

Osiadanie powierzchni terenu w budownictwie na terenach górniczych

dr inż. Witold Paleczek, Politechnika Częstochowska

1. Wprowadzenie

W praktyce inżynierskiej do oceny skał górotworu stosowane są powszechnie parametry geomechaniczne takie jak: kohezja c , wytrzymałość w stanie nasączenia wodą R_{cn} , doraźna wytrzymałość na ściskanie R_c , doraźna wytrzymałość na rozciąganie R_r , moduł sprężystości Younga E , których wartości podawane są w jednostce ciśnienia, a w praktyce stosowany jest MPa. Zależności korelacyjne pomiędzy rozważanymi parametrami prowadzą do ich wartości uśrednionych [1–9]. Takie wartości uśrednione mogłyby charakteryzować górotwór w danym rejonie. W pracach [5, 7–9] wartości te przedstawiono następująco: $R_{cn} = 11,11$ MPa, $R_r = 2,0$ MPa, $c = 3,33$ MPa, $R_c = 25,00$ MPa, $E_{cn} = 4630,00$ MPa. Uśredniony ciężar objętościowy skał przyjęto w obliczeniach jako: $\gamma = 0,02$ MPa/m.

Wartości zacytowane podstawione do odpowiednich wzorów empirycznych i aproksymujących dają ten sam, przybliżony wynik – rysunki 1, 2 i 3. Wartość parametru teorii określanego mianem promienia zasięgu wpływów głównych r określono w teorii Budryka–Knothe'go wzorami (1), natomiast w teorii Chudka–Stefańskiego wzorami (2), [1, 2]. Wzory od (3) do (6) są proponowanym tu rozwiązaniem aproksymacyjnym, które określono na podstawie analizy danych empirycznych. Można w tym miejscu wspomnieć, że wartość parametru $tg(\beta)$ jest stosowana także do wyznaczania filarów ochronnych.

$$r(H, \beta) = \frac{H}{tg(\beta)} \Rightarrow tg(\beta) = \frac{H}{r} \quad (1)$$

$$r(H, R_r, \gamma) = \sqrt{\frac{H \cdot R_r}{\gamma}} \Rightarrow tg(\beta) = \sqrt{\frac{H \cdot \gamma}{R_r}} \quad (2)$$

$$r(H, \gamma, c, R_c, R_r) = \frac{\sqrt{3}}{15} \sqrt{\frac{H \cdot (15 \cdot c + 2 \cdot R_c + 25 \cdot R_r)}{\gamma}}$$

$$\Rightarrow tg(\beta) = 5 \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{\frac{H \cdot \gamma}{15 \cdot c + 2 \cdot R_c + 25 \cdot R_r}} \quad (3)$$

$$r(H, \gamma, R_r, R_c) = \frac{\sqrt{2}}{10} \sqrt{\frac{H \cdot (25 \cdot R_r + 2 \cdot R_c)}{\gamma}}$$

$$\Rightarrow tg(\beta) = 5 \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{\frac{H \cdot \gamma}{25 \cdot R_r + 2 \cdot R_c}} \quad (4)$$

$$r(H, \gamma, R_r, c) = \frac{\sqrt{10}}{10} \cdot \sqrt{\frac{H \cdot (5 \cdot R_r + 3 \cdot c)}{\gamma}}$$

$$\Rightarrow tg(\beta) = \sqrt{10} \cdot \sqrt{\frac{H \cdot \gamma}{5 \cdot R_r + 3 \cdot c}} \quad (5)$$

$$r(H, \gamma, R_c, c) = \frac{\sqrt{2}}{10} \cdot \sqrt{\frac{H \cdot (15 \cdot c + 2 \cdot R_c)}{\gamma}}$$

$$\Rightarrow tg(\beta) = 5 \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{\frac{H \cdot \gamma}{15 \cdot c + 2 \cdot R_c}} \quad (6)$$

2. Wzory wykorzystane do aproksymacji

W teorii Knothe'go–Budryka wzór określający obniżenie (osiadanie, przemieszczenie pionowe) dla przypadku nieskończonej półpłaszczyzny określono wzorem (7), natomiast w zadaniu przestrzennym określono wzorem (8) przy zachowaniu uproszczenia polegającego na tym, że pominięto tu w rozważaniach odpowiednio parametry: wstępnej komprimacji górotworu wynikającej z odwadniania w_w , które omówiono w pracy [3], natomiast wartość obrzeża eksploatacyjnego d przedstawiono, wybranymi, proponowanymi wzorami od (9) do (13).

$$w(x) = \frac{a \cdot g}{r} \cdot \int_{-\infty}^x e^{-\frac{\pi \cdot \lambda^2}{r^2}} d\lambda \quad (7)$$

$$w(x, y) = \int_{X_1}^{X_2} \int_{Y_1}^{Y_2} \frac{a \cdot g}{r^2} \cdot e^{-\frac{\pi \cdot [(\xi - y)^2 + (\eta - x)^2]}{r^2}} d\xi d\eta \quad (8)$$

gdzie:

$w(x)$, $w(x, y)$ – odpowiednio wartości przemieszczeń pionowych (osiadań, obniżeń) w punkcie o współrzędnych bieżących x dla zadania „nieskończonej półpłaszczyzny”, natomiast o współrzędnych x, y w zadaniu przestrzennym, przy czym X_1, X_2, Y_1, Y_2 są współrzędnymi przekątnej prostokąta będącego pojedynczym, elementarnym polem eksploatacyjnym;

a – współczynnik eksploatacyjny (współczynnik wypełnienia pustki poeksploatacyjnej);

g – grubość wyeksploatowanej warstwy (tzw. wysokość furty eksploatacyjnej);

r – promień zasięgu wpływów głównych z zależności

określonej wzorami (1) do (6), w których kąt β jest kątem zasięgu wpływów głównych, natomiast H jest głębokością wyeksploatowanej warstwy.

Wartość obrzeża eksploatacyjnego d wpływa na przesunięcie (asymetryzację) krzywej przemieszczeń pionowych względem krawędzi frontu eksploatacyjnego. Zjawisko to jest zjawiskiem naturalnym, występującym w ośrodkach wielowarstwowych – ośrodkiem takim jest górotwór. Wzory matematyczne określające wartość obrzeża eksploatacyjnego przedstawiono następującymi zależnościami, przy czym wzór (9) wywodzi się bezpośrednio z teorii Chudka-Stefańskiego, natomiast wzory od (10) do (13) są wzorami zaproponowanymi w niniejszej pracy; bazując na uśrednionych wartościach liczbowych omawianych parametrów geomechanicznych przedstawiono przykładowe wyliczenia wartości liczbowych obrzeża na podstawie danych empirycznych:

$$d(H, \gamma, R_r) = 0,14 \cdot \sqrt{\frac{H \cdot R_r}{\gamma}} \Rightarrow 0,14 \cdot \sqrt{\frac{300 \cdot 2}{0,02}} \approx 24 \text{ m} \quad (9)$$

Podstawiając do (9) wzór (3) i dokonując uproszczeń algebraicznych postaci:

$$0,14 = \frac{7}{50} \cdot \frac{7}{50} \cdot \frac{\sqrt{3}}{15} = \frac{7 \cdot \sqrt{3}}{750} = 0,016 \approx \frac{2}{125}$$

otrzymujemy wzór w funkcji pięciu zmiennych (10):

$$d(H, \gamma, c, R_r, R_c) = \frac{2}{125} \cdot \sqrt{\frac{H \cdot (15 \cdot c + 2 \cdot R_c + 25 \cdot R_r)}{\gamma}} \Rightarrow \frac{2}{125} \cdot \sqrt{\frac{300 \cdot (15 \cdot 3,33 + 2 \cdot 25 + 25 \cdot 2)}{0,02}} \approx 24 \text{ m} \quad (10)$$

Po podstawieniu do (9) wzoru (6) oraz następnie (4) i (5), a przy zachowaniu uproszczenia: $\frac{\sqrt{2}}{10} \approx 0,14$ otrzymujemy odpowiednio wzory (11), (12), (13):

$$d(H, \gamma, R_c, c) = (0,14)^2 \cdot \sqrt{\frac{H \cdot (15 \cdot c + 2 \cdot R_c)}{\gamma}} \Rightarrow \left(\frac{7}{50}\right)^2 \cdot \sqrt{\frac{300 \cdot (15 \cdot 3,33 + 2 \cdot 25)}{0,02}} \approx 24 \text{ m} \quad (11)$$

$$d(H, \gamma, R_r, R_c) = (0,14)^2 \cdot \sqrt{\frac{H \cdot (25 \cdot R_r + 2 \cdot R_c)}{\gamma}} \Rightarrow \left(\frac{7}{50}\right)^2 \cdot \sqrt{\frac{300 \cdot (25 \cdot 2 + 2 \cdot 25)}{0,02}} \approx 24 \text{ m} \quad (12)$$

$$d(H, \gamma, R_r, c) = \frac{14}{315} \cdot \sqrt{\frac{H \cdot (5 \cdot R_r + 3 \cdot c)}{\gamma}} \Rightarrow \frac{14}{315} \cdot \sqrt{\frac{300 \cdot (5 \cdot 2 + 3 \cdot 33)}{0,02}} \approx 24 \text{ m} \quad (13)$$

Po podstawieniu zależności (4) do (7) oraz uwzględniając obrzeże eksploatacyjne d określone wzorem (12), przy założeniu, że $N = \pi$ otrzymano obniżenie $w(x)$ w funkcji siedmiu zmiennych, tj.: $w(x, a, g, H, \gamma, R_c, R_r)$, co określono we wzorze (14).

$$w(x) = \frac{10 \cdot a \cdot g}{\sqrt{\frac{2H \cdot (25 \cdot R_r + 2 \cdot R_c)}{\gamma}}} \cdot \int_{-\infty}^x \left[\left(\frac{7}{50}\right)^2 \cdot \sqrt{\frac{H \cdot (25 \cdot R_r + 2 \cdot R_c)}{\gamma}} \right] \cdot e^{\frac{-10^2 \cdot N \cdot \gamma \cdot \lambda^2}{2 \cdot H \cdot (25 \cdot R_r + 2 \cdot R_c)}} d\lambda \quad (14)$$

Po podstawieniu do (8) zależności (4), przy założeniu, że $N = \pi$ oraz przyjmując wartości obrzeża eksploatacyjnego d określonego wzorem (12) otrzymano wzór na obniżenie $w(x, y)$ dla pojedynczego, prostokątnego pola eksploatacyjnego, o współrzędnych jego przekątnej odpowiednio X_1, X_2, Y_1, Y_2 w funkcji ośmiu zmiennych, tj. $w(x, y, a, g, H, \gamma, R_c, R_r)$, co przedstawiono wzorem (15).

$$w(x, y) = \int_{X_1 + \left[\left(\frac{7}{50}\right)^2 \cdot \sqrt{\frac{H \cdot (25 \cdot R_r + 2 \cdot R_c)}{\gamma}}\right]}^{X_2 - \left[\left(\frac{7}{50}\right)^2 \cdot \sqrt{\frac{H \cdot (25 \cdot R_r + 2 \cdot R_c)}{\gamma}}\right]} \int_{Y_1 + \left[\left(\frac{7}{50}\right)^2 \cdot \sqrt{\frac{H \cdot (25 \cdot R_r + 2 \cdot R_c)}{\gamma}}\right]}^{Y_2 - \left[\left(\frac{7}{50}\right)^2 \cdot \sqrt{\frac{H \cdot (25 \cdot R_r + 2 \cdot R_c)}{\gamma}}\right]} \cdot \frac{10^2 \cdot a \cdot g \cdot \gamma}{2 \cdot H \cdot (25 \cdot R_r + 2 \cdot R_c)} \cdot e^{\frac{-10^2 \cdot \gamma \cdot N \cdot [(\xi - y)^2 + (\eta - x)^2]}{2 \cdot H \cdot (25 \cdot R_r + 2 \cdot R_c)}} d\xi d\eta \quad (15)$$

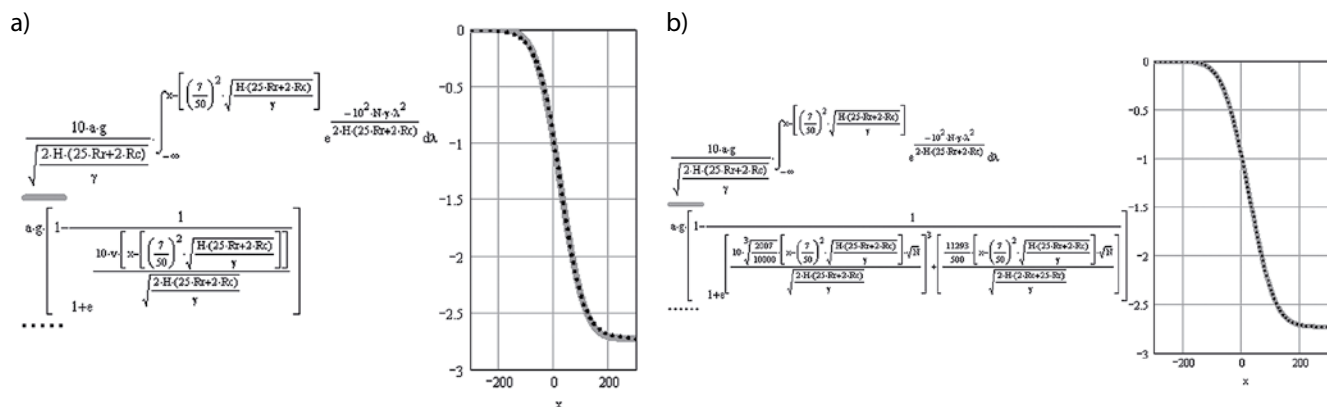
Próbując znaleźć rozwiązanie zamknięte dla równania określonego wzorem (14), wykorzystując metody aproksymacyjne otrzymano jego pierwsze przybliżenie, które określono wzorem (16) – w obliczeniach przyjęto ujemną wartość parametru a , dlatego, aby wartość wynikowa osiadania była liczbą ujemną; przyjęto empiryczną wartość parametru $v = 4,25$, patrz prace [3, 7–9].

$$w(x, a, g, H, v, R_r, R_c, \gamma) = a \cdot g \cdot \left(1 - \frac{1}{1 + e^{\frac{10 \cdot v \cdot \left(x - \left[\left(\frac{7}{50}\right)^2 \cdot \sqrt{\frac{H \cdot (25 \cdot R_r + 2 \cdot R_c)}{\gamma}} \right] \right)}{\sqrt{\frac{2 \cdot H \cdot (25 \cdot R_r + 2 \cdot R_c)}{\gamma}}}} \right) \quad (16)$$

Warto zauważyć, że maksymalne różnice wyników otrzymanych ze wzoru (16) względem wzoru całkowego (14) nie przekraczają wartości $\pm 0,03$ m. Różnice te wynikają z uproszczonego modelu funkcji aproksymującej.

W celu zwiększenia dokładności obliczeń wzór (14) aproksymowano do postaci określonej wzorem (17).

$$(x) = a \cdot g \cdot \left(1 - \frac{1}{1 + e^{\left(\frac{10 \cdot 3 \sqrt{\frac{2007}{10000}} \cdot \left(x - \left(\frac{7}{50} \right)^2 \cdot \sqrt{\frac{H \cdot (25 \cdot R_T + 2 \cdot R_C)}{\gamma}} \right) \cdot \sqrt{N} \right)} + \left(\frac{11293}{500} \cdot \left(x - \left(\frac{7}{50} \right)^2 \cdot \sqrt{\frac{H \cdot (25 \cdot R_T + 2 \cdot R_C)}{\gamma}} \right) \cdot \sqrt{N} \right)}{\sqrt{\frac{2 \cdot H \cdot (25 \cdot R_T + 2 \cdot R_C)}{\gamma}}} \right)} \right) \quad (17)$$



Rys. 1. Wykresy funkcji określonych wzorami (14) – oznaczenie linią ciągłą i (16) – linią kropkowaną (a), wykresy funkcji określonych wzorami (14) – oznaczenie linią ciągłą i (17) – linią kropkowaną (b) przy przyjęciu poglądowych wartości zmiennych: $a = -0,9$, $v = 4,25$, $g = 3,9$ m, $H = 300$ m, $c = 3,33$ MPa, $R_c = 25$ MPa, $R_r = 2,00$ MPa; wartości ujemne na osi x oznaczają obszar nad calizną, wartości dodatnie na osi x oznaczają obszar nad pustką poeksploatacyjną, wartości na osi pionowej są wartościami osiadań, [m]; przypadek nieskończonej półpłaszczyzny został tu uproszczony, gdyż nie uwzględniono wstępnych osiadań wynikających z komprymacji górotworu wskutek odwadniania „ w_w ” [3, 7, 9]

Maksymalne różnice wyników otrzymywanych ze wzorów (14) i (17) nie przekraczają wartości $\pm 0,5$ mm (rys. 2), co dla zastosowań inżynierskich, w zadaniach modelowania obniżenia poeksploatacyjnych powierzchni terenu wydaje się być wartością akceptowalną, gdyż na tego typu niedokładności składa się wiele czynników, a spośród wielu można tu wymienić: niejednorodność górotworu, stopień rozpoznania górotworu poprzez dane z otworów wiertniczo-badawczych, dokładności wyników badań laboratoryjnych przy

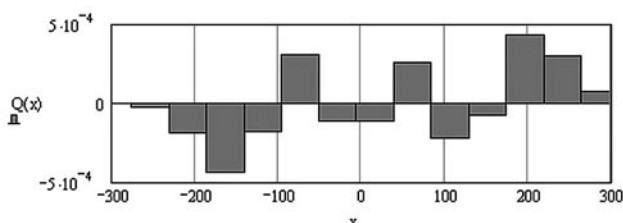
określanu wartości parametrów geomechanicznych skał z pobranych, odprężonych próbek masywu skalnego [4-9]. Wykres zbiorczy funkcji wynikających odpowiednio ze wzorów (14) i (16) przedstawiono na rysunku 1, natomiast maksymalne różnice w wynikach otrzymywanych odpowiednio ze wzoru (18), według danych liczbowych jak na rysunku, przedstawiono na rysunku 2. Różnice wynikające z porównania wyników ze wzoru (8) względem wzoru (15) określono zmienną Θ jako wzór (19).

$$Q(x) = \left(\frac{10 \cdot a \cdot g}{\sqrt{\frac{2H \cdot (25 \cdot R_T + 2 \cdot R_C)}{\gamma}}} \cdot \int_{-\infty}^x \left[\left(\frac{7}{50} \right)^2 \cdot \sqrt{\frac{H \cdot (25 \cdot R_T + 2 \cdot R_C)}{\gamma}} \right] \frac{-10^2 \cdot N \cdot \gamma \cdot \lambda^2}{e^{2 \cdot H \cdot (25 \cdot R_T + 2 \cdot R_C)}} d\lambda \right) - \dots$$

$$\dots - a \cdot g \cdot \left(1 - \frac{1}{1 + e^{\left(\frac{10 \cdot 3 \sqrt{\frac{2007}{10000}} \cdot \left(x - \left(\frac{7}{50} \right)^2 \cdot \sqrt{\frac{H \cdot (25 \cdot R_T + 2 \cdot R_C)}{\gamma}} \right) \cdot \sqrt{N} \right)} + \left(\frac{11293}{500} \cdot \left(x - \left(\frac{7}{50} \right)^2 \cdot \sqrt{\frac{H \cdot (25 \cdot R_T + 2 \cdot R_C)}{\gamma}} \right) \cdot \sqrt{N} \right)}{\sqrt{\frac{2 \cdot H \cdot (25 \cdot R_T + 2 \cdot R_C)}{\gamma}}} \right)} \right) \quad (18)$$

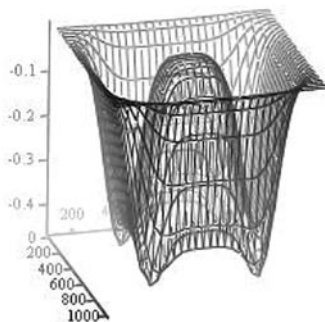
$$\theta(x, y) = \left(\int_{X_1}^{X_2} \int_{Y_1}^{Y_2} \frac{a \cdot g}{r^2} \cdot e^{-\frac{\pi \cdot [(\xi-y)^2 + (\eta-x)^2]}{r^2}} d\xi d\eta \right) - \dots$$

$$- \int_{X_1 - \left[\left(\frac{7}{50} \right)^2 \cdot \sqrt{\frac{H \cdot (25 \cdot R_r + 2 \cdot R_c)}{\gamma}} \right]}^{X_2 - \left[\left(\frac{7}{50} \right)^2 \cdot \sqrt{\frac{H \cdot (25 \cdot R_r + 2 \cdot R_c)}{\gamma}} \right]} \int_{Y_1 + \left[\left(\frac{7}{50} \right)^2 \cdot \sqrt{\frac{H \cdot (25 \cdot R_r + 2 \cdot R_c)}{\gamma}} \right]}^{Y_2 + \left[\left(\frac{7}{50} \right)^2 \cdot \sqrt{\frac{H \cdot (25 \cdot R_r + 2 \cdot R_c)}{\gamma}} \right]} \frac{10^2 \cdot a \cdot g \cdot \gamma}{2 \cdot H \cdot (25 \cdot R_r + 2 \cdot R_c)} \cdot e^{-\frac{10^2 \cdot \gamma \cdot N \cdot [(\xi-y)^2 + (\eta-x)^2]}{2 \cdot H \cdot (25 \cdot R_r + 2 \cdot R_c)}} d\xi d\eta \quad (19)$$



Rys. 2. Wykres funkcji określonej wzorem (18) wskazuje na to, że różnice między wynikami otrzymywanymi ze wzoru aproksymującego (17) względem wzoru całkowego (14) nie przekraczają wartości $\pm 5 \cdot 10^{-4} \text{ m} \pm 0,5 \text{ mm}$

Rys. 3. Wykres funkcji θ określonej wzorem (19) wskazuje na poprawność rozważanego modelu matematycznego.



Wizualizację wzoru (19) przedstawiono na wykresie 3D – rysunek 3, którego powierzchnia potwierdza poprawność rozważanego modelu matematycznego.

3. Podsumowanie

Uzyskane z aproksymacji wzory matematyczne umożliwiają obliczanie obniżeń (osiadań) powierzchni terenu, wyrażonych w zacytowanych w niniejszej pracy teoriach, bez konieczności stosowania rachunku całkowego [5, 7, 9]. Różnice między otrzymywanymi wynikami ze wzorów aproksymacyjnych względem wzorów całkowych nie przekraczają wartości kilku dziesiątych milimetra, co może być przydatne do obliczania wartości szacunkowych przy analizach w

modelowaniu obniżeń powierzchni terenu wskutek eksploatacji górniczej złóż pokładowych z uwzględnieniem obrzeża eksploatacyjnego. Przy opracowaniu proponowanych rozwiązań dołożono starań, aby możliwe było wykorzystywanie powszechnie dostępnych baz danych parametrów geomechanicznych skał górotworu do obliczeń inżynierskich w budownictwie na terenach górniczych.

BIBLIOGRAFIA

- [1] Knothe S., Prognozowanie wpływów eksploatacji górniczej, Wydawnictwo Śląsk, Cieszyn, 1984
- [2] Chudek M., Stefański L., Teoretyczne ujęcie wpływu podziemnej eksploatacji złóż na deformację powierzchni terenu przy uwzględnieniu warstwowej budowy górotworu, Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, Seria Górnictwo z. 145/1987, str. 13–62
- [3] Paleczek W., Modelowanie deformacji powierzchni terenu wskutek podziemnej eksploatacji górniczej w aspekcie budownictwa na terenach górniczych, Wydawnictwo Politechniki Częstochowskiej, Seria: Monografie nr 252, Częstochowa, 2013
- [4] Kwiatek J. (red.), Ochrona obiektów budowlanych na terenach górniczych, Wydawnictwo Głównego Instytutu Górnictwa, Katowice, 1998
- [5] Paleczek W., O obniżeniach powierzchni terenu w funkcji doraźnej wytrzymałości na ściskanie i współczynnika mięknięcia skał przy modelowaniu deformacji górotworu w budownictwie na terenach górniczych, Zeszyty Naukowe Politechniki Częstochowskiej 27/2021, str.189–193
- [6] Borecki M. (red.), Ochrona powierzchni przed szkodami górniczymi., Wydawnictwo Śląsk, Katowice, 1980
- [7] Paleczek W., O funkcjach zależności promienia zasięgu wpływów głównych w zastosowaniu do modelowania przemieszczeń pionowych powierzchni terenu wskutek podziemnej eksploatacji złóż pokładowych z uwzględnieniem własności geomechanicznych masywu skalnego na potrzeby analiz w problematyce budownictwa na terenach górniczych, Zeszyty Naukowe Politechniki Częstochowskiej 26/2020, str. 133–139
- [8] Paleczek W., Metoda określania wielkości i zasięgu deformacji powierzchni terenu powodowanych podziemną eksploatacją złóż z uwzględnieniem własności geomechanicznych skał górotworu, Polska Akademia Nauk, Komitet Inżynierii Łądowej i Wodnej, Instytut Podstawowych Problemów Techniki, Studia z Zakresu Inżynierii nr 58, Warszawa, 2007
- [9] Paleczek W., O aproksymacji funkcji osiadań powierzchni terenu wskutek podziemnej eksploatacji złóż z uwzględnieniem danych geomechanicznych masywu skalnego na potrzeby modelowania w budownictwie na terenach górniczych, Zeszyty Naukowe Politechniki Częstochowskiej 26/2020, str. 126–132

CUTOB PZITB w Poznaniu sp. z o.o.

organizator szkoleń, kursów i konferencji naukowo-technicznych z zakresu budownictwa

Zapraszamy przede wszystkim na szkolenia:

1. realizowane dla PIIB/WOIB: <https://portal.piib.org.pl/aktualne-szkolenia>
2. szkolenia eksperckie i komercyjne CUTOB: <http://cutob-poznan.pl/szkolenia.html>

Chcesz zorganizować szkolenie? Napisz na adres: biuro@cutob-poznan.pl CUTOB PZITB w Poznaniu sp. z o.o. zaprasza!

