



## Modelowanie sił tłumiących występujących w układach perforowanych MEMS

KAMIL URBANOWICZ, JAKUB JANCZEWSKI

Zachodniopomorski Uniwersytet Technologiczny w Szczecinie, Wydział Inżynierii Mechanicznej i Mechatroniki, Katedra Mechaniki i Podstaw Konstrukcji Maszyn,  
70-310 Szczecin, al. Piastów 19, [kamil.urbanowicz@zut.edu.pl](mailto:kamil.urbanowicz@zut.edu.pl), [czew@poczta.onet.pl](mailto:czew@poczta.onet.pl)

**Streszczenie.** Na pracę wielu układów mikroelektromechanicznych MEMS duży wpływ wywierają siły tłumiące wynikające z istnienia pomiędzy płytkami tzw. filmu powietrznego. Analityczne metody szacowania tych sił występują jedynie w prostych układach. Przy bardziej złożonych kształtach bardzo pomocne są metody numeryczne, których intensywny rozwój jest szczególnie zauważalny w ostatnich latach. Wśród paru znanych na rynku programów umożliwiających analizę układów MEMS wyróżnić można program Comsol Multiphysics, który zawiera specjalistyczny moduł MEMS. W niniejszej pracy zostanie zweryfikowana przydatność powyższego programu w modelowaniu prostych oraz złożonych płytek zawierających perforacje w postaci otworów. Celem wykonywania w płytkach otworów jest przeważnie chęć redukcji występujących sił tłumiących. Zrealizowany szereg badań analityczno-numerycznych zobrazował liczne niedoskonałości programu Comsol, które należałoby poprawić.

**Słowa kluczowe:** MEMS, siły tłumiące, równanie Reynoldsa, perforacje

DOI: 10.5604/12345865.1186356

### 1. Wstęp

Układy mikroelektromechaniczne MEMS (*Micro Electro-Mechanical System*) łączą w sobie elementy mechaniczne i elektroniczne wykonane w skali miniaturowej. Obecnie powszechnie charakteryzują się mikrometrowymi rozmiarami, lecz wraz z galopującym postępem technologicznym powstają coraz mniejsze konstrukcje, których rozmiary zaczynają wynosić nawet ułamki mikrometrów. Ich najbardziej znane zastosowanie to akcelerometry, żyroskopy, a także szereg innych czujników [1, 2]. Ciągły rozwój technologii ich wytwarzania odpowiedzialny za zwiększenie

wspomnianej precyzji wykonywania był impulsem do dalszego szerszego ich wykorzystania. Przykłady współczesnego zastosowania znaleźć można coraz częściej w medycynie, uzbrojeniu oraz nawet w astronautyce. Integracja elementów elektronicznych z mechanicznymi w miniaturowej skali prowadzi do szeregu korzyści, których nie dałoby się osiągnąć praktycznie żadnymi innymi metodami. Małe rozmiary to nie jedyna zaleta tych mikroukładów. Okazuje się bowiem, że miniaturyzacja pozwala budować układy mechaniczne, które szybciej się poruszają, tym samym łatwiej się je przyspiesza i zatrzymuje, a wszystko to dzięki ich małej bezwładności. Co więcej, ulegają one bardzo małej odkształcalności cieplnej pod wpływem temperatury oraz wykazują odporność na wibracje, które często szkodzą układom w skali makro.

W niniejszej pracy przeanalizowany został wpływ kształtu perforowanych płytek oraz częstotliwości, z jaką porusza się górna płytka, na wielkość siły tłumienia związanej z istnieniem filmu powietrznego pomiędzy płytkami. Celem pracy jest porównanie wyników otrzymanych metodą numeryczną z wykorzystaniem programu Comsol Multiphysics z wynikami otrzymanymi znanymi rozwiązaniami analitycznymi. Porównania pozwolą ocenić przydatność prededykowanego modułu MEMS programu Comsol Multiphysics.

## 2. Wpływ częstotliwości i kształtu płytki na siłę tłumiącą

Analizując znane wyprowadzone wzory na siły tłumiące w uproszczonych płytkach o prostych kształtach [3], zauważyć można, że fragment wzorów końcowych w postaci:

$$f = \frac{\mu A^2}{h^3} \cdot \dot{h} \quad (1)$$

gdzie:  $\mu$  — lepkość dynamiczna filmu;

$A$  — pole powierzchni płytki liczone po zewnętrznym obrysie,

powtarza się dla wszystkich rozwiązań. Z wykorzystaniem powyższego zapisu kolejno wzory końcowe dla płytek prostokątnych, taśmowych, okrągłych i pierścieniowych mogą być przedstawione w następującej postaci:

$$F_p = -f \cdot \lambda \cdot E(\lambda), \quad F_t = -f \cdot \lambda, \quad F_o = -f \cdot \frac{3}{2\pi}, \quad F_{pier} = -f \cdot \frac{3}{2\pi} \cdot B(\gamma), \quad (2)$$

w których

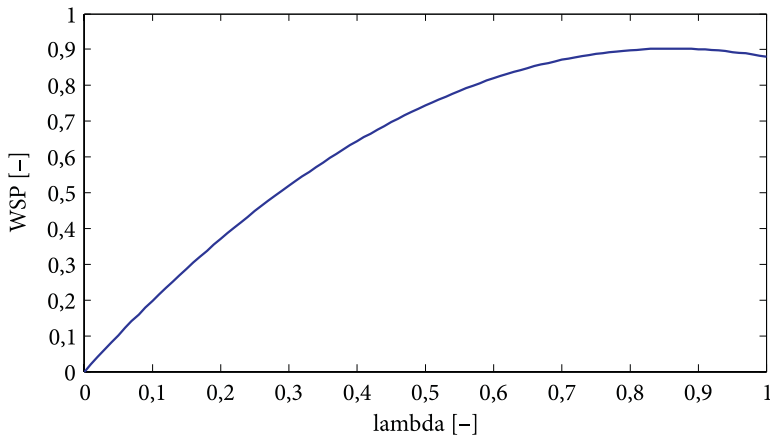
$$E(\lambda) = 1 - 0,58 \cdot \lambda, \quad B(\gamma) = \left[ 1 + \frac{(1 - \gamma^2)^2}{\ln \gamma} - \gamma^4 \right], \quad \lambda = \frac{w}{L}, \quad \gamma = \frac{b}{a}, \quad (3)$$

gdzie:  $w$  — szerokość płytki;  
 $L$  — długość płytki;  
 $a$  — promień zewnętrzny;  
 $b$  — promień wyciętego otworu.

W związku z tym, że szczególnym przypadkiem płytek prostokątnych jest płytka taśmowa oraz szczególnym przypadkiem płytki pierścieniowej jest płytka okrągła, można zauważyć, że pomiędzy płytkami tymi przy zachowaniu ekwiwalentności ich powierzchni zachodzi następująca zależność umożliwiająca wyznaczanie sił tłumiących w tych płytkach:

$$F_p = WSP \cdot F_{pier}, \quad \text{gdzie} \quad WSP = \frac{2\pi\lambda E(\lambda)}{3B(\gamma)}. \quad (4)$$

Przykładowo więc współczynnik przeliczeniowy dla płytek kwadratowych ( $w = L$  wówczas  $E(\lambda) = 0,42$ ) oraz okrągłych ( $\gamma = 0$ , wtedy  $B(\gamma) = 1$ ) wynosi  $WSP = 0,28 \cdot \pi \approx 0,88$ . Oznacza to, że siła tłumiąca występująca na płytkach okrągłych nieposiadających ostrych narożników jest nieznacznie większa niż w płytkach kwadratowych mających ostre narożniki. Dla płytek prostokątnych, których długość jest dwukrotnie dłuższa od szerokości (współczynnik lambda wynosi 0,5 oraz  $E(\lambda) = 0,71$ ), współczynnik  $WSP \approx 0,7435$ . Inne wartości współczynnika mogą być odczytane z poniższego rysunku 1.

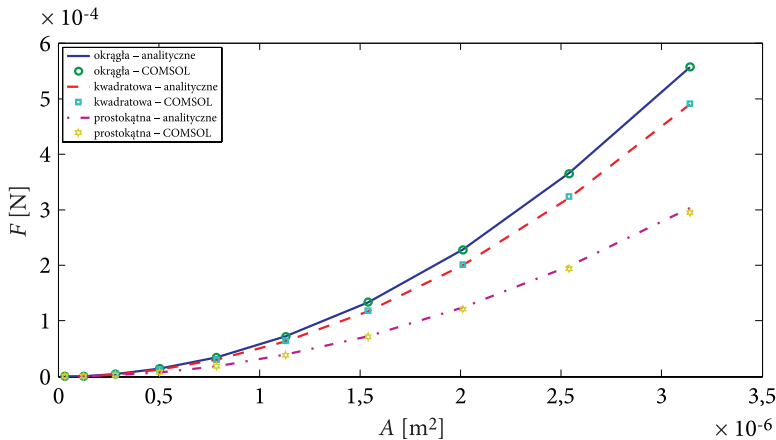


Rys. 1. Zmienność współczynnika ekwiwalentności  $WSP$  (pomiędzy płytkami prostokątnymi a pierścieniowymi)

Z powyższego wykresu widać, że maksimum  $WSP = 0,9028$  osiągnane jest dla  $\lambda = 0,8621$ . Można zatem stwierdzić, że płytki prostokątne o takim stosunku szerokości do długości reprezentują największą siłę tłumiącą i powinny być stosowane

w tych układach, w których duża siła tłumiąca jest wskazana, np. przyspieszomierzach [4-6].

Na podstawie wzoru (1) widać jednoznacznie, że wartość siły tłumiącej jest kwadratowo zależna od powierzchni  $A$  płytek MEMS. Potwierdziły to wyniki uzyskane zarówno z analizy numerycznej z wykorzystaniem modułu MEMS programu Comsol Multiphysics, jak i analitycznej (rys. 2). Wyniki poniższe realizowane były w celu szerszej weryfikacji dokładności modelowania sił tłumiących z wykorzystaniem modułu MEMS oprogramowania Comsol Multiphysics. W badaniach tych założono, że najmniejszy badany promień „ $a$ ” płytki okrągłej wynosić będzie  $100\ \mu\text{m}$ , natomiast największy  $1000\ \mu\text{m}$  oraz że skok badanego promienia wynosić będzie  $100\ \mu\text{m}$  (tym samym przeprowadzono 10 symulacji). Ponadto grubość płytki wynosiła  $1\ \mu\text{m}$ , częstotliwość ruchu drgającego płytki ruchomej  $2 \cdot \pi \cdot 10^3\ [1/\text{s}]$ , grubość filmu powietrznego  $10\ \mu\text{m}$  oraz maksymalne odchylenie płytki ruchomej od położenia początkowego  $1\ \mu\text{m}$ . Podczas badania płytek kwadratowych oraz prostokątnych wykonano również po 10 badań numerycznych przy zachowaniu ekwiwalentności powierzchni badanej płytki.



Rys. 2. Zależność siły tłumiącej od pola powierzchni płytki oraz kształtu

Zauważony podczas badań maksymalny błąd względny procentowy dla płytek okrągłych wynosił zaledwie 0,5%, dla płytek kwadratowych 1,5%, natomiast dla płytek prostokątnych ok. 3,5%. Jest on na tyle mały, że z dużą pewnością można powiedzieć, że moduł MEMS symuluje siły tłumiące w prostych układach z bardzo dużą dokładnością w zakresie niskich częstotliwości.

Powyżej wyznaczone zależności mogą być szczególnie przydatne podczas projektowania prostych układów MEMS, w których istotnym parametrem warunkującym jest wartość otrzymywanej siły tłumiącej oraz kształt płytek.

Częstotliwość ruchu drgającego górnej płytki występuje we wzorze głównym (1) w parametrze opisującym odległość płytek między sobą:

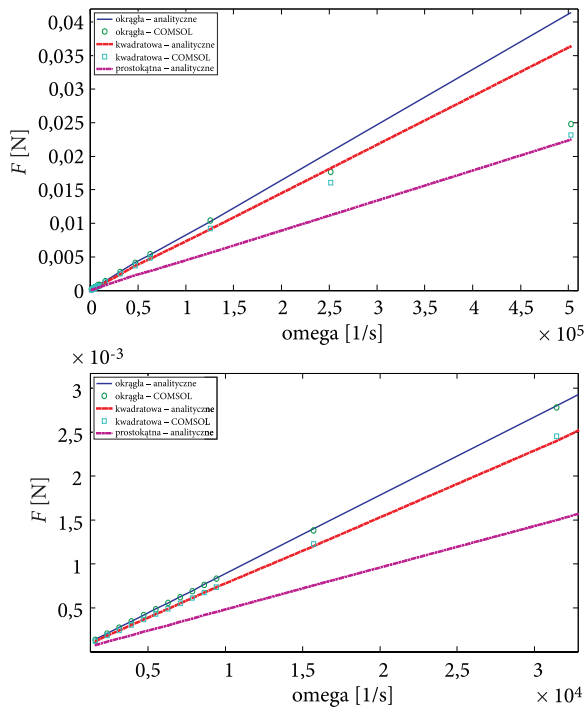
$$h = h_0 + \delta \cdot \sin(\omega t), \quad (5)$$

gdzie:  $\delta$  — maksymalne odchylenie ruchomej płytki od położenia początkowego. Różniczkując równanie (5) po czasie, otrzyma się:

$$\frac{\partial h}{\partial t} = \dot{h} = \delta \cdot \omega \cdot \cos(\omega t). \quad (6)$$

Można więc wzór (1) zapisać w postaci:

$$f = \frac{\mu A^2}{(h_0 + \delta \cdot \sin(\omega t))^3} \cdot \delta \cdot \omega \cdot \cos(\omega t). \quad (7)$$



Rys. 3. Zależność siły tłumiącej od częstotliwości

Z powyższego wzoru widać, że częstotliwość występuje w liczniku wzoru na siłę tłumiącą, tym samym jednoznacznie można powiedzieć, że jej wzrost będzie powodował wzrost siły tłumiącej. Powyższy wniosek potwierdzają przeprowadzone badania (rys. 3) zrealizowane dla prostych płytek (okrągłych, kwadratowych i prostokątnych) o ekwiwalentnej powierzchni  $A$  płytek równej  $A = \pi \cdot (10^{-3})^2$  [m<sup>2</sup>] w zakresie częstotliwości  $\omega$  od  $0,5 \cdot \pi \cdot 10^3$  do  $160 \cdot \pi \cdot 10^3$ .

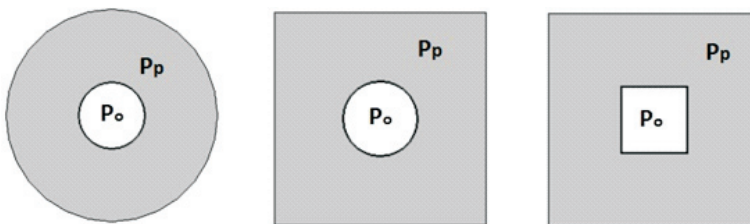
Powyższe wyniki badań potwierdzają poprawność obliczeń realizowanych metodą numeryczną z wykorzystaniem programu Comsol. Widać z nich bowiem, że przekroczenie częstotliwości  $\omega = 40 \cdot \pi \cdot 10^3$  [1/s] powoduje, że wyniki otrzymane metodą analityczną i numeryczną zaczynają się znacząco różnić. Jest to spowodowane wzrostem wartości siły sprężystej, która zaczyna dominować nad siłą lepłą. Otrzymane wyniki świadczą więc o tym, że moduł MEMS programu Comsol rozwiązuje w sposób numeryczny ogólne równanie Reynoldsa, a nie bazuje na uproszczonych rozwiązaniach analitycznych.

Można więc z wykorzystaniem modułu MEMS obliczać siły tłumiące w układach, które charakteryzują się złożonością budowy i posiadają np. otwory, których zadaniem jest kontrolowane obniżenie tych sił. Badania nad ekwiwalentnością płytek z otworami przedstawione zostaną w kolejnym rozdziale niniejszej pracy.

### 3. Proste ekwiwalentne płytki z otworem

W rozdziale niniejszym porównane zostaną wyniki badań uzyskane z wykorzystaniem głównie programu Comsol Multiphysics, czyli metody numerycznej.

Badane będą płytki charakteryzujące się ekwiwalentnymi powierzchniami: czynną płytek  $P_p$ , otworu  $P_o$  oraz powierzchnią całkowitą  $P_c$  (rys. 4).



Rys. 4. Badane ekwiwalentne płytki z pojedynczymi otworami

Powierzchnia całkowita płytki traktowana jest jako suma powierzchni czynnej (na której wystąpi tłumienie) oraz powierzchni otworu:

$$P_c = P_p + P_o. \quad (8)$$

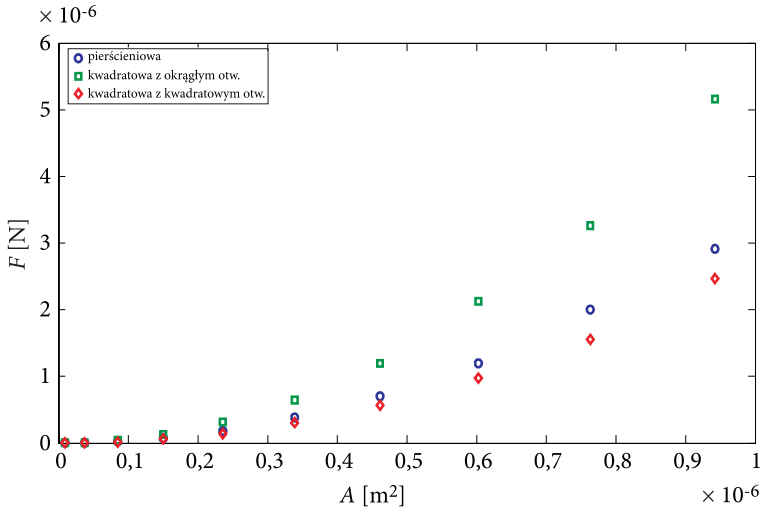
Zrealizowane badania polegały na obliczeniu wartości sił tłumienia dla trzech stosunków  $S = P_o/P_c$  (0,7; 0,4; 0,1) zachowanych dla dziesięciu różnych pól całkowitych  $P_c$  płytek badanych (promień zewnętrzny płytki pierścieniowej „a” założono jak w poprzednim rozdziale zmieniający się od 100  $\mu\text{m}$  do 1000  $\mu\text{m}$  ze skokiem co 100  $\mu\text{m}$ ). Aby stosunki dla trzech rodzajów płytek zachowały stałą wartość, należy wyznaczyć długości: boku płytki kwadratowej „w”, boku otworu kwadratowego „ $w_o$ ” oraz promienia otworu w płytce „b”, wykorzystując równanie:

$$\frac{P_o \odot}{P_c \odot} = \frac{P_o \square}{P_c \square} = \frac{P_o \square}{P_c \square} \Rightarrow = \frac{\pi b^2}{\pi a^2} \frac{\pi b^2}{w^2} = \frac{w_o^2}{w^2} = S. \quad (9)$$

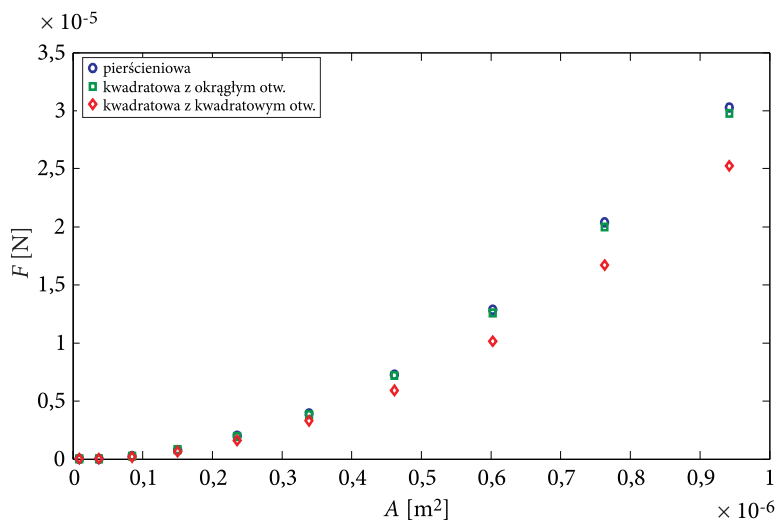
Mając znany promień zewnętrzny płytki pierścieniowej „a”, pozostałe wielkości wylicza się zatem:

$$w = \sqrt{\pi a^2}; \quad w_o = \sqrt{\pi b^2}; \quad b = \sqrt{S \cdot a^2}. \quad (10)$$

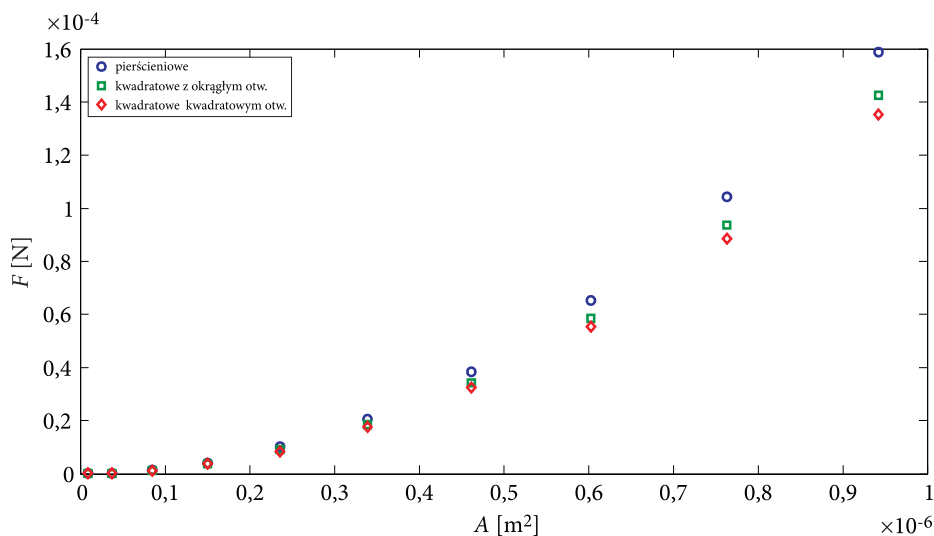
W sumie zrealizowanych zostało dziewięćdziesiąt symulacji, których wyniki zobrazowano na poniższych wykresach (rys. 5, 6, 7).



Rys. 5. Wyniki uzyskane dla płytek ekwiwalentnych z pojedynczym dużym otworem (stosunek  $S = P_o/P_c = 0,7$ )



Rys. 6. Wyniki uzyskane dla płytek ekwiwalentnych z pojedynczym średnim otworem (stosunek  $S = P_o/P_c = 0,4$ )



Rys. 7. Wyniki uzyskane dla płytek ekwiwalentnych z pojedynczym małym otworem (stosunek  $S = P_o/P_c = 0,1$ )

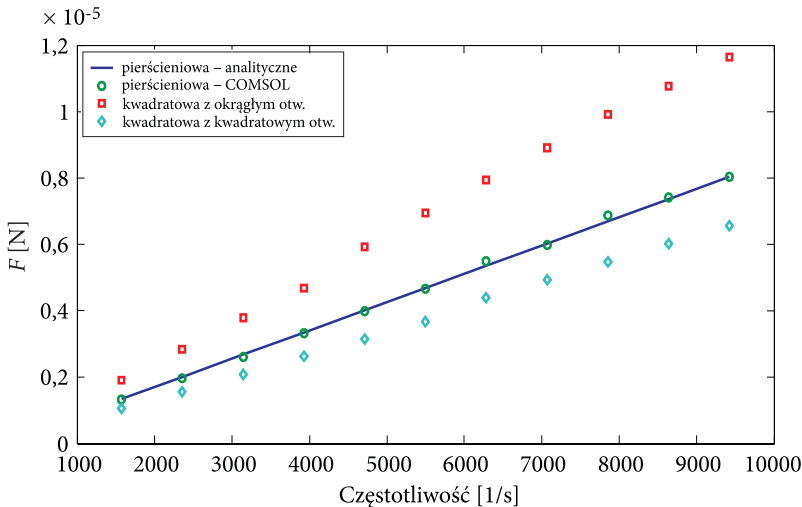
Otrzymane rezultaty badań numerycznych udowodniły, że o ekwiwalencji można mówić jedynie, gdy analizowane jest przeliczanie sił tłumiących pomiędzy płytkami pierścieniowymi  $F_p$  a płytkami kwadratowymi o kwadratowych otworach  $F_{kk}$ , gdyż wówczas stosunek otrzymanych sił był w miarę stabilny ( $\gamma_{1,sr} = F_p/F_{kk} \approx 1,21$ ) dla wszystkich przeanalizowanych przypadków (przy różnych stosunkach pól  $S$  oraz



różnych gabarytach płytek). Niestety stabilnej wartości parametru  $\gamma_2$  nie otrzymano w przypadku odniesienia sił tłumiących występujących w płytkach pierścieniowych do sił występujących w płytkach kwadratowych z otworem okrągłym (obniżenie  $S$  powodowało wzrost parametru  $\gamma_2 = F_p/F_{ko}$ ). Podobną sytuację, czyli brak stabilności parametru  $\gamma_3$ , odnotowano, rozpatrując stosunek sił w płytkach kwadratowych z otworem okrągłym przy odniesieniu ich do sił w płytkach kwadratowych z kwadratowym otworem (obniżenie  $S$  powodowało spadek parametru  $\gamma_3 = F_{ko}/F_{kk}$ ).

Brak stabilności parametru  $\gamma_2$  i  $\gamma_3$  spowodowany jest dziwną tendencją obserwowaną dla płytek kwadratowych z otworem okrągłym. Przy małych otworach wartość maksymalnej siły tłumiącej jest zbliżona do wartości obserwowanej dla płytek kwadratowych z otworem kwadratowym (rys. 7). W przypadku średnich otworów wyniki są pomiędzy wynikami zauważalnymi dla dwóch pozostałych ekwiwalentnych typów płytek (rys. 6). Natomiast w przypadku dużych otworów siła tłumiąca na tych płytkach jest największa i znacznie większa niż dla pozostałych dwóch typów ekwiwalentnych pod względem powierzchni płytek (rys. 5).

Dodatkowo dla prostych płytek z pojedynczym otworem zrealizowane zostały badania wpływu częstotliwości na siłę tłumienia oddziałującą na takie płytki. Zrealizowano je dla płytki pierścieniowej z promieniem zewnętrznym  $a = 1$  mm i wewnętrznym  $b = 0,8$  mm oraz ekwiwalentnych płytek kwadratowych z otworem okrągłym i kwadratowym, w których parametr  $S$  wynosił  $S = 0,64$ . Wyniki tych badań przedstawia rysunek 8.



Rys. 8. Wpływ częstotliwości na siłę tłumiącą dla ekwiwalentnych płytek z pojedynczym otworem

Z powyżej zaprezentowanych wyników widać, że podobnie jak w płytkach bez otworów siła tłumiąca jest liniowo zależna od zmiany częstotliwości ruchu jednej z płytek układów MEMS.

Widać również, że siły maksymalne w płytkach kwadratowych z dużymi okrągłymi otworami znacznie przewyższają siły uzyskane na ekwiwalentnych płytkach: pierścieniowej czy kwadratowej z kwadratowym otworem.

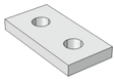
#### 4. Modelowanie sił tłumiących w płytkach z otworami

Przeprowadzone powyżej badania potwierdziły skuteczność numerycznej metody symulacji występujących chwilowych sił tłumiących na płytkach MEMS. Moduł MEMS programu Comsol Multiphysics pozwala z dużą dokładnością szacować siły tłumiące w różnego rodzaju prostych płytkach. Czy moduł ten sprawdzi się również w bardziej złożonych układach posiadających otwory? Na to pytanie postarają się odpowiedzieć symulacje zrealizowane w niniejszym rozdziale pracy.

Badania zrealizowane zostaną dla płytek posiadających dwa, cztery, sześć oraz dziewięć otworów. Analizowany będzie wpływ kształtu otworów (kwadratowe oraz okrągłe) na otrzymywane wyniki. Otrzymane wyniki z badań numerycznych odniesione zostaną do wyników analitycznych, które zostaną wyliczone z wykorzystaniem rozwiązania wg Bao [7]. Użyty program komputerowy napisany w języku MATLAB przedstawiony jest w załączniku A niniejszej pracy. Szczegółowe otrzymane wyniki badań oraz wymiary badanych płytek zestawiono w poniższych tabelach 1, 2 oraz 3. Pozostałe parametry  $\omega = 2 \cdot \pi \cdot 10^3$  1/s,  $\mu = 1,8 \cdot 10^{-5}$  Pa·s,  $h_0 = 10$   $\mu$ m niezbędne w badaniach założono takie jak w poprzednich symulacjach realizowanych w tej pracy.

TABELA 1

Wartości sił tłumiących dla płytek kwadratowych z okrągłymi otworami

Wymiar	Płytką	Stosunek pól powierzchni $\frac{P_o}{P_c} = 0,7$		Stosunek pól powierzchni $\frac{P_o}{P_c} = 0,4$		Stosunek pól powierzchni $\frac{P_o}{P_c} = 0,1$	
		$F$ [N]		$F$ [N]		$F$ [N]	
		NUM.	ANA.	NUM.	ANA.	NUM.	ANA.
$a = 2\sqrt{\pi} \cdot 100 \mu\text{m}$ $b = \sqrt{\pi} \cdot 100 \mu\text{m}$ $r_o = \sqrt{\frac{P_o}{P_c}} \cdot 100 \mu\text{m}$		15,82 $\cdot 10^{-10}$	32,827 $\cdot 10^{-10}$	9,49 $\cdot 10^{-9}$	22,39 $\cdot 10^{-9}$	4,767 $\cdot 10^{-8}$	8,27 $\cdot 10^{-8}$

cd. tabeli 1

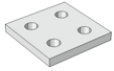
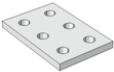
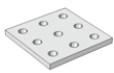
$a = 2\sqrt{\pi} \cdot 100\mu\text{m}$ $b = 2\sqrt{\pi} \cdot 100\mu\text{m}$ $r_o = \sqrt{\frac{P_o}{P_c}} \cdot 100\mu\text{m}$		56,23 $\cdot 10^{-10}$	68,25 $\cdot 10^{-10}$	33,78 $\cdot 10^{-9}$	50,76 $\cdot 10^{-9}$	19,88 $\cdot 10^{-8}$	24,49 $\cdot 10^{-8}$
$a = 3\sqrt{\pi} \cdot 100\mu\text{m}$ $b = 2\sqrt{\pi} \cdot 100\mu\text{m}$ $r_o = \sqrt{\frac{P_o}{P_c}} \cdot 100\mu\text{m}$		93,93 $\cdot 10^{-10}$	103,67 $\cdot 10^{-10}$	57,58 $\cdot 10^{-9}$	79,14 $\cdot 10^{-9}$	32,99 $\cdot 10^{-8}$	41,11 $\cdot 10^{-8}$
$a = 3\sqrt{\pi} \cdot 100\mu\text{m}$ $b = 3\sqrt{\pi} \cdot 100\mu\text{m}$ $r_o = \sqrt{\frac{P_o}{P_c}} \cdot 100\mu\text{m}$		160,15 $\cdot 10^{-10}$	157,5 $\cdot 10^{-10}$	101,05 $\cdot 10^{-9}$	123,43 $\cdot 10^{-9}$	58,5 $\cdot 10^{-8}$	69,49 $\cdot 10^{-8}$

TABELA 2

Wartości sił tłumiących dla płytek bez otworów









Wymiar	Płytką	$F$ [N] Numeryczne	$F$ [N] Analityczne	Błąd względny [%]
$a = 2\sqrt{\pi} \cdot 100\mu\text{m}$ $b = \sqrt{\pi} \cdot 100\mu\text{m}$		$16,22 \cdot 10^{-8}$	$15,85 \cdot 10^{-8}$	2,33
$a = 2\sqrt{\pi} \cdot 100\mu\text{m}$ $b = 2\sqrt{\pi} \cdot 100\mu\text{m}$		$79,325 \cdot 10^{-8}$	$77,67 \cdot 10^{-8}$	2,13
$a = 2\sqrt{\pi} \cdot 100\mu\text{m}$ $b = 3\sqrt{\pi} \cdot 100\mu\text{m}$		$172,12 \cdot 10^{-8}$	$169,12 \cdot 10^{-8}$	1,77
$a = 3\sqrt{\pi} \cdot 100\mu\text{m}$ $b = 3\sqrt{\pi} \cdot 100\mu\text{m}$		$411,95 \cdot 10^{-8}$	$404,52 \cdot 10^{-8}$	1,83

TABELA 3

Wartości sił tłumiących dla płytek kwadratowych z kwadratowymi otworami

Wymiar	Płytką	Stosunek pól powierzchni $\frac{P_o}{P_c}=0,7$	Stosunek pól powierzchni $\frac{P_o}{P_c}=0,4$	Stosunek pól powierzchni $\frac{P_o}{P_c}=0,1$
		$F$ [N]	$F$ [N]	$F$ [N]
$a = 2\sqrt{\pi} \cdot 100\mu\text{m}$ $b = \sqrt{\pi} \cdot 100\mu\text{m}$ $a_o = \sqrt{\frac{P_o}{P_c}} \cdot 100\pi\mu\text{m}$		$42,48 \cdot 10^{-10}$	$31,18 \cdot 10^{-9}$	$8,924 \cdot 10^{-8}$
$a = 2\sqrt{\pi} \cdot 100\mu\text{m}$ $b = 2\sqrt{\pi} \cdot 100\mu\text{m}$ $a_o = \sqrt{\frac{P_o}{P_c}} \cdot 100\pi\mu\text{m}$		$148,44 \cdot 10^{-10}$	$118,12 \cdot 10^{-9}$	$38,426 \cdot 10^{-8}$
$a = 3\sqrt{\pi} \cdot 100\mu\text{m}$ $b = 2\sqrt{\pi} \cdot 100\mu\text{m}$ $a_o = \sqrt{\frac{P_o}{P_c}} \cdot 100\pi\mu\text{m}$		$248,35 \cdot 10^{-10}$	$203,06 \cdot 10^{-9}$	$71,705 \cdot 10^{-8}$
$a = 3\sqrt{\pi} \cdot 100\mu\text{m}$ $b = 3\sqrt{\pi} \cdot 100\mu\text{m}$ $a_o = \sqrt{\frac{P_o}{P_c}} \cdot 100\pi\mu\text{m}$		$422,15 \cdot 10^{-10}$	$355,65 \cdot 10^{-9}$	$138,72 \cdot 10^{-8}$

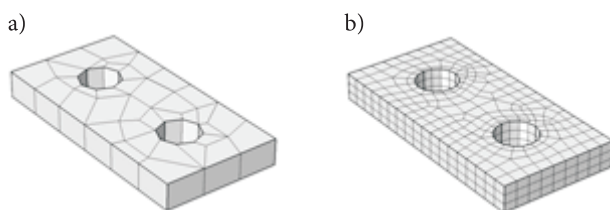
Analizując wyniki otrzymane z pomocą rozwiązania analitycznego (ANA.) i numerycznego (NUM. — *Comsol Multiphysics*), można zauważyć (tab. 1), że się one nie pokrywają. Wynikiem tego jest prawdopodobnie brak możliwości wybrania zmodyfikowanego równania Reynoldsa w Comsolu. Tym samym rozwiązania numeryczne bazują na błędnym równaniu. Z wszystkich przeprowadzonych badań największe siły tłumienia, co jest oczywiste, istniały dla płytek bez otworów (tab. 2).

Otworki okrągłe, o tym samym polu powierzchni co otworki kwadratowe, bardziej wpływają na obniżenie wielkości niekorzystnych sił tłumienia. Potwierdzają to wyniki uzyskane dla różnych stosunków pól zajmowanych przez otworki do pól całkowitych ( $P_o/P_c = 0,7; 0,4; 0,1$ ) zestawione w tabelach 1 i 3.

Zastosowanie otworów kwadratowych i okrągłych nie jest równoważne, pomimo zachowania takich samych pól ich powierzchni. Nie ma więc ekwiwalencji oraz nie

można stosować zamiennie otworów kwadratowych i otworów okrągłych w tego typu płytkach.

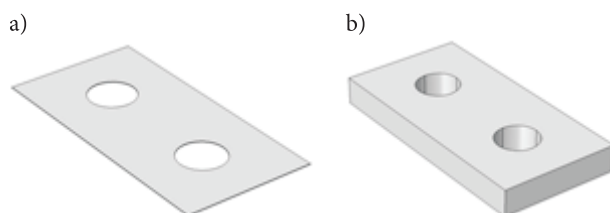
Dodatkowo zbadano w niniejszej pracy, czy na dokładność wyników uzyskiwanych metodą numeryczną ma wpływ gęstość siatki elementów skończonych, a konkretniej liczba warstw elementów skończonych na grubości płytki. Symulacje wykonano odpowiednio dla jednej warstwy elementów skończonych (rys. 9a), a następnie dla trzech warstw (rys. 9b).



Rys. 9. Model siatki elementów skończonych: a) jednowarstwowej; b) trzywarstwowej

Wyniki wykazały, że wpływ liczby warstw siatki elementów skończonych, a co za tym idzie również i gęstości siatki, okazał się znikomy w przeprowadzonych badaniach. Wartość zasymulowanej siły tłumiącej wynosiła  $F_1 = 47,674 \cdot 10^{-9}$  N dla przykładu z rysunku 9a i  $F_2 = 49,875 \cdot 10^{-9}$  N dla przykładu z rysunku 9b.

Kolejną badaną rzeczą był wpływ grubości  $H$  płytki MEMS. Przeanalizowano dwa przypadki zilustrowane na powyższym rysunku 10. W przypadku badań przeprowadzonych metodą numeryczną z wykorzystaniem oprogramowania Comsol w przeciwieństwie do obliczeń z wykorzystaniem metody analitycznej grubość płytki  $H$  miała znikomy wpływ na otrzymywane wyniki siły tłumienia (obliczone siły tłumienia wynosiły odpowiednio: cienka płytka  $F_1 = 47,674 \cdot 10^{-9}$  N i  $F_2 = 47,793 \cdot 10^{-9}$  N dla płytki grubej). Natomiast wyniki otrzymane przy użyciu wzorów analitycznych, wraz ze zmianą grubości płytki, ulegały większym zmianom. Dla cienkiej płytki (rys. 10a) wyliczona siła wynosiła:  $F_1 = 82,49 \cdot 10^{-9}$  N, natomiast dla grubej płytki (rys. 10b)  $F_2 = 85,847 \cdot 10^{-9}$  N.



Rys. 10. Model płytki MEMS o grubości a) 1  $\mu\text{m}$ ; b) 40  $\mu\text{m}$

## 5. Wnioski

Zrealizowane rozległe badania numeryczno-analityczne w niniejszej pracy pozwoliły na wypunktowanie następujących głównych wniosków:

- rodzaj otworów w płytce, przy zachowaniu tej samej powierzchni czynnej, ma wpływ na wielkość siły tłumienia,
- otwory okrągłe, o tym samym polu powierzchni co otwory kwadratowe, wpływają w większym stopniu na obniżenie wartości niekorzystnych sił tłumienia,
- nie można stosować zamiennie otworów kwadratowych i otworów okrągłych, pomimo ich ekwiwalencji powierzchniowych, gdyż uzyskiwane siły tłumienia znacząco się od siebie różnią,
- w programie Comsol grubość płytki nie wpływa na otrzymywane wyniki. Znacznie większe znaczenie grubości zauważalne jest w metodzie analitycznej.

Dodatkowo warto wspomnieć, że dużą wadą programu Comsol Multiphysics jest brak wpływu użytkownika programu na dyskretyzację obszaru gazowego otaczającego płytkę ruchomą. Dyskretyzacja ta nie jest nawet przedstawiona w programie w sposób graficzny. Tym samym nie można ocenić, czy dokonana została prawidłowo przez program. Inną wadą programu Comsol jest brak ukazania płytki nieruchomej znajdującej się pod płytką ruchomą. Możliwe jest, że ma to również wpływ na otrzymywane wyniki symulacyjne. Kolejną dostrzeżoną barierą modułu MEMS programu Comsol jest to, że rozwiązanie bazuje jedynie na zwykłym równaniu Reynoldsa (bez poprawek).

A jak wiadomo z literatury [1, 2, 7], prawidłowe wyniki dla płytek z otworami powinno się otrzymać po wprowadzeniu poprawek do tego równania. Tak więc rozwiązanie metodą elementów skończonych powinno uwzględniać zmodyfikowaną postać równania Reynoldsa a niestety różnice w rezultatach wskazują, że tak nie jest.

W związku z dużymi rozbieżnościami uzyskanych wyników dla płytek z otworami z wykorzystaniem metod numerycznych i analitycznej konieczna jest próba wprowadzenia zmodyfikowanego równania Reynoldsa do modułu MEMS. Taka modyfikacja może nastąpić jedynie przy współpracy z programistami programu Comsol Multiphysics. Po wprowadzeniu przez nich możliwości wyboru zmodyfikowanego równania Reynoldsa, badania zrealizowane w przedostatnim rozdziale niniejszej pracy zostaną ponowione.

Praca naukowa finansowana ze środków na naukę w latach 2010-2014 jako projekt badawczy o numerze: N N503 319039.

Artykuł wpłynął do redakcji 8.12.2014 r. Zweryfikowaną wersję po recenzjach otrzymano 12.08.2015 r.

## LITERATURA

- [1] BAO M.H., *Analysis and Design Principles of MEMS Devices*, Chapter 3, Elsevier, Amsterdam, 2005.
- [2] BAO M.H., Yang H., *Squeeze film air damping in MEMS*, Sensors Actuators A, 136, 2007, pp. 3-27.
- [3] URBANOWICZ K., *Modelowanie sił tłumiących występujących w prostych układach MEMS*, Biul. WAT, 64, 4, 2015, 165-189.
- [4] STARR J.B., *Squeeze film damping in solid state accelerometer*, Tech. Digest, IEEE Solid state sensor and actuator workshop, SC, USA, June, 1990, pp. 44-47.
- [5] VEIJOLA T. et al., *Model for gas film damping in a silicon accelerometer*, Solid State Sensors and Actuators, 1997, pp. 1097-1100.
- [6] BOURGEOIS C. et al., *Analytical modeling of squeeze film damping in accelerometers*, Solid State Sensors and Actuators, 1997, pp. 1117-1120.
- [7] BAO M.H. et al., *Modified Reynolds' equation and analytical analysis of squeeze-film air damping of perforated structures*, J. of Micromech. and Microeng., 13, 2003, pp. 795-800.

## Załącznik A

## Program do Matlab'a dla płytki prostokątnej z otworami wg Bao

```

t=0:1e-6:4e-3; % przedział czasowy t[s]
h_0=10*1e-6; % odległość między płytkami [m]
S=1*sqrt(pi)*100*1e-6; % szerokość płytki [m]
a=S/2;
D=2*sqrt(pi)*100*10^-6; % długość płytki [m]
b=D/2;
A=S*D; % całkowita powierzchnia płytki [m^2]
O=2; % liczba otworów na płytce
n=O/A; % gęstość otworów [m^-2]
rc=1/sqrt(pi*n); % promień komórki, zależny od gęstości
otworów
r0=sqrt(0.1)*100*10^-6; % promień otworów
u=1.8*10^-5; % lepkość dynamiczna powietrza w temp. 20 C
[kg/m*s]
C=1*10^-6; % stała – maks. odchylenie płytki od
położenia początkowego [m]
w=2*pi*10^3; % częstotliwość płytki [1/s]
pa=1*10^5; % ciśnienie 1 atmosfery
H=40*10^-6; % grubość płytki
beta=r0/rc;
k=4*beta^2-beta^4-4*log(beta)-3;

```

```

Heff=H+(3*pi*r0)/8; % efektywna grubość płytki
eta=1+(3*r0^4*k)/(16*Heff*h_0^3);
l=sqrt((2*h_0^3*Heff*eta)/(3*beta^2*r0^2)); % „długość
charakterystyczna”
alfa=l/a;
kappa=a/b;
for i = 1:2:1000;
SSS1(i)=(tanh((sqrt(1+(i*pi*alfa/2))^2)/(alfa*kappa)))/
(i^2*(1+(i*pi*alfa/2)^2)^(3/2)));
end
SUMA1=sum(SSS1);
gamma=3*alfa^2-(6*alfa^3*((sinh(1/alfa))^2)/(sinh(2/
alfa)))-((24*alfa^3*kappa)/(pi^2))*SUMA1;
F=-gamma*(u*((2*a)^3)*(2*b))/h_0^3)*C*w*cos(w.*t);
F_max=gamma*(u*((2*a)^3)*(2*b))/h_0^3)*C*w
plot(t,F)

```

K. URBANOWICZ, J. JANCZEWSKI

### Modelling of damping forces occurring in the perforated MEMS systems

**Abstract.** Operation of many micro-electromechanical systems (MEMS) is highly influenced by damping forces resulting from the existence of fluid film between the MEMS plates. Analytical methods for estimating of these forces are presented only for simple plates. For more complex shapes of plates, numerical methods are very helpful. Among a few famous market programs, enabling analysis of MEMS, we can distinguish the program called Comsol Multiphysics which includes a specific module for MEMS. In this paper, the suitability of this program for modelling of simple and more complex plates with perforations in the form of holes will be verified. The tile holes are usually made in order to reduce occurring damping forces. The performed analytical and numerical studies, showed numerous imperfections of the Comsol program which needs to be improved by their programmers.

**Keywords:** MEMS, damping forces, Reynolds equation, perforations

**DOI:** 10.5604/12345865.1186356