

## Detection of Differently Loaded Power Network Areas

### Authors

Tomasz Okoń  
Kazimierz Wilkosz

### Keywords

power network, network area, load flow, k-mean method, breadth-first search

### Abstract

A widely accepted method of simplifying power system problems, especially for large system, is solving them for areas into which a system is divided. The paper considers separation of the power system areas that contain branches with similar active or reactive power loads. For this purpose rates are proposed that show the dependence of the branch power flow (active and reactive power flow separately) on the loads at system nodes. On the basis of the considered rates, branches are partitioned into groups. The rates for all branches in the same group are similar. They significantly differ between groups. For selected groups of branches, which are characterized by values of the aforementioned rate larger than a preset value, the consistent area of the power network is found. The paper shows utilization of the method for the IEEE 14-bus test system.

**DOI: 10.12736/issn.2300-3022.2016215**

### Introduction

One way to simplify power system analyses is to distinguish the areas in which the considered problem is observed [1–5]. This approach allows downsizing the task to solve.

In the context of the power system operation, it is of interest to distinguish the system areas that contain branches with similar power flows. Knowledge of such areas allows localising branches with a specific capacity utilisation. It also allows indicating the location of the problem of excessive reactive power flows. It is also possible to distinguish power system areas for other purposes, for example to indicate system areas, in which too high or too low voltage modulus exist.

The paper is focused on locating power system areas in the context of power flow values. In our analyses, we consider the fact the power flows in the particular branches of the power system are a consequence of the loads at the particular nodes of the system. A change of those loads causes a change in the power flows in the system. Thus, the following questions arise:

1. What is the impact of changing loads at nodes on power flows on the particular branches?
2. For which branches, power flow change is the largest one and for which branches, power flow change is the smallest one when the loads change at system nodes?
3. Is it possible to indicate consistent power system areas with branches characterized by similar levels of power-flow changes when the loads change at nodes?

The paper aims to answer those questions. One should note that the more sensitive to load changes at the node the power flow on the given branch is, the more the power flow changes on the branch.

Further in the paper, we present the method for evaluating the dependence of the branch power flow in a branch on the loads at system nodes. Next, we discuss the idea of a process leading to the determination of groups of branches with similar properties in the context of the aforementioned dependence. Another issue, we discuss, is distinguishing the consistent power system areas that contain the branches of the earlier-determined groups.

### Evaluation of the level of dependence of the power flow on a branch on the loads at system nodes

For evaluation of the dependency of the branch power flow on the load at the given node, it is possible to use a derivative of the power flow on the considered branch in relation to the load at this node. The change of power flow on a branch caused by a load change at each node, where possible, may be estimated as follows:

$$\Delta X_{ij} = \sum_{w=1}^n \frac{\partial X_{ij}}{\partial X_w} \Delta X_w, i, j \in I \text{ and } i \neq j \quad (1)$$

where:

$I$  – the set of indices of nodes in the power system;

$n$  – the number of all nodes in the power system;

$X \in \{P, Q\}$ ;  $P, Q$  – active and reactive power flow, respectively;

$X_{ij}$  – a power flow on the branch between nodes  $i$  and  $j$ ;

$X_w$  – a load at node  $w$ ,  $\Delta X_w$  – change of the load at node  $w$ .

When the load change at any node is the same, i.e. when:

$$\Delta X_w = \Delta X$$

then from the formula (1):

$$\frac{\Delta X_{ij}}{\Delta X} = \sum_{w=1}^n \frac{\partial X_{ij}}{\partial X_w}, i, j \in I \text{ and } i \neq j \quad (2)$$

and the mean change of power flow  $X_{ij}$  caused by the unit change of load at a node of the considered system is equal to:

$$\frac{1}{n} \frac{\Delta X_{ij}}{\Delta X} = \frac{1}{n} \sum_{w=1}^n \frac{\partial X_{ij}}{\partial X_w}, i, j \in I \text{ and } i \neq j \quad (3)$$

Hereinafter, the following mark is assumed

$$\kappa_{X_{ij}} = \frac{1}{n} \frac{\Delta X_{ij}}{\Delta X_{\square}}, i, j \in I \text{ and } i \neq j \quad (4)$$

The rates  $\kappa_{X_{ij}}, i, j \in I, i \neq j$  can be used for comparison of different branches of the system in the context of mean changes of branch power flow caused by the unit change of nodal loads in the system. The higher the value of  $\kappa_{X_{ij}}$ , the higher the load of branch  $i-j$  with the power flow  $X_{ij}$  in response to the loads at system nodes. A positive value of rate  $\kappa_{X_{ij}}$  means an increased load of branch  $i-j$ , while a negative value of rate  $\kappa_{X_{ij}}$  means a reduced load of branch  $i-j$  in relation to the base value of power flow  $X_{ij}$ .

Rate  $\kappa_{X_{ij}}$  may be calculated for the beginning or for the end of branch  $i-j$ . In the analyses presented in this paper, we consider the value of rate  $\kappa_{X_{ij}}$  that is higher for the modulus.

### The idea of partitioning the power system into areas

Using rates  $\kappa_{X_{ij}}, j \in I, i \neq j$ , it is possible to partition the branches of the power system into groups, wherein a group contains branches with similar values of rates  $\kappa_{X_{ij}}, i, j \in I, i \neq j$ . Each of those groups is characterised by the mean value of rates  $\kappa_{X_{ij}}$  determined for the particular branches belonging to the group. The groups obtained are set in descending order according to

the mentioned mean values of rates  $\kappa_{X_{ij}}$ . Next, it is assumed that the mentioned groups are called as  $K_1, K_2$  etc. and the mean value of rates  $\kappa_{X_{ij}}$  of branches in group  $l$  is marked as  $\kappa_X^{K_l}$ . The value that characterises a group is  $\kappa_X^{K_l}$ . The lower the branch group number  $K_l$ , the higher the value  $\kappa_X^{K_l}$ . At the first stage of the procedure, the paper suggests to partition all power system branches into two groups: the first one with branches with positive and the second one with branches with non-positive values of rates  $\kappa_{X_{ij}}, i, j \in I$ . Next, in each of the mentioned groups, new power-system-branch groups are again determined on the base of the rules of hierarchical clustering, this time using the  $k$ -mean method at each stage of clustering [6].

Knowing the partitioning of power system branches into groups  $K_1, K_2, \dots, K_L$ , where  $L$  is the number of distinguished groups, one could determine consistent system areas (we suggest using the breadth-first search [7]) containing branches with rate  $\kappa_{X_{ij}}, i, j \in I, i \neq j$  of which values are not less than a specific value. We suggested to start determining the consistent system areas by considering the branches of group  $K_1$ . A subsequent considering groups  $K_2, K_3$  etc. can be used to enlarge the previously-indicated areas.

### The principle of the method of distinguishing consistent areas in a power system

The method of partitioning a power system into areas taking into account branch loading in the context of the power flow  $X$  (active or reactive separately) consists of the following stages:

1. Determining rate  $\kappa_{X_{ij}}$  for each branch  $i-j$ .
2. Partitioning branches into groups according to their rates  $\kappa_{X_{ij}}, i, j \in I, i \neq j$ .
3. Setting the branch groups obtained at stage 2 in descending order according to value of  $\kappa_X^{K_l}, l \in \{1, 2, \dots, L\}$ .

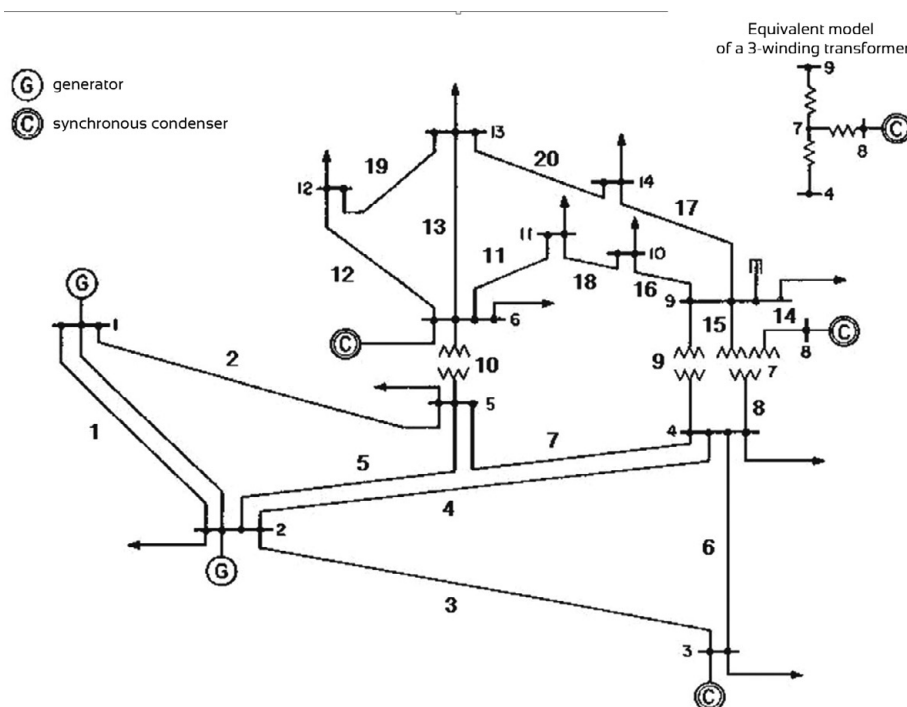


Fig. 1. The test system used in calculations

4. Distinguishing consistent power-system branch areas based on the subsequent groups  $K_1, K_2, \dots$ . The consideration of the subsequent branch groups stops, when there are no more branch groups with the values of  $\kappa_X^{kl} / l \in \{1, 2, \dots, L\}$  to be not less than a specific value.

### Calculation example

To illustrate the above-given method of distinguishing consistent power network areas, we present calculations for the IEEE 14-bus test system [8]. The test system is shown in Fig. 1.

Rates  $\kappa_{Xij}, j \in I, i \neq j$ , where  $I$  is the set of the test-system-node numbers (from 1 to 14),  $X \in \{P, Q\}$ , are included in Tab. 1. Both rates  $\kappa_{Pij}, j \in I, i \neq j$  and rates  $\kappa_{Qij}, j \in I, i \neq j$  have positive and negative values.

The negative values of rates  $\kappa_{Pij}, j \in I, i \neq j$  or rates  $\kappa_{Qij}, j \in I, i \neq j$  mean that the considered test system contains branches, in which, on average, changes of active or reactive power flows occur in the opposite direction to the load changes at system nodes; in particular, active or reactive power flows are reduced with an increase of load at system nodes. Analysing the values of rates  $\kappa_{Pij}, j \in I, i \neq j$  and rates  $\kappa_{Qij}, j \in I, i \neq j$ , one may note significant differences of their values for different branches. The ratio of the maximum to the minimum modulus is 47.4 for rate  $\kappa_{Pij}$  and 591.7 for rate  $\kappa_{Qij}$ . To distinguish test-system-branch groups with similar values of rates  $\kappa_{Pij}, j \in I, i \neq j$  or rates  $\kappa_{Qij}, j \in I, i \neq j$ , we have used the procedure of hierarchical clustering. We assumed that:

$$\kappa_{Xmax}^{kl} - \kappa_{Xmin}^{kl} \leq p \kappa_{Xmax} \quad (5)$$

where:

$\kappa_{Xmin}^{kl}, \kappa_{Xmax}^{kl}$  – the minimum and maximum values of rates  $\kappa_{Xij}, j \in I, i \neq j$ , respectively, for branches of the group  $K_i$ ;  $p$  – a constant, in the calculation example we assumed that  $p = 0.2$ ;  $\kappa_{Xmax}$  – the maximum value of rates  $\kappa_{Xij}, j \in I, i \neq j$ .

The procedure of clustering is performed separately for each of the above-mentioned rates (i.e. for  $\kappa_{Pij}, j \in I, i \neq j$  and for  $\kappa_{Qij}, j \in I, i \neq j$ ). In both cases of clustering, in the test system, three branch groups are distinguished:

- group 1:  $\kappa_{Xij} > 0.05 \kappa_{Xmax}, j \in I, i \neq j$
- group 2:  $0 \leq \kappa_{Xij} \leq 0.05 \kappa_{Xmax}, j \in I, i \neq j$
- group 3:  $\kappa_{Xij} < 0, j \in I, i \neq j$ .

Using the  $k$ -mean method, at the subsequent steps of the hierarchical clustering, sub-groups were distinguished in the first of the above-mentioned branch groups. The results of hierarchical clustering are given in Tab. 2 and 3. In Tab. 2 and 3, the branch groups, of which the contents no longer changes at the subsequent clustering steps, are marked in bold.

As a result of branch clustering for rates  $\kappa_{Pij}, j \in I, i \neq j$ , as well as branch clustering for rates  $\kappa_{Qij}, j \in I, i \neq j$ , we received six branch groups. In both cases the smallest number of branches in one group is 1. The branch that alone constitutes a group is branch 1–2. For branch 1–2 the value of rate  $\kappa_{P12}$  is significantly higher than the values of rates  $\kappa_{Pij}$  determined for other branches. The same is observed for rate  $\kappa_{Q12}$ .

$k$	$i$	$j$	$\kappa_{Pij}$	$\kappa_{Qij}$
1	1	2	0.749	0.302
2	1	5	0.358	0.062
3	2	3	0.170	0.161
4	2	4	0.233	-0.040
5	2	5	0.211	0.080
6	3	4	-0.071	0.147
7	4	5	0.086	0.023
8	4	7	0.191	0.112
9	4	9	0.110	0.026
10	5	6	0.415	0.036
11	6	11	0.067	0.074
12	6	12	0.078	0.001
13	6	13	0.126	0.095
14	7	8	0.000	-0.020
15	7	9	0.183	0.008
16	9	10	0.117	0.172
17	9	14	0.078	0.066
18	10	11	-0.026	0.158
19	12	13	-0.015	-0.086
20	13	14	0.016	0.002

Tab. 1. Rates  $\kappa_{Pij}$  and  $\kappa_{Qij}$  for the test-system branches.  $k$  is a number of a branch

For four branch groups  $K_1$ – $K_4$  highlighted in Tab. 2 at step 4, rates  $\kappa_{Pij}$  are larger than zero. The lower group number, the higher rates  $\kappa_{Pij}$ . Group  $K_5$  consists of branches, for which rates  $\kappa_{Pij}$  are positive, but close to zero. In turn, group  $K_6$  consists of branches, for which rates  $\kappa_{Pij}$  are smaller than zero.

The analysis shows that the branches of groups  $K_1$ – $K_4$  constitute a consistent area of the system. When the system-node loads increase, the most loaded branch is branch 1–2, and then branches 1–5 and 5–6 along the power flow path between nodes 1 and 6.

Smaller level of load is observed for branches incident to node 2, namely 2–3, 2–4 and 2–5, and for branches 4–7 and 7–9 along the power-flow path between nodes 4 and 9. A relatively small load is observed on branches 4–5, 4–9, 6–13, 9–10, 9–14, 6–11, 6–12. A negligible load increase is found on branch 13–14. Load reduction, in the meaning of the average, is found on branches 3–4, 10–11, 12–13.

The mean values of rates  $\kappa_{Pij}$  for groups  $K_1$ – $K_4$  are in the following ratio: 1:0.52:0.26:0.13.

Considering the branch groups given in Tab 3, one may note that, similarly to branch groups from Tab. 2, rates  $\kappa_{Qij}$  are larger than zero for branches of groups  $K_1$ – $K_4$ , while rates  $\kappa_{Qij}$  are positive and close to zero for branches of group  $K_5$  and negative for group  $K_6$ . Branches of the groups  $K_1$ – $K_4$  given in Tab. 3 constitute a consistent area of the system. A load increase at system nodes causes the largest load increase on branch 1–2 and then on branches: 2–3, 3–4, 9–10 and 10–11. A smaller power flow increase is for

$e$	$L$	Branch group	$\kappa_X^{Kl}$	$\kappa_{Xmin}^{Kl}$	$\kappa_{Xmax}^{Kl}$
1	3	1-2, 1-5, 2-3, 2-4, 2-5, 4-5, 4-7, 4-9, 5-6, 6-11, 6-12, 6-13, 7-9, 9-10, 9-14	0.211	0.067	0.749
		7-8, 13-14	0.008	0	0.016
		3-4, 10-11, 12-13	-0.037	-0.071	-0.015
2	4	1-2, 1-5, 5-6	0.507	0.358	0.749
		2-3, 2-4, 2-5, 4-5, 4-7, 4-9, 6-11, 6-12, 6-13, 7-9, 9-10, 9-14	0.137	0.067	0.233
		7-8, 13-14	0.008	0	0.016
		3-4, 10-11, 12-13	-0.037	-0.071	-0.015
3	5	1-2, 1-5, 5-6	0.507	0.358	0.749
		2-3, 2-4, 2-5, 4-7, 7-9	0.198	0.170	0.233
		4-5, 4-9, 6-11, 6-12, 6-13, 9-10, 9-14	0.095	0.067	0.126
		7-8, 13-14	0.008	0	0.016
		3-4, 10-11, 12-13	-0.037	-0.071	-0.015
4	6	1-2	0.749	0.749	0.749
		1-5, 5-6	0.386	0.358	0.415
		2-3, 2-4, 2-5, 4-7, 7-9	0.198	0.170	0.233
		4-5, 4-9, 6-11, 6-12, 6-13, 9-10, 9-14	0.095	0.067	0.126
		7-8, 13-14	0.008	0	0.016
		3-4, 10-11, 12-13	-0.037	-0.071	-0.015

Tab. 2. The branch groups and their parameters distinguished at the subsequent steps of the hierarchical clustering, when considering rate  $\kappa_{Pij}$   $e$  is a number of the step of the hierarchical clustering

branches: 1-5, 2-5, 4-7, 6-11, 6-13 and 9-14, followed by branches: 4-5, 4-9, 5-6.

The mean values of rates  $\kappa_{Qij}$  for groups  $K_1$ – $K_4$  are in the following ratio: 1:0.53:0.27:0.09.

Analysing the contents of Tab. 2 and Tab. 3, one may note that when considering reactive power, the situation differs from the one when active power is considered. Branch 1-2 belongs to group  $K_1$  when active power, as well as reactive power are considered. However, when active power is considered the contents of group  $K_2$  is different than in the case of consideration of reactive power. The contents of groups  $K_3$  and  $K_4$  partially overlap in both cases to be considered. In each case, group  $K_3$  contains branches: 2-5 and 4-7, while group  $K_4$  contains branches: 4-5 and 4-9.

In the case of active power, the branches of groups  $K_1$  and  $K_2$  are in the consistent sub-area of the area containing the branches of groups  $K_1$ – $K_4$ . In the case of reactive power, one branch from group  $K_1$  and two branches from group  $K_2$  constitute a consistent area of the test system, while the remaining two branches from group  $K_2$ , which are interconnected, are isolated from the above-mentioned area by the branches of group  $K_4$ , in which there are the branches with relatively small rates  $\kappa_{Qij}$ . Thus, in the test system there are two areas that are weakly interconnected and in which larger reactive power flows occur. In one of them, sources of reactive power are both generators present in the system. In

$e$	$L$	Branch group	$\kappa_X^{Kl}$	$\kappa_{Xmin}^{Kl}$	$\kappa_{Xmax}^{Kl}$
1	3	1-2, 1-5, 2-3, 2-5, 3-4, 4-5, 4-7, 4-9, 5-6, 6-11, 6-13, 9-10, 9-14, 10-11	0.108	0.023	0.302
		6-12, 7-9, 13-14	0.004	0.001	0.008
		2-4, 7-8, 12-13	-0.049	-0.086	-0.020
2	4	1-2, 2-3, 3-4, 9-10, 10-11	0.188	0.147	0.302
		1-5, 2-5, 4-5, 4-7, 4-9, 5-6, 6-11, 6-13, 9-14	0.064	0.023	0.112
		6-12, 7-9, 13-14	0.004	0.001	0.008
		2-4, 7-8, 12-13	-0.049	-0.086	-0.020
3	5	1-2, 2-3, 3-4, 9-10, 10-11	0.188	0.147	0.302
		1-5, 2-5, 4-7, 6-11, 6-13, 9-14	0.081	0.062	0.112
		4-5, 4-9, 5-6	0.028	0.023	0.036
		6-12, 7-9, 13-14	0.004	0.001	0.008
		2-4, 7-8, 12-13	-0.049	-0.086	-0.020
4	6	1-2	0.302	0.302	0.302
		2-3, 3-4, 9-10, 10-11	0.159	0.147	0.172
		1-5, 2-5, 4-7, 6-11, 6-13, 9-14	0.081	0.062	0.112
		4-5, 4-9, 5-6	0.028	0.023	0.036
		6-12, 7-9, 13-14	0.004	0.001	0.008
		2-4, 7-8, 12-13	-0.049	-0.086	-0.020

Tab. 3. The branch groups and their parameters distinguished at the subsequent steps of the hierarchical clustering, when considering rate  $\kappa_{Qij}$

the other, reactive power is supplied by a capacitor bank and a synchronous compensator.

## Conclusions

For the purposes of finding areas in a power system with different levels of loads, one may use the derivatives of the power flows in branches with respect to changes of nodal powers. The rate to be defined on the basis of those derivatives allows for a branch clustering, which leads to distinguishing groups of power system branches with similar properties in terms of power flow changes due to nodal power changes. The original method of determining such branch groups presented in the paper is relatively simple. This allows effectively finding consistent system areas with pre-determined properties.

## REFERENCES

1. K. Wilkosz, Metoda wykrywania charakterystycznych obszarów w sieci elektroenergetycznej [The method of detecting characteristic areas in the power network], *Przegląd Elektrotechniczny*, No. 9a, 2012, pp. 97–102.

2. G.A. Ezhilarasi, K.S. Swarup, Distributed Load Flow using Partitioning and Equivalencing of Power Networks, 16<sup>th</sup> National Power System Conference, Hyderabad, India 2010, pp. 335–340.
3. L. Zhongxu et al., Network Partition for Distributed Reactive Power Optimization in Power Systems, IEEE International Conference on Networking, Sensing and Control, Hainan, China, 6–8 April 2008, pp. 385–388.
4. Souza Zambroni de A.C., V.H. Quintana, New technique of network partitioning for voltage collapse margin calculations. IEE proceedings -Generation, Transmission and Distribution, Vol. 141, No. 6, 1994, pp. 630–636.
5. R.J. Sanchez-Garcia et al., Hierarchical Spectral Clustering of Power Grids, *IEEE Trans. on Power Systems*, Vol. 29, No. 5, 2014, pp. 2229–2237.
6. J.A. Hartigan, M.A. Wong, Algorithm AS 136: A K-Means Clustering Algorithm, *Journal of the Royal Statistical Society, Series C*, Vol. 28, No. 1, 1979, pp. 100–108.
7. T.H. et al. Cormen, Wprowadzenie do algorytmów [Introduction to algorithms], PWN, Warszawa 2014.
8. <http://www.ee.washington.edu/research/pstca/pf14>.

### Acknowledgements

*The results of the investigation were used in calculations for optimising the reactive power flows in a power system performed with the resources made available by the Wrocław Centre for Networking and Supercomputing (<http://wcss.pl>), calculation grant no. 318.*

---

### Tomasz Okoń

Wrocław University of Technology

email: Tomasz.Okon@pwr.edu.pl

Graduated from the Faculty of Electrical Engineering at Wrocław University of Technology. Obtained his PhD in technical sciences at the Institute of Power Engineering of Wrocław University of Technology. He is a member of the IEEE (Institute of Electrical and Electronics Engineers). He is interested in the subjects of power system modelling and analysis.

### Kazimierz Wilkosz

Wrocław University of Technology

email: Kazimierz.Wilkosz@pwr.edu.pl

Connected with Wrocław University of Technology in his scientific activity. The Ph.D. degree (1979), the D.Sc. degree in Electrical Engineering from Wrocław University of Technology (1991). At present, Professor. Member of the SEP, CIGRE, IEEE, scientific secretary of the Power System Section of the Electrical Engineering Committee of the Polish Academy of Sciences (PAN). Member of scientific committees of multiple national and international conferences. He serves as a reviewer of papers submitted to journals (IEEE Transactions on Power Delivery, The International Journal for Computation and Mathematics in Electrical and Electronic Engineering and many others) and to conferences (PSCC, ICHQP, EPQU and others). His research interests and didactic activity focus on power system modelling and analysis, as well as computer science applications in power engineering.

This is a supporting translation of the original text published in this issue of "Acta Energetica" on pages 166–170. When referring to the article please refer to the original text.

PL

## Wykrywanie różnie obciążonych obszarów sieci elektroenergetycznej

### Autorzy

Tomasz Okoń  
Kazimierz Wilkosz

### Słowa kluczowe

sieć elektroenergetyczna, obszar sieci, przepływ mocy, metoda  $k$ -średnich, przeszukiwanie wszere

### Streszczenie

Uznany sposobem upraszczania problemów dotyczących systemu elektroenergetycznego, szczególnie o dużych rozmiarach, jest ich rozwiązywanie dla obszarów, na które system jest dzielony. W pracy rozważane jest wyodrębnianie obszarów systemu elektroenergetycznego, obejmujących gałęzie o podobnym obciążeniu przepływem mocy czynnej albo biernej. Na potrzeby przedstawianej metody zostały wprowadzone wskaźniki pokazujące zależność przepływu mocy (osobno mocy czynnej oraz mocy biernej) w gałęzi od obciążenia w węzłach systemu. Na podstawie branego pod uwagę wskaźnika dokonano podziału gałęzi na grupy. Dla gałęzi, należących do jednej grupy, wartości wskaźnika są do siebie zbliżone. Różnią się one istotnie od wartości rozpatrywanego wskaźnika dla innych grup. Dla wyróżnionych grup znajdowane są spójne obszary sieci elektroenergetycznej, które charakteryzują wartości wymienionego wcześniej wskaźnika większe od zadanej wartości. Wykorzystanie przedstawionej metody jest pokazane na przykładzie 14-węzłowego systemu testowego IEEE.

### Wstęp

Jednym ze sposobów uproszczenia analiz dla systemu elektroenergetycznego jest wyodrębnienie w nim obszarów, w których obserwowany jest problem wymagający rozpatrzenia [1–5]. Takie podejście pozwala zmniejszyć rozmiar rozwiązywanego zadania.

Z punktu widzenia pracy systemu elektroenergetycznego interesujące jest wyodrębnienie obszarów systemu obejmujących gałęzie o podobnych przepływach mocy. Znajomość takich obszarów pozwala zlokalizować gałęzie o określonym stopniu wykorzystania ich przepustowości. Pozwala także wskazać, gdzie jest problem z nadmiernymi przepływami mocy biernej. Obszary systemu elektroenergetycznego mogą być także wyodrębniane w innych celach, przykładowo w celu wskazania tych miejsc w systemie, gdzie występują zbyt wysokie albo zbyt niskie wartości modułów napięć. Praca jest skoncentrowana na wskazywaniu obszarów systemu elektroenergetycznego z punktu widzenia wielkości występujących w nich przepływów. W przeprowadzanych rozważaniach wzięto pod uwagę to, że przepływy mocy w poszczególnych gałęziach systemu elektroenergetycznego są konsekwencją obciążeń poszczególnych węzłów systemu. Zmiana tych obciążeń pociąga za sobą zmianę przepływów mocy w systemie. W związku z tym powstają pytania:

1. Jak zmiana obciążenia w węzłach wpływa na przepływy mocy w poszczególnych gałęziach?
2. W których gałęziach najbardziej, a w których gałęziach najmniej zmienia się przepływ mocy przy zmianie obciążenia w węzłach systemu?
3. Czy jest możliwe wskazanie spójnych obszarów sieci elektroenergetycznej, w których są gałęzie z podobnym poziomem zmian przepływów mocy przy zmianie obciążenia w węzłach?

W artykule zmierza się do odpowiedzi na te pytania.

Należy zauważyć, że im bardziej wrażliwy na zmiany obciążenia w węzle jest przepływ mocy w danej gałęzi, tym większe będą zmiany przepływu w gałęzi.

W dalszej części pracy, w pierwszej kolejności przedstawiany jest sposób oceny zależności przepływu mocy w gałęzi od obciążenia w węzłach systemu. Następnie omawiana jest idea postępowania prowadzącego do ustalenia grup gałęzi o podobnych właściwościach z punktu widzenia wspomnianej zależności. Kolejnym omawianym zagadnieniem jest wyodrębnianie spójnych obszarów sieci elektroenergetycznej obejmujących gałęzie branych pod uwagę wcześniej ustalonych grup.

**Ocena stopnia zależności przepływu mocy w gałęzi od obciążenia w węzłach systemu**  
Dla oceny zależności przepływu mocy w danej gałęzi od obciążenia w określonym węzle może być wykorzystana pochodna przepływu mocy w gałęzi względem obciążenia w tym węzle. Zmiana przepływu mocy w gałęzi spowodowana zmianą obciążenia w każdym węzle, gdzie jest to możliwe, może być oszacowana jako:

$$\Delta X_{ij} = \sum_{w=1}^n \frac{\partial X_{ij}}{\partial X_w} \Delta X_w, \quad i, j \in I \text{ oraz } i \neq j \quad (1)$$

gdzie:

$I$  – zbiór indeksów węzłów systemu elektroenergetycznego;  $n$  – liczba wszystkich węzłów w systemie elektroenergetycznym;  $X \in \{P, Q\}$ ;  $P, Q$  – przepływ mocy, odpowiednio, czynnej oraz biernej;  $X_{ij}$  – przepływ mocy w gałęzi pomiędzy węzłami  $i$  oraz  $j$ ;  $X_w$  – moc węzłowa w węzle  $w$ ,  $\Delta X_w$  – zmiana mocy węzłowej w węzle  $w$ .

Gdy zmiana obciążenia w dowolnym węzle jest taka sama, tj. gdy:

$$\Delta X_w = \Delta X$$

to ze wzoru (1) wynika, że:

$$\frac{\Delta X_{ij}}{\Delta X} = \sum_{w=1}^n \frac{\partial X_{ij}}{\partial X_w}, \quad i, j \in I \text{ oraz } i \neq j \quad (2)$$

oraz, że średnia zmiana przepływu mocy  $X_{ij}$  spowodowana zmianą obciążenia w węzle rozpatrywanego systemu o wartości  $\Delta X$  jest równa:

$$\frac{1}{n} \frac{\Delta X_{ij}}{\Delta X} = \frac{1}{n} \sum_{w=1}^n \frac{\partial X_{ij}}{\partial X_w}, \quad i, j \in I \text{ oraz } i \neq j \quad (3)$$

Dalej przyjmowane jest oznaczenie

$$\kappa_{X_{ij}} = \frac{1}{n} \frac{\Delta X_{ij}}{\Delta X}, \quad i, j \in I \text{ oraz } i \neq j \quad (4)$$

Wskaźniki  $\kappa_{X_{ij}}$ ,  $i, j \in I$ ,  $i \neq j$  mogą być wykorzystane do porównania różnych gałęzi systemu z punktu widzenia średnich zmian przepływów mocy  $X_{ij}$ , wynikających ze zmian obciążenia w węzle systemu o wartości  $\Delta X$ . Im większą wartość ma wskaźnik  $\kappa_{X_{ij}}$ , tym większe jest obciążenie gałęzi  $i$ - $j$  przepływem mocy  $X_{ij}$  w reakcji na obciążenia węzłów systemu. Dodatnia wartość wskaźnika  $\kappa_{X_{ij}}$  oznacza zwiększenie obciążenia gałęzi  $i$ - $j$ , a ujemna wartość wskaźnika  $\kappa_{X_{ij}}$  obniżenie obciążenia gałęzi  $i$ - $j$  w stosunku do wartości bazowej przepływu mocy  $X_{ij}$ .

Wskaźnik  $\kappa_{X_{ij}}$  może być obliczony dla początku albo końca gałęzi  $i$ - $j$ . W przedstawianych w pracy rozważaniach brana jest pod uwagę ta wartość wskaźnika  $\kappa_{X_{ij}}$ , która jest większa co do modułu.

### Idea podziału sieci elektroenergetycznej na obszary

Wykorzystując wskaźniki  $\kappa_{X_{ij}}$ ,  $i, j \in I$ ,  $i \neq j$  można dokonać podziału gałęzi sieci elektroenergetycznej na grupy, przy czym jedna grupa obejmuje gałęzie o zbliżonych wartościach wskaźników  $\kappa_{X_{ij}}$ ,  $i, j \in I$ ,  $i \neq j$ . Każda z wymienionych grup jest charakteryzowana przez wartość średnią wskaźników  $\kappa_{X_{ij}}$  wyznaczonych dla poszczególnych gałęzi należących do grupy. Otrzymane

grupy są porządkowane w kolejności zmniejszania wspomnianych wartości średnich wskaźników  $\kappa_{Xij}$ . Dalej przyjmowane jest, że grupy te oznaczane są jako  $K_1$ ,

$K_2$  itd., a wartość średnia wskaźników  $\kappa_{Xij}$  gałęzi należących do  $l$ -tej grupy jest oznaczana jako  $\kappa_X^{Kl}$ . Wielkością charakteryzującą grupę jest wielkość  $\kappa_X^{Kl}$ . Im niższy jest

numer grupy gałęzi  $K_l$ , tym większa jest wartość  $\kappa_X^{Kl}$ .

W pracy zaproponowano, by w pierwszej kolejności wszystkie gałęzie sieci elektroenergetycznej były podzielone na dwie grupy: jedną obejmującą gałęzie z dodatnimi oraz drugą obejmującą gałęzie z niedodatnimi wartościami wskaźników  $\kappa_{Xij}$ ,  $i, j \in I$ . W dalszej kolejności, w oparciu o zasady klasteryzacji hierarchicznej, w obrębie każdej z wymienionych grup ustalane byłyby następne grupy gałęzi sieci elektroenergetycznej, tym razem, w każdym kroku klasteryzacji, z wykorzystywaniem metody  $k$ -średnich [6].

Znając podział gałęzi sieci elektroenergetycznej na grupy  $K_1, K_2, \dots, K_L$ , gdzie  $L$  jest liczbą wyróżnionych grup, można wyodrębnić spójne obszary sieci (zaproponowano wykorzystanie grafowej metody przeszukiwania wszerz [7]) obejmujące gałęzie o wartościach wskaźników  $\kappa_{Xij}$ ,  $i, j \in I$ ,  $i \neq j$  nie niższych niż określony poziom. Zaproponowano, by wyodrębnianie obszarów w sieci zostało rozpoczęte od uwzględnienia gałęzi z grupy  $K_1$ . Uwzględnienie w dalszej kolejności grup  $K_2, K_3$  itd. może być wykorzystane do rozszerzenia wskazanych wcześniej obszarów.

#### Zasada metody wyodrębniania w sieci elektroenergetycznej spójnych obszarów

Metoda podziału sieci elektroenergetycznej na obszary, uwzględniająca wielkość obciążenia z punktu widzenia przepływu mocy  $X$  (mocy czynnej albo biernej), obejmuje etapy:

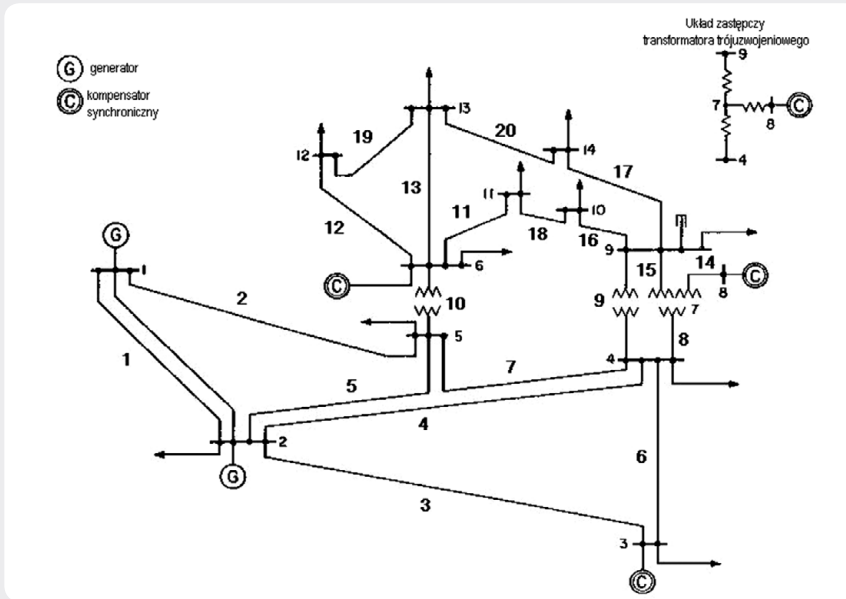
1. Wyznaczenie dla każdej gałęzi  $i$ - $j$  wskaźnika  $\kappa_{Xij}$
2. Podział gałęzi na grupy według charakteryzujących ich wskaźników  $\kappa_{Xij}$ ,  $i, j \in I$ ,  $i \neq j$
3. Uporządkowanie otrzymanych w etapie 2 grup gałęzi w kolejności zmniejszania wielkości  $\kappa_X^{Kl}$ ,  $l \in \{1, 2, \dots, L\}$
4. Wyodrębnienie spójnych obszarów gałęzi w sieci elektroenergetycznej na podstawie branych kolejno grup  $K_1, K_2, \dots$ . Uwzględnienie kolejnych grup gałęzi jest przerywane, gdy nie ma już grup gałęzi o obciążeniu nie mniejszym od określonego poziomu.

#### Przykład obliczeniowy

W celu pokazania wykorzystania podanej wcześniej metody wyodrębniania w sieci elektroenergetycznej spójnych obszarów przedstawiono obliczenia dla 14-węzłowego systemu testowego IEEE [8]. System ten pokazano na rys. 1.

Wskaźniki  $\kappa_{Xij}$ ,  $i, j \in I$ ,  $i \neq j$ , gdzie  $I$  jest zbiorem numerów węzłów systemu testowego (liczby od 1 do 14),  $X \in \{P, Q\}$ , zawiera tab. 1.

Zarówno wskaźniki  $\kappa_{Pij}$ ,  $i, j \in I$ ,  $i \neq j$ , jak i wskaźniki  $\kappa_{Qij}$ ,  $i, j \in I$ ,  $i \neq j$  przyjmują wartości dodatnie oraz ujemne. Ujemne wartości wskaźników  $\kappa_{Pij}$ ,  $i, j \in I$ ,  $i \neq j$  albo wskaźników  $\kappa_{Qij}$ ,  $i, j \in I$ ,  $i \neq j$  oznaczają, że w rozpatrywanym systemie testowym są gałęzie, w których – przeciętnie biorąc – zmiany przepływów mocy czynnej albo biernej zachodzą w kierunku przeciwnym do zmian obciążenia w węzłach systemu, w szczególności następuje zmniejszenie przepływów mocy czynnej albo biernej wraz ze wzrostem obciążenia w węzłach



Rys. 1. Wykorzystywany w obliczeniach system testowy

$k$	$i$	$j$	$\kappa_{Pij}$	$\kappa_{Qij}$
1	1	2	0,749	0,302
2	1	5	0,358	0,062
3	2	3	0,170	0,161
4	2	4	0,233	-0,040
5	2	5	0,211	0,080
6	3	4	-0,071	0,147
7	4	5	0,086	0,023
8	4	7	0,191	0,112
9	4	9	0,110	0,026
10	5	6	0,415	0,036
11	6	11	0,067	0,074
12	6	12	0,078	0,001
13	6	13	0,126	0,095
14	7	8	0,000	-0,020
15	7	9	0,183	0,008
16	9	10	0,117	0,172
17	9	14	0,078	0,066
18	10	11	-0,026	0,158
19	12	13	-0,015	-0,086
20	13	14	0,016	0,002

Tab. 1. Wskaźniki  $\kappa_{Pij}$  oraz  $\kappa_{Qij}$  dla gałęzi systemu testowego

systemu. Analizując wartości wskaźników  $\kappa_{Pij}$ ,  $i, j \in I$   $i \neq j$  oraz wskaźników  $\kappa_{Qij}$ ,  $i, j \in I$   $i \neq j$ , można zauważyć znaczne ich różnice dla różnych gałęzi. Stosunek wartości maksymalnej do wartości minimalnej modułu dla wskaźnika  $\kappa_{Pij}$  wynosi 47,4, a dla wskaźnika  $\kappa_{Qij}$  – 591,7.

W celu wyodrębnienia grup gałęzi systemu testowego o podobnych wartościach wskaźników  $\kappa_{Pij}$ ,  $i, j \in I$   $i \neq j$  albo wskaźników  $\kappa_{Qij}$ ,  $i, j \in I$   $i \neq j$  przeprowadzono procedurę klasteryzacji hierarchicznej. Przyjęto przy tym założenie, że:

$$\kappa_{Xmax}^{Kl} - \kappa_{Xmin}^{Kl} \leq p \kappa_{Xmax} \quad (5)$$

gdzie:

$\kappa_{Xmin}^{Kl}$ ,  $\kappa_{Xmax}^{Kl}$  – odpowiednio, minimalna i maksymalna wartość wskaźnika  $\kappa_{Xij}$  dla gałęzi grupy  $K_i$ ;  $p$  – stała; w przykładzie obliczeniowym przyjęto  $p = 0,2$ ;  $\kappa_{Xmax}$  – maksymalna wartość wskaźnika  $\kappa_{Xij}$ ,  $i, j \in I$   $i \neq j$ .

Procedura klasteryzacji jest realizowana osobno z punktu widzenia każdego ze wskazanych wcześniej wskaźników. W obu przypadkach klasteryzacji w pierwszym kroku wyodrębniane są trzy grupy gałęzi w systemie testowym:

- gałęzie, dla których  $\kappa_{Xij} > 0,05 \kappa_{Xmax}$ ,  $i, j \in I$   $i \neq j$ , gdzie  $\kappa_{Xmax}$  jest największą z wartości wskaźników  $\kappa_{Xij}$ ,  $i, j \in I$   $i \neq j$
- gałęzie, dla których  $0 \leq \kappa_{Xij} \leq 0,05 \kappa_{Xmax}$ ,  $i, j \in I$   $i \neq j$
- gałęzie, dla których  $\kappa_{Xij} < 0$ ,  $i, j \in I$   $i \neq j$ .

Wykorzystując metodę  $k$ -średnich, w kolejnych krokach klasteryzacji hierarchicznej w pierwszej z wymienionych wcześniej grup gałęzi wyodrębniono podgrupy. Efekty klasteryzacji hierarchicznej podano w tab. 2 oraz 3. W tab. 2 i 3 pogrubioną czcionką oznaczone są gałęzie tych grup, których zawartość nie zmienia się już w kolejnych krokach klasteryzacji.

W wyniku klasteryzacji gałęzi z punktu widzenia wskaźników  $\kappa_{Pij}$ ,  $i, j \in I$   $i \neq j$ , jak również klasteryzacji gałęzi z punktu widzenia wskaźników  $\kappa_{Qij}$ ,  $i, j \in I$   $i \neq j$ , otrzymywano 6 grup gałęzi. W obu przypadkach najmniejsza liczba gałęzi w grupie to 1. Tą gałęzią, która samodzielnie stanowi grupę, jest gałąź 1-2. Dla gałęzi 1-2 wskaźnik  $\kappa_{P12}$  ma wartość istotnie większą od wartości wskaźników  $\kappa_{Pij}$  wyznaczonych dla innych gałęzi. Taka sama sytuacja jest w odniesieniu do wskaźnika  $\kappa_{Q12}$ .

Dla wyróżnionych w tab. 2 dla kroku 4. grup gałęzi  $K_1-K_4$  wskaźniki  $\kappa_{Pij}$  są większe od zera. Im niższy numer grupy, tym wskaźniki  $\kappa_{Pij}$  są większe. W grupie  $K_5$  są gałęzie, dla których wskaźniki  $\kappa_{Pij}$  są dodatnie, lecz bliskie zera. W grupie  $K_6$  są gałęzie, dla których wskaźniki  $\kappa_{Pij}$  są z kolei mniejsze od zera.

Analiza pokazuje, że gałęzie z grup  $K_1-K_4$  stanowią spójny obszar sieci. W przypadku zwiększenia obciążenia w węzłach systemu najbardziej obciążana jest gałąź

1-2, następnie gałęzie 1-5, 5-6 na drodze przepływu energii pomiędzy węzłem 1 oraz 6. W mniejszym stopniu obciążane są gałęzie wyprowadzające energię z węzła 2: 2-3, 2-4 i 2-5 oraz gałęzie 4-7, 7-9 na drodze przepływu energii pomiędzy węzłem 4 oraz 9. Stosunkowo niewielkie obciążenie jest obserwowane w gałęziach: 4-5, 4-9, 6-13, 9-10, 9-14, 6-11, 6-12. Pomijalne zwiększenie obciążenia jest w gałęzi 13-14. Zmniejszenie obciążenia – w sensie średniej – jest w gałęziach 3-4, 10-11, 12-13.

Wartości średnie wskaźników  $\kappa_{Pij}$  dla poszczególnych grup  $K_1-K_4$  są w następującej proporcji: 1:0.52:0.26:0.13.

Rozpatrując grupy gałęzi podane w tab. 3, można zauważyć, że podobnie jak to jest w przypadku grup gałęzi z tab. 2, gałęzie z grup  $K_1-K_4$  mają wskaźniki  $\kappa_{Qij}$ , które są większe od zera, wskaźniki  $\kappa_{Qij}$  dla gałęzi z grupy  $K_5$  są dodatnie i bliskie zera, a dla gałęzi z grupy  $K_6$  są ujemne.

Gałęzie z grup  $K_1-K_4$  podanych w tab. 3 stanowią spójny obszar sieci. Zwiększenie obciążenia w węzłach sieci pociąga za sobą największe obciążenie gałęzi 1-2, następnie gałęzi: 2-3, 3-4, 9-10 oraz 10-11. W mniejszym stopniu obciążane są gałęzie: 1-5, 2-5, 4-7, 6-11, 6-13 i 9-14 oraz w dalszej kolejności gałęzie: 4-5, 4-9, 5-6.

Wartości średnie wskaźników  $\kappa_{Qij}$  dla poszczególnych grup  $K_1-K_4$  są w następującej proporcji: 1:0.53:0.27:0.09.

e	L	Grupa gałęzi	$\kappa_{X}^{Kl}$	$\kappa_{Xmin}^{Kl}$	$\kappa_{Xmax}^{Kl}$
1	3	1-2, 1-5, 2-3, 2-4, 2-5, 4-5, 4-7, 4-9, 5-6, 6-11, 6-12, 6-13, 7-9, 9-10, 9-14	0,211	0,067	0,749
		<b>7-8, 13-14</b>	0,008	0	0,016
		<b>3-4, 10-11, 12-13</b>	-0,037	-0,071	-0,015
2	4	1-2, 1-5, 5-6	0,507	0,358	0,749
		2-3, 2-4, 2-5, 4-5, 4-7, 4-9, 6-11, 6-12, 6-13, 7-9, 9-10, 9-14	0,137	0,067	0,233
		<b>7-8, 13-14</b>	0,008	0	0,016
		<b>3-4, 10-11, 12-13</b>	-0,037	-0,071	-0,015
3	5	1-2, 1-5, 5-6	0,507	0,358	0,749
		<b>2-3, 2-4, 2-5, 4-7, 7-9</b>	0,198	0,170	0,233
		<b>4-5, 4-9, 6-11, 6-12, 6-13, 9-10, 9-14</b>	0,095	0,067	0,126
		<b>7-8, 13-14</b>	0,008	0	0,016
		<b>3-4, 10-11, 12-13</b>	-0,037	-0,071	-0,015
4	6	<b>1-2</b>	0,749	0,749	0,749
		<b>1-5, 5-6</b>	0,386	0,358	0,415
		<b>2-3, 2-4, 2-5, 4-7, 7-9</b>	0,198	0,170	0,233
		<b>4-5, 4-9, 6-11, 6-12, 6-13, 9-10, 9-14</b>	0,095	0,067	0,126
		<b>7-8, 13-14</b>	0,008	0	0,016
		<b>3-4, 10-11, 12-13</b>	-0,037	-0,071	-0,015

Tab. 2. Grupy gałęzi i ich parametry wyodrębniane w czasie kolejnych etapów klasteryzacji hierarchicznej, gdy rozpatrywany jest wskaźnik  $\kappa_{Pij}$

e	L	Grupa gałęzi	$\kappa_{X}^{Kl}$	$\kappa_{Xmin}^{Kl}$	$\kappa_{Xmax}^{Kl}$
1	3	1-2, 1-5, 2-3, 2-5, 3-4, 4-5, 4-7, 4-9, 5-6, 6-11, 6-13, 9-10, 9-14, 10-11	0,108	0,023	0,302
		<b>6-12, 7-9, 13-14</b>	0,004	0,001	0,008
		<b>2-4, 7-8, 12-13</b>	-0,049	-0,086	-0,020
2	4	1-2, 2-3, 3-4, 9-10, 10-11	0,188	0,147	0,302
		1-5, 2-5, 4-5, 4-7, 4-9, 5-6, 6-11, 6-13, 9-14	0,064	0,023	0,112
		<b>6-12, 7-9, 13-14</b>	0,004	0,001	0,008
		<b>2-4, 7-8, 12-13</b>	-0,049	-0,086	-0,020
3	5	1-2, 2-3, 3-4, 9-10, 10-11	0,188	0,147	0,302
		<b>1-5, 2-5, 4-7, 6-11, 6-13, 9-14</b>	0,081	0,062	0,112
		<b>4-5, 4-9, 5-6</b>	0,028	0,023	0,036
		<b>6-12, 7-9, 13-14</b>	0,004	0,001	0,008
		<b>2-4, 7-8, 12-13</b>	-0,049	-0,086	-0,020
4	6	<b>1-2</b>	0,302	0,302	0,302
		<b>2-3, 3-4, 9-10, 10-11</b>	0,159	0,147	0,172
		<b>1-5, 2-5, 4-7, 6-11, 6-13, 9-14</b>	0,081	0,062	0,112
		<b>4-5, 4-9, 5-6</b>	0,028	0,023	0,036
		<b>6-12, 7-9, 13-14</b>	0,004	0,001	0,008
		<b>2-4, 7-8, 12-13</b>	-0,049	-0,086	-0,020

Tab. 3. Grupy gałęzi i ich parametry wyodrębniane w czasie kolejnych kroków klasteryzacji hierarchicznej, gdy rozpatrywany jest wskaźnik  $\kappa_{Qij}$



Analizując zawartość tab. 2 oraz tab. 3, można zauważyć, że w przypadku rozpatrywania mocy biernej sytuacja różni się od tej, która ma miejsce, gdy rozpatrywana jest moc czynna. Gałąź 1–2 należy do grupy  $K_1$  w przypadku rozpatrywania mocy czynnej, jak również rozpatrywania mocy biernej. Jednak zawartość grupy  $K_2$  jest inna w przypadku rozpatrywania mocy czynnej niż w przypadku rozpatrywania mocy biernej. Zawartości grup  $K_3$  oraz  $K_4$  częściowo pokrywają się w obu rozpatrywanych przypadkach. W każdym z tych przypadków do grupy  $K_3$  należą gałęzie: 2–5 oraz 4–7, a do grupy  $K_4$  gałęzie: 4–5 oraz 4–9.

W przypadku mocy czynnej gałęzie grup  $K_1$  oraz  $K_2$  są w spójnym podobzarsze obszaru obejmującym gałęzie grup  $K_1$ – $K_4$ . W przypadku mocy biernej gałąź z grupy  $K_1$  oraz dwie gałęzie z grupy  $K_2$  tworzą spójny obszar systemu testowego, podczas gdy dwie pozostałe gałęzie z grupy  $K_2$ , połączone ze sobą, są oddzielone od wcześniej wymienionego obszaru przez gałęzie należące do grupy  $K_4$ , a więc przez gałęzie, których wskaźniki  $\kappa_{Qij}$  są stosunkowo niewielkie. W systemie testowym są zatem dwa obszary, słabo ze sobą powiązane, w których są większe przepływy mocy biernej. W jednym z nich moc bierna jest pobierana z obu generatorów obecnych w systemie. W drugim moc bierna jest dostarczana przez baterię kondensatorów oraz kompensator synchroniczny.

### Wnioski

Na potrzeby znajdowania obszarów w systemie elektroenergetycznym o różnym stopniu obciążenia można wykorzystywać pochodne przepływu mocy w gałęzi po mocach węzłowych. Definiowany na podstawie tych pochodnych wskaźnik pozwala przeprowadzić klasteryzację gałęzi prowadzącą do wyodrębnienia grup gałęzi systemu o podobnych właściwościach z punktu widzenia ich obciążania w wyniku zmiany mocy węzłowych. Przedstawiona w pracy oryginalna metoda umożliwia wskaźnikowo prosta. Umożliwia ona efektywne znajdowanie spójnych obszarów systemu o określonych wcześniej właściwościach.

### Bibliografia

1. Wilkosz K., Metoda wykrywania charakterystycznych obszarów w sieci elektroenergetycznej, *Przegląd Elektrotechniczny* 2012, nr 9a, s. 97–102.
2. Ezhilarasi G.A., Swarup K.S., Distributed Load Flow using Partitioning and Equivalencing of Power Networks, 16<sup>th</sup> National Power System Conference, Hyderabad, India 2010, s. 335–340.
3. Zhongxu L. i in., Network Partition for Distributed Reactive Power Optimization in Power Systems, IEEE International Conference on Networking, Sensing and

Control, Hainan, China, 6–8 April 2008, s. 385–388.

4. Zambroni de Souza A.C., Quintana V.H., New technique of network partitioning for voltage collapse margin calculations. IEE proceedings-Generation, *Transmission and Distribution* 1994, Vol. 141, No. 6, s. 630–636.
5. Sanchez-Garcia R.J. i in., Hierarchical Spectral Clustering of Power Grids, *IEEE Trans. on Power Systems* 2014, Vol. 29, nr 5, s. 2229–2237.
6. Hartigan J.A., Wong M.A., Algorithm AS 136: A K-Means Clustering Algorithm, *Journal of the Royal Statistical Society* 1979, Series C, Vol. 28, No. 1, s. 100–108.
7. Cormen T.H. i in., Wprowadzenie do algorytmów, PWN, Warszawa 2014.
8. <http://www.ee.washington.edu/research/pstca/pf14>.

### Podziękowania

Wyniki pracy wykorzystano w obliczeniach optymalizacji rozprywu mocy biernej w systemie elektroenergetycznym wykonanych przy użyciu zasobów udostępnionych przez Wrocławskie Centrum Sieciowo-Superkomputerowe (<http://wcss.pl>), grant obliczeniowy nr 318.

### Tomasz Okoń

dr inż.

Politechnika Wroclawska

e-mail: Tomasz.Okon@pwr.edu.pl

Ukończył studia magisterskie na Wydziale Elektrycznym Politechniki Wroclawskiej. Stopień doktora nauk technicznych otrzymał w Instytucie Energoelektryki Politechniki Wroclawskiej. Jest członkiem IEEE (Institute of Electrical and Electronics Engineers). Interesuje się zagadnieniami modelowania i analiz systemu elektroenergetycznego.

### Kazimierz Wilkosz

prof. dr hab. inż.

Politechnika Wroclawska

e-mail: Kazimierz.Wilkosz@pwr.edu.pl

Naukowo związany z Politechniką Wroclawską. Członek SEP, CIGRE, IEEE, sekretarz naukowy Sekcji Systemów Elektroenergetycznych Komitetu Elektrotechniki PAN. Zasiada w komitetach naukowych wielu konferencji krajowych oraz zagranicznych. Pełni funkcje recenzenta prac zgłaszanych do czasopism (m.in. *IEEE Transactions on Power Delivery*, *The International Journal for Computation and Mathematics in Electrical and Electronic Engineering*) oraz na konferencje (m.in. PSCC, ICHQP, EPQU). Jego zainteresowania naukowe oraz działalność dydaktyczna koncentrują się w zakresie modelowania i analiz systemu elektroenergetycznego oraz zastosowań informatyki w elektroenergetyce.