ta została opracowana w BOBRME KOMEL w ramach projektu badawczego NN510 512440. Docelowo ma ona służyć do obliczeń elektromagnetycznych silników PMSM z cewkami skupionymi, można ją jednak także wykorzystać do obliczeń silników z klasycznymi cewkami rozłożonymi quasi-sinusoidalnie. Na rys. 4 zamieszczono schemat algorytmu nowo opracowanej metody obliczeniowej. Algorytm obliczeniowy jest realizowany nadrzędnie z poziomu oprogramowania Octave (odpowiednik Matlab), a wymagane obliczenia polowe są realizowane w oddzielnym programie.



Rys. 4. Schemat algorytmu obliczeniowego z modyfikowaną siatką elementów skończonych i obracającym wirnikiem w zakresie jednego okresu elektrycznego

W algorytmie obliczeniowym realizowany jest kątowy obrót wirnika względem stojana z zadanym, stałym krokiem przyrostu pozycji kątowej wirnika, przy czym krok pozycji kątowej jest ustalany tuż przed uruchomieniem obliczeń jako jedna ze zmiennych wejściowych. W trakcie obliczeń pozycja kątowa wirnika jest krokowo zwiększana, aż do uzyskania obrotu wirnika względem stojana o kąt  $360^\circ$  el.

Dla każdej z pozycji wirnika, w modelu do analizy MES rozkładu pola elektromagnetycznego w silniku PMSM modyfikowane są odpowiednio wymuszenia prądowe w poszczególnych cewkach uzwojenia stojana tak, by każdorazowo model MES odpowiadał ściśle kolej-

nym chwilom czasowym synchronicznej (ustalonej) pracy silnika pracującego przy stałym obciążeniu (tzn., posługując się wykresem wskazowym silnika PMSM w układzie  $dq0$ , dla każdego kroku kątowego zachowany jest stały kąt fazowy  $\beta$  wskazu prądu stojana  $I_1$  względem osi  $d$  wirnika). Po przeprowadzeniu analizy MES rozkładu pola w silniku dla danej pozycji wirnika względem stojana, obliczane są dla tej pozycji wartości strumieni skojarzonych z poszczególnymi cewkami uzwojenia stojana (dla wszystkich cewek) oraz obliczany jest moment elektromagnetyczny w szczelinie powietrznej silnika. Aktualna pozycja wirnika oraz odpowiadające jej wartości strumieni skojarzonych i momentu elektromagnetycznego są zapisywane w pliku tymczasowym.

Po przeprowadzeniu obliczeń połowych dla kolejnych pozycji wirnika względem stojana z zakresu kąta obrotu  $0 \div 360^\circ$  el, na podstawie zapisanych w pliku tymczasowym dyskretnych wartości strumieni skojarzonych z poszczególnymi cewkami oraz na podstawie informacji o układzie połączeń cewek w pasma fazowe uzwojenia, obliczane są poprzez zastosowanie szybkiej transformaty Fouriera (FFT) ciągle przebiegi czasowe strumieni skojarzonych z fazami uzwojenia, wyrażone funkcjami o postaci szeregów Fouriera.

Znając ciągle funkcje czasowe strumieni skojarzonych z poszczególnymi fazami, obliczane są przebiegi czasowe napięć fazowych  $U_{fA}(t)$ ,  $U_{fB}(t)$ ,  $U_{fC}(t)$ , jako pochodne odpowiednich strumieni skojarzonych po czasie. Następnie obliczane są przebiegi czasowe napięć międzyfazowych  $U_{fAB}(t)$ ,  $U_{fBC}(t)$ ,  $U_{fCA}(t)$  oraz ich wartości skuteczne dla podstawowej harmonicznej i wypadkowe dla wszystkich harmonicznych.

Algorytm pozwala obliczać parametry silnika przy pracy synchronicznej w zadanym punkcie pracy. Wielkościami wejściowymi do obliczeń, określającymi punkt pracy silnika są:

- moduł  $I_1$  wskazu prądu stojana  $I_1$ , wyrażony wartością skuteczną prądu;
- kąt fazowy  $\beta$  wskazu prądu stojana  $I_1$ , wyrażony w stopniach elektrycznych;
- prędkość kątowa elektryczna  $\omega_{el}$ ;
- straty mocy mechaniczne  $\Delta P_m$ ;
- straty mocy w pakiecie blach  $\Delta P_{Fe}$  (obliczone metodami analitycznymi).

Moment elektromagnetyczny w szczelinie powietrznej silnika  $T_{ei}$  jest obliczany dla każdej pozycji wirnika względem stojana z wykorzy-

staniem metody tensora naprężeń Maxwell'a. Następnie obliczana jest uśredniona wartość momentu  $T_{ei}$  za okres obrotu wirnika o  $360^\circ$ el.

#### 4. Metoda 3 – wykorzystanie analizy dla stanów przejściowych w pakiecie Maxwell (transient solver)

Jako trzecią metodę obliczeniową wykorzystano moduł obliczeniowy dla stanów przejściowych oferowany przez pakiet Maxwell (obecnie firmy Ansys). Szczegółowy opis działania modułu można znaleźć w dokumentacji pakietu Maxwell. Opis bardzo zbliżonych metod obliczeniowych zawarto także w [4, 5].

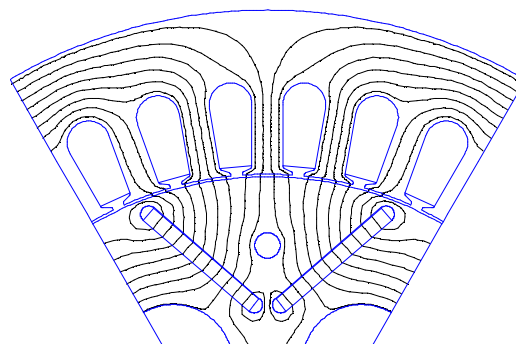
W opracowanym modelu silnika dla modułu „transient solver” przyjęto, że wirnik obraca się z prędkością synchroniczną, tzn. równanie ruchu nie było rozwiązywane w toku obliczeń. Układ zasilania silnika zrealizowano jako zewnętrzny obwód elektryczny skojarzony z uzwojeniem stojana i zasilający silnik prądem o zadanej wartości modułu  $I_1$  i zadany kąt fazowy  $\beta$  wskazu prądu  $I_1$ . Przyjęto stały krok czasowy obliczeń dla modułu „transient solver” i obliczenia prowadzono do momentu ustalenia się wszystkich obliczanych przebiegów czasowych napięć, prądów i momentu elektromagnetycznego w szczelinie powietrznej. Straty w żelazie są w przypadku metody obliczeniowej 3 obliczane bezpośrednio w programie Maxwell.

#### 5. Porównanie wyników z trzech metod obliczeniowych

W celu porównania wyników z różnych metod obliczeniowych i oceny ich dokładności i zakresu przydatności w projektowaniu maszyn PMSM, trzema wymienionymi wyżej metodami przeprowadzono obliczenia elektromagnetyczne oraz obliczono wielkości elektromechaniczne dla silnika Interior PMSM o następujących podstawowych danych konstrukcyjnych:

- wznios osi wału  $H = 132$  mm;
- liczba biegunów magnetycznych  $2p = 6$ ;
- układ magnesów w wirniku: w kształcie litery V dla każdego bieguna (rys. 5);
- prąd  $I_N = 155$  A, moment  $T_N = 39.5$  N·m;
- kadłub chłodzony cieczą.

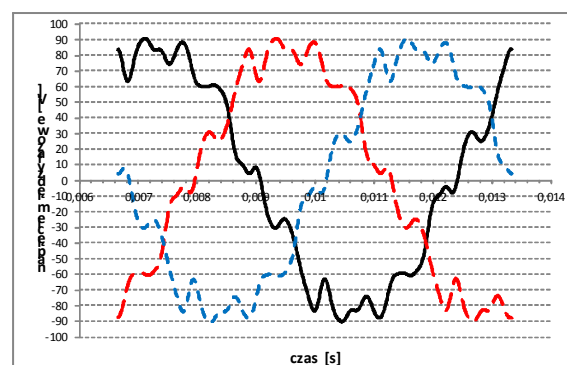
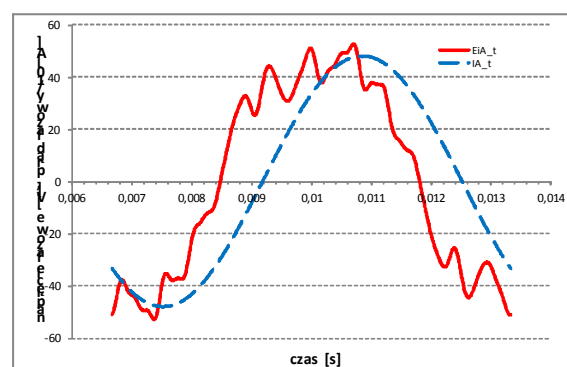
Silnik ten jest przeznaczony do napędu rekreacyjnego pojazdu elektrycznego.



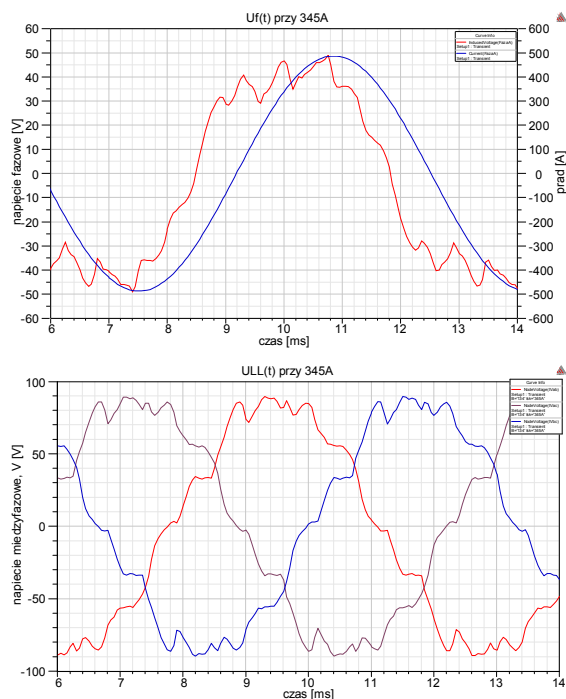
Rys. 5. Przekrój poprzeczny modelu MES rozpatrywanego silnika IPMSM dla metody 1

Tabela 1. Obliczone wybrane parametry analizowanego silnika IPMSM uzyskane różnymi metodami obliczeniowymi przy prądzie  $I_1=345$ A i kącie  $\beta=134^\circ$ el., ( $n = 3000$  1/min)

	$I_1$ A	$U_1$ V	$T_{ei}$ Nm	$\cos \varphi$ ---
metoda 1	345	66.2	87.4	0.744
metoda 2	345	66.2	87.3	0.742
metoda 3	345	63.7	83.1	0.75



Rys. 6. Obliczone z wykorzystaniem metody 2 przebiegi czasowe napięć fazowego i międzyfazowych rozpatrywanego silnika IPMSM przy prądzie  $I_1=345$ A i kącie  $\beta=134^\circ$ el.



Rys. 7. Obliczone z wykorzystaniem metody 3 przebiegi czasowe napięć fazowego i międzyfazowych rozpatrywanego silnika IPMSM przy prądzie  $I_1=345\text{A}$  i kącie  $\beta=134^\circ\text{el}$ .

W artykule zaprezentowano porównanie wyników obliczeń elektromagnetycznych dla jednego wybranego punktu pracy silnika, znacznego przeciążenia silnika momentem przy prądzie 345 A (wysokie nasycenie obwodu magnetycznego). Przy modelowaniu takich warunków pracy silnika IPMSM ujawniają się przede wszystkim różnice pomiędzy poszczególnymi metodami obliczeniowymi.

## 6. Wnioski

Wszystkie trzy zaprezentowane metody obliczeniowe dają bardzo zbliżone wyniki w zakresie obliczania wartości skutecznych napięć na zaciskach silnika oraz uśrednionej wartości momentu elektromagnetycznego.

Szczególnie zbliżone wyniki dawały w czasie przeprowadzanych obliczeń metody 1 i 2, mimo iż ich algorytmy są istotnie różne od siebie.

Zaletą metody 2 w stosunku do metody 3 jest to, że można w niej stosunkowo łatwo uwzględnić wpływ skosu zębów stojana na obliczane przebiegi czasowe strumieni skojarzonych i napięć, poprzez zastosowanie tzw. średniej ruchomej do obliczonych przebiegów czasowych strumieni skojarzonych (uśrednianie przebiegów strumieni skojarzonych za okres obrotu wirnika o jedną podziałkę zębów stojana). Wadą metody 2 w stosunku do metody

3 jest to, że nadaje się ona wyłącznie do obliczania parametrów silnika PMSM przy pracy synchronicznej ustalonej. Większość projektowanych obecnie silników PMSM jest jednak zasilana z falowników, pracuje stale w stanie synchronicznym i tym samym przeprowadzenie obliczeń elektromagnetycznych tylko dla tego stanu pracy jest wystarczające do zaprojektowania maszyny.

Metoda 1 jest zdecydowanie najszybsza i dlatego doskonale nadaje się do jej rozbudowania w celu zautomatyzowanego, szybkiego obliczania nie tylko poszczególnych punktów pracy silnika, ale jego całych charakterystyk elektromechanicznych. Na tej metodzie oparto wykorzystywane w BOBRME KOMEL oprogramowanie do szybkiego projektowania silników PMSM dedykowanych do wysokosprawnych napędów o szeroko regulowanej prędkości obrotowej, w których silniki PMSM są zasilane z falowników.

## Literatura

- [1]. M.A. Rahman, P. Zhou, *Field-Based Analysis for Permanent Magnet Motors*, IEEE Trans. on Magnetics, Vol. MAG-30, No. 5, pp. 3664-3667, Sep. 1994.
- [2]. P. Zhou, M.A. Rahman, M.A. Jabbar, *Field Circuit Analysis of Permanent Magnet Synchronous Motors*, IEEE Trans. on Magnetics, Vol. MAG-30, No. 4, pp. 1350-1359, July 1994.
- [3]. R. Rossa, *Poprawa charakterystyk elektromechanicznych silników SynRM poprzez wprowadzenie magnesów trwałych do wirnika*, Zeszyty Problemowe - Maszyny Elektryczne, BOBRME KOMEL, nr 77/2007, str. 257-261.
- [4]. Preston T.W., Reece A.B.J., Sangha P.S., *Induction motor analysis by time-stepping techniques*, IEEE Trans. on Magnetics, Vol. MAG-24, No. 1, pp. 471-474, Jan. 1988.
- [5]. Williamson S., Lim L.H., Smith A.C.: *Transient analysis of cage-induction motors using finite elements*, IEEE Trans. on Magnetics, Vol. MAG-26, No. 2, pp. 941-944, March 1990.

Praca sfinansowana ze środków Narodowego Centrum Nauki w latach 2011 ÷ 2013 jako projekt badawczy nr N N510 512440.

## Autor

dr inż. Robert Rossa  
 r.rossa@komel.katowice.pl  
 Branżowy Ośrodek Badawczo-Rozwojowy  
 Maszyn Elektrycznych KOMEL  
 40-203 Katowice, al. Roździeńskiego 188